

МИКРОСКОПИКА NS-КОНТАКТОВ

П. И. Арсеев^{a}, Ю. М. Билинский^a, Н. С. Маслова^b*

*^a Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

*^b Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 6 февраля 2026 г.,
после переработки 10 марта 2026 г.
Принята к публикации 16 марта 2026 г.

Для квазиодномерных систем из нормального металла и сверхпроводника получены выражения для полного микроскопического описания NS- и NSN-систем. Найдены простые выражения для наведенного в металле параметра порядка (аномальных средних) как функции расстояния от границы и температуры. Рассмотрена роль туннелирования через резонансные уровни на границе раздела нормальный металл–сверхпроводник и в формировании аномальных средних, и в андреевском токе.

Ключевые слова: эффект близости, андреевский ток, туннелирование в сверхпроводниках

DOI: 10.31857/S0044451026040055

1. ВВЕДЕНИЕ

Микроскопическая теория сверхпроводимости в формулировке Горькова [1] позволяет описывать не только однородные, но и составные системы из сверхпроводника и нормального металла. Однако для неоднородных систем решение системы уравнений Горькова обычно очень громоздкое. Поэтому часто пользуются упрощенными описаниями, в которых информация о точных микроскопических характеристиках потеряна. Популярным способом рассмотрения NS-контактов является использование уравнений Узаделя (например, [2–4]). Также распространен подход, основанный на уравнениях Боголюбова–де Жена [5] и на вычислении коэффициентов прохождения и отражения квазичастиц на границе нормального металла и сверхпроводника [4, 6].

Одной из первых работ по эффекту близости с использованием уравнений Горькова является работа [7] (см. также [8]). Микроскопические выражения в нашей работе имеют более простую форму, что позволяет увидеть не только известные асимптотики, но и постепенные изменения характеристик эф-

фекта близости при изменении температуры и расстояния от границы. Кроме того, в нашей работе показано, что в случае туннелирования между нормальным металлом и сверхпроводником через промежуточный дискретный уровень эффект близости может усиливаться. Такая ситуация может возникать и в искусственных структурах, и в разломных контактах.

Заметим, что рассматриваемая здесь задача о резонансном уровне в контакте между нормальным и сверхпроводящим металлом не связана с андреевскими резонансами в SNS-структурах, рассматриваемыми в многочисленных работах, например, в [9, 10].

Изучение NS-систем с резонансными уровнями в контакте, как правило, основано на формализме коэффициентов прохождения–отражения, что не позволяет описать микроскопику наведения корреляций при удалении от контакта. В наиболее близкой по постановке задачи работе [11] рассмотрена более простая модель о квантовой точке между массивными N- и S-берегами, в которой не рассматриваются изменения в берегах контакта, отсутствует анализ эффекта близости.

Основой используемого нами подхода являются одномерные модели — цепочки атомов, связанных переходами. Этот подход впервые был сформулирован на языке неравновесной диаграммной техни-

* E-mail: ars@lpi.ru

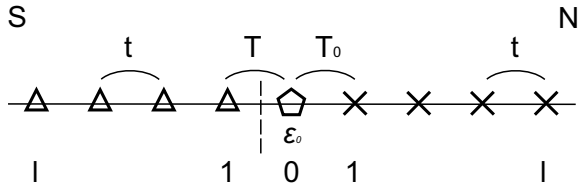


Рис. 1. NS-цепочка

ки в [12] и для NS-систем использовался, например, в [13]. Однако и в последней работе задача полного микроскопического описания эффекта близости не была решена.

При исследовании NS-контакта мы рассмотрим две полубесконечные цепочки атомов, одна из которых находится в нормальном состоянии, а другая является сверхпроводником. Эти цепочки соединены между собой через резонансную примесь, энергетический уровень которой смещен от химического потенциала на ε_0 . Для NSN-системы мы рассмотрим две полубесконечные нормальные цепочки, которые соединены между собой через сверхпроводящую цепочку длиной L . Такая модель позволяет полностью описать все свойства NS-контактов в терминах нормальных и аномальных функций Грина. При использовании такого описания исследование эффекта близости сводится к вычислению аномальной части функции Грина как функции температуры и расстояния от границы между нормальной и сверхпроводящей частями металла. Кроме случая обычных контактов мы посмотрим, как влияет на эффект близости наличие резонансного уровня в туннельном контакте между нормальным металлом и сверхпроводником.

Для описания транспортных свойств NSN-системы в подщелевой области этот метод позволяет получить общие выражения для тока, учитывающие влияние двух контактов одновременно. Полученные формулы для андреевского тока позволяют прояснить и роль резонансного уровня.

Одномерная модель может быть обобщена на случай плоского контакта. В плоском контакте задача также сводится к эффективно одномерной для каждой фурье-компоненты функций Грина по координатам в плоскости контакта. В конечных формулах возникло бы дополнительное суммирование по этим импульсам. Это, конечно, модифицирует ответы, однако мы предполагаем, что одномерная задача качественно описывает основные зависимости, рассматриваемые нами в данной работе.

2. NS-ЦЕПОЧКА

Гамильтониан NS-системы, изображенной на рис. 1, записывается в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_N + \hat{V}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{H}_S &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_s t (a_l^{s\dagger} a_{l+1}^s + a_{l+1}^{s\dagger} a_l^s) + \\ &+ \sum_{l=1}^{\infty} \Delta (a_l^\uparrow a_l^\downarrow + a_l^{\downarrow\dagger} a_l^{\uparrow\dagger}), \\ \hat{H}_N &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_s t (c_l^{s\dagger} c_{l+1}^s + c_{l+1}^{s\dagger} c_l^s) + \\ &+ \sum_s \varepsilon_0 c_0^{s\dagger} c_0^s + \sum_s \mathcal{T}_0 (c_0^{s\dagger} c_1^s + c_1^{s\dagger} c_0^s), \\ \hat{V} &= \sum_s \mathcal{T} (c_0^{s\dagger} a_1^s + a_1^{s\dagger} c_0^s). \end{aligned}$$

Здесь a_l^\dagger, a_l — операторы рождения и уничтожения электрона на узле l в сверхпроводящей цепочке, c_l^\dagger, c_l — аналогичные операторы для нормальной цепочки при $l > 0$ и для примеси при $l = 0$.

Без ограничения общности мы считаем, что Δ — действительное число и $\Delta > 0$. Параметры перекрытия волновых функций t взяты одинаковыми для обеих цепочек. Химический потенциал сверхпроводника принят за нуль.

Для гамильтониана (1) уравнение Дайсона для функций Грина в нормальной части цепочки мы можем записать как

$$\Gamma_{lp}^R = \Gamma_{lp}^{0R} + \Gamma_{l0}^{0R} \Sigma_0^R \Gamma_{0p}^R. \quad (2)$$

Здесь Γ_{lp}^R — матрица, составленная из искомым нормальных и аномальных точных функций Грина нормальной части металла, определенных в формализме неравновесной диаграммной техники:

$$\begin{aligned} G_{lp}(t, t') &= -i \langle T_c c_l^\uparrow(t) c_p^{\uparrow\dagger}(t') \rangle, \\ F_{lp}(t, t') &= -i \langle T_c c_l^\uparrow(t) c_p^\downarrow(t') \rangle. \end{aligned} \quad (3)$$

В матричном виде

$$\Gamma^R(t-t') = \begin{pmatrix} G^R(t-t') & F^R(t-t') \\ -F^{+R}(t-t') & G^A(-(t-t')) \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Появляющаяся в уравнении Дайсона матрица функций Грина для изолированной полубесконечной нормальной цепочки Γ_{lp}^{0R} вычислена в работе [14].

В дальнейшем мы будем пользоваться частотным представлением

$$\Gamma_{lp}^R(\omega) = \int d\tau e^{i\omega\tau} \Gamma_{lp}^R(\tau). \quad (5)$$

Неприводимая часть $\Sigma_0^R(\omega)$ в уравнении (2), связанная с влиянием сверхпроводника, определена как

$$\Sigma_0^R(\omega) = \mathcal{T}^2 \Gamma_{11}^{S0R}(\omega).$$

Здесь выражением $\Gamma_{lp}^{S0R}(\omega)$ мы обозначаем функции Грина изолированной полубесконечной сверхпроводящей цепочки. Для матрицы $\Gamma_{11}^{S0R}(\omega)$ имеем (см. [15])

$$\Gamma_{11}^{SR}(\omega) = \frac{-2e^{-\chi_0}}{(2t)^2 \text{sh}(\chi_0)} \begin{pmatrix} \omega & -\Delta \\ \Delta & -\omega \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \text{sh}(\chi_0) &= \frac{\sqrt{\Delta^2 - \omega^2}}{2t}, \\ \text{ch}(\chi_0) &= \sqrt{1 + \frac{\Delta^2 - \omega^2}{(2t)^2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

С точностью до малого параметра Δ/t мы можем записать выражение для $\Sigma_0^R(\omega)$ как

$$\Sigma_0^R(\omega) = C_R \begin{pmatrix} \omega & -\Delta \\ \Delta & -\omega \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Здесь и далее будем использовать обозначения

$$C_{R(A)} \equiv \frac{\gamma}{\sqrt{\Delta^2 - (\omega \pm i\delta)^2}}, \quad (9)$$

$$\gamma = \frac{\mathcal{T}^2}{t}. \quad (10)$$

Для $|\omega| < \Delta$ берется положительная ветвь корня, которая продолжается на остальные интервалы.

В частности, если $\omega < -\Delta$, то

$$C_R = \frac{-i\gamma}{\sqrt{\omega^2 - \Delta^2}}.$$

Для количественного описания эффекта близости будем вычислять эффективный параметр порядка (аномальное среднее) Φ_l , определенный как

$$\Phi_l = i \int \frac{d\omega}{2\pi} [\Gamma_{ll}^<(\omega)]_{12}. \quad (11)$$

Эта недиагональная компонента матричной функции Грина соответствует аномальным средним, возникающим в области нормального металла из-за введенных сверхпроводящих корреляций.

Для полубесконечной однородной нормальной цепочки без резонансной примеси (гамильтониан \hat{H}_N при $\varepsilon_0 = 0$, $\mathcal{T}_0 = t$) имеем

$$\bar{\Gamma}_{0l}^{0R} = \frac{e^{il\phi}}{t} \begin{pmatrix} (-i)^l & 0 \\ 0 & (i)^l \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Здесь

$$\sin(\phi(\omega)) = \frac{\omega}{2t}.$$

В рассматриваемом нами случае, когда $\Delta \ll t$, будем считать, что

$$\phi \simeq (\omega/2t) \ll 1.$$

Заметим, что функция (12) записана для идеальной задачи без рассеяния. Поэтому все результаты относятся к баллистическому случаю, когда рассматриваемые длины l не превышают длину свободного пробега.

С учетом появления на краю нормальной цепочки резонансного уровня функции Грина (12) приобретают вид

$$\Gamma_{l0}^{0R} = \frac{\mathcal{T}_0}{t} e^{il\phi} (-i)^l (\mathcal{F}_l), \quad (13)$$

где

$$(\mathcal{F}_l) \equiv \begin{pmatrix} f_- & 0 \\ 0 & (-1)^{l+1} f_+ \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$f_{\pm} = \frac{1}{\omega \pm \varepsilon_0 + i\gamma_0}, \quad \gamma_0 = \mathcal{T}_0^2/t. \quad (15)$$

Точные функции Грина для нормальной части определяются из уравнения (2):

$$\begin{aligned} \Gamma_{l0}^R &= \frac{\mathcal{T}_0}{t} \frac{e^{il\phi}}{D_R} (-i)^l (\mathcal{F}_l) \times \\ &\times \begin{pmatrix} 1 + C_R \omega f_+ & -C_R \Delta f_+ \\ -C_R \Delta f_- & 1 + C_R \omega f_- \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{0l}^A &= \frac{\mathcal{T}_0}{t} \frac{e^{-il\phi}}{D_A} (i)^l \times \\ &\times \begin{pmatrix} 1 + C_A \omega f_+^* & C_A \Delta f_-^* \\ C_A \Delta f_+^* & 1 + C_A \omega f_-^* \end{pmatrix} (\mathcal{F}_n^*). \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь

$$D_R = 1 + C_R \omega (f_- + f_+) - \gamma^2 f_- f_+, \quad D_A = [D_R]^*. \quad (18)$$

Для вычисления аномальной части функции Грина в нормальной цепочке необходимо вычислить одноузельную функцию $\Gamma_{ll}^<$ и взять ее матричный

элемент (1,2). Стандартное уравнение Дайсона легко приводится к виду

$$\Gamma_{lp}^< = \Gamma_{lp}^{0<} + \Gamma_{l_0}^{0<}(\Sigma_0^A \Gamma_{0p}^A) + (\Gamma_{l_0}^R \Sigma_0^R) \Gamma_{0p}^{0<} + (\Gamma_{l_0}^R \Sigma_0^R) \Gamma_{00}^{0<}(\Sigma_0^A \Gamma_{0p}^A). \quad (19)$$

Для наших целей его удобнее представить следующим образом:

$$\Gamma_{lp}^< = (N \Gamma_{lp}^A - \Gamma_{lp}^R N) + \Gamma_{l_0}^R [\Sigma_0^R (N - N_0) - (N - N_0) \Sigma_0^A] \Gamma_{0p}^A. \quad (20)$$

Здесь

$$\Gamma_{l_0}^{0<} = N_0(\Gamma_{l_0}^{0A} - \Gamma_{l_0}^{0R}), \quad (21)$$

$$N = \begin{pmatrix} n(\omega - eV) & 0 \\ 0 & n(\omega + eV) \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$N_0 = \begin{pmatrix} n(\omega) & 0 \\ 0 & n(\omega) \end{pmatrix}. \quad (23)$$

В этой форме мы явно разделили выражение для функций Грина на два слагаемых. В равновесном случае только первое слагаемое отлично от нуля, и, если мы хотим описать равновесный эффект близости, только это слагаемое вносит в него вклад. С другой стороны, в неравновесном случае только второе слагаемое определяет ток в системе.

Прямая подстановка выражений (16), (17) в (20) дает нам выражение для аномальной функции Грина в точке l :

$$[\Gamma_{il}^<]_{12} = \Delta \frac{\gamma_0}{t} \left[\frac{C_R n_+ e^{2il\phi}}{(\omega + i\gamma_0 + C^R \omega)^2 - (\varepsilon_0^2 + (C_R)^2 \Delta^2)} - \frac{C_A n_- e^{-2il\phi}}{(\omega - i\gamma_0 + C^A \omega)^2 - (\varepsilon_0^2 + (C_A)^2 \Delta^2)} \right]. \quad (24)$$

Рассмотрим сначала равновесный случай $n_+ = n_- = n_0$. Подставляя (10) и (24) в (11), получаем эффективный параметр порядка Φ_l в виде интеграла по ω :

$$\Phi_l = i\Delta \frac{\gamma_0 \gamma}{t} \int \frac{d\omega}{2\pi} \times \left[\frac{n_0 e^{2il(\omega/t)}}{(\omega + i\gamma_0)^2 - \gamma^2 - \varepsilon_0^2 \sqrt{\Delta^2 - (\omega + i\delta)^2} + 2\gamma\omega(\omega + i\gamma_0)} - \frac{n_0 e^{-2il(\omega/t)}}{(\omega - i\gamma_0)^2 - \gamma^2 - \varepsilon_0^2 \sqrt{\Delta^2 - (\omega - i\delta)^2} + 2\gamma\omega(\omega - i\gamma_0)} \right]. \quad (25)$$

Хотя для каждой спектральной компоненты подынтегральное выражение формально не убывает с увеличением расстояния внутрь нормальной

области, осциллирующий множитель $e^{2il(\omega/t)}$ обеспечивает убывание интеграла для Φ_l с ростом l .

В написанных формулах параметр порядка Δ является функцией температуры T : $\Delta = \Delta(T)$. Удобно нормировать все величины $\gamma, \Delta(T), T$ и т. д. на величину $\Delta(0)$:

$$\begin{aligned} \gamma/\Delta(0) &\rightarrow \gamma, \\ \Delta(T)/\Delta(0) &\rightarrow \Delta(T), \\ T/\Delta(0) &\rightarrow T. \end{aligned} \quad (26)$$

В дальнейшем все энергетические величины записаны в этих нормированных безразмерных единицах. В интеграле (25) все полюсы первого члена, кроме полюсов функции n_0 , в том числе те, которые отвечают локализованным на резонансной примеси в щели состояниям (см. ниже), находятся в нижней полуплоскости комплексной плоскости. Полюсы же второго члена находятся в верхней полуплоскости. Поэтому можно изменить контуры интегрирования для первого и второго членов так, как показано на рис. 2, переходя от интегрирования по действительной оси к суммированию по полюсам n_0 .

После указанных преобразований интеграл (25) принимает вид

$$\Phi \left(\frac{L}{\xi_0} \right) = 2\Delta(T) \gamma_0 \gamma T \frac{a}{\xi_0} \sum_{k=0}^{\infty} e^{-(L/\xi_0)\omega_k} \times \frac{1}{((\omega_k + \gamma_0)^2 + \gamma^2 + \varepsilon_0^2) \zeta_k + 2\gamma\omega_k(\omega_k + \gamma_0)}, \quad (27)$$

где $\zeta_k = \sqrt{\Delta(T)^2 + \omega_k^2}$. Здесь сделана замена дискретного индекса l на расстояние $L = la$ до границы нормальной области и введена длина когерентности ξ_0 . Обычное выражение для длины когерентности $\xi_0 = v_F/\Delta(0)$ в одномерной системе выглядит как $\xi_0 \simeq at/\Delta$, поскольку $v_F \simeq at$, где a — расстояние между узлами цепочки. Как обычно, возникает сумма по мацубаровским частотам ω_k ,

$$\omega_k = \frac{(2k+1)\pi T}{\Delta(0)}. \quad (28)$$

При низких температурах $T \ll \Delta(0)$ мы можем заменить суммирование по k интегрированием. Тогда

$$\begin{aligned} \Phi \left(\frac{L}{\xi_0} \right) &= \frac{\Delta(0) \gamma_0 \gamma}{\pi t} \times \\ &\times \int_0^{\infty} dz \frac{e^{-(L/\xi_0)z}}{((z + \gamma_0)^2 + \gamma^2 + \varepsilon_0^2) \sqrt{1+z^2} + 2\gamma z(z + \gamma_0)}. \end{aligned} \quad (29)$$

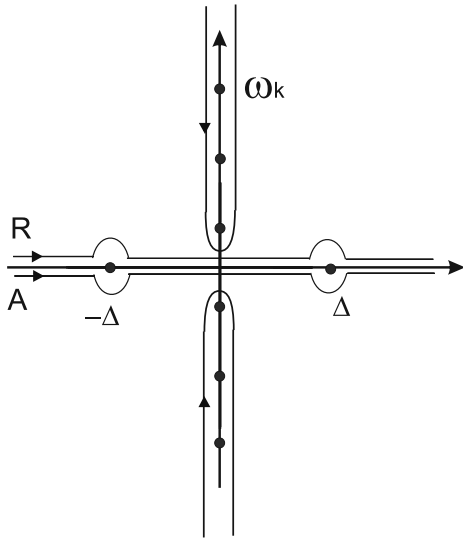


Рис. 2. Вычисление интегралов

На расстояниях, больших длины когерентности, $L \gg \xi_0$, мы можем оценить этот интеграл как

$$\Phi\left(\frac{L}{\xi_0}\right) \simeq \frac{\Delta(0)}{\pi t} \frac{\gamma_0 \gamma}{\gamma_0^2 + \gamma^2 + \varepsilon_0^2} \frac{\xi_0}{L}. \quad (30)$$

Следовательно, на больших расстояниях мы наблюдаем уменьшение эффекта близости как $1/L$ (см. [7]). Заметим, что из формулы (27) следует, что при любой, сколь угодно низкой, температуре всегда есть расстояние, определяемое условием $(L/\xi_0)\pi T \geq 1$, начиная с которого убывание станет экспоненциальным.

Значение аномальной части на границе сверхпроводника в подходе Горькова можно оценить как $\Phi_S \simeq \Delta(0)/t$. Мы видим, что в случае дополнительного резонанса на краю нормальной области, когда $\gamma \simeq \gamma_0$ и $\varepsilon_0 \ll \gamma$, наведенные корреляции максимальны по величине и медленно затухают:

$$\Phi_{res}\left(\frac{L}{\xi_0}\right) \simeq \frac{\Delta(0)}{2\pi t} \frac{\xi_0}{L}. \quad (31)$$

Значение Φ на краю нормальной области примерно совпадает с аномальной функцией сверхпроводника.

В обычном случае без резонансной примеси, когда крайний узел цепочки не отличается от остальных, т.е. $\varepsilon_0 = 0$, $\gamma_0 = t$, $\gamma \ll t$, эффект близости описывается выражением

$$\Phi_{nonres}\left(\frac{L}{\xi_0}\right) \simeq \frac{\gamma}{t} \frac{\Delta(0)}{\pi t} \frac{\xi_0}{L}. \quad (32)$$

Мы видим, что резонансное туннелирование на границе со сверхпроводником позволяет увеличить величину наведенного параметра порядка в t/γ раз,

т.е. $\Phi_{res} = (t/\gamma)\Phi_{nonres}$. В то же время для характерной обратно пропорциональной зависимости параметра порядка от расстояния это соотношение можно интерпретировать и как соответствующее увеличение эффективной длины когерентности при резонансном туннелировании:

$$\Phi_{res}\left(\frac{L}{\xi_0}\right) = \Phi_{nonres}\left(\frac{L}{\xi_0(t/\gamma)}\right).$$

При повышении температуры, даже до значений, не слишком близких к критическим $T \sim T_C$, начинает выполняться условие $\pi T \geq \Delta(T)$. Тогда можно приближенно заменить $\sqrt{\Delta(T)^2 + \omega_k^2}$ на ω_k в выражении (27):

$$\Phi\left(\frac{L}{\xi_0}\right) = \frac{a}{\xi_0} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2\Delta(T)\gamma_0\gamma T e^{-(L/\xi_0)\omega_k}}{((\omega_k + \gamma_0 + \gamma)^2 + \varepsilon_0^2)\omega_k}. \quad (33)$$

Используя соотношение

$$\sum_k \frac{e^{-(L/\xi_0)\omega_k}}{\omega_k + A} = \int_0^{\infty} dz \frac{e^{-Az}}{2 \operatorname{sh}[(z + L/\xi_0)\pi T]},$$

мы можем преобразовать выражение (33) к сравнительно простому виду:

$$\Phi\left(\frac{L}{\xi_0}\right) = \frac{\Delta(T)(a/\xi_0)\gamma_0\gamma T}{(\gamma_0 + \gamma)^2 + \varepsilon_0^2} \int_0^{\infty} \frac{dz}{\operatorname{sh}[(z + L/\xi_0)\pi T]} \times \left\{ 1 + e^{-(\gamma_0 + \gamma)z} \left[\cos(\varepsilon_0 z) + \frac{\gamma_0 + \gamma}{\varepsilon_0} \sin(\varepsilon_0 z) \right] \right\}. \quad (34)$$

В этом случае ослабление эффекта близости при $L/\xi_0 \geq 1$ является экспоненциальным.

Когда $\frac{L}{\xi_0}\pi T \gg 1$, выполняется

$$\Phi\left(\frac{L}{\xi_0}\right) = \frac{\Delta(T)(a/\xi_0)\gamma_0\gamma}{(\gamma_0 + \gamma)^2 + \varepsilon_0^2} \frac{1}{\pi} e^{-\frac{L}{\xi_0}\pi T}. \quad (35)$$

В этом выражении видно, что с понижением температуры переход к экспоненциальному убыванию действительно происходит все дальше от границы. Для сравнения с параметром порядка в системе без резонанса в (35) надо положить $\gamma_0 = t$, $\varepsilon_0 = 0$. Наличие резонансного уровня приводит к увеличению амплитуды параметра порядка на тот же коэффициент t/γ по сравнению с обычным случаем. Характерный масштаб уменьшения наведенного параметра порядка с увеличением расстояния всегда порядка ξ_0 .

Изменение наведенного параметра порядка в зависимости от температуры при фиксированных

остальных параметрах показано на рис. 3. С ростом температуры эффект близости ослабевает, параметр порядка становится меньше по величине и быстрее затухает от границы раздела. В то же время со стороны сверхпроводника уменьшение параметра порядка из-за эффекта близости распространяется все дальше от границы на масштабы $\xi(T)$ [7, 16].

На рис. 4 показана эволюция зависимостей от $\Phi(L) \propto 1/L$ до $\Phi(L) \propto \exp(-\xi_0/L)$ при изменении температуры. При температурах, близких к нулю, зависимость отклоняется от обратно пропорциональной расстоянию только на малых расстояниях. Даже при небольшом увеличении температуры, когда $T \simeq 0.1\Delta(0)$, зависимость меняется и находится в промежуточной области между степенной и экспоненциальной. При увеличении T до величины

$0.3\Delta(0)$ зависимость уже хорошо ложится на экспоненциальную. Заметим, что в приведенных единицах $T_c \simeq 0.57$, поэтому уже от значений $T \simeq 0.5T_c$ поведение становится «высокотемпературным», хотя сам параметр порядка уменьшается еще не сильно по сравнению с максимальным значением.

Эти зависимости могут быть измерены экспериментально [8] по величине диамагнитного отклика сверхпроводников (проволок), покрытых слоем нормального металла разной толщины, что позволяет подтвердить правильность понимания эффекта близости. В неравновесном случае, когда $n_- \neq n_+$, в выражении (20) появляется аномальная часть во втором вкладе, не затухающая с ростом l . Она записывается в виде следующего выражения:

$$[\Gamma_l^<(\omega)]_{12}^{noneq} = (-1)^l \Delta \frac{\gamma_0 (\omega^2 - (\varepsilon_0 + i\gamma_0)^2)(C_R n_- - C_A n_+ - (C_R - C_A)n_0) + 2\omega^2 C_R C_A (n_+ - n_-)}{t |(\omega + i\gamma_0 + C_R \omega)^2 - (\varepsilon_0^2 + (C_R)^2 \Delta^2)|^2}. \quad (36)$$

Параметр порядка, связанный с неравновесным вкладом, имеет вид

$$\Phi_l^{noneq} = (-1)^l \Delta \frac{\gamma_0 \gamma}{t} \int \frac{d\omega}{2\pi} \times \frac{(\omega^2 - (\varepsilon_0 + i\gamma_0)^2)(\sqrt{\Delta^2 - (\omega - i\delta)^2}(n_+ - n_0) - \sqrt{\Delta^2 - (\omega + i\delta)^2}(n_- - n_0)) + 2\omega^2 \gamma (n_+ - n_-)}{|((\omega + i\gamma_0)^2 - \gamma^2 - \varepsilon_0^2)\sqrt{\Delta^2 - (\omega + i\delta)^2} + 2\gamma\omega(\omega + i\gamma_0)|^2}. \quad (37)$$

Для оценки величины неравновесного параметра порядка при малых eV достаточно оценить значение подынтегрального выражения при $\omega \ll \Delta$. Тогда

$$\Phi_l^{noneq} \simeq (-1)^l \Delta \frac{\gamma_0 \gamma}{t} \frac{(\varepsilon_0 + i\gamma_0)^2}{(\gamma_0^2 + \gamma^2 + \varepsilon_0^2)^2} \frac{2eV}{\Delta}. \quad (38)$$

Сравнение с выражением (30) показывает, что неравновесный параметр порядка связан с характерной амплитудой равновесного соотношением

$$\Phi^{noneq} \simeq \Phi^{eq} \frac{(\varepsilon_0 + i\gamma_0)^2}{\gamma_0^2 + \gamma^2 + \varepsilon_0^2} \frac{2eV}{\Delta}. \quad (39)$$

В случае обычного контакта $\gamma_0 = t, \varepsilon_0 = 0$ и в случае резонансного, но с примерно одинаковыми параметрами $\gamma_0 \simeq \gamma \simeq \varepsilon_0$

$$\Phi^{noneq} \simeq \Phi^{eq} \frac{2eV}{\Delta}. \quad (40)$$

Если же $\gamma \gg \gamma_0, \varepsilon_0$, то Φ^{noneq} уменьшается по сравнению с равновесным параметром порядка Φ^{eq} :

$$\Phi^{noneq} \simeq \Phi^{eq} \frac{\gamma_0^2}{\gamma^2} \frac{2eV}{\Delta}. \quad (41)$$

Тот факт, что в неравновесных условиях эффект близости становится «дальнодействующим» и появляются аномальные средние в нормальном металле, амплитуда которых не уменьшается с увеличением расстояния от границы, не обсуждался в подходах, основанных на уравнениях Боголюбова – де Жена. Например, в статье [17] при рассмотрении конечного тока в NS-контакте этот вклад не был учтен. Между тем именно появление «дальнодействующего» эффекта близости, приводящего к осциллирующему на атомных масштабах параметру порядка, тесно связано и с появлением андреевского тока. Возникновение аномальной части такого вида приводит к согласованному изменению нормальной части матричной функции Грина (1,1), которая определяет полный ток в системе. Наш подход позволяет увидеть связь в изменении микроскопических характеристик из-за эффекта близости.

В наиболее распространенных описаниях андреевского тока [18, 19] принято рассматривать его непосредственно на границе нормального металла и сверхпроводника как разность отраженных и прошедших квазичастиц на границе [20]. С другой сто-

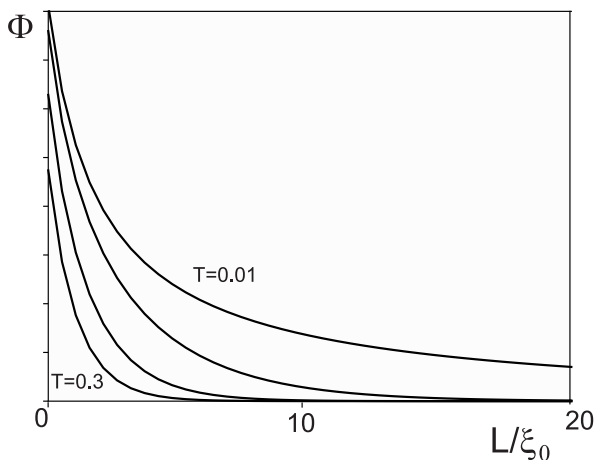


Рис. 3. Изменение индуцированного параметра порядка в зависимости от температуры

роны, тот же самый ток протекает и вдали от границы и должен определяться изменением микроскопических объемных свойств металла. Тем самым андреевский ток в данном подходе может быть вычислен обычным образом, как ток в глубине области нормального металла.

Общее выражение для тока между узлами l и $l + 1$ в терминах матриц Γ_{lp} имеет вид

$$I = t \left[\Gamma_{l,l+1}^<(\omega) - \Gamma_{l+1,l}^<(\omega) \right]_{11}. \quad (42)$$

Существует связь между функциями Γ_{l+10}^R и Γ_{l0}^R , получающаяся из общих выражений для функции Γ_{lp}^R и записывающаяся в виде

$$\Gamma_{l+10}^R = (-i)e^{i\phi} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Gamma_{l0}^R.$$

Эта связь приводит к тому, что функции $\Gamma_{l+1,l}^<$, $\Gamma_{l,l+1}^<$ выражаются через диагональные $\Gamma_{l,l}^<$. Ток (42) дается выражением

$$I = it \left[e^{i\phi} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \Gamma_{ll}^{\Sigma<} + e^{i\phi} \Gamma_{ll}^{\Sigma<} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right]_{11}$$

или после упрощения

$$I = 2it \cos(\phi) [\Gamma_{ll}^{\Sigma<}]_{11} \simeq 2it [\Gamma_{ll}^{\Sigma<}]_{11}, \quad (43)$$

поскольку $\phi \ll 1$ для энергий в области щели. В этих формулах $\Gamma_{ll}^{\Sigma<}$ — та часть полной функции Грина (20), которая дает ненулевой вклад в ток:

$$\Gamma_{lp}^{\Sigma<} = \Gamma_{l0}^R (\Sigma_0^R (N - N_0) - (N - N_0) \Sigma_0^A) \Gamma_{0p}^A. \quad (44)$$

Вычислив явно $\Gamma_{ll}^{\Sigma<}$, имеем

$$\begin{aligned} [\Gamma_{ll}^<(\omega)]_{11} &= -\frac{\gamma_0}{t} \times \\ &\times \left[\frac{(n_- - n_0)\omega(C_A - C_R) [(\omega + \varepsilon_0)^2 + \gamma_0^2 + \gamma^2 - 2i\omega C_R \gamma_0]}{|(\omega + i\gamma_0)^2 - \varepsilon_0^2 - \gamma^2 - 2C_R\omega(\omega + i\gamma_0)|^2} - \right. \\ &\left. - \frac{2i\gamma_0\Delta^2 C_R(C_R(n_- - n_0) - C_A(n_+ - n_0))}{|(\omega + i\gamma_0)^2 - \varepsilon_0^2 - \gamma^2 - 2C_R\omega(\omega + i\gamma_0)|^2} \right]. \quad (45) \end{aligned}$$

Если нас интересует собственно андреевский ток, т. е. ток при $eV < \Delta$, то выражение (45) можно упростить и получить

$$\begin{aligned} I &= 4\Delta^2 \gamma_0^2 \gamma^2 \int \frac{d\omega}{2\pi} \times \\ &\times \frac{n_- - n_+}{|((\omega + i\gamma_0)^2 - \varepsilon_0^2 - \gamma^2)\sqrt{\Delta^2 - \omega^2} - 2\gamma\omega(\omega + i\gamma_0)|^2}. \quad (46) \end{aligned}$$

Формула подобного типа была получена и в работе [11], но для случая квантовой точки между массивными N- и S-контактами. Однако, если в работе [11] авторы находили аналогию между своими результатами для точного симметричного резонанса (что обычно соответствует коэффициенту прохождения, равному 1) и результатами теории ВТК (Blonder – Tinkham – Klapwijk) с полностью прозрачным барьером, то мы видим расхождение результатов ВТК с нашими даже в этом случае. Чтобы подчеркнуть эти отличия, мы приводим на рис. 5 три графика частотной зависимости андреевской проводимости внутри щели для разных параметров контакта. На рис. 5 проводимость резонансного контакта сравнивается с проводимостью простого NS-контакта [6, 14, 21], которая получается из полученных нами формул в случае $\varepsilon_0 = 0$ и $\gamma_0 = t$:

$$I = \int \frac{d\omega}{2\pi} \frac{4\Delta^2(\gamma/t)^2}{[1 + (\gamma/t)^2]^2(\Delta^2 - \omega^2) + 4(\gamma/t)^2\omega^2} (n_- - n_+). \quad (47)$$

Сравнивая дифференциальные проводимости обычного контакта и резонансного, получим

$$\frac{dI/dV_{res}}{dI/dV_{usual}} = \frac{(\gamma\gamma_0)^2}{(\gamma^2 + \gamma_0^2)^2} \frac{t^2}{\gamma^2}. \quad (48)$$

Это соотношение показывает, что проводимость в нуле в резонансном контакте может быть больше аналогичной величины для обычного контакта примерно в t^2/γ^2 раз.

Представленные здесь формулы верны на расстояниях, не превышающих длину свободного пробега электронов. Чтобы описать затухание андреевского тока на больших расстояниях, нужно учитывать диссипацию в нормальном металле.

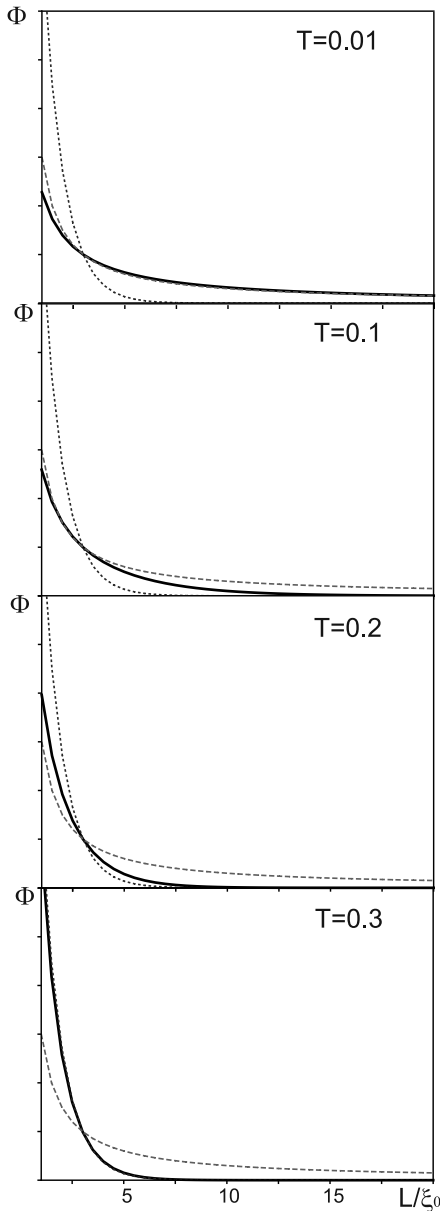


Рис. 4. Зависимости наведенного параметра порядка Φ в нормальном металле от расстояния до границы при разных температурах. Сплошные линии — точное решение. Для сравнения показаны зависимость $\Phi \propto \xi_0/L$ (штриховые линии) и экспоненциальная зависимость от L (пунктирные). Для наглядности все зависимости нормированы на единицу в одной и той же точке $L/\xi_0 = 3$. Температура указана в нормированных единицах $T/\Delta(0)$, $T_c \simeq 0.57$

Большое количество работ было посвящено роли андреевских резонансов в SNS-структурах. Отметим, что это совсем другая задача по сравнению с рассматриваемой нами. Как влияют нормальные резонансы на NS-границе на эффект близости, исследовано меньше. Например, в похожей физически

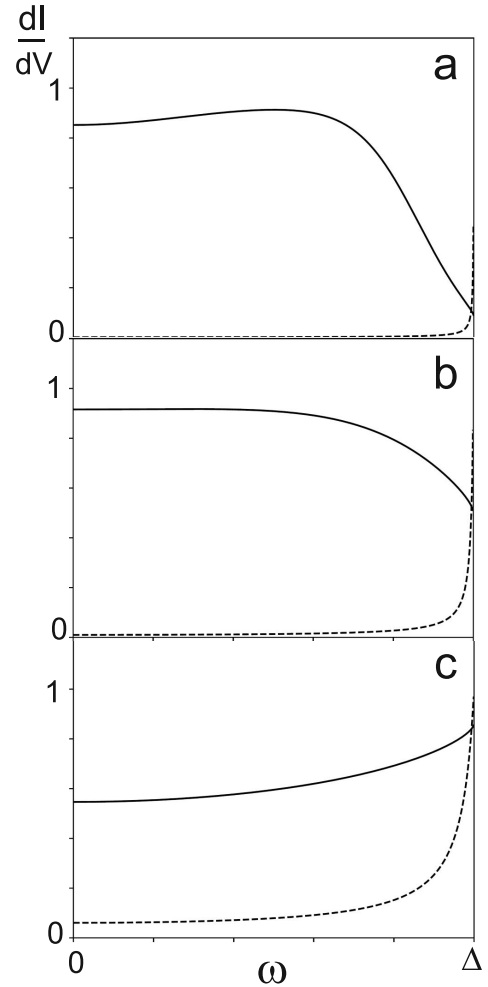


Рис. 5. Зависимости андреевской проводимости от энергии в подщелевой области. Сплошные линии — формула (46), штриховые — зависимость тока ВТК (47) для тех же значений γ . а) $\gamma_0 = 0.3, \gamma = 0.4, \epsilon_0 = 0.1$, б) $\gamma_0 = 1, \gamma = 1, \epsilon_0 = 0.1$, в) $\gamma_0 = 2.5, \gamma = 2.5, \epsilon_0 = 2.1$. Все значения в единицах Δ

задаче в работе [22] рассматривались NS-системы с двухбарьерными структурами, в которых возникают резонансные размерные состояния. Однако в упомянутой статье расстояние между размерными уровнями считалось малым по сравнению с туннельным уширением, поэтому формул усиления типа (48) там не было получено. Собственно эффектом близости авторы не интересовались. Заметим, что формализм коэффициентов прохождения для квазичастиц гораздо больше подходит для описания тока через систему, чем для исследования изменения микроскопических свойств самой системы. Между тем именно пространственные и температурные зависимости эффекта близости определяют, например, диамагнитный отклик NS-структур [8].

3. ТОК ЧЕРЕЗ NSN-ЦЕПОЧКУ

Микроскопическая теория, оперирующая матричными функциями Грина в узельном подходе, позволяет сравнительно просто написать выражения, описывающие ток через NSN-систему с двумя NS-контактами. В этом разделе мы ограничимся кратким выводом формул для тока, так как для случая без резонансного состояния такие системы рассматривались многократно на основе формализма коэффициентов прохождения и формул типа Ландауера – Буттикера (см., например, [23]) и на основе решения уравнений Боголюбова – де Жена (например, [24, 25]). Микроскопический подход имеет, на наш взгляд, преимущество в решении нестационарных задач [15], а для стационарного случая мы выделяем здесь роль резонанса.

Будем считать, что сверхпроводящая цепочка конечной длины N соединена на краях с двумя полубесконечными нормальными цепочками (см. рис. 6). Как и в предыдущем случае, один из туннельных контактов содержит резонансный уровень. Гамильтониан такой системы дается выражением

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_N + \hat{H}_{\tilde{N}} + \hat{V}_{NS} + \hat{V}_{\tilde{N}S}, \quad (49)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{H}_S &= \sum_{l=1}^{N-1} \sum_s t(a_l^{s\dagger} a_{l+1}^s + a_{l+1}^{s\dagger} a_l^s) + \\ &\quad + \sum_{l=1}^N \Delta(a_l^\uparrow a_l^\downarrow + a_l^{\downarrow\dagger} a_l^{\uparrow\dagger}), \\ \hat{H}_N &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_s t(c_l^{s\dagger} c_{l+1}^s + c_{l+1}^{s\dagger} c_l^s), \\ \hat{H}_{\tilde{N}} &= \sum_{l=1}^{\infty} \sum_s t(\tilde{c}_l^{s\dagger} \tilde{c}_{l+1}^s + \tilde{c}_{l+1}^{s\dagger} \tilde{c}_l^s), \\ \hat{V}_{NS} &= \sum_s \varepsilon_0 c_0^{s\dagger} c_0^s + \sum_s \mathcal{T}_N(c_0^{s\dagger} a_N^s + a_N^{s\dagger} c_0^s) + \\ &\quad + \sum_s \mathcal{T}_0(c_0^{s\dagger} c_1^s + c_1^{s\dagger} c_0^s), \\ \hat{V}_{\tilde{N}S} &= \sum_s \mathcal{T}_1(\tilde{c}_1^{s\dagger} a_1^s + a_1^{s\dagger} \tilde{c}_1^s). \end{aligned}$$

В этом случае уравнение Дайсона для запаздывающих функций Грина сверхпроводника содержит две неприводимые части, соответствующие переходам в нормальный металл слева и справа от сверхпроводящей цепочки:

$$\Gamma_{lp}^R = \Gamma_{lp}^{0R} + \Gamma_{l1}^{0R} \Sigma_1^R \Gamma_{1p}^R + \Gamma_{lN}^{0R} \Sigma_N^R \Gamma_{Np}^R. \quad (50)$$

В частности, уравнения

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^R &= \Gamma_{11}^{0R} + \Gamma_{11}^{0R} \Sigma_1^R \Gamma_{11}^R + \Gamma_{1N}^{0R} \Sigma_N^R \Gamma_{N1}^R, \\ \Gamma_{1N}^R &= \Gamma_{1N}^{0R} + \Gamma_{11}^{0R} \Sigma_1^R \Gamma_{11}^R + \Gamma_{1N}^{0R} \Sigma_N^R \Gamma_{NN}^R \end{aligned} \quad (51)$$

образуют замкнутую систему.

Функции Грина конечной сверхпроводящей цепочки без контакта с нормальным металлом могут быть явно получены тем же методом, что и в работе [15]:

$$\Gamma_{11}^{0R} = A(\omega) \begin{pmatrix} \omega & -\Delta \\ \Delta & -\omega \end{pmatrix}, \quad (52)$$

$$\Gamma_{1N}^{0R} = B(\omega) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (53)$$

Здесь

$$\begin{aligned} A(\omega) &= -\frac{1}{t\sqrt{\Delta^2 - \omega^2}}, \\ B(\omega) &\simeq -(-1)^{N/2} \frac{\sqrt{\Delta^2 - \omega^2}}{2t^2} e^{-N \frac{\sqrt{\Delta^2 - \omega^2}}{t}}. \end{aligned} \quad (54)$$

Параметр $B(\omega)$ имеет дополнительную по сравнению с $A(\omega)$ малость Δ/t , кроме того, для длинной области сверхпроводника ($N \gg 1$) $B(\omega)$ становится экспоненциально малым при $\omega < \Delta$, поэтому функции наверху выписаны в низшем порядке по параметру $B(\omega)$.

Неприводимые части в этом уравнении даются функциями Грина нормального металла на соответствующем краю и имеют вид (ср. с (12), (13))

$$\Sigma_1 = \frac{-i}{t} \mathcal{T}_1^2 e^{i\phi}, \quad \Sigma_N = \frac{-i}{t} \mathcal{T}_N^2 \frac{e^{i\phi}}{1 - e^{2i\phi}(1 - (\frac{\mathcal{T}_0}{t})^2)}.$$

Далее используем стандартное обозначение

$$\gamma_1 = \frac{\mathcal{T}_1^2}{t}, \quad \gamma_N^0 = \frac{\mathcal{T}_N^2}{t}.$$

Когда резонанса нет ($\varepsilon_0 = 0$, $\mathcal{T}_0 = t$), то $\Sigma_N = -i\gamma_N^0$. Если туннелирование между резонансным узлом с $\varepsilon_0 = 0$ и цепочкой слабое, $\mathcal{T}_0 \ll t$, то $\Sigma_N = -i\gamma_N$, где

$$\gamma_N \simeq i\gamma_N^0 \frac{t}{\omega + i\gamma_0}.$$

При $\varepsilon_0 > \Delta$ резонанс сдвигается в область нормального тока и его роль близка к роли обычного резонансного туннелирования в нормальной системе. Нас интересует андреевский подщелевой ток, поэтому в дальнейшем мы считаем, что $\varepsilon_0 \ll \Delta$, и положим $\varepsilon_0 = 0$.

Непосредственная подстановка в (51) решений в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^R &= g_{11}\sigma_z + f_{11}\sigma_y, \\ \Gamma_{1N}^R &= g_{1N}I + f_{1N}\sigma_x \end{aligned} \quad (55)$$

позволяет найти с точностью до B^2 коэффициенты $g_{11}, g_{1N}, f_{11}, f_{1N}$:

$$\begin{aligned} g_{11} &= \frac{1}{Z_1} A [\omega + iA\gamma_1(\omega^2 - \Delta^2)] + \\ &+ B^2 \frac{-i\gamma_N}{Z_1 Z_N} [1 + iA\omega(\gamma_1 + \gamma_N) - A^2\gamma_1\gamma_N(\omega^2 - \Delta^2)], \\ f_{11} &= \frac{1}{Z_1} \Delta A - \Delta AB^2 \frac{\gamma_N}{Z_1 Z_N} (\gamma_1 - \gamma_N), \\ g_{1N} &= \frac{B}{Z_1 Z_N} [1 + iA\omega(\gamma_1 + \gamma_N) - A^2\gamma_1\gamma_N(\omega^2 - \Delta^2)], \\ f_{1N} &= \frac{-iB}{Z_1 Z_N} A \Delta (\gamma_1 - \gamma_N). \end{aligned} \quad (56)$$

Использованы следующие обозначения:

$$Z_1 = (1 + iA\omega\gamma_1)^2 + (A\Delta\gamma_1)^2, \quad (57)$$

$$\begin{aligned} Z_N &= (1 + iA\omega\gamma_N)^2 + (A\Delta\gamma_N)^2 = \\ &= 1 - \frac{2t\omega A\gamma_N^0}{\omega + i\gamma_0} - \left(\frac{\gamma_N^0}{\omega + i\gamma_0} \right)^2. \end{aligned} \quad (58)$$

При туннелировании через резонансный уровень появляются особенности в результате образования связанных состояний на краю сверхпроводника, которые расположены внутри щели [21]. Эти связанные состояния описываются энергиями ω_0 , определяемыми из уравнения $Z_N(\omega_0) = 0$, при $\gamma_0 = 0$:

$$\omega_0 \simeq \begin{cases} \Delta \left(\frac{\gamma_N^0}{\Delta} \right), & \frac{\gamma_N^0}{\Delta} \ll 1, \\ \Delta \left(1 - \frac{2\Delta}{\gamma_N^0} \right), & \frac{\gamma_N^0}{\Delta} \gg 1. \end{cases}$$

При обычном вычислении тока I_{left} через туннельный контакт между нормальной частью и крайним узлом $l = 1$ сверхпроводника используется следующее выражение:

$$\begin{aligned} I_{left} &= \mathcal{T}_1^2 [\Gamma_{N_i;11}^{0<} \Gamma_{11}^A - \Gamma_{11}^R \Gamma_{N_i;11}^{0<} + \\ &+ \Gamma_{N_i;11}^{0R} \Gamma_{11}^< - \Gamma_{11}^< \Gamma_{N_i;11}^{0A}]_{11}. \end{aligned}$$

Подставив сюда выражения для функций Грина нормального металла, получим

$$\begin{aligned} I_{left} &= 2\gamma_1 \{ [(\Gamma_{11}^A \Delta \Sigma_1 \Gamma_{11}^R) + (\Gamma_{1N}^A \Delta \Sigma_N \Gamma_{N1}^R)]_{11} n_1^- - \\ &- [(\Gamma_{11}^R \Sigma_1^< \Gamma_{11}^A) + (\Gamma_{NN}^R \Sigma_N^< \Gamma_{N1}^A)]_{11} \}. \end{aligned}$$

Здесь

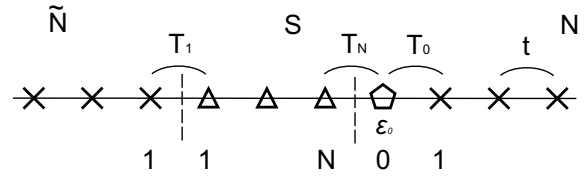


Рис. 6. NSN-цепочка

$$\Delta \Sigma_1 = \Sigma_1^R - \Sigma_1^A = -2i\gamma_1 \sigma_z, \quad (59)$$

$$\Sigma_1^< = -2i\gamma_1 \begin{pmatrix} n_1^-(\omega) & 0 \\ 0 & n_1^+(\omega) \end{pmatrix}. \quad (60)$$

Напомним, что n_+, n_- — это функции распределения Ферми–Дирака со смещенным химическим потенциалом:

$$n_1^\pm(\omega) = n_F(\omega \pm eV_1).$$

Подставляя сюда выражения (55) для функций Грина, получим (ниже записана спектральная плотность тока)

$$\begin{aligned} I_{left} &= I_{norm} + I_{AL} + I_{AN}, \\ I_{norm} &= 2\gamma_1(\gamma_N + \gamma_N^*) |g_{1N}|^2 (n_1^- - n_1^-), \\ I_{AL} &= (2\gamma_1)^2 |f_{11}|^2 (n_1^- - n_1^+), \\ I_{AN} &= 2\gamma_1(\gamma_N + \gamma_N^*) |f_{1N}|^2 (n_1^- - n_1^+). \end{aligned} \quad (61)$$

Заметим, что в выражении для тока явно выделяются три части. I_{norm} — нормальная часть тока, которая подавлена, когда $2eV < \Delta$. I_{AL} — локальная часть андреевского тока, которая определяется одним NS-контактом. Микроскопический подход позволяет описать и еще один необычный вклад в андреевский ток, I_{AN} , который определяется обоими туннельными контактами и в этом смысле является нелокальным.

На рис. 7 показана ситуация, когда $\gamma_1 > \gamma_N$. Это приводит к неодинаковому сдвигу потенциалов на краях, так как токи через оба NS-контакта должны быть одинаковы. Если ситуация симметричная, то $eV_1 = -eV_2$, $\gamma_1 = \gamma_N$, нелокального андреевского тока нет. Это явно подчеркивает множитель $(\gamma_1 - \gamma_N)$ в функции f_{1N} (56). Особенность этого вклада в том, что в случае $\gamma_1 > \gamma_N$ он направлен в сторону, противоположную приложенному напряжению, уменьшая суммарную величину андреевского тока.

Соотношение между плотностью тока I_{AL} и I_{AN} следует из (56), (61):

$$\frac{I_{AN}}{I_{AL}} = \frac{\gamma_N + \gamma_N^*}{2\gamma_1} \frac{|B|^2}{|Z_N|^2} |\gamma_1 - \gamma_N|^2 e^{-N \frac{\Delta}{T}}. \quad (62)$$

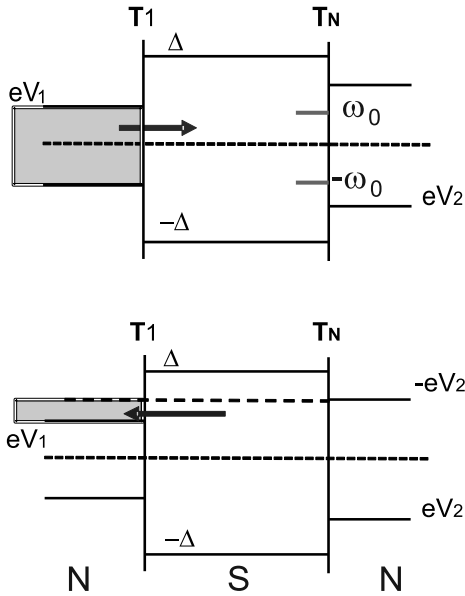


Рис. 7. Области энергии, вносящие вклад в обычный андреевский ток (сверху) и в нелокальный (снизу)

В обычном случае без резонанса, когда $\gamma_N = \gamma_N^0$:

$$\frac{I_{AN}}{I_{AL}} \simeq \frac{\gamma_N^0 \Delta^2 (\gamma_1 - \gamma_N^0)^2}{\gamma_1 4t^2 t^2} e^{-N \frac{\Delta}{t}}. \quad (63)$$

Этот вклад может быть заметен только при длине сверхпроводника, не превышающей несколько длин когерентности, что определяется последним множителем. Роль нелокального вклада зависит от соотношения между туннельными скоростями контактов γ_1 и γ_N^0 .

Наиболее сильно все вклады в плотность тока, в том числе и в нелокальную часть, возрастают вблизи энергий, соответствующих резонансным состояниям внутри щели. При этом наиболее «резонансная» ситуация возникает, когда $\gamma_0 < \gamma_N^0 < \Delta$:

$$\frac{I_{AN}}{I_{AL}} \simeq \frac{\gamma_0 \gamma_N^0 (\gamma_N^0 / \Delta)}{\gamma_0^2 + (\gamma_N^0)^2 (\gamma_N^0 / \Delta)^2} \frac{\Delta^2}{4t \gamma_1} \frac{\Delta}{\gamma_N^0} e^{-N \frac{\Delta}{t}}. \quad (64)$$

Максимальное значение плотности этого тока в резонансе наблюдается при соотношении $\gamma_0 \simeq \gamma_N^0 (\gamma_N^0 / \Delta)$:

$$\frac{(I_{AN}/I_{AL})_{res}}{(I_{AN}/I_{AL})_{nonres}} = \frac{t^3}{\gamma_1^2 \gamma_N^0} \frac{\Delta}{\gamma_N^0}. \quad (65)$$

При реализации условия $\gamma_N^0 < \Delta$ это может быть усиление на 4–5 порядков.

Роль резонансного туннелирования может заключаться также не столько в увеличении тока, сколько в возможности его модуляции. Меняя связь

резонанса со сверхпроводящей и нормальной частями (например, затвором меняя \mathcal{T}_0), можно изменять андреевский ток при постоянной разности потенциалов на контакте.

Есть общая особенность для различных систем, связанная с прохождением потенциала eV через резонансный уровень в области одного из контактов в системах типа рассматриваемой. При прохождении напряжения через любой резонанс на одном из контактов ток с этой стороны резко увеличивается при малом изменении потенциала и начинается более быстрое изменение разности потенциалов на другом контакте для выполнения закона сохранения тока. Поэтому при прохождении даже очень узкого резонанса на одном из контактов на дифференциальных вольт-амперных характеристиках всей системы, содержащей два туннельных контакта, возникает не узкий пик, а скачок.

4. ВЫВОДЫ

Для квазиодномерных систем построено полное микроскопическое описание в терминах узельных функций Грина. Определение нормальных и аномальных частей этих функций в разных областях из уравнения Дайсона, описывающего составную неоднородную систему, позволяет рассмотреть и эффект близости, и андреевский ток единым образом. При этом показано, что андреевский ток может быть вычислен как объемный ток внутри нормального металла, возникающий за счет изменения свойств металла из-за эффекта близости, что позволяет не использовать язык андреевского отражения на границе раздела. Выведенные простые формулы позволяют наглядно увидеть не только известные асимптотики, но и постепенные изменения характеристик эффекта близости при изменении температуры и расстояния от границы. Видно, что переход от низкотемпературной асимптотики к высокотемпературной происходит уже при $T \simeq 0.5T_c$.

В рамках предложенного подхода явно продемонстрировано появление дальнедействующего (незатухающего) эффекта близости в неравновесной ситуации. Существование не уменьшающейся с увеличением расстояния аномальной части, осциллирующей на атомных масштабах, и появление андреевского тока определяется единой микроскопической функцией Грина, оба явления жестко связаны. Кроме того, в нашей работе показано, что в случае резонансного туннелирования между нормальным металлом и сверхпроводником че-

рез промежуточный дискретный уровень эффект близости может усиливаться. Резонансное туннелирование на границе со сверхпроводником позволяет увеличить значение наведенного параметра порядка в t/γ раз.

Полученные результаты интересны не только с теоретической точки зрения, они могут также проявляться при экспериментальном исследовании, поскольку эффекты близости определяют, например, диамагнитный отклик NS-структур.

Для андреевского тока теория позволяет оценить, насколько можно увеличить дифференциальную проводимость при наличии резонансного состояния в NS-контакте.

При описании транспортных свойств NSN-системы в подщелевой области мы получили общее выражение, учитывающее влияние двух контактов одновременно. В этом выражении появляется особый «нелокальный» вклад в андреевский ток, который может течь в сторону, противоположную приложенному напряжению при определенном соотношении между параметрами обоих контактов.

Для постановки новых экспериментов могут оказаться полезными оценки увеличения проводимости системы при наличии резонансов между N- и S-областями. В системах с резонансным туннелированием теоретически возможно изменение проводимости на несколько порядков и при этом появляется возможность модуляции сверхпроводящего тока внешним затвором, управляющим туннельной связью между резонансным уровнем и металлом или сверхпроводником.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов. Вклад авторов равноценен.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. P. Gor'kov, Sov. Phys. JETP **7**, 505 (1958) [Л. П. Горьков, ЖЭТФ **34**, 735 (1958)].
2. S. Gueron, H. Pothier, N.O. Birge et al., Phys. Rev. Lett. **77**, 3025 (1996).
3. N. Moussy, H. Courtois, and B. Pannetier, Europhys. Lett. **55**, 861 (2001).
4. T. M. Klapwijk, J. Supercond. **17**, 593 (2004).
5. W. L. McMillan, Phys. Rev. **175**, 559 (1968).
6. G. E. Blonder, M. Tinkham, and T. M. Klapwijk, Phys. Rev. B **25**, 4515 (1982).
7. D. S. Falk, Phys. Rev. **132**, 1576 (1963).
8. A. C. Mota, P. Visani, and A. Pollini, J. Low Temp. Phys. **76**, 465 (1989).
9. A. Ingerman, G. Johansson, V. S. Shumeiko et al., Phys. Rev. B **64**, 144504 (2001).
10. J. Lantz, V. S. Shumeiko, E. Bratus et al., Phys. Rev. B **65**, 134523 (2002).
11. Qing-feng Sun, Jian Wang, and Tsung-han Lin, Phys. Rev. B **59**, 3831 (1999).
12. C. Caroli, R. Combescot, D. Lederer et al., J. Phys. C: Solid State Phys. **4**, 916 (1971).
13. C. Cuevas, A. Martin-Rodero, and A. Levy-Yeyati, Phys. Rev. B **54**, 7366 (1996).
14. P. I. Arseev, N. S. Maslova, and Yu. M. Bilinskii, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **166**, 38 (2024) [P. I. Arseev, N. S. Maslova, Yu. M. Bilinskii, ЖЭТФ **166**, 38 (2024)].
15. Yu. M. Bilinskii, P. I. Arseev, and N. S. Maslova, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **167**, 115 (2025) [Ю. М. Билинский, П. И. Арсеев, Н. С. Маслова, ЖЭТФ **167**, 115 (2025)].
16. G. Deutscher and P. G. de Gennes, in *Superconductivity in Two Parts*, ed. by R. D. Parks, New York (1969), Vol. 2, p. 1005.
17. R. Riedel and P. F. Bagwell, Superlattic. Microstruct. **25**, 683 (1999).
18. J. Bardeen, Phys. Rev. Lett. **6**, 57 (1961).
19. A. F. Andreev, Sov. Phys. JETP **19**, 1228 (1964) [А. Ф. Андреев, ЖЭТФ **46**, 1823 (1964)].
20. A. V. Burmistrova, I. A. Devyatov, A. A. Golubov et al., J. Phys. Soc. Jpn. **82**, 034716 (2013).
21. P. I. Arseyev and B. A. Volkov, Solid State Commun. **78**, 373 (1991).
22. J. A. Melsen and C. W. J. Beenakker, Physica B: Condens. Matter **203**, 219 (1994).
23. C. J. Lambert and R. Raimondi, J. Phys. Condens. Matter **10**, 901 (1998).
24. J. Sanchez-Canizares and F. Sols, Physica B: Condens. Matter **252**, 304 (1998).
25. I. M. Khaymovich, J. P. Pekola, and A. S. Melnikov, New J. Phys. **19**, 123026 (2017).

Microscopic Theory of NS Junctions

P. I. Arseev^{a}, Yu. M. Bilinskii^a, N. S. Maslova^b*

^a P. N. Lebedev Physical Institute of the Russian Academy of Sciences
119991, Moscow, Russia

^b Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
119991, Moscow, Russia

*E-mail: ars@lpi.ru

Received February 6, 2026

Revised March 10, 2026

Accepted March 16, 2026

Abstract

Expressions for a complete microscopic description of NS and NSN systems are obtained for quasi-one-dimensional systems consisting of a normal metal and a superconductor. Simple expressions are obtained for the order parameter (anomalous averages) induced in the metal as a function of the distance from the interface and temperature. The role of tunneling through resonant levels at the normal metal–superconductor interface in both the formation of anomalous averages and the Andreev current is studied.

Keywords: proximity effect, Andreev current, tunneling in superconductors

Funding. The study was not sponsored.

Conflict of interest. The authors of this work declare that they have no conflict of interest.

Authors' contribution. The contribution of the authors is equal.