

ВЛИЯНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОЙ МАГНИТНОЙ СТРУКТУРЫ НА ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО НАМАГНИЧЕННОЙ ТОНКОЙ ПЛЕНКЕ

В. А. Игнатченко, **Д. С. Полухин***, **Д. С. Цикалов****

*Институт физики им. Л. В. Киренского, ФИЦ КНЦ Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 9 февраля 2026 г.,
после переработки 10 марта 2026 г.
Принята к публикации 16 марта 2026 г.

Исследовано влияние 2D-неоднородностей ориентации оси одноосной локальной магнитной анизотропии на ферромагнитный резонанс (ФМР) в перпендикулярно намагниченной тонкой пленке. Получено выражение для намагниченности в области приближения к насыщению с учетом магнитодипольного взаимодействия. Проанализированы прямое и косвенное (через стохастическую магнитную структуру) воздействия неоднородностей на восприимчивость ФМР. Показано, что при уменьшении постоянного магнитного поля вклад стохастической магнитной структуры существенно возрастает, а характер смещения частоты ФМР определяется типом однородной магнитной анизотропии. Исследована асимметрия резонансного пика в зависимости от корреляционного волнового числа неоднородностей. Показано, что форма пика адекватно описывается экспоненциально-модифицированной гауссовой функцией, для которой получены аппроксимационные формулы, позволяющие решать обратную задачу восстановления параметров неоднородностей по экспериментальной форме пика ФМР. Проверен принцип подобия для восприимчивости ФМР и намагниченности: соответствующие зависимости совпадают для пленок различной толщины при пропорциональном изменении радиуса корреляции неоднородностей.

Ключевые слова: ферромагнитный резонанс, магнитные пленки, неоднородности магнитной анизотропии, функции Грина, спиновые волны, магнитодипольное поле, самосогласованное приближение

DOI: 10.31857/S3034641X26040066

1. ВВЕДЕНИЕ

Неоднородность ориентации оси одноосной магнитной анизотропии $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ влияет на ферромагнитный резонанс (ФМР) двумя путями: прямым действием $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ на динамические переменные $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ и косвенным путем, генерируя в образце стохастическую магнитную структуру (СМС) $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, называемую также «рябью намагниченности», которая затем влияет на динамические переменные ($\mathbf{l}(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{M}(\mathbf{x}) \rightarrow \mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$). Влияние неоднородности $\beta(\mathbf{x})$ и прямого действия $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ — без учета действия СМС — на ФМР в перпендикулярно намагниченной пленке рассмотрено в работе [1]. В этом

приближении как неоднородности, так и $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ приводят к одинаковым эффектам в частотной зависимости восприимчивости ФМР $\chi(\omega)$, отличающимся только численным коэффициентом. Восприимчивость вычислялась при различных значениях нормированного корреляционного волнового числа $k_c d$, где $k_c = r_c^{-1}$, r_c — радиус корреляции неоднородностей и d — толщина пленки.

Показано [1], что значительное влияние магнитодипольных волн на величину и форму линии ферромагнитного резонанса проявляется при малых $k_c d$. В этом случае их вклад превышает вклад объемных волн. Эффект возрастания добротности резонанса — увеличение пика ФМР и уменьшение его ширины при усилении упорядочивающего действия корреляций неоднородностей, исследованный в работе [1] для тонких пленок, — имеет место и в неограниченной среде [2]. Отличие заключается в том, что в тонких пленках упорядочивающее дей-

* E-mail: polukhin@iph.krasn.ru

** E-mail: d_tsikalov@iph.krasn.ru

ствие корреляций происходит не только при уменьшении корреляционного радиуса r_c , но и при увеличении толщины пленки (если последнее не нарушает допущение о независимости всех величин от координаты z , справедливое для достаточно тонких пленок). Сформулирован и проверен принцип подобия для восприимчивости ферромагнитного резонанса в случае преобладания действия магнитодипольных волн. Восприимчивость ферромагнитного резонанса $\chi(\omega)$ одинакова, если произведения $k_c d$ разных пленок равны друг другу.

Работа [1] была выполнена в рамках трех приближений для определения функции Грина, а именно: (а) первый порядок теории возмущений, называемый приближением Борна в физике конденсированных сред [3, 4], и приближение Бурре [5] в теории случайных функций [6, 7]; (б) стандартное самосогласованное приближение (SCA), учитывающее все диаграммы для функции Грина с непересекающимися корреляциями, называемое приближением Мигдала в физике конденсированных сред [8] и приближением Крайчнана в теории случайных функций [9]; (с) новое SCA [10], которое, помимо диаграмм с непересекающимися корреляциями, учитывает множество типов диаграмм с пересекающимися корреляциями. Наряду с терминами «стандартное SCA» и «новое SCA», которые мы использовали ранее, в работе [1] было предложено использовать следующие термины, более точно отражающие как математическое содержание каждого из этих приближений, так и их ключевые различия. Стандартное SCA будем называть «SCA для функций Грина (SCA-G)», а новое — «SCA для вершинных функций (SCA-V)». Было установлено, что только последнее хорошо описывает форму линии ферромагнитного резонанса во всей области значений нормированного волнового числа.

Результаты, полученные в работе [1], являются окончательными для случая неоднородностей величины локальной анизотропии $\beta(\mathbf{x})$. Для неоднородностей ориентации оси анизотропии $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ эти результаты соответствуют только первой части решения задачи — учету прямого действия $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ на $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$. Должно быть учтено еще косвенное действие $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ через возникающую СМС $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, ориентированную в плоскости пленки, которая была развита в работах Гоффмана [11–13] и широко применялась для объяснения экспериментов по визуализации «ряби намагниченности» магнитостатическими методами. Экспериментальное наблюдение данного явления было выполнено впервые в работе [14]; в последующие годы оно получило дальнейшее развитие и в настоя-

щее время активно изучается, в том числе методами численного моделирования [15, 16]. Вариант теории СМС, основанный на корреляционной теории случайных функций, развитый в работах [17, 18], оказался более удобным для расчета влияния СМС на статические (закон приближения намагниченности к насыщению [19–23]) и динамические (ФМР [17, 24–28], спиновые волны [17, 27]) эффекты в магнитных материалах.

В настоящей работе проведен расчет СМС $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ в магнитной пленке, намагниченной перпендикулярно ее поверхности, и рассмотрено влияние как прямого, так и косвенного — через СМС — действия неоднородностей оси локальной анизотропии $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ на восприимчивость ФМР $\chi(\omega)$. В соответствии с результатами работы [1] расчет восприимчивости проводится методом SCA-V [10].

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как и в работе [1], мы рассматриваем достаточно тонкие пленки, для которых все величины зависят только от координат x и y в плоскости пленки, а вдоль координаты z внутри пленки они являются однородными. Плотность свободной энергии записывается в виде (предполагается суммирование по дважды повторяющемуся индексу $i = x, y$)

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\alpha \left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{1}{2}\beta_0 (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n})^2 - \frac{1}{2}\beta (\mathbf{M} \cdot \mathbf{l})^2 - \mathbf{H} \cdot \mathbf{M} - \frac{1}{2}\mathbf{H}^{(d)} \cdot \mathbf{M}, \quad (1)$$

где \mathbf{M} — вектор намагниченности, α — параметр обмена, \mathbf{H} — внешнее магнитное поле, которое далее представляем в виде $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{n} + \mathbf{h}$, где направление постоянного магнитного поля \mathbf{H}_0 совпадает с осью анизотропии \mathbf{n} и перпендикулярно плоскости пленки, \mathbf{h} — переменное магнитное поле в плоскости пленки, $\mathbf{H}^{(d)}$ — магнитодипольное поле, β_0 — однородная (индуцированная) одноосная магнитная анизотропия; при $\beta_0 > 0$ ось \mathbf{n} , ориентированная вдоль оси z , является легкой, тогда как при $\beta_0 < 0$ она становится трудной (анизотропия типа «легкая плоскость»); определения понятий «легкая ось» и «легкая плоскость» см. в [29], β — константа одноосной локальной магнитной анизотропии, направление легкой оси которой является случайной функцией координат: $\mathbf{l} = \mathbf{l}(\mathbf{x})$. Происхождение величины β_0 и направление орта \mathbf{n} анизотропии определяются совокупностью механизмов, включая поверхностную шероховатость, анизотропию тонких пленок, фор-

мирующуюся в процессе напыления, а также общую индуцированную анизотропию во всей пленке, возникающую в результате термообработки в постоянном магнитном поле или механической обработки, приводящих к формированию предпочтительно направления оси анизотропии и др. Мы рассматриваем волны в магнитной пленке, не ограниченной в плоскости xy , при условии отсутствия закрепления колебаний на поверхности пленки.

Рассмотрим уравнение Ландау – Лифшица для вектора намагниченности \mathbf{M} с феноменологическим членом затухания в форме Гильберта

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -g[\mathbf{M} \times \mathbf{H}^e] + \frac{\xi}{M_0} \left[\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right], \quad (2)$$

где g – гиромагнитное отношение, ξ – безразмерный параметр затухания, \mathbf{H}^e – эффективное магнитное поле, которое определяется выражением

$$\mathbf{H}^e = \alpha \frac{\partial^2 \mathbf{M}}{\partial x_i^2} + \beta_0(\mathbf{n} \cdot \mathbf{M})\mathbf{n} + \beta(\mathbf{l} \cdot \mathbf{M})\mathbf{l} + \mathbf{H} + \mathbf{H}^{(d)}. \quad (3)$$

Пространственные флуктуации оси анизотропии приводят к тому, что основное состояние намагниченности становится ориентационно-неоднородным: появляется СМС («рябь намагниченности»). Мы используем вариант теории СМС, развитый в работах [17–19] на основе методов корреляционной теории случайных функций. В настоящей работе данный подход применяется к случаю перпендикулярно намагниченной пленки.

Представим вектор намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ в виде

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}, t) \approx \mathbf{M}(\mathbf{x}) + \mathbf{m}(\mathbf{x}, t), \quad (4)$$

где вектор $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ описывает СМС, а $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ – динамические отклонения вектора $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ от этой структуры. Рассмотрим величины магнитного поля H_0 , близкие к магнитному насыщению пленки (для обменно-невзаимодействующих кристаллитов [20]), направленного перпендикулярно ее поверхности:

$$H_0 \geq H_A, \quad (5)$$

где

$$H_A = (4\pi - \beta_0 + \sqrt{D^{+-}/2} \beta) M_0, \quad (6)$$

$M_0 = |\mathbf{M}|$, $D^{+-} = 2/15$ находится из первого уравнения (48), представленного ниже.

Уравнение (6) записано для случая перпендикулярно намагниченной неоднородной пленки; в пределе однородной среды ($\beta = 0$) оно сводится к уравнению $H_A = (4\pi - \beta_0) M_0$ (см. [27, 29, 30]). В этих условиях ориентация всех случайных векторов $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ сосредоточена в конусе малых полярных

углов θ вокруг оси z . С ростом H_0 этот конус сжимается и среднее значение намагниченности пленки $\langle M_z(\mathbf{x}) \rangle$ стремится к M_0 при $H_0 \rightarrow \infty$. Представим вектор СМС $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ в виде

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) \approx M_0 \mathbf{n} + \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}). \quad (7)$$

Оба вектора $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$ и $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$, описывающие статические и динамические отклонения вектора $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ от оси z , мы считаем малыми,

$$|\boldsymbol{\mu}| \ll M_0, \quad |\mathbf{m}| \ll M_0, \quad (8)$$

но, в отличие от работы [1], z -проекции этих векторов теперь необходимо учитывать наряду с x - и y -проекциями. Поэтому z -проекция вектора $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ имеет вид

$$M_z(\mathbf{x}, t) \approx M_0 + \mu_z(\mathbf{x}) + m_z(\mathbf{x}, t), \quad (9)$$

где

$$\mu_z(\mathbf{x}) \approx -\frac{1}{2M_0} [\mu_x^2(\mathbf{x}) + \mu_y^2(\mathbf{x})], \quad (10)$$

$$m_z(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{M_0} [\mu_x(\mathbf{x})m_x(\mathbf{x}, t) + \mu_y(\mathbf{x})m_y(\mathbf{x}, t)]. \quad (11)$$

Схематичный вид одной из стохастических реализаций векторов $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$, $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ и их проекций показан на рис. 1. Здесь выражение (9) получено из условия сохранения модуля вектора намагниченности $M_0 = |\mathbf{M}|$. Вблизи поля $H_0 = H_A$ при условии $H_A \gg h$ применимо уравнение (9) и СМС $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ с учетом динамических проекций m_j не разрушается (обоснование приведено ниже, после уравнения (55)). В выражении (11) присутствуют члены $\mu_x m_x$ и $\mu_y m_y$; аналогичные члены $\mu_f m_j$, где $f, j = x, y, z$, будут учитываться при линейризации уравнения (2). В пределе сильных полей, $H_0 \gg H_A$, имеем $\mu_x \rightarrow 0$ и $\mu_y \rightarrow 0$ (см. ниже), откуда следует $M_z = M_0$; этот случай рассматривался в работе [1], и члены $\mu_f m_j$ там не возникают.

Эффективные магнитные поля представим в виде суммы статических и динамических полей:

$$\mathbf{H}^e(\mathbf{x}, t) = \mathbf{H}^e(\mathbf{x}) + \mathbf{h}^e(\mathbf{x}, t), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} H_x^e &= \alpha \frac{\partial^2 \mu_x}{\partial x_i^2} + \beta l_x (\mathbf{l} \cdot \mathbf{M}(\mathbf{x})) + H_x^d(\mathbf{x}), \\ H_y^e &= \alpha \frac{\partial^2 \mu_y}{\partial x_i^2} + \beta l_y (\mathbf{l} \cdot \mathbf{M}(\mathbf{x})) + H_y^d(\mathbf{x}), \\ H_z^e &= \alpha \frac{\partial^2 \mu_z}{\partial x_i^2} + H_r + \beta_0 \mu_z + \beta l_z (\mathbf{l} \cdot \mathbf{M}(\mathbf{x})) + H_z^d(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (13)$$

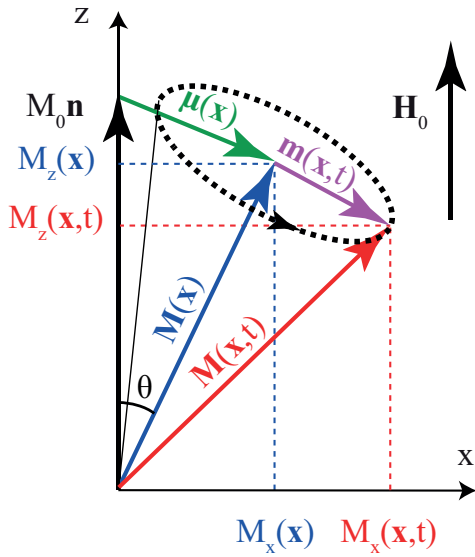


Рис. 1. Схематичный вид составляющих вектора намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ показан при азимутальном угле $\varphi = 0$ в плоскости xz

$$\begin{aligned} h_x^e &= \alpha \frac{\partial^2 m_x}{\partial x_i^2} + \beta l_x (\mathbf{1} \cdot \mathbf{m}) + h_x^d(\mathbf{x}, t) + h_x(t), \\ h_y^e &= \alpha \frac{\partial^2 m_y}{\partial x_i^2} + \beta l_y (\mathbf{1} \cdot \mathbf{m}) + h_y^d(\mathbf{x}, t) + h_y(t), \\ h_z^e &= \alpha \frac{\partial^2 m_z}{\partial x_i^2} + \beta l_z (\mathbf{1} \cdot \mathbf{m}) + \beta_0 m_z + h_z^d(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (14)$$

$$H_r = H_0 - (4\pi - \beta_0) M_0. \quad (15)$$

Полагая, что $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t) \propto \exp(i\omega t)$, и линеаризуя уравнение (2) до первых степеней \mathbf{m} и \mathbf{h}^e , получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{i\omega}{g} m_x &= [\mu_y H_z^e - M_z H_y^e] + \mu_y h_z^e + H_z^e m_y - \\ &- M_z h_y^e - H_y^e m_z + \frac{i\omega \xi}{g M_0} (\mu_y m_z - M_z m_y), \\ \frac{i\omega}{g} m_y &= [-\mu_x H_z^e + M_z H_x^e] - \mu_x h_z^e - H_z^e m_x + \\ &+ M_z h_x^e + H_x^e m_z + \frac{i\omega \xi}{g M_0} (-\mu_x m_z + M_z m_x), \end{aligned} \quad (16)$$

где $M_z = M_z(\mathbf{x}) = M_0 + \mu_z(\mathbf{x})$, а компоненты эффективных полей $\mathbf{H}^e(\mathbf{x})$ и $\mathbf{h}^e(\mathbf{x}, \omega)$ определяются уравнениями (13) и (14) соответственно. Вошедшие в систему (16) члены $\mu_f m_j$ дают вклады от СМС, которыми нельзя пренебрегать [17, 24, 26].

В дальнейшем мы проводим исследование двумерных трансформант преобразования Фурье, зависящих от \mathbf{x} , векторов намагниченностей $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$,

$\mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega)$ и полей $\mathbf{H}^e(\mathbf{x})$, $\mathbf{h}^e(\mathbf{x}, \omega)$. Для упрощения последующих громоздких выражений мы обозначаем зависимость этих трансформант от волнового вектора \mathbf{k} нижним индексом:

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^T} \int \mathbf{M}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{k}, \quad (17)$$

$$\mathbf{M}_{\mathbf{k}} = \int \mathbf{M}(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{x}, \quad (18)$$

где $\mathbf{x} = \{x, y\}$ и $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$ — двумерные векторы. Проекции трансформант Фурье векторов полей и намагниченностей на координатные оси x , y и z будем обозначать соответствующими индексами.

В уравнениях (13)–(16) $\mathbf{H}^e(\mathbf{x})$ и $\mathbf{h}^e(\mathbf{x}, \omega)$ — статические и динамические магнитодипольные поля, соответствующие статической $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$ и динамической $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ намагниченностям; их связь описывается системой уравнений Максвелла в магнитоэлектростатическом приближении [31]:

$$[\nabla \times \mathbf{H}^d(\mathbf{x})] = 0, \quad (19)$$

$$(\nabla \cdot \mathbf{H}^d(\mathbf{x})) = 4\pi (\nabla \cdot \mathbf{M}(\mathbf{x})). \quad (20)$$

В ограниченном веществе магнитодипольные поля определяются как объемными, так и поверхностными зарядами, связанными со скачками намагниченности на поверхности. Для нахождения магнитодипольного поля в этом случае требуется найти решение уравнения Пуассона для магнитоэлектростатического потенциала $\varphi(x, y, z)$, который является трехмерным:

$$\nabla^2 \varphi(x, y, z) = -4\pi (\nabla \cdot \mathbf{M}(x, y)), \quad (21)$$

с соответствующими граничными условиями на поверхности пленки $z = \pm d/2$.

Решение этой задачи для тонкой магнитной пленки получено двумя различными способами в работах [24] и [32] для случая независимости намагниченности от координаты z . Выражение для магнитодипольного (размагничивающего) поля однородной намагниченности M_0 , $H_0^d = -4\pi M_0$, включено в уравнение (15) в явной форме. Решение уравнения (21) для неоднородной части намагниченности $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$ в работе [24] представлено в виде общих аналитических решений для трансформант Фурье потенциалов внутри пленки и в пространстве над и под пленкой с последующим определением произвольных постоянных из условий сопряжения потенциалов и их производных на поверхностях пленки. Решение этого же уравнения в работе [32] представлено в виде определенных интегралов, пределы которых задаются магнитными зарядами на поверхностях пленки. После усреднения по толщине пленки

оба решения приводят к одинаковым выражениям для проекций $\mathbf{H}_k^d = -i\mathbf{k}\varphi_k$ (для компактности записи уравнений мы будем функции, зависящие от вектора \mathbf{k} , там, где это удобно и не приводит к противоречиям, записывать в виде $\mathbf{H}^d(\mathbf{k}) = \mathbf{H}_k^d$):

$$H_{x,y}^d(\mathbf{k}) = -4\pi(1 - V_k) \frac{k_{x,y}}{k^2} (\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\mu}_k), \quad (22)$$

$$H_z^d(\mathbf{k}) = 4\pi V_k \mu_z(\mathbf{k}), \quad (\mu_z < 0), \quad (23)$$

где

$$V_k = \frac{1 - e^{-kd}}{kd}, \quad k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}. \quad (24)$$

Для гармоники Фурье \mathbf{m}_k динамической намагниченности $\mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega)$, магнитодипольные поля $\mathbf{h}_k^d(\omega)$ определяются выражениями, аналогичными (22)–(24) с заменой

$$\mathbf{H}_k^d \rightarrow \mathbf{h}_k^d, \quad \mu_{x,y}(\mathbf{k}) \rightarrow m_{x,y}(\mathbf{k}), \quad \mu_z(\mathbf{k}) \rightarrow -m_z(\mathbf{k}).$$

Предельные случаи коэффициентов V_k и $1 - V_k$ для малых и больших значений kd рассмотрены в работе [1].

3. СТОХАСТИЧЕСКАЯ МАГНИТНАЯ СТРУКТУРА

Основное состояние магнитной системы в виде СМС описывается уравнением

$$[\mathbf{M} \times \mathbf{H}^e] = 0, \quad (25)$$

которое является решением вариационной задачи на минимум лагранжиана при условии сохранения величины модуля вектора $\mathbf{M}(\mathbf{x})$ (см., например, [29, 33]). Уравнение (25) соответствует обращению в нуль выражений, стоящих в квадратных скобках системы уравнений (16), которая представляет собой систему уравнений для нахождения проекций вектора СМС $\mathbf{M}(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned} \mu_y H_z^e - M_z H_y^e &= 0, \\ M_z H_x^e - \mu_x H_z^e &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

Подставив уравнения системы (13) в систему (26), получаем систему уравнений до первых степеней μ_x и μ_y в виде

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\partial^2 \mu_x}{\partial x_i^2} - \frac{H_r}{M_0} \mu_x + H_x^d + \\ + \beta(\rho_{xx} - \rho_{zz})\mu_x + \beta\rho_{xy}\mu_y &= -\beta\rho_{xz}M_0, \\ \alpha \frac{\partial^2 \mu_y}{\partial x_i^2} - \frac{H_r}{M_0} \mu_y + H_y^d + \\ + \beta(\rho_{yy} - \rho_{zz})\mu_y + \beta\rho_{xy}\mu_x &= -\beta\rho_{yz}M_0, \end{aligned} \quad (27)$$

где введены безразмерные случайные функции от пространственных координат:

$$\rho_{jn}(\mathbf{x}) = l_j(\mathbf{x})l_n(\mathbf{x}), \quad \rho_{jj}(\mathbf{x}) = l_j^2(\mathbf{x}). \quad (28)$$

индексы $j \neq n$ и j, n пробегает значения x, y, z .

Умножив уравнения системы (27) на $\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x})$ и интегрируя по $d\mathbf{x}$, получаем в соответствии с уравнением (18) систему уравнений для трансформант Фурье x - и y -проекций вектора $\boldsymbol{\mu}_k$. Интегральные члены образуются от членов уравнений, содержащих произведения $\rho(\mathbf{x})$ на $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$:

$$\int \rho(\mathbf{x})\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}d\mathbf{x} = \frac{1}{(2\pi)^\tau} \int \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}\boldsymbol{\mu}_{\mathbf{k}_1}d\mathbf{k}_1. \quad (29)$$

Мы будем учитывать взаимодействие динамических переменных $\mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega)$ с СМС $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$ до первых неисчезающих членов теории возмущений по степени β . Этому соответствует пренебрежение интегральными членами (29); в результате получаем систему алгебраических уравнений для трансформант Фурье, учитывающую только первую степень β :

$$\begin{aligned} A_x(\mathbf{k})\mu_x + B(\mathbf{k})\mu_y &= \beta M_0 \rho_{xz}(\mathbf{k}), \\ A_y(\mathbf{k})\mu_y + B(\mathbf{k})\mu_x &= \beta M_0 \rho_{yz}(\mathbf{k}). \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} A_{x,y}(\mathbf{k}) &= \alpha k^2 + \frac{H_r}{M_0} + 4\pi(1 - V_k) \frac{k_{x,y}^2}{k^2}, \\ B(\mathbf{k}) &= 4\pi(1 - V_k) \frac{k_x k_y}{k^2}. \end{aligned} \quad (31)$$

Решение системы уравнений (30) имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \mu_x(\mathbf{k}) &= \frac{\beta M_0}{\Delta_{\mathbf{k}}^0} [A_y(\mathbf{k})\rho_{xz}(\mathbf{k}) - B(\mathbf{k})\rho_{yz}(\mathbf{k})], \\ \mu_y(\mathbf{k}) &= \frac{\beta M_0}{\Delta_{\mathbf{k}}^0} [A_x(\mathbf{k})\rho_{yz}(\mathbf{k}) - B(\mathbf{k})\rho_{xz}(\mathbf{k})], \end{aligned} \quad (32)$$

где определитель системы

$$\Delta_{\mathbf{k}}^0 = \left(\alpha k^2 + \frac{H_r}{M_0} \right) \left[\alpha k^2 + \frac{H_r}{M_0} + 4\pi(1 - V_k) \right]. \quad (33)$$

В дальнейшем нам удобно будет использовать выражения для $\rho_{xz}(\mathbf{k})$, $\rho_{yz}(\mathbf{k})$, $\mu_x(\mathbf{k})$ и $\mu_y(\mathbf{k})$ в комплексном представлении

$$\mu^\pm = \mu_x \pm i\mu_y, \quad \rho^\pm = \rho_{xz} \pm i\rho_{yz}. \quad (34)$$

Уравнения (30) в этом представлении имеют вид

$$\begin{aligned} \left(\alpha k^2 + \frac{H_r}{M_0} \right) \mu_{\mathbf{k}}^+ - H^{d+} &= \beta M_0 \rho_{\mathbf{k}}^+, \\ \left(\alpha k^2 + \frac{H_r}{M_0} \right) \mu_{\mathbf{k}}^- - H^{d-} &= \beta M_0 \rho_{\mathbf{k}}^-. \end{aligned} \quad (35)$$

Трансформанты Фурье магнитодипольных полей (22)–(24), входящие в эти уравнения, принимают вид

$$H_{\mathbf{k}}^{d+} = -2\pi(1 - V_{\mathbf{k}}) \left[\mu_{\mathbf{k}}^+ + \left(\frac{k^+}{k} \right)^2 \mu_{\mathbf{k}}^- \right], \quad (36)$$

$$H_{\mathbf{k}}^{d-} = -2\pi(1 - V_{\mathbf{k}}) \left[\mu_{\mathbf{k}}^- + \left(\frac{k^-}{k} \right)^2 \mu_{\mathbf{k}}^+ \right], \quad (37)$$

где $k^{\pm} = k_x \pm ik_y$. Соответственно, решение системы уравнений СМС в комплексном представлении напишем в виде

$$\begin{aligned} \mu_{\mathbf{k}}^+ &= \frac{\beta M_0}{\Delta_{\mathbf{k}}^0} (a_{\mathbf{k}} \rho_{\mathbf{k}}^+ + b_{\mathbf{k}}^+ \rho_{\mathbf{k}}^-), \\ \mu_{\mathbf{k}}^- &= \frac{\beta M_0}{\Delta_{\mathbf{k}}^0} (a_{\mathbf{k}} \rho_{\mathbf{k}}^- - b_{\mathbf{k}}^- \rho_{\mathbf{k}}^+), \end{aligned} \quad (38)$$

где коэффициенты $a_{\mathbf{k}}$ и $b_{\mathbf{k}}^{\pm}$ равны

$$a_{\mathbf{k}} = \frac{H_r}{M_0} + \alpha k^2 + 2\pi(1 - V_{\mathbf{k}}), \quad (39)$$

$$b_{\mathbf{k}}^{\pm} = 2\pi(1 - V_{\mathbf{k}}) \frac{(k^{\pm})^2}{k^2}. \quad (40)$$

Представление для μ_z в комплексной форме следует из уравнения (10) в \mathbf{x} -пространстве:

$$\mu_z(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2M_0} \mu^+(\mathbf{x}) \mu^-(\mathbf{x}) \quad (41)$$

и в \mathbf{k} -пространстве:

$$\mu_z(\mathbf{k}) = -\frac{1}{2(2\pi)^{\tau} M_0} \int \mu_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}^+ \mu_{\mathbf{k}_1}^- d\mathbf{k}_1. \quad (42)$$

СМС, описываемая системой уравнений (32) или (38), оказывает влияние как на статические, так и на динамические характеристики вещества. Она определяет вид кривой намагничивания

$$M_z(H_0) = \langle M_z(\mathbf{x}) \rangle = M_0 + \langle \mu_z(\mathbf{x}) \rangle \quad (43)$$

в области магнитных полей H_0 , соответствующих уравнению (5). Для магнитных сред закон приближения намагниченности к насыщению $M_z(H_0)$ был рассмотрен в работах [19–23], а влияние СМС на закон дисперсии $\omega(\mathbf{k})$ — в работе [24]. В дальнейшем нам понадобится трансформанта Фурье закона приближения к насыщению, определяемая выражением

$$\langle M_z(\mathbf{k}) \rangle = M_0 \delta(\mathbf{k}) + \langle \mu_z(\mathbf{k}) \rangle. \quad (44)$$

Корреляционные свойства переменных СМС $\mu_z(\mathbf{k})$ зависят от корреляторов случайных функций $\rho_{\mathbf{k}}^{\pm}$, которые определяются уравнениями

$$\langle \rho_{\mathbf{k}_1}^{\pm} \rho_{-\mathbf{k}_2}^{\mp} \rangle = (2\pi)^{\tau} D^{\pm\mp} S_{\mathbf{k}_1} \delta(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2). \quad (45)$$

Здесь $\rho^{\pm\mp}$ — компоненты тензора функций ρ^+ и ρ^- , $D^{\pm\mp}$ — дисперсия, $S(\mathbf{k})$ — нормированная спектральная плотность функции $\rho_{\mathbf{k}}^{\pm}$, связанная преобразованием Фурье с нормированной корреляционной функцией

$$\begin{aligned} K(\mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^{\tau}} \int S_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \\ S_{\mathbf{k}} &= \int K(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (46)$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_1$.

Подставив уравнение (38) в уравнение (42) и усреднив по ансамблю случайных реализаций $\rho_{\mathbf{k}}$, получаем усредненную функцию $\langle \mu_z(\mathbf{k}) \rangle$ в виде

$$\begin{aligned} \langle \mu_z(\mathbf{k}) \rangle &= -\frac{D^{+-} \beta^2 M_0}{2} \times \\ &\times \int \frac{S_{\mathbf{k}_1} \delta(\mathbf{k})}{\Delta_{\mathbf{k}_1}^0 \Delta_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}^0} \{ a_{\mathbf{k}_1} a_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} - b_{\mathbf{k}_1}^- b_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}^+ \} d\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (47)$$

Дисперсии случайных функций ρ^{\pm} определяются как

$$D^{\pm\mp} = \langle (\rho^{\pm}(\mathbf{x}))^2 \rangle.$$

Их вычисление осуществляется путем интегрирования выражений для компонент ортов l_j и l_n (см. уравнение (28)) по полярным и азимутальным углам с учетом условия

$$\sum_j l_j^2(\mathbf{x}) = 1,$$

аналогично процедуре, изложенной в работе [1]. В результате получаем

$$D^{-+} = D^{+-} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \sin^3 \theta \cos^2 \theta f(\theta, \varphi) d\theta d\varphi,$$

$$D^{++} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta \sin^3 \theta (\sin \varphi + i \cos \varphi)^2 f(\theta, \varphi) d\theta d\varphi,$$

$$D^{--} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta \sin^3 \theta (\sin \varphi - i \cos \varphi)^2 f(\theta, \varphi) d\theta d\varphi, \quad (48)$$

где функция равномерного распределения орта оси анизотропии равна

$$f(\theta, \varphi) = \frac{1}{4\pi}, \quad 0 \leq \theta \leq \pi, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \quad (49)$$

Отсюда получаем

$$D^{+-} = \frac{2}{15}, \quad D^{++} = D^{--} = 0. \quad (50)$$

Представим уравнение (43) в виде фурье-образа, согласно уравнению (17), в следующем виде:

$$M_z(H_0) = \langle M_z(\mathbf{x}) \rangle = M_0 + \frac{1}{(2\pi)^\tau} \int \langle \mu_z(\mathbf{k}) \rangle e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{k}. \quad (51)$$

Подставив выражение (47) в (51), получаем

$$M_z(H_0) = M_0 + \bar{\mu}, \quad (52)$$

где

$$\bar{\mu} = -\frac{\beta^2 M_0}{15(2\pi)^\tau} \int \frac{S_{\mathbf{k}_1}}{\Delta_{\mathbf{k}_1}^0} d\mathbf{k}_1, \quad (53)$$

а коэффициент $1/15$ хорошо известен [19, 34] для одноосной анизотропии. Отметим, что величина $\bar{\mu}$ не зависит от пространственных координат x и y . Проводя обратное преобразование Фурье (18) уравнения (52), получаем

$$\langle M_{z,\mathbf{k}} \rangle = (M_0 + \bar{\mu}) \delta(\mathbf{k}) = M_z(H_0) \delta(\mathbf{k}). \quad (54)$$

Из результата сопоставления уравнений (44) и (54) следует, что выражение (47) можно записать в виде $\langle \mu_z(\mathbf{k}) \rangle = \bar{\mu} \delta(\mathbf{k})$. В интеграле в выражении (47), не содержащем дельта-функции Дирака, длина вектора $k = |\mathbf{k}|$ предполагается равной нулю из-за наличия δ -функции.

Уравнение (52) далее исследуется численными методами в области магнитных полей, удовлетворяющих условию (5). Детальный аналитический разбор, аналогичный приведенному в работах [20–22], в настоящей работе не проводится. Отметим, что уравнение (52) получено в первом порядке теории возмущений, вследствие чего вклады более высоких порядков не учитываются. При значениях H_0 , не удовлетворяющих условию (5), соответствующие поправки могут существенно модифицировать характер зависимости $M_z(H_0)$. Кроме того, в области $H_0 < H_A$ возможны особенности, обусловленные немонотонностью функции $M_z(H_0)$, как было отмечено ранее в работах [20–22].

4. ДИНАМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

Согласно уравнениям (25) и (26), выражения в квадратных скобках в системе уравнений (16) обращаются в нуль, и, таким образом, мы получаем систему для динамических проекций $m_{x,y,z}$ в x -пространстве:

$$\begin{aligned} \frac{i\omega}{g} m_x &= \mu_y h_z^e + H_z^e m_y - M_z h_y^e - H_y^e m_z + \\ &+ \frac{i\omega \xi}{g M_0} (\mu_y m_z - M_z m_y), \\ \frac{i\omega}{g} m_y &= -\mu_x h_z^e - H_z^e m_x + M_z h_x^e + H_x^e m_z + \\ &+ \frac{i\omega \xi}{g M_0} (-\mu_x m_z + M_z m_x). \end{aligned} \quad (55)$$

Сумма и разность этих уравнений приводят к системе связанных уравнений для комплексных величин $m^\pm = m_x \pm i m_y$ и $h^{e\pm} = h_x^e \pm i h_y^e$. Входящие в систему (55) члены $\mu_f m_j$ дают вклады от СМС, которыми нельзя пренебрегать (подобные члены получались, например, в работах [17, 26]). Амплитуда динамической переменной m^+ пропорциональна внешнему источнику: $m^+ \propto h_0$. В то же время амплитуды статических переменных μ пропорциональны неоднородному источнику $\beta M_0 \rho$ (см. (27), (30), (35)). Для получения явного вида источника, не содержащего случайных функций ρ , приравниваем усредненные выражения (42) и (53). В рамках модели независимых кристаллитов ($k_c = 0$), где $S_{\mathbf{k}_1} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k}_1)$, получаем соотношение $\mu^\pm \propto \beta \sqrt{D^{+-}} M_0$. Условие $|h_0| \ll \beta \sqrt{D^{+-}} M_0$ гарантирует сохранение СМС под действием переменного магнитного поля. Величина $\beta \sqrt{D^{+-}} M_0$ характеризует эффективное поле неоднородностей, формирующее статическую «рябь намагниченности» $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x})$. Поскольку амплитуда переменного магнитного поля h_0 значительно меньше этого эффективного поля (типично $|h_0| \leq 1$ Э), внешнее воздействие не разрушает СМС, а лишь вызывает малые динамические отклонения $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ на ее фоне. Это обосновывает корректность разложения

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}, t) \approx \mathbf{M}(\mathbf{x}) + \mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$$

и необходимость учета членов $\mu_f m_j$, описывающих взаимодействие динамики с устойчивой статической неоднородностью. В пределе сильных полей, $H_0 \gg H_A$, имеем $\mu_f \rightarrow 0$ и система (55) сводится к системе, рассмотренной в работе [1]. В дальнейшем рассматриваем только уравнение для резонансной проекции m^+ , пренебрегая в нем членами с нерезонансными проекциями намагниченности m^- (см., например, [29]), вклад которых в суммарную восприимчивость системы в окрестности ФМР мал. В этом приближении с учетом уравнения (11) получаем

$$m_x \approx \frac{1}{2} m^+, \quad m_y \approx -\frac{i}{2} m^+, \quad m_z = -\frac{\mu^-}{2M_0} m^+, \quad (56)$$

и уравнение для проекций $m^+(\mathbf{x})$ принимает следующий вид (индекс «+» у проекции m в дальнейшем опускаем):

$$\frac{\omega}{g}m = H_z^e \left(1 - \frac{\mu_z}{M_0}\right) m - M_z h^{e+} + \mu^+ h_z^e + \frac{i\omega\xi}{g}m. \quad (57)$$

Здесь

$$\begin{aligned} H_z^e &= \alpha \frac{\partial^2 \mu_z}{\partial x_i^2} + H_r + \beta_0 \mu_z + \frac{\beta}{2} \rho^- \mu^+ + \\ &\quad + \frac{\beta}{2} \rho^+ \mu^- + \beta M_0 \rho_{zz} + H_z^d, \\ h^{e+} &= \alpha \frac{\partial^2 m}{\partial x_i^2} + \frac{\beta}{2} \left[\rho_{xx} + \rho_{yy} - \frac{\mu^-}{M_0} \rho^+ \right] m + \\ &\quad + h^{d+} + h_0, \\ h_z^e &= -\frac{\alpha}{2M_0} \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} (\mu^- m) + \frac{\beta}{2} \left[\rho^- - \rho_{zz} \frac{\mu^-}{M_0} \right] m - \\ &\quad - \beta_0 \frac{\mu^-}{2M_0} m + h_z^d, \end{aligned} \quad (58)$$

где

$$h_0 = h_x + ih_y, \quad h^{d+} = h_x^d + ih_y^d.$$

После подстановки системы (58) в уравнение (57) пренебрегаем всеми членами порядка выше β^2 ($\mu^\pm \propto \beta$, $\mu_z \propto \beta^2$). Затем, умножая полученное уравнение на $\exp(-i\mathbf{k}\mathbf{x})$ и интегрируя по \mathbf{x} , получаем уравнение для трансформанты Фурье $m_{\mathbf{k}}(\omega)$:

$$\begin{aligned} &\left[\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d - \omega(1 - i\xi) \right] m_{\mathbf{k}} = \\ &= gM_z(\mathbf{k})h_0 - (2\pi)^{-\tau} \beta \omega_M \int \Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} m_{\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1, \end{aligned} \quad (59)$$

где ω_0 — частота ФМР в однородной среде, $\omega_{\mathbf{k}}^\alpha$ и $\omega_{\mathbf{k}}^d$ описывают вклады в частотный спектр $\omega(\mathbf{k})$ обменного и магнитодипольного взаимодействий соответственно:

$$\omega_0 = gH_r, \quad \omega_{\mathbf{k}}^\alpha = \alpha \omega_M k^2, \quad \omega_{\mathbf{k}}^d = 2\pi(1 - V_{\mathbf{k}}) \omega_M, \quad (60)$$

где $\omega_M = gM_0$.

Случайную функцию $\Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$, входящую в интегральный член уравнения (59), представим в виде

$$\Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} = R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} + Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}. \quad (61)$$

Здесь $R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ описывает прямое действие неоднородностей локальной анизотропии $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ на динамическую переменную $m(\mathbf{x}, \omega)$, рассмотренное ранее [1], а $Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ — косвенное взаимодействие через СМС $\mathbf{M}(\mathbf{x})$. Мы будем учитывать косвенное взаимодействие до величин второго порядка малости по β ($\mu^\pm \propto \beta$, $\mu_z \propto \beta^2$). Тогда

$$R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} = \rho_{zz}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) - \frac{1}{2} \left\{ \rho_{xx}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) + \rho_{yy}(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1) \right\}, \quad (62)$$

$$\begin{aligned} Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} &= \\ &= \frac{1}{(2\pi)^\tau M_0} \int \left\{ \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^- \mu_{\mathbf{k}_2}^+ + \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^+ \mu_{\mathbf{k}_2}^- \right\} d\mathbf{k}_2 - \\ &\quad - \frac{1}{2(2\pi)^\tau M_0^2 \beta} \int F_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} \mu_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^- \mu_{\mathbf{k}_2}^+ d\mathbf{k}_2, \end{aligned} \quad (63)$$

где

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2} &= \alpha \left[-k^2 + 2(\mathbf{k}\mathbf{k}_1) - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_2)^2 \right] - \frac{H_r}{M_0} + 2\beta_0 + \\ &\quad + 2\pi \left[(1 - V_{\mathbf{k}_1}) + 2(V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_2} - V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}) \right]. \end{aligned}$$

Случайная функция $\Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ играет главную роль в возникновении в ФМР эффектов как прямого, так и косвенного действия неоднородностей локальной анизотропии. Однако эффекты косвенного взаимодействия возникают также от случайной функции $M_z(\mathbf{k})$ из правой части уравнения (59). Запишем этот член уравнения в \mathbf{x} -пространстве, представив функцию $M_z(\mathbf{x})$ в виде суммы ее среднего значения $\langle M_z(\mathbf{x}) \rangle = \mathcal{M}(H_0)$ и центрированной случайной функции $\overset{\circ}{M}_z(\mathbf{x})$:

$$gM_z(\mathbf{x})h_0 = g\mathcal{M}_z(H_0)h_0 + g\overset{\circ}{M}_z(\mathbf{x})h_0. \quad (64)$$

Первый член в правой части уравнения (64) описывает зависимость амплитуды возбуждающего поля от H_0 , определяемую законом приближения намагнитченности к насыщению $\mathcal{M}_z(H_0)$. Второй член приводит к учету более тонких эффектов взаимной корреляции источников возбуждения, расположенных в разных точках x и y . Мы пренебрегаем этим членом, чтобы избежать неоправданного усложнения задачи. Такое приближенное представление функции $M_z(\mathbf{x})$ используется только в том члене уравнения (59), где $M_z(\mathbf{x})$ служит коэффициентом перед амплитудой возбуждающего поля h_0 . Тогда, подставляя (64) в уравнение (59), получаем

$$\begin{aligned} &\left[\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d - \omega(1 - i\xi) \right] m_{\mathbf{k}} = \\ &= g\mathcal{M}_z(H_0)h_0 \delta(\mathbf{k}) - \frac{1}{(2\pi)^\tau} \beta \omega_M \int \Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} m_{\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (65)$$

Методы, которые мы используем для исследования влияния неоднородностей на динамические переменные $\mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega)$, требуют введения двухточечной функции Грина. Для случайно неоднородной среды двухточечная функция Грина до усреднения по неоднородностям должна зависеть от координат \mathbf{x} и \mathbf{x}_0 отдельно, т. е. является функцией двух переменных $\tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$. Трансляционная симметрия, при которой функция принимает вид $G(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$, восстанавливается в среднем только после усреднения функции Грина по неоднородностям. Это справедливо и

для функции Грина в \mathbf{k} -пространстве, связанной с $\tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0)$ преобразованием Фурье:

$$\begin{aligned} \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) &= \frac{1}{(2\pi)^{2\tau}} \iint \tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{k}_0\mathbf{x}_0)} d\mathbf{k} d\mathbf{k}_0, \\ \tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} &= \iint \tilde{G}(\mathbf{x}, \mathbf{x}_0) e^{-i(\mathbf{k}\mathbf{x} + \mathbf{k}_0\mathbf{x}_0)} d\mathbf{x} d\mathbf{x}_0. \end{aligned} \quad (66)$$

Функция $\tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0}$ связана с комплексной амплитудой $m_{\mathbf{k}}$ следующим соотношением:

$$\frac{gM_z(H_0)h_0}{(2\pi)^\tau} \iint \tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{x}_0} d\mathbf{k}_0 d\mathbf{x}_0 = m_{\mathbf{k}}. \quad (67)$$

Подставив уравнение (67) в (65), получаем стохастическое уравнение для $\tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0}$ в виде

$$\begin{aligned} [\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d - \omega(1 - i\xi)] \tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} = \\ = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) - \frac{1}{(2\pi)^\tau} \beta \omega_M \int \Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \tilde{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_0} d\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (68)$$

Усредняем стохастическое уравнение (68) по ансамблю случайных реализаций $\rho_{\mathbf{k}}$. Функция Грина $\tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0}$ преобразуется по формуле

$$\langle \tilde{G}_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_0} \rangle = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) G_{\mathbf{k}} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0) G_{\mathbf{k}_0}. \quad (69)$$

Здесь $G_{\mathbf{k}}$ — усредненная функция Грина, описывающая ФМР в усредненной среде, обладающей трансляционной симметрией. Этой функции соответствует преобразование Фурье вида

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^\tau} \int G_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{r}\mathbf{k}} d\mathbf{k}, \\ G_{\mathbf{k}} &= \int G(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{r}\mathbf{k}} d\mathbf{r}. \end{aligned} \quad (70)$$

Усредненное уравнение (68) после умножения на $(2\pi)^{-\tau}$ и интегрирования по \mathbf{k}_0 имеет вид

$$\begin{aligned} [\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d - \omega(1 - i\xi)] G_{\mathbf{k}} = \\ = 1 - \frac{1}{(2\pi)^{2\tau}} \beta \omega_M \iint \langle \Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \tilde{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_0} \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_0. \end{aligned} \quad (71)$$

При выводе уравнения (71) использовано свойство четности функции Грина по вектору \mathbf{k} : $G_{-\mathbf{k}} \equiv G_{\mathbf{k}}$. Уравнение (69) отличается от стандартной формы стохастических уравнений для функций Грина тем, что среднее значение функции $\Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ не равно нулю. Представим эту функцию в виде

$$\Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} = \langle \Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle + \overset{\circ}{\Phi}_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}, \quad (72)$$

где $\langle \Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle$ — среднее значение, а $\overset{\circ}{\Phi}_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ — центрированная случайная функция, среднее значение которой равно нулю. Используя уравнения (61)–(63),

а также уравнение (44) работы [1], согласно которому $\langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle = 0$, получаем в приближении учета косвенного взаимодействия до величин порядка β^2 следующие уравнения:

$$\langle \Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle = \langle Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle, \quad \overset{\circ}{\Phi}_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} = R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}, \quad (73)$$

где

$$\begin{aligned} \langle Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle = \\ = \frac{1}{(2\pi)^\tau M_0} \int \left\{ \langle \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^- \mu_{\mathbf{k}_2}^+ \rangle + \langle \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^+ \mu_{\mathbf{k}_2}^- \rangle \right\} d\mathbf{k}_2 - \\ - \frac{1}{2(2\pi)^\tau M_0^2 \beta} \int \left\{ \alpha [-k^2 + 2(\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_1) - (\mathbf{k} - \mathbf{k}_2)^2] - \right. \\ \left. - \frac{H_\tau}{M_0} + 2\beta_0 + 2\pi[(1 - V_{\mathbf{k}_1}) + 2(V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_2} - V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1})] \right\} \times \\ \times \langle \mu_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^- \mu_{\mathbf{k}_2}^+ \rangle. \end{aligned} \quad (74)$$

Здесь нам понадобятся корреляторы случайных функций $\langle \mu_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^- \mu_{\mathbf{k}_2}^+ \rangle$ и взаимные корреляторы функций $\langle \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^\mp \mu_{\mathbf{k}_2}^\pm \rangle$. С учетом системы уравнений (38) эти корреляторы имеют вид

$$\langle \rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^\mp \mu_{\mathbf{k}_2}^\pm \rangle = \frac{(2\pi)^\tau D^{+-} \beta M_0}{\Delta_{\mathbf{k}_2}^0} a_{\mathbf{k}_2} S_{\mathbf{k}_2} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1), \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \langle \mu_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^- \mu_{\mathbf{k}_2}^+ \rangle = \frac{(2\pi)^\tau D^{+-} \beta^2 M_0^2 S_{\mathbf{k}_2} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_1)}{\Delta_{\mathbf{k}_2}^0 \Delta_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^0} \times \\ \times \left\{ a_{\mathbf{k}_2} a_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} - b_{\mathbf{k}_2}^+ b_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2}^- \right\}. \end{aligned} \quad (76)$$

Подстановка уравнения (73) в уравнение (71) приводит к тому, что подынтегральная функция в последнем члене этого уравнения разбивается на два слагаемых:

$$\langle \Phi_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \tilde{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_0} \rangle = \langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \tilde{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_0} \rangle + \langle Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle \langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_0} \rangle. \quad (77)$$

Вычисляем интеграл по \mathbf{k}_0 от второго слагаемого в (77) и с использованием уравнения (69) получаем

$$\begin{aligned} \iint \langle Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle \langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_0} \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_0 = \\ = (2\pi)^\tau \int \langle Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle G_{\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1. \end{aligned} \quad (78)$$

Затем вычисляется интеграл по \mathbf{k}_1 :

$$(2\pi)^\tau \int \langle Q_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \rangle G_{\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1 = \frac{(2\pi)^\tau}{\beta \omega_M} \omega_{\mathbf{k}}^\mu G_{\mathbf{k}}, \quad (79)$$

где $\omega_{\mathbf{k}}^\mu$ — частота перенормировки, равная

$$\omega_{\mathbf{k}}^\mu = \beta \omega_M \langle Q_{\mathbf{k}} \rangle, \quad (80)$$

$$\langle Q_{\mathbf{k}} \rangle = \frac{D^{+-}\beta}{(2\pi)^\tau} \int \frac{(2a_{\mathbf{k}_2} - F_{\mathbf{k},\mathbf{k}_2}/2) S_{\mathbf{k}_2}}{\Delta_{\mathbf{k}_2}^0} d\mathbf{k}_2, \quad (81)$$

$$F_{\mathbf{k},\mathbf{k}_2} = \alpha \left[2(\mathbf{k}\mathbf{k}_2) - k_2^2 \right] - \frac{H_r}{M_0} + 2\beta_0 + 2\pi \left[(1 - V_{\mathbf{k}}) + 2(1 - V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_2}) \right]. \quad (82)$$

Переносим уравнение (79) в левую часть уравнения (71), получаем

$$\left[\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d + \omega_{\mathbf{k}}^\mu - \omega(1 - i\xi) \right] G_{\mathbf{k}} = 1 - \frac{1}{(2\pi)^{2\tau}} \beta \omega_M \iint \langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_0 \quad (83)$$

или в окончательном виде

$$G_{\mathbf{k}} = g_{\mathbf{k}} - \frac{\beta \omega_M}{(2\pi)^{2\tau}} g_{\mathbf{k}} \iint \langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} \rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_0, \quad (84)$$

где

$$g_{\mathbf{k}} = \left[\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d + \omega_{\mathbf{k}}^\mu - \omega(1 - i\xi) \right]^{-1} \quad (85)$$

— перенормированная взаимодействием с СМС исходная функция Грина. Таким образом, учет как прямого, так и косвенного действия неоднородностей оси магнитной анизотропии $\mathbf{I}(\mathbf{x})$ на динамические переменные $m(\mathbf{x}, t)$ приводит к следующим результатам:

1) прямое действие описывается интегральным коррелятором функции Грина $\tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0}$ и случайной функции $R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ (см. работу [1]);

2) косвенное взаимодействие через СМС описывается точным аналитическим выражением (68), перенормирующим спектр волн динамических переменных $m(\mathbf{x}, t)$.

Стандартная форма записи уравнения (84) позволяет воспользоваться всеми основными существующими приближениями для вычисления усредненной функции Грина $G_{\mathbf{k}}$. Мы используем приближение наиболее высокого уровня — самосогласованное приближение, предложенное в работе [10] и исследованное в работе [35]. Это SCA-V имеет вид системы двух нелинейных интегральных уравнений для двух переменных, $G_{\mathbf{k}}$ и $\Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$:

$$G_{\mathbf{k}} = \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \int S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} G_{\mathbf{k}_1} \Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}, \quad (86)$$

$$\Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \approx \frac{1}{1 - \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \int S_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} G_{\mathbf{k}_1} G_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2} \Gamma_{\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} d\mathbf{k}_2}, \quad (87)$$

где

$$\gamma = \beta D_R^{1/2} \omega_M, \quad (88)$$

выражение для D_R имеет вид [1]

$$D_R = \frac{1}{4} \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (3 \cos^2 \theta - 1)^2 f(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (89)$$

Подставив функцию распределения (49) в уравнение (89), получаем $D_R = 1/5$.

Первое уравнение (86) является точным, а второе (87) — приближенным уравнением самосогласования для Γ -функции. Приближение SCA-V учитывает, помимо всех диаграмм с непересекающимися линиями корреляций, значительное количество диаграмм с пересекающимися корреляционными линиями. Анализ преимуществ SCA-V проведен в работах [1, 2, 36]. Его обобщение на случай двух взаимодействующих волновых полей различной физической природы проведено в работах [37, 38].

Пренебрегая в знаменателе уравнения (86) членом, пропорциональным γ^2 , получаем приближенное решение этого уравнения:

$$\Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \approx 1 \quad (90)$$

и, подставляя это решение в уравнение (86), получаем стандартное SCA-G в виде одного замкнутого уравнения для функции Грина $G_{\mathbf{k}}$, которое широко используется в разных областях физики [3, 4, 8, 9, 39–47]:

$$G_{\mathbf{k}} \approx \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \int G_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}. \quad (91)$$

Это приближение более низкого уровня, чем SCA-V для Γ -функции, ему соответствует, как известно, бесконечный ряд функции Грина, содержащий только диаграммы с непересекающимися линиями корреляций. Оно было предложено Мигдалом [8] при исследовании электрон-фононного взаимодействия и Крейчнаном [9] при исследовании проблемы турбулентности. Это приближение также часто называется в литературе (см., например, [4, 43]) самосогласованным приближением Борна, в отличие от первого приближения теории возмущений Борна.

Первое приближение теории возмущений следует из уравнения (91) при замене в правой части этого уравнения искомой функции Грина $G_{\mathbf{k}_1}$ на исходную функцию Грина $g_{\mathbf{k}_1}$:

$$G_{\mathbf{k}} \approx \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \int g_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}. \quad (92)$$

Это приближение самого низкого уровня называется приближением Бурре – Борна [3–7].

Входящая в уравнения (86), (87), (91), (92) нормированная спектральная плотность $S_{\mathbf{k}}$ связана с нормированной корреляционной функцией неоднородностей $K(\mathbf{r})$ уравнениями (46). Для 2D-неоднородностей мы выбираем нормированную корреляционную функцию $K(\mathbf{r})$ следующего вида:

$$K(\mathbf{r}) = e^{-k_c |\mathbf{r}|}, \quad (93)$$

где k_c – корреляционное волновое число неоднородностей ($r_c = k_c^{-1}$ – радиус корреляций неоднородностей). Спектральная плотность, соответствующая этой корреляционной функции, имеет вид

$$S(\mathbf{k}) = \frac{2\pi k_c}{(k_c^2 + k^2)^{3/2}}. \quad (94)$$

В работе [1] показано, что SCA-V с учетом Γ -функции (уравнения (86), (87)), хорошо описывает форму и амплитуду линии ФМР во всем диапазоне изменения нормированного корреляционного числа неоднородностей $k_c d$. Области применимости стандартного SCA-G (уравнения (91)) и первого приближения теории возмущений (уравнения (92)) детально проанализированы в [1] для случая прямого действия неоднородностей ориентации оси магнитной анизотропии при превышении $k_c d$ критического значения $k_c^{(c)} d$.

Высокочастотная комплексная восприимчивость $\chi = \chi' - i\chi''$, измеряемая экспериментально и усредненная по объему образца, определяется выражением [1, 36]

$$\chi = \frac{\langle m(\mathbf{x}) \rangle}{h_0} = \frac{1}{h_0(2\pi)^\tau} \int \langle m_{\mathbf{k}} \rangle e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} d\mathbf{k}. \quad (95)$$

Подставляя уравнения (69) в (67), а затем в (95), получаем

$$\chi = \frac{g \mathcal{M}_z(H_0)}{(2\pi)^\tau} \iint G_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)} d\mathbf{x}_0 d\mathbf{k}. \quad (96)$$

После интегрирования по $d\mathbf{x}_0$ и $d\mathbf{k}$ получаем

$$\chi = g \mathcal{M}_z(H_0) G_{\mathbf{k}}|_{\mathbf{k}=0}. \quad (97)$$

Перед подстановкой функции Грина (86) в уравнение (97) требуется численно решить систему самосогласованных уравнений (86) и (87). Решение осуществляется методом последовательных приближений до достижения сходимости. В результате определяется искомая функция Грина (86), которая затем подставляется в уравнение (97). Из полученного выражения выделяется мнимая часть высокочастотной восприимчивости χ'' , результаты расчетов для которой представлены на рис. 2–7. Расчет

восприимчивости будем проводить только методом SCA-V [10].

5. ФМР В ТОНКОЙ МАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ

Задача рассматривается в условиях наложения постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0 = H_0 \mathbf{n}$, направленного перпендикулярно пленке. Колебания намагниченности возбуждаются переменным магнитным полем \mathbf{h} ($|\mathbf{h}| \ll H_0$), которое лежит в плоскости пленки и перпендикулярно направлению к постоянному магнитному полю \mathbf{H}_0 . В области достаточно больших значений поля, $H_0 \gg H_A$, намагниченность во всем образце прецессирует вокруг поля \mathbf{H}_0 , направление которого совпадает с направлением эффективного магнитного поля \mathbf{H}^e . При уменьшении поля H_0 и его приближении к значению H_A (см. выражение (6)) усиливается влияние случайной оси анизотропии $\mathbf{l} = \mathbf{l}(\mathbf{x})$, направление которой в каждом зерне случайно. Это приводит к формированию СМС: образец остается однодоменным, однако вектор намагниченности в пространстве отклоняется на малый угол (см. рис. 1), что проявляется в виде «ряби намагниченности». В этих условиях определяющую роль в формировании динамики намагниченности начинает играть случайная локальная магнитная анизотропия. Пространственно случайная ориентация осей анизотропии в отдельных зернах приводит к возникновению неоднородного распределения эффективного магнитного поля \mathbf{H}^e . В результате прецессия намагниченности осуществляется не вокруг однородного внешнего поля, а относительно неоднородного эффективного поля, что, в свою очередь, существенно влияет на динамические характеристики ФМР. Проявление этих эффектов в спектрах ФМР показано на рис. 2–4.

В настоящей работе вводятся условия на параметры анизотропии $|\beta_0| < 4\pi$ и $\beta \ll 4\pi$, при которых величина поля H_A в выражении (6) остается положительной. Аналогичные ограничения на параметры анизотропии были рассмотрены нами ранее в работе [30]. Следует отметить, что в общем случае величина однородной магнитной анизотропии β_0 может быть сопоставима с 4π , как это было показано, например, в работе [48] для тонкой магнитной пленки. Однако в рамках настоящего исследования данный режим не рассматривается.

Рисунки 2–4 различаются типом и однородной величиной магнитной анизотропии β_0 . На рис. 2 приведены результаты для случая легкой оси однородной анизотропии $\beta_0 = 0.5$, на рис. 3 — для

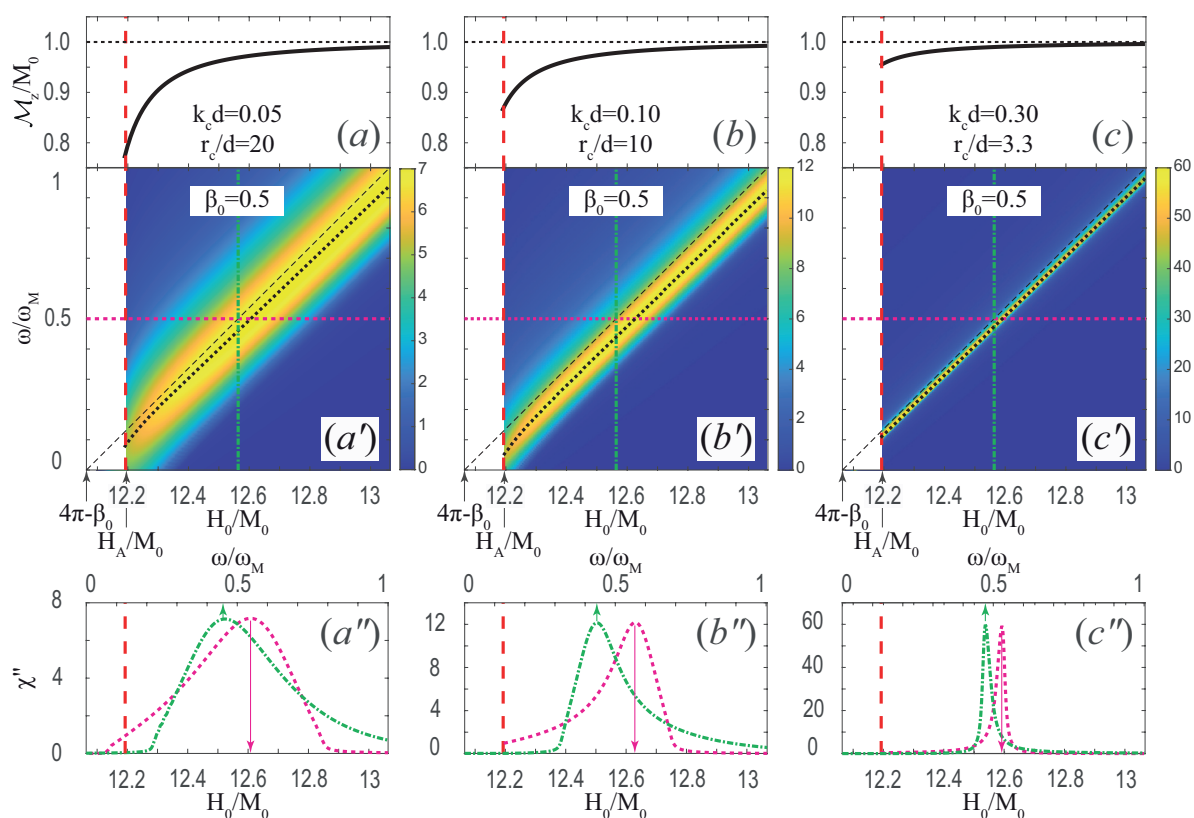


Рис. 2. Верхний ряд — зависимости намагниченности M_z от величины постоянного магнитного поля H_0 . Средний ряд — мнимая часть восприимчивости χ'' как функция нормированной частоты ω/ω_M и нормированного постоянного магнитного поля H_0/M_0 , вид сверху. Тонкой штриховой прямой показана зависимость $\omega = \omega_0(H_0)$, черной пунктирной кривой — положение максимумов $\chi''(\omega, H_0)$. Нижний ряд — мнимые части восприимчивости $\chi''(\omega)$ при фиксированном поле $H_{0,r}/M_0 = 12.56$ (зеленая штрихпунктирная кривая) и $\chi''(H_0)$ при фиксированной частоте $\omega_r/\omega_M = 0.5$ (розовая пунктирная кривая). Расчеты проведены для случая легкой оси анизотропии с однородной магнитной анизотропией $\beta_0 = 0.5$ и при различных значениях нормированного корреляционного числа: $k_c d = 0.05$ (a–a''), 0.1 (b–b'') и 0.3 (c–c''). Константа одноосной локальной магнитной анизотропии $\beta = 0.5$, толщина пленки фиксирована и равна $d = 2 \cdot 10^{-6}$ см, $\alpha = 2 \cdot 10^{-12}$ см², величина исходного затухания $\xi = 0.01$. Красной штриховой линией обозначено значение поля H_A .

$\beta_0 = 0$, а на рис. 4 — для трудной оси (легкой плоскости) анизотропии $\beta_0 = -0.5$. Все остальные параметры расчета на этих рисунках совпадают. На рисунках 2 a–c, 3 a–c и 4 a–c приведены зависимости намагниченности M_z от величины магнитного поля H_0 . При увеличении k_c ($k_c = r_c^{-1}$) приближение к насыщению, $M_z(H_0) \rightarrow M_0$, происходит при меньших значениях H_0 . В белой области, расположенной ниже красной линии ($H_0 < H_A$), как правило, формируются стохастические домены, поэтому зависимости $M_z(H_0)$ описываются другими выражениями [20–23].

Зависимости положения максимумов мнимой части высокочастотной восприимчивости χ'' в плоскости параметров (ω, H_0) при различных корреляци-

онных волновых числах k_c и значениях однородной анизотропии β_0 приведены на рис. 2 a'–c' ($\beta_0 = 0.5$), 3 a'–c' ($\beta_0 = 0$) и 4 a'–c' ($\beta_0 = -0.5$). В области сильных полей, $H_0 \gg H_A$, соответствующей пределу $M_z(H_0) \rightarrow M_0$ и $\omega^\mu \rightarrow 0$, при увеличении k_c наблюдаются рост амплитуды резонансного пика ФМР и сужение резонансной линии, данный эффект подробно исследован в [1]. В предельных случаях, $k_c \rightarrow \infty$ и $k_c \rightarrow 0$, в области сильных полей, $H_0 \gg H_A$, штриховая прямая, соответствующая однородному ФМР, совпадает с пунктирной кривой; при этих значениях k_c резонансные пики приобретают симметричную форму [1], а в случае $k_c = 0$ самая широкая линия определяется среднеквадратичной амплитудой флуктуаций полей ло-

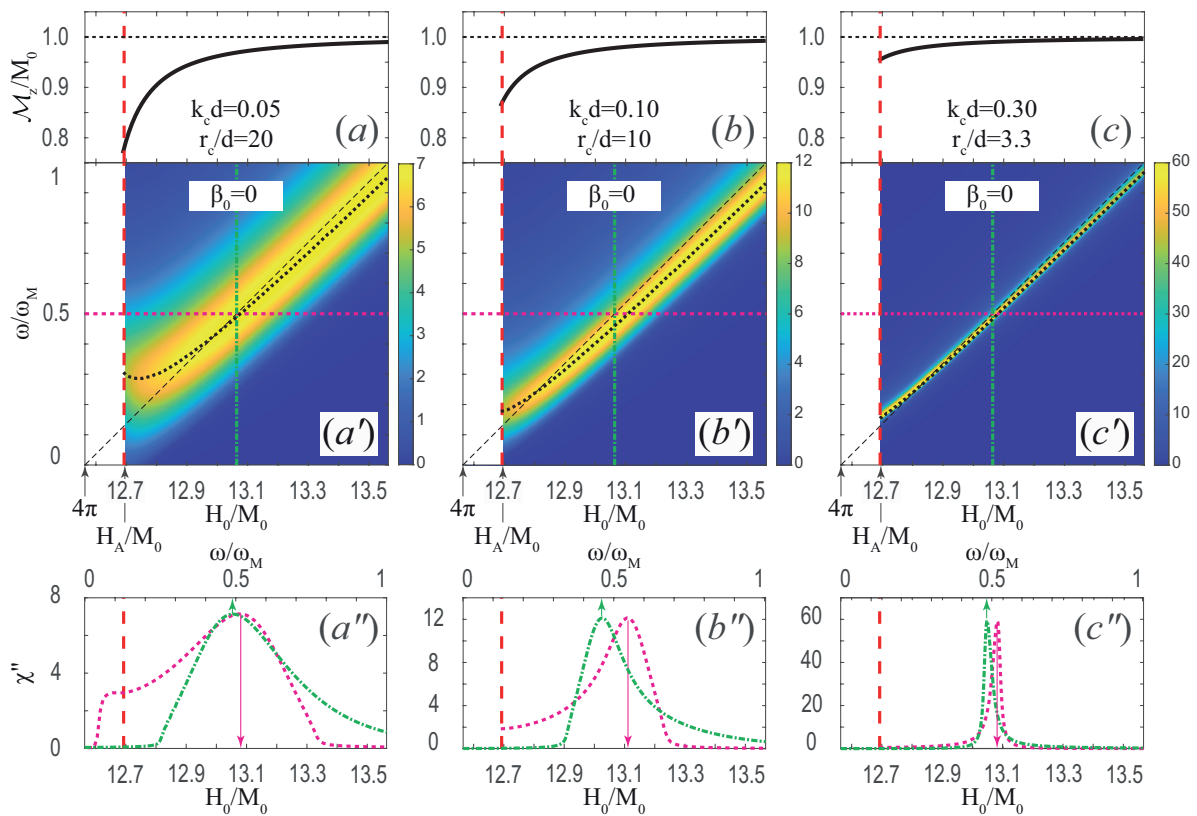


Рис. 3. Верхний ряд — зависимости намагниченности M_z от величины постоянного магнитного поля H_0 . Средний ряд — мнимая часть восприимчивости χ'' как функция нормированной частоты ω/ω_M и нормированного постоянного магнитного поля H_0/M_0 , вид сверху. Тонкой штриховой прямой показана зависимость $\omega = \omega_0(H_0)$, черной пунктирной кривой — положение максимумов $\chi''(\omega, H_0)$. Нижний ряд — мнимые части восприимчивости $\chi''(\omega)$ при фиксированном поле $H_{0,r}/M_0 = 13.07$ (зеленая штрихпунктирная кривая) и $\chi''(H_0)$ при фиксированной частоте $\omega_r/\omega_M = 0.5$ (розовая пунктирная кривая). Расчеты проведены для однородной магнитной анизотропии $\beta_0 = 0$ и при различных значениях нормированного корреляционного числа: $k_c d = 0.05$ (a–a’), 0.1 (b–b’) и 0.3 (c–c’). Обозначения кривых и параметры выбраны аналогично рис. 2

кальной анизотропии: $\Delta\omega \approx 2\gamma$. При непереломных значениях k_c пунктирная кривая отклоняется от штриховой прямой, соответствующей однородному ФМР, вследствие асимметрии резонансных пиков, что приводит к смещению положений максимумов восприимчивости χ'' . Положения максимумов $\chi''(\omega, H_0)$ (пунктирные кривые), представленные на рис. 2 a’–c’, 3 a’–c’ и 4 a’–c’, отклоняются от линейной зависимости при приближении магнитного поля H_0 к H_A . При уменьшении k_c (т. е. при увеличении r_c) указанные отклонения от линейного поведения усиливаются. Как видно на рис. 2 a’–c’, в рассматриваемом случае легкая ось анизотропии ориентирована вдоль внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 , перпендикулярного плоскости пленки. При наложении переменного магнитного поля \mathbf{h} ($\mathbf{h} \perp \mathbf{H}_0$) возникают ко-

лебания намагниченности. Под действием поля анизотропии $\beta_0 M_0$, которое является однородным по всей толщине пленки, формируются условия предпочтительного направления прецессии намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ вокруг поля \mathbf{H}_0 . В результате большинство черных пунктирных кривых демонстрируют близкую к линейной зависимость с незначительным отклонением в область низких частот. Однако при уменьшении поля, $H_0 < H_A$, характер поведения кривых может существенно изменяться: в этом случае они отклоняются в область высоких частот [27, 29], поскольку $M_z(H_0) \rightarrow 0$, что, как правило, сопровождается формированием доменной структуры. Для $\beta_0 = 0.5$ в полях H_0 , близких к H_A , при изменении k_c пунктирные кривые либо лежат на прямой, либо отклоняются в область низких частот; в

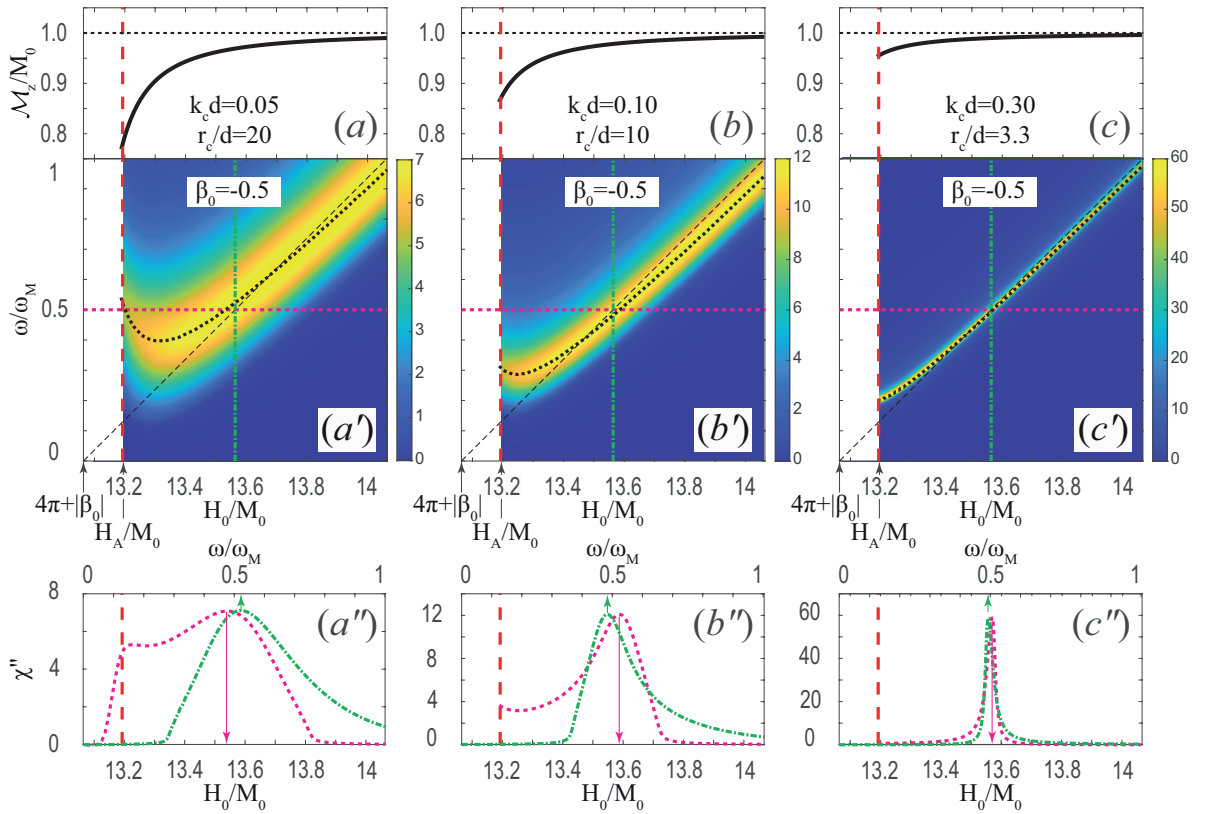


Рис. 4. Верхний ряд — зависимости намагниченности M_z от величины постоянного магнитного поля H_0 . Средний ряд — мнимая часть восприимчивости χ'' как функция нормированной частоты ω/ω_M и нормированного постоянного магнитного поля H_0/M_0 , вид сверху. Тонкой штриховой прямой показана зависимость $\omega = \omega_0(H_0)$, черной пунктирной кривой — положение максимумов $\chi''(\omega, H_0)$. Нижний ряд — мнимые части восприимчивости $\chi''(\omega)$ при фиксированном поле $H_{0,r}/M_0 = 13.57$ (зеленая штрихпунктирная кривая) и $\chi''(H_0)$ при фиксированной частоте $\omega_r/\omega_M = 0.5$ (розовая пунктирная кривая). Расчеты проведены для случая легкой плоскости анизотропии и при значениях однородной магнитной анизотропии $\beta_0 = -0.5$ и при различных значениях нормированного корреляционного числа: $k_c d = 0.05$ (a–a''), 0.1 (b–b'') и 0.3 (c–c''). Обозначения кривых и параметры выбраны аналогично рис. 2

то же время для $\beta_0 = 0$ и $\beta_0 = -0.5$ кривые отклоняются в область высоких частот. Это обусловлено тем, что при $\beta_0 = 0$ и $\beta_0 = -0.5$ формируются условия предпочтительного направления прецессии намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ в плоскости пленки, перпендикулярной внешнему магнитному полю H_0 . Такие условия возникают вследствие совместного влияния магнитодипольных полей $H_{x,y}^d$ (см. выражение (22)) и поля анизотропии $-\beta_0 M_0$. Указанный механизм приводит к увеличению частоты ФМР. Описанные отклонения от линейной зависимости обусловлены появлением перенормированной частоты ω^μ , которая при различных значениях β_0 смещается либо в область низких частот при $\beta_0 > 0$ (см. рис. 2 a'–c'), либо в область высоких частот при $\beta_0 \leq 0$ (см. рис. 3 a'–c' и 4 a'–c'). Смена знака пере-

нормированной частоты ω^μ определяется числителем $(2a_{\mathbf{k}_2} - F_{\mathbf{k},\mathbf{k}_2}/2)$ в уравнении (81). Рассмотрим уравнение (80), подставив в него выражения (81), (39), (82) и (33). При этом для ФМР полагаем $k = 0$ и рассматриваем модель независимых кристаллитов ($k_c = 0$): $S_{\mathbf{k}_2} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k}_2)$. В результате получаем выражение

$$\omega^\mu = \frac{D^{+-} \omega_M \beta^2 M_0^2}{H_r^2} \left(\frac{5}{2} \frac{H_r}{M_0} - \beta_0 \right). \quad (98)$$

Далее, подставляя выражения (15), (50) и магнитное поле $H_0 = H_A$ (6) в уравнение (98), получаем

$$\omega^\mu = 2\omega_M \left(\frac{5}{2\sqrt{15}} \beta - \beta_0 \right). \quad (99)$$

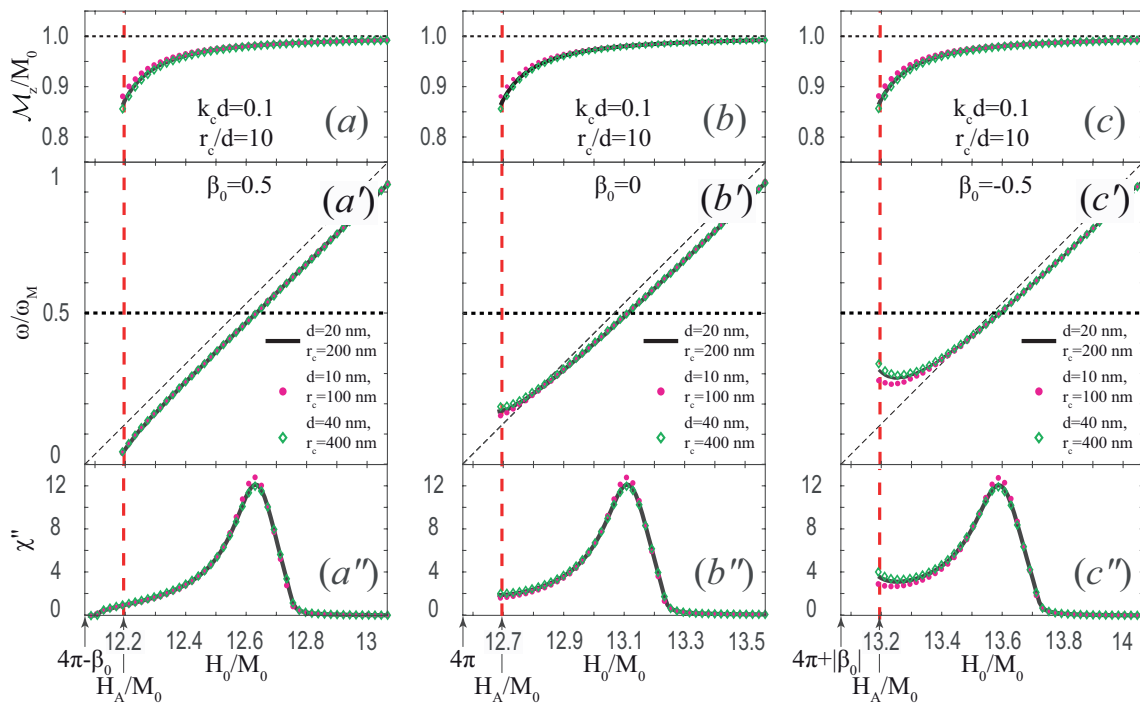


Рис. 5. Верхний ряд — зависимости намагниченности M_z от величины постоянного магнитного поля H_0 . Средний ряд — зависимости положения максимумов мнимой части восприимчивости χ'' от нормированной частоты ω/ω_M и нормированного постоянного магнитного поля H_0/M_0 . Тонкой штриховой прямой показана зависимость $\omega = \omega_0(H_0)$. Нижний ряд — мнимые части $\chi''(H_0)$ при фиксированной частоте $\omega_r/\omega_M = 0.5$. Кривые построены для одной группы коэффициента подобия $K = r_c^{(i)}/d_i = 10$ (или $k_c^{(i)}d_i = 0.1$) и при различных величинах однородной одноосной магнитной анизотропии: $\beta_0 = 0.5$ ($a-a'$), $\beta_0 = 0$ ($b-b'$) и $\beta_0 = -0.5$ ($c-c'$). Константа одноосной локальной магнитной анизотропии $\beta = 0.5$, $\alpha = 2 \cdot 10^{-12}$ см², величина исходного затухания $\xi = 0.01$. Красной штриховой линией обозначено значение поля H_A

Выражение получено в предельном случае $k_c = 0$, при котором магнитодипольные слагаемые полностью исчезают. Из уравнения (99) следует, что при $\beta_0 > (5/2\sqrt{15})\beta$ перенормированная частота ω'' принимает отрицательные значения, тогда как при $\beta_0 < (5/2\sqrt{15})\beta$ она остается положительной. Таким образом, частота ω'' , входящая в исходную функцию Грина (85), приводит к смещению частоты ФМР в область низких либо высоких частот. Амплитуда $\chi''(\omega, H_0)$ уменьшается при стремлении поля H_0 к H_A , поскольку соответствующий множитель $M_z(H_0)$ в уравнении (97) убывает.

На рис. 2 $a''-c''$, 3 $a''-c''$ и 4 $a''-c''$ представлены мнимые части восприимчивости $\chi''(\omega)$ при фиксированном магнитном поле H_0 (зеленые штрихпунктирные кривые) и $\chi''(H_0)$ при фиксированной частоте ω (розовые пунктирные кривые). Для мнимой части восприимчивости $\chi''(\omega)$ получается выраженная асимметрия резонансной линии: левая сторона пика характеризуется резким возрастанием, тогда как правая — более плавным спадом. В то же

время для $\chi''(H_0)$ асимметрия имеет противоположный характер. Более выраженная асимметрия резонансных пиков для $\chi''(\omega)$ и $\chi''(H_0)$ получается при $k_c d \approx 0.2$. При $k_c d = 0$ ($k_c d \ll 0.2$) и при больших значениях k_c ($k_c d \gg 0.2$) резонансные пики становятся симметричными, что ранее было отмечено в работе [1]. С увеличением k_c ширина резонансных пиков уменьшается, тогда как их амплитуда возрастает как для $\chi''(\omega)$, так и для $\chi''(H_0)$. Следует отметить, что на рис. 3 a'' и 4 a'' зависимости $\chi''(\omega)$ и $\chi''(H_0)$ различаются не только формой резонансного пика, но и тем, что для $\chi''(H_0)$ в магнитных полях $H_0 = H_A$ появляется второй пик, обусловленный влиянием СМС, который искажает форму основного резонансного пика. Амплитуда второго пика падает из-за множителя $M_z(H_0)$ в уравнении (97).

На рис. 5 проиллюстрирован принцип подобия для намагниченности M_z и восприимчивости χ'' тонких пленок, впервые сформулированный в работе [1], для одной группы с коэффициентом подобия $K = r_c^{(i)}/d_i = 10$. На данном рисунке представле-

ны кривые, соответствующие различным значениям корреляционного радиуса $r_c^{(i)}$ и толщины пленок d_i , которые совпадают для M_z и χ'' , по крайней мере, вплоть до значений постоянного магнитного поля $H_0 = H_A$. Равенство

$$\begin{aligned} \chi''(\omega, H_0; d_1, r_c^{(1)}) &= \chi''(\omega, H_0; d_2, r_c^{(2)}) = \dots \\ \dots &= \chi''(\omega, H_0; d_n, r_c^{(n)}) \end{aligned} \quad (100)$$

означает совпадение всех основных характеристик ФМР, включая ширину и амплитуду линий ФМР, смещение резонансной частоты, а также характер асимметрии резонансных пиков. Аналогично, равенство

$$\begin{aligned} M_z(H_0; d_1, r_c^{(1)}) &= M_z(H_0; d_2, r_c^{(2)}) = \dots \\ \dots &= M_z(H_0; d_n, r_c^{(n)}) \end{aligned} \quad (101)$$

указывает на одинаковый характер процесса насыщения намагниченности для элементов одной группы подобия. Следует отметить, что равенства (100) и (101) сохраняют справедливость и для других значений $K = r_c^{(i)}/d_i$, не обязательно равных $K = 10$. Принцип подобия выполняется при соблюдении неравенства

$$2\pi \left[1 - V(k_c^{(i)} d_i) \right] \gg \frac{\alpha}{d_i^2} \left(k_c^{(i)} d_i \right)^2. \quad (102)$$

Данное неравенство было получено в работе [1] и остается справедливым для M_z и χ'' при приближении магнитного поля H_0 к H_A .

6. ФИЗИЧЕСКАЯ ПРИРОДА АСИММЕТРИИ И АППРОКСИМАЦИЯ ПИКА ФМР

Обсудим физическую природу появления асимметрии пика ФМР при большом постоянном магнитном поле $H_0 > H_A$. Рассмотрим тонкую магнитную пленку, бесконечную в плоскости xy , намагниченную перпендикулярно плоскости. Если к такой однородной магнитной пленке (без пространственных неоднородностей) приложить переменное внешнее магнитное поле \mathbf{h} ($|\mathbf{h}| \ll H_0$ и $\mathbf{h} \perp \mathbf{H}_0$), то намагниченность $\mathbf{M}(t)$ будет прецессировать вокруг поля \mathbf{H}_0 однородно и синфазно во всей пленке на частоте однородного ФМР ω_0 , а мнимая часть высокочастотной восприимчивости $\chi''(\omega)$ описывается лоренцевым пиком на частоте ω_0 с шириной линии на полувысоте $2\omega\xi$. Параметр затухания ξ (его

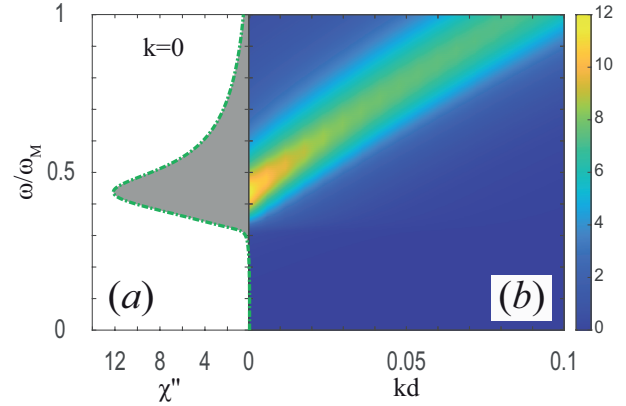


Рис. 6. Зависимость мнимой части восприимчивости в области ФМР: *a* — сечение $\chi''(\omega)$ при $k = 0$, соответствующее линии ФМР; *b* — поверхность χ'' в координатах нормированной частоты ω/ω_M и нормированного волнового числа kd для спиновой волны, распространяющейся в плоскости пленки. Расчеты выполнены для случая легкой оси анизотропии при $\beta_0 = 0.5$ и фиксированном поле $H_{0,r}/M_0 = 12.56$. Обозначения кривых и параметры выбраны аналогично рис. 2

также называют параметром затухания Гильберта) феноменологически учитывает вязкую релаксацию магнитных возмущений; обычно ξ находится в диапазоне 10^{-4} – 10^{-2} .

В неоднородной тонкой магнитной пленке, когда ось анизотропии флуктуирует, $\mathbf{l} = \mathbf{l}(\mathbf{x})$, ситуация меняется: прецессия намагниченности $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ становится неоднородной в пространстве, возникает рассеяние на неоднородностях с возбуждением спиновых волн, которые распространяются вдоль плоскости пленки. Поэтому в уравнении (97) для ФМР имеем $k = 0$, однако при интегрировании учитываются возбужденные неоднородностями спиновые волны с волновыми числами k_1, \dots, k_n . Суммарно они создают асимметрию мнимой части высокочастотной восприимчивости $\chi''(\omega)$, как показано на рис. 6 *a*; изображенная область для $k \neq 0$ не наблюдается в эксперименте на рис. 6 *b*. Положение пика ФМР находится приблизительно на частоте однородного ФМР ω_0 при $k = 0$. При $\omega < \omega_0$ спиновые волны сначала не возбуждаются, а затем левая сторона резонансного пика $\chi''(\omega)$ характеризуется резким возрастанием при приближении частоты ω к ω_0 ; происходит интенсивное возбуждение спиновых волн, как видно на рис. 6. При $\omega > \omega_0$ спиновые волны возбуждаются, вследствие чего правая ветвь резонансного пика $\chi''(\omega)$ характеризуется более плавным спадом, формирующим хвост, обусловленный вкладом спектра спиновых волн. Отметим,

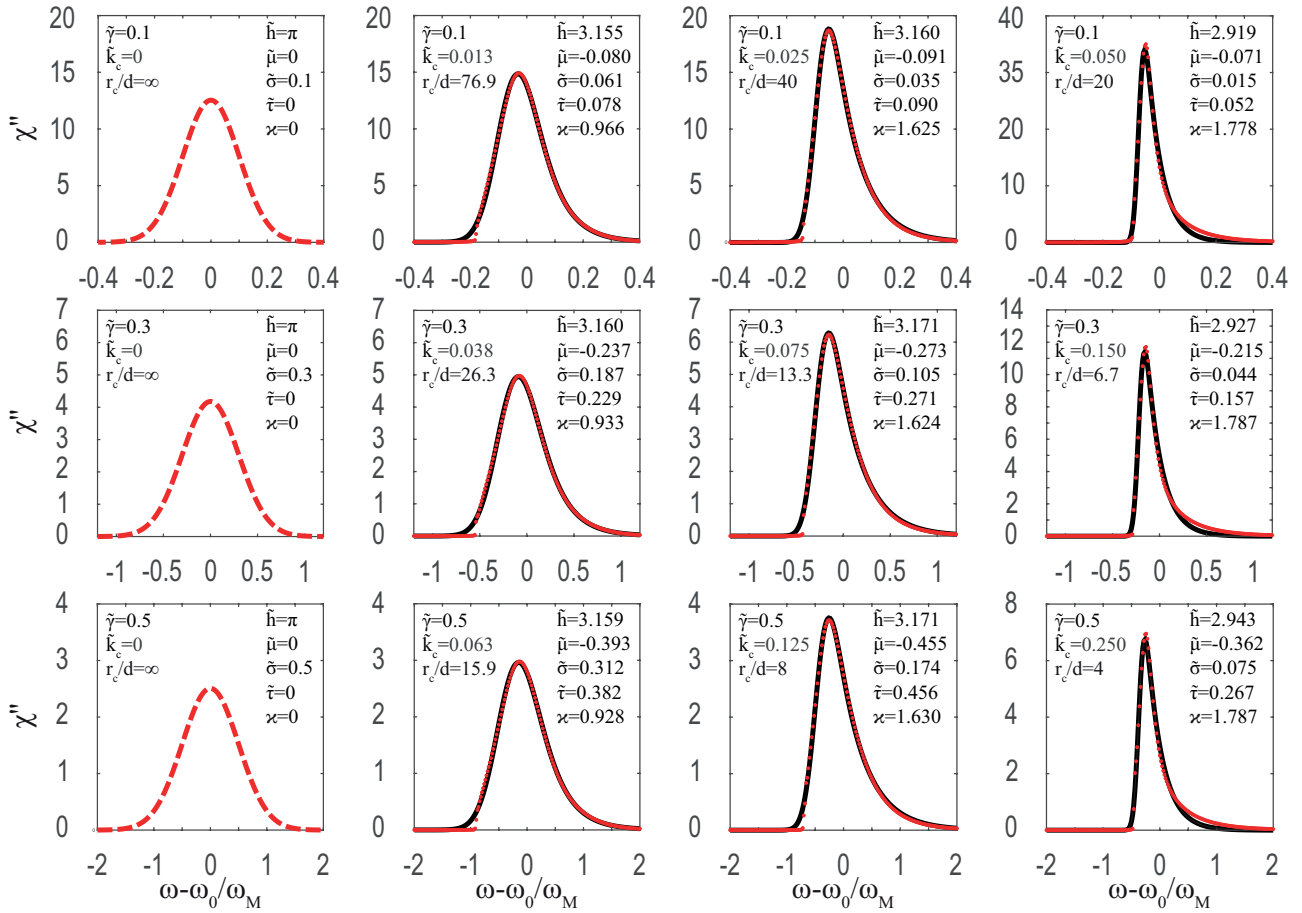


Рис. 7. Форма линии мнимой части восприимчивости χ'' как функция отстройки от резонансной частоты $(\omega - \omega_0)/\omega_M$ при различных значениях параметров неоднородностей $\tilde{\gamma}$ и \tilde{k}_c . Красные точки соответствуют численным решениям интегральных уравнений, а сплошные черные линии — аппроксимации EMG-функцией (103). На графиках приведены подобранные параметры \tilde{h} , $\tilde{\mu}$, $\tilde{\sigma}$ и $\tilde{\tau}$. Толщина пленки $d = 2 \cdot 10^{-6}$ см, величина обмена $\alpha = 2 \cdot 10^{-12}$ см², частота однородного ФМР $\omega_0/\omega_M = 5$, величина исходного затухания $\xi = 0.001$

что в тонких пленках при этом преобладает магнитодипольный вклад, а дисперсионные кривые описываются линейной, а не квадратичной зависимостью от k , что приводит к более сильному сжатию резонансного пика и появлению выраженной асимметрии [1]. Впервые асимметрия пика в рамках приближения SCA-G была получена в работе [49].

Численное решение интегральных уравнений (86) и (87), описывающих высокочастотную восприимчивость $\chi(\omega)$ (97), в области больших полей ($H_0 > H_A$) демонстрирует устойчивую асимметрию резонансных пиков мнимой части χ'' . Для аналитического описания формы пиков использована экспоненциально-модифицированная гауссова функция (EMG) в записи, симметричной по параметру асимметрии $\tilde{\tau}$ [50, 51]:

$$\chi''_{EMG} = \frac{\tilde{h}}{2|\tilde{\tau}|} \exp\left(\frac{\tilde{\mu} - \tilde{\nu}}{\tilde{\tau}} + \frac{\tilde{\sigma}^2}{2\tilde{\tau}^2}\right) \times \text{erfc}\left(\text{sgn}(\tilde{\tau})\frac{\tilde{\mu} - \tilde{x}}{\sqrt{2}\tilde{\sigma}} + \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{2}|\tilde{\tau}|}\right), \quad (103)$$

где $\tilde{\nu} = (\omega - \omega_0)/\omega_M$ — безразмерная отстройка от резонансной частоты, \tilde{h} — безразмерный амплитудный множитель и $\text{erfc}(z) = 1 - \text{erf}(z)$ — дополнительная функция ошибок. Параметры $\tilde{\mu}$, $\tilde{\sigma}$ и $\tilde{\tau}$ определяют положение центра пика, гауссовскую ширину и параметр экспоненциального уширения соответственно. Здесь и далее тильда обозначает безразмерные величины; в частности, амплитуда $\tilde{\gamma} = \gamma/\omega_M$ (где γ определяется формулой (88)) и корреляционное волновое число неоднородностей $\tilde{k}_c = k_c d$. В пределе $\tilde{\tau} \rightarrow 0$ функция (103) переходит в симметричное гауссово распределение с параметрами $\tilde{\mu} = 0$,

$\tilde{\sigma} = \tilde{\gamma}$ и $\tilde{h} = \pi$ (рис. 7, первый столбец). Полученный результат совпадает с точным решением [10] и хорошо согласуется с приближением SCA-V. При построении χ''_{EMG} как функции частоты ω при фиксированном $\omega_0(H_0)$ хвост спектра направлен вправо и параметр асимметрии положителен ($\tilde{\tau} > 0$). Если же χ''_{EMG} рассматривается как функция поля H_0 при фиксированной частоте ω , хвост направлен влево и $\tilde{\tau}$ отрицателен ($\tilde{\tau} < 0$).

Проводилась аппроксимация при различных значениях параметров неоднородностей $\tilde{\gamma}$ и \tilde{k}_c . Были получены параметры $\tilde{\mu}$, $\tilde{\sigma}$, $\tilde{\tau}$ и амплитудный множитель \tilde{h} , который составил величину порядка π . На рис. 7 показано сравнение точных численных решений (красные точки) с аппроксимирующей функцией (103) (сплошные черные кривые) для характерных значений $\tilde{\gamma}$ и \tilde{k}_c . Параметры $|\tilde{\mu}|$ и $|\tilde{\tau}|$ достигают максимума при $\tilde{k}_c \approx \tilde{\gamma}/4$. Во всем исследованном диапазоне наблюдается хорошее согласование аппроксимации с численными решениями, что подтверждает адекватность EMG-функции для описания формы пиков χ'' в рассматриваемой системе.

Используя массив подобранных параметров $\{\tilde{\mu}_i, \tilde{\sigma}_i, \tilde{\tau}_i\}$, мы получили аппроксимированные зависимости от параметров неоднородностей $\tilde{\gamma}$ и \tilde{k}_c :

$$\begin{aligned} \tilde{\mu} &\approx -2.4 \tilde{\gamma} \frac{(\tilde{k}_c/\tilde{\gamma})^2}{\left[0.15 + 1.6 (\tilde{k}_c/\tilde{\gamma})\right]^3}, \\ \tilde{\sigma} &\approx \tilde{\gamma} \exp\left(-4 \tilde{k}_c/\tilde{\gamma}\right), \\ \tilde{\tau} &\approx 0.96 \tilde{\gamma} \frac{\tilde{k}_c/\tilde{\gamma}}{\left[0.25 + 2.7 (\tilde{k}_c/\tilde{\gamma})^2\right]^{3/2}}. \end{aligned} \quad (104)$$

Для количественной характеристики асимметрии пика удобен безразмерный коэффициент асимметрии \varkappa :

$$\varkappa = \frac{2\tilde{\tau}^3}{(\tilde{\sigma}^2 + \tilde{\tau}^2)^{3/2}}. \quad (105)$$

Его значения изменяются от 0 (симметричный пик) до 2 (чисто экспоненциальный хвост).

Приближенные формулы (104) позволяют адекватно при $\omega\xi \ll \gamma$ оценивать параметры $\tilde{\mu}$, $\tilde{\sigma}$ и $\tilde{\tau}$ для заданных значений $\tilde{\gamma}$ и \tilde{k}_c и вычислять форму пика ФМР (103) без решения интегральных уравнений (86), (87). Кроме того, они обеспечивают возможность решения обратной задачи, представляющей особый интерес для экспериментальных исследований: по экспериментально измеренным параметрам спектрального пика $\tilde{\mu}$, $\tilde{\sigma}$ и $\tilde{\tau}$ восстанавливать параметры неоднородностей $\tilde{\gamma}$ и \tilde{k}_c .

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено влияние 2D-неоднородностей ориентации оси одноосной локальной магнитной анизотропии на ФМР в тонкой магнитной пленке. Получено выражение для зависимости намагниченности M_z от постоянного магнитного поля H_0 в присутствии СМС в перпендикулярно намагниченной пленке с учетом магнитодипольного взаимодействия. Проанализировано как прямое, так и косвенное (через СМС) воздействие неоднородностей оси локальной анизотропии $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ на восприимчивость ФМР $\chi(\omega)$. Учет СМС приводит к появлению перенормировочной частоты ω^μ в исходной функции Грина, а также дополнительного множителя $M_z(H_0)$ при функции Грина в выражении (97) для восприимчивости χ .

Установлено, что процесс насыщения намагниченности при уменьшении $k_c d$ происходит более медленно и требует приложения все более высоких постоянных магнитных полей H_0 . В области больших магнитных полей, $H_0 \gg H_A$, влияние СМС на восприимчивость ФМР $\chi(\omega)$ является минимальным (прямое воздействие). В этом пределе полученные в настоящей работе результаты согласуются с результатами работы [1].

При уменьшении магнитного поля H_0 до значений H_A влияние СМС на восприимчивость ФМР χ существенно возрастает, что соответствует косвенному механизму воздействия. Данный эффект проявляется даже при слабом изменении величины однородной магнитной анизотропии β_0 , что приводит к заметному изменению зависимости частоты ФМР от постоянного магнитного поля H_0 .

Показано, что при $\beta_0 = 0.5$ и уменьшении поля H_0 до H_A частота ФМР убывает линейно либо смещается в область более низких частот по мере уменьшения величины $k_c d$. В то же время при $\beta_0 = 0$ и $\beta_0 = -0.5$ частота ФМР отклоняется в область более высоких частот, причем величина смещения в высокочастотную область возрастает с уменьшением $k_c d$. Полученные результаты для магнитной тонкой пленки могут быть полезными для определения знака величины анизотропии $\beta_0 > 0$ и $\beta_0 < 0$ при $4\pi > |\beta_0|$.

Показано, что при малых значениях $k_c d$ и величины однородной магнитной анизотропии $\beta_0 < 0$, соответствующей анизотропии типа легкая плоскость, восприимчивость $\chi''(H_0)$ характеризуется наличием двух резонансных пиков. Первый резонанс наблюдается в области магнитных полей $H_0 = H_A$ и обусловлен влиянием СМС, тогда как второй ре-

зонанс проявляется в области больших магнитных полей $H_0 > H_A$. Близкое расположение указанных резонансов приводит к существенному искажению формы резонансной линии ФМР $\chi''(H_0)$.

Сформулированный принцип подобия в работе [1] сохраняет применимость для высокочастотной восприимчивости $\chi(\omega, H_0)$ и намагниченности $M_z(H_0)$ неоднородных тонких магнитных пленок, свойства которых определяются магнитодипольными волнами, в области магнитных полей $H_0 \geq H_A$. Установлено, что высокочастотные восприимчивости $\chi(\omega, H_0)$ для пленок различной толщины d_i , а также зависимости намагниченности $M_z(H_0)$ совпадают при условии равенства коэффициента подобия $K = r_c^{(i)}/d_i$, что эквивалентно линейной зависимости радиуса корреляции неоднородностей $r_c^{(i)}$ от толщины пленки d_i .

Для $k_c d \neq 0$ мнимая часть восприимчивости ФМР $\chi''(\omega)$ демонстрирует асимметрию резонансной линии: левая сторона резонансного пика характеризуется резким возрастанием, тогда как правая — более плавным спадом. В то же время для $\chi''(H_0)$ асимметрия резонансной линии имеет противоположный характер. Показано, что с увеличением $k_c d$ ширина резонансного пика уменьшается, тогда как его амплитуда возрастает как для $\chi''(\omega)$, так и для $\chi''(H_0)$.

Установлено, что форма асимметричного пика адекватно описывается при $\omega\xi \ll \gamma$ экспоненциально-модифицированной гауссовой (EMG) функцией. Получены аппроксимационные формулы для параметров EMG-функции в зависимости от характеристик неоднородностей γ и k_c . Это открывает возможность решения обратной задачи — восстановления параметров неоднородностей по экспериментальной форме пика ФМР без решения интегральных уравнений.

Памяти учителя. Эта работа посвящается памяти Вальтера Алексеевича Игнатченко. Она выполнялась под его руководством и, несмотря на его утрату, была завершена. Вальтер Алексеевич был предан науке и продолжал вести нас до последних дней своей жизни.

Финансирование. Работа выполнена в рамках научной тематики госзадания Института физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. A. Ignatchenko, D. S. Tsikalov, and D. S. Polukhin, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **167**, 233 (2025) [В. А. Игнатченко, Д. С. Цикалов, Д. С. Полухин, ЖЭТФ **167**, 233 (2025)].
2. V. A. Ignatchenko, D. S. Polukhin, and D. S. Tsikalov, J. Magn. Magn. Mater. **440**, 83 (2017).
3. H. Bruus and K. Flensberg, *Introduction to Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics*, Ørsted Laboratory, Niels Bohr Institute, Copenhagen (2002).
4. M. V. Sadovskii, *Diagrammatics: Lectures on Selected Problems in Condensed Matter Theory*, World Scientific, Singapore (2006) [М. В. Садовский, *Диagramматика. Лекции по избранным задачам теории конденсированного состояния. Издание второе*, Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург (2005)].
5. R. C. Bourret, Nuovo Cimento **26**, 1 (1962).
6. Yu. A. Ryzhov and V. V. Tamoikin, Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz. **13**, 356 (1970). [Ю. А. Рыжов, В. В. Тамойкин, Изв. вузов. Радиофизика **13**, 356 (1970)].
7. L. A. Apresyan, Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz. **17**, 165 (1974) [Л. А. Апресян, Изв. вузов. Радиофизика **17**, 165 (1974)].
8. A. B. Migdal, Sov. Phys. JETP **34**, 996 (1958) [А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **34**, 1438 (1958)].
9. R. H. Kraichnan, J. Fluid Mech. **5**, 497 (1959).
10. V. A. Ignatchenko and D. S. Polukhin, J. Phys. A **49**, 095004 (2016).
11. H. Hoffman, J. Appl. Phys. **35**, 1790 (1964).
12. H. Hoffman, Phys. Status Solidi **5**, 187 (1964).
13. H. Hoffman, Phys. Status Solidi **6**, 733 (1964).
14. H. W. Fuller and M. E. Hale, J. Appl. Phys. **31**, 238 (1960).
15. B. A. Belyaev, A. V. Izotov, and P. N. Solovev, J. Siberian Federal Univ. Math. Phys. **10**, 132 (2017).
16. A. V. Izotov, B. A. Belyaev, P. N. Solovev, and N. M. Boev, J. Magn. Magn. Mater. **529**, 167856 (2021).
17. V. A. Ignatchenko and R. S. Iskhakov, Sov. Phys. JETP **45**, 526 (1977) [В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, ЖЭТФ **72**, 1005 (1977)].

18. V. A. Ignatchenko and R. S. Iskhakov, *Fiz. Met. Metallogr.* **65**, 54 (1988) [В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, *ФММ* **65**, 679 (1988)].
19. V. A. Ignatchenko, R. S. Iskhakov, and G. V. Porov, *Sov. Phys. JETP* **55**, 878 (1982) [В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, Г. В. Попов, *ЖЭТФ* **82**, 1518 (1982)].
20. R. S. Iskhakov, S. V. Komogortsev, Zh. M. Moroz, and E. E. Shalygina, *JETP Lett.* **72**, 605 (2000) [Р. С. Исхаков, С. В. Комогорцев, Ж. М. Мороз, Е. Е. Шалыгина, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 872 (2000)].
21. R. S. Iskhakov, S. V. Komogortsev, A. D. Balaev, and L. A. Chekanova, *JETP Lett.* **72**, 304 (2000) [Р. С. Исхаков, С. В. Комогорцев, А. Д. Балаев, Л. А. Чеканова, *Письма в ЖЭТФ* **72**, 440 (2000)].
22. R. S. Iskhakov, V. A. Ignatchenko, S. V. Komogortsev, and A. D. Balaev, *JETP Lett.* **78**, 646 (2003) [Р. С. Исхаков, В. А. Игнатченко, С. В. Комогорцев, А. Д. Балаев, *Письма в ЖЭТФ* **78**, 1142 (2003)].
23. R. S. Iskhakov and S. V. Komogortsev, *Phys. Met. Metallogr.* **112**, 666 (2011) [Р. С. Исхаков, С. В. Комогорцев, *ФММ* **112**, 666 (2011)].
24. V. A. Ignatchenko, *Sov. Phys. JETP* **27**, 162 (1968) [В. А. Игнатченко, *ЖЭТФ* **54**, 303 (1968)].
25. E. M. Zlochevskii, *Phys. Met. Metallogr.* **27**, 750 (1969) [Е. М. Злочевский, *ФММ* **27**, 750 (1969)].
26. V. A. Ignatchenko and G. V. Degtyarev, *Sov. Phys. JETP* **33**, 393 (1971) [В. А. Игнатченко, Г. В. Дегтярев, *ЖЭТФ* **60**, 724 (1971)].
27. N. M. Salanskii and M. Sh. Erukhimov, *Physical Properties and Applications of Magnetic Films*, Nauka, Novosibirsk (1975) [in Russian] [Н. М. Саланский, М. Ш. Ерухимов, *Физические свойства и применение магнитных пленок*, Наука, Новосибирск (1975)].
28. R. McMichael and P. Krivosik, *IEEE Trans. Magn.* **40**, 2 (2004).
29. A. G. Gurevich, *Magnetic Resonance in Ferrites and Antiferromagnets*, Nauka, Moskva (1973) [in Russian] [А. Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973)].
30. D. S. Polukhin and D. S. Tsikalov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **168**, 649 (2025) [Д. С. Полукин, Д. С. Цикалов, *ЖЭТФ* **168**, 649 (2025)].
31. A. I. Akhiezer, V. G. Bar'yakhtar, and S. V. Peletminskii, *Spin Waves*, North-Holland, Amsterdam (1968) [А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967)].
32. K. J. Harte, *J. Appl. Phys.* **39**, 1503 (1968).
33. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Phys. Zeitsch. der Sow.* **8**, 153 (1935).
34. H. Kronmuller and M. Fanle, *Micromagnetism and the Microstructure of Ferromagnetic Solids*, Cambridge Univ. Press, New York (2003).
35. V. A. Ignatchenko, D. S. Polukhin, and D. S. Tsikalov, *J. Magn. Magn. Mater.* **440**, 83 (2017).
36. V. A. Ignatchenko, D. S. Tsikalov and D. S. Polukhin, *J. Exp. Theor. Phys.* **136**, 39 (2023) [В. А. Игнатченко, Д. С. Цикалов, Д. С. Полукин, *ЖЭТФ* **163**, 50 (2023)].
37. V. A. Ignatchenko and D. S. Polukhin, *J. Exp. Theor. Phys.* **125**, 91 (2017) [В. А. Игнатченко, Д. С. Полукин, *ЖЭТФ* **152**, 110 (2017)].
38. V. A. Ignatchenko and D. S. Polukhin, *J. Exp. Theor. Phys.* **130**, 358 (2020) [В. А. Игнатченко, Д. С. Полукин, *ЖЭТФ* **157**, 428 (2020)].
39. G. M. Eliashberg, *Sov. Phys. JETP* **11**, 696 (1960) [Г. М. Элиашберг, *ЖЭТФ* **38**, 966 (1960)].
40. D. Pines, *The Many-Body Problem*, Benjamin, New York (1961) [Д. Пайнс, *Проблема многих тел*, под ред. И. А. Красникова, ИИЛ, Москва (1963)].
41. D. Pines, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 155.
42. R. Puff and G. Whitfield, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 171.
43. A. A. Abrikosov, L. P. Gor'kov, and I. E. Dzyaloshinskii, *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1963) [А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962)].
44. Yu. A. Firsov, *Polarons*, Nauka, Moscow (1975) [Ю. А. Фирсов, *Поляроны*, Наука, Москва (1975)].
45. N. A. Armad and V. N. Sekistov, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz.* **23**, 555 (1980) [Н. А. Армад, В. Н. Секистов, *Изв. вузов. Радиофизика* **23**, 555 (1980)].
46. N. N. Zernov, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved. Radiofiz.* **25**, 520 (1982) [Н. Н. Зернов, *Изв. вузов. Радиофизика* **25**, 520 (1982)].

47. N. V. Tkach and R. B. Fartushinskii, Phys. Solid State **45**, 1347 (2003) [Н. В. Ткач, Р. Б. Фартушинский, ФТТ **45**, 1284 (2003)].
48. S. V. Komogortsev, I. G. Vazhenina, A. A. Matsynin, D. A. Velikanov, V. A. Felk, M. V. Dorokhin, A. V. Zdoroveyshchev, D. A. Zdoroveishchev, and I. L. Kalentyeva, Phys. Solid State **66**, 1320 (2024) [С. В. Комогорцев, И. Г. Важенина, А. А. Мацынин, Д. А. Великанов, В. А. Фельк, М. В. Дорохин, А. В. Здорovejщев, Д. А. Здорovejщев, И. Л. Калентьева, ФТТ **66**, 1272 (2024)].
49. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, Phys. Rev. B **71**, 094417 (2005).
50. E. Grushka, Anal. Chem. **44**, 1733 (1972).
51. M. S. Jeansonne and J. P. Foley, J. Chromatogr. Sci. **29**, 258 (1991).

Effect of Stochastic Magnetic Structure on Ferromagnetic Resonance in a Perpendicularly Magnetized Thin Film

V. A. Ignatchenko, D. S. Polukhin*, D. S. Tsikalov**

Kirensky Institute of Physics, Federal Research Center KSC of the Siberian branch of the Russian Academy of Sciences
660036, Krasnoyarsk, Russia

*E-mail: polukhin@iph.krasn.ru

**E-mail: d_tsikalov@iph.krasn.ru

Received February 9, 2026

Revised March 10, 2026

Accepted March 16, 2026

Abstract

The effect of 2D inhomogeneities in the orientation of the uniaxial local magnetic anisotropy axis on ferromagnetic resonance (FMR) in a perpendicularly magnetized thin film is investigated. An expression for magnetization in the near-saturation region is obtained with allowance for magnetodipolar interaction. The direct and indirect (via the stochastic magnetic structure (SMS)) effects of inhomogeneities on the FMR susceptibility are analyzed. It is shown that, with decreasing static magnetic field, the SMS contribution increases substantially, while the character of the FMR frequency shift is determined by the type of homogeneous magnetic anisotropy. The asymmetry of the resonance peak is studied as a function of the correlation wave number of inhomogeneities. It is shown that the peak shape is adequately described by an exponentially modified Gaussian function, for which approximate formulas are obtained, allowing one to solve the inverse problem of recovering inhomogeneity parameters from the experimental shape of the FMR peak. The similarity principle for FMR susceptibility and magnetization is verified: the corresponding dependences coincide for films of different thicknesses under proportional variation of the inhomogeneity correlation radius.

Keywords: ferromagnetic resonance, magnetic films, magnetic anisotropy inhomogeneities, Green's functions, spin waves, magnetodipolar field, self-consistent approximation

Funding. The work was carried within the framework of the scientific theme of the state assignment of the Kirensky Institute of Physics of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences.

Conflict of interest. The authors of this work declare that they have no conflict of interest.

Authors' contribution. The contribution of the authors is equal.