

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ КОЛЛАПСА РЕЗОНАНСОВ ФАНО И «СКРЫТЫЕ» ТЕМНЫЕ СОСТОЯНИЯ В СПЕКТРЕ РАДИАЦИОННЫХ ПОЛЯРИТОНОВ МАГНЕТИКОВ С ЦЕНТРОМ АНТИИНВЕРСИИ

О. С. Сухорукова ^{a,b}, А. С. Тарасенко ^b, С. В. Тарасенко ^{b*}, В. Г. Шаэров ^c

^a Физико-технический факультет, Донецкий государственный университет
283001, Донецк, Россия

^b Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина,
283114, Донецк, Россия

^c Институт радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова Российской академии наук
125009, Москва, Россия

Поступила в редакцию 19 ноября 2024 г.,
после переработки 5 марта 2025 г.
Принята к публикации 5 марта 2025 г.

На примере спектра фотонного излучения радиационных магнитных поляритонов, распространяющихся в симметричном слое оптически прозрачного антиферромагнетика с центром антиинверсии, изучена связь между бианизотропными свойствами негиротропной среды с пространственной дисперсией и условиями формирования (включая эффекты невязимности) как дополнительных точек коллапса резонанса Фано (КРФ), так и сопутствующих им связанных состояний в континууме (ССК). В частности, для точек КРФ показана возможность реализации условий как безотражательного прохождения слоя падающей извне электромагнитной волной, так и появления «скрытых» типов ССК (для них магнитный слой теряет безотражательность).

DOI: 10.31857/S0044451025060094

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы лежащая в терагерцевом частотном диапазоне энергия активации магнонов и обменно усиленная скорость распространения спиновых волн превратили физику антиферромагнетиков (АФМ) в одно из наиболее активно развивающихся направлений спинтроники магнитных диэлектриков [1]. В настоящее время распространяющаяся волна вращательного спинового момента рассматривается как форма спинового тока, что позволяет рассчитывать на применение АФМ-диэлектриков в качестве перспективной элементной базы при создании целого ряда быстродействующих и энергоэффективных устройств функциональной магнитоэлектроники [2]. Одним из ключевых моментов в этом случае становится выяснение усло-

вий целенаправленного и эффективного управления взаимодействием фотонов и магнонов и, прежде всего, полем электромагнитного (ЭМ) излучения вытекающих магнитных поляритонов, распространяющихся в открытых или полукоткрытых магнитных гетероструктурах (сочетающих в себе, например, как оптически прозрачные АФМ-слои, так и анизотропно проводящие метаповерхности [2, 3]).

Для падающей извне на такую структуру ЭМ-волны, отвечающей открытому каналу фотонного излучения, особый интерес будет представлять изучение возможности как резонанса Фано, так и его коллапса (слияния соседствующих на плоскости внешних параметров «частота–продольное волновое число» полюса и нуля коэффициента прохождения ЭМ-волны) (см. также [4–6]).

Хорошо известно [7], что если плоская объемная ЭМ-волна ТМ- или ТЕ-типа падает извне (среда с волновым импедансом Z_α) на асимметричный слой с входным волновым импедансом Z_{in} [8], то

* E-mail: s.v.tarasenko@mail.ru

соответствующий амплитудный коэффициент отражения на границе раздела «слой–полуограниченная оптически более плотная среда» имеет вид

$$V_\alpha = \frac{i\tilde{Z}_\alpha + Z_{in\alpha}}{i\tilde{Z}_\alpha - Z_{in\alpha}}. \quad (1)$$

В этом случае, согласно [5, 6], коллапс резонанса Фано (КРФ) можно представить как следствие одновременного обращения в нуль в сплошном спектре излучения вытекающей поляритонной волны и числителя, и знаменателя входного поверхностного импеданса рассматриваемой слоистой структуры Z_{in} [8]. Подобное поведение поверхностного импеданса объясняется тем, что в этом случае на фоне сплошного спектра фотонного излучения несобственных волн возникает также и собственное локализованное состояние: связанное состояние в континууме (ССК). В результате в открытом канале фотонного рассеяния оптически прозрачного слоя в сопряженной полуограниченной оптически более плотной среде отсутствует объемная ЭМ-волна, обеспечивающая радиационное затухание распространяющихся магнитных поляритонов (для нее мгновенный поток энергии через границу раздела «слой–полуограниченная оптически более плотная среда» в точке ССК строго равен нулю в любой момент времени). При подходе к точке формирования ССК как интерференционного, так и симметрично-защищенного типа ССК, согласно [5], $Z_{in} \rightarrow 0/0$ в (1), а так как $|V_\alpha|^2 + |W_\alpha|^2 = 1$ (обсуждается оптически прозрачная структура), то для падающей извне на слой ЭМ-волны указанная неопределенность в точке КРФ (точке формирования ССК) одновременно имеет место и для коэффициента отражения V_α , и для коэффициента прохождения W_α .

К настоящему моменту предложено несколько вариантов классификации возможных механизмов формирования ССК для падающей извне на симметричный слой плоской объемной ЭМ-волны. Так, согласно [9], по механизму своего формирования все ССК могут быть разделены на три класса: симметрично защищенные ССК, ССК интерференционного типа и ССК, полученные методом обратной реконструкции. Помимо этого, для оптически прозрачного слоя как в симметричном, так и в асимметричном окружении, в зависимости от величины амплитудного коэффициента прохождения падающей извне на слой плоской объемной ЭМ-волны, параметры которой отвечают точке КРФ, соответствующие ССК можно условно разделить на «безотражательные» с $|W_\alpha| = 1$ и «скрытые» с $|W_\alpha| < 1$. В част-

ности, согласно [6], в спектре фотонного излучения (волна ТМ-типа) одноосного оптически прозрачного диэлектрического слоя между двух анизотропно проводящих метаповерхностей [10] к «скрытым» ССК с $|W_p| < 1$ могут быть отнесены симметрично-защищенные ССК, а к «безотражательным» — ССК интерференционного типа с $|W_p| = 1$. Это связано с тем, что при $|W_p| = 1$ число парциальных волн, участвующих в формировании ССК «безотражательного» типа в слое, совпадает с полным числом парциальных волн, возникающих в среде, формирующей слой, при однократном внутрислоевом отражении объемной ЭМ-волны от его поверхности. В этом случае деструктивная интерференция поля излучения одновременно полностью блокирует связи с открытым каналом излучения для всех парциальных вытекающих мод слоя, которые в зависимости от пространственной структуры своего поля могут как участвовать, так и не участвовать в формировании «безотражательных» ССК (механизм Фридриха–Винтгена [11]). Для падающей извне ЭМ-волны, отвечающей открытому каналу фотонного излучения, это приводит к единичной матрице прохождения такого слоя в точке формирования ССК указанного типа.

Что же касается точек формирования интерференционных ССК «скрытого» типа с $|W_p| < 1$, то для них число парциальных волн, участвующих в образовании этого типа «темных» состояний с нулевой радиационной шириной, будет меньше полного числа парциальных волн той же симметрии, возникающих в среде распространения, при однократном внутрислоевом отражении объемной ЭМ-волны от поверхности слоя. В этом случае деструктивная интерференция поля излучения [11] одновременно полностью блокирует и «прямые», и «косвенные» связи с открытым каналом излучения только для парциальных вытекающих мод слоя, участвующих в формировании ССК «скрытого» типа. Для остальных парциальных вытекающих мод той же симметрии, не участвующих в формировании этого типа ССК в слое связь с открытым каналом излучения по-прежнему сохраняется. В результате для падающей извне ЭМ-волны, отвечающей открытому каналу фотонного излучения с параметрами, соответствующими точке формирования ССК «скрытого» типа, эффект безотражательности слоя ($|W_p| = 1$) будет отсутствовать.

Однако до сих пор в качестве основы для теоретического анализа условий существования «скрытых» ССК в сплошном спектре фотонного излуче-

ния радиационных магнитных поляритонов в слое с одним открытым каналом фотонного излучения рассматривали только centrosymmetric магнитные среды. Кроме того, все рассмотренные механизмы формирования ССК в магнетиках были связаны только с гибридизацией эффектов магнитогирации и пространственной дисперсии второго порядка (вследствие неоднородного обменного взаимодействия (НОВ)) [6]. С этой целью использовались уравнения связи, которые в декартовой системе координат для плоской объемной ЭМ-волны в одноосном диэлектрике с вектором гирации вдоль z имели следующую структуру:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mu_{\perp} & -i\mu_g & 0 \\ i\mu_g & \mu_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{H}, \quad (2)$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & -i\epsilon_g & 0 \\ i\epsilon_g & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{E},$$

а коэффициенты в (2) могли иметь не только временную, но с учетом НОВ также и пространственную дисперсию второго порядка.

Вместе с тем в настоящее время в физике магнитных диэлектриков уделяется особое внимание изучению статике и динамике нецентросимметричных магнетиков (в том числе и АФМ с центром антисимметрии (ЦАС АФМ)) [12]. Кристаллографическая структура таких сред допускает сосуществование в термодинамическом потенциале магнетика как НОВ, так и слагаемых, линейных по первым пространственным производным и квадратичных по компонентам намагниченностей спиновых подрешеток [13, 14]. Это делает принципиально возможным формирование в таких условиях пространственно локализованных равновесных магнитных состояний даже без учета дальнедействующих магнитодипольных взаимодействий или конечных размеров реального магнитного образца [15]. Что же касается наличия центра антисимметрии у АФМ-структуры, то это создает основу для одновременного существования с НОВ и неоднородного взаимодействия Дзялошинского (НВД) [14], и линейного магнитоэлектрического взаимодействия (ЛМЭВ) [16].

В результате линейная спин-волновая электродинамика таких магнетиков в общем случае будет описываться на основе уравнений связи со струк-

турой, характерной для бианизотропных (БА) сред [17, 18]:

$$\mathbf{B} = \overline{\overline{\mu}} \mathbf{H} + \overline{\overline{\kappa}}^* \mathbf{E}, \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \overline{\overline{\epsilon}} \mathbf{E} + \overline{\overline{\kappa}}^T \mathbf{H},$$

где $\overline{\overline{\kappa}}$ — магнитоэлектрическая диада, верхние индексы «*» и « T » обозначают соответственно комплексное сопряжение и транспонирование, а коэффициенты в (3) будут обладать как временной, так и пространственной дисперсией. При этом каждому конкретному случаю структуры НВД (дающей вклад в $\overline{\overline{\mu}}(\omega, \mathbf{k})$) будет отвечать соответствующая структура тензора ЛМЭВ, а значит, и $\overline{\overline{\kappa}}$. Это позволяет даже без эффекта магнитогирации рассчитывать на наличие дополнительных механизмов формирования резонанса Фано, а в точках его коллапса — на формирование как «скрытых», так и «безотражательных» типов ССК в сплошном фотонном спектре излучения распространяющихся вдоль слоя радиационных магнитных поляритонов.

В [18] на основе (2) была предложена классификация БА-сред, основанная на представлении диады $\overline{\overline{\kappa}}$ в виде суммы действительной и мнимой частей. После чего каждый из этих тензоров раскладывался на шаровой тензор и девиатор, а последний еще и на симметричную и антисимметричную относительно перестановки индексов части. Однако вопрос о том, как связаны условия формирования точек КРФ и соответствующих типов ССК в спектре радиационных магнитных поляритонов магнетика со структурой как тензора НВД, так и тензора соответствующего ЛМЭВ в ЦАС АФМ, до сих пор оставался открытым.

Выяснение этого вопроса на примере прохождения плоской объемной ЭМ-волны ТЕ-типа через слой оптически прозрачного одноосного АФМ с центром антисимметрии в случае одного открытого канала фотонного излучения и является целью настоящей работы.

2. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Пусть имеется слой магнитного диэлектрика толщиной $2d$, связывающий между собой с помощью электродинамических граничных условий идентичные по своим оптическим свойствам полупространства, занятые одноосным (ось анизотропии $\hat{\epsilon}$) оптически прозрачным диэлектриком (см. рис. 1), с материальными соотношениями вида [19]

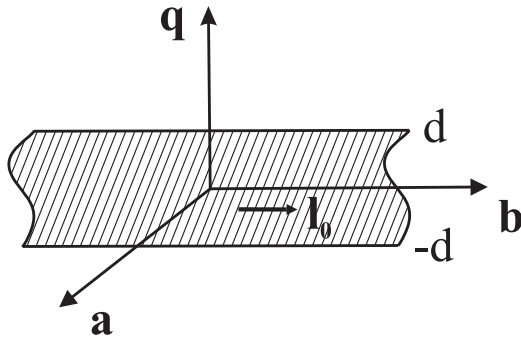


Рис. 1. Слой толщиной $2d$ легкоосной (ЛО) АФМ-среды (6), погруженный в оптически одноосную немагнитную среду (4), оптическая ось $\tilde{c}$ которой коллинеарна линии пересечения плоскости падения ЭМ-волны с нормалью вдоль a и плоскости границы раздела сред с нормалью вдоль q (т. е. $\tilde{c} \parallel b \parallel l_0$)

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{D}} &= (\tilde{\epsilon}_o \tilde{\mathbf{I}} + (\tilde{\epsilon}_e - \tilde{\epsilon}_o) \tilde{c} \otimes \tilde{c}) \tilde{\mathbf{E}}, \\ \tilde{\mathbf{B}} &= \tilde{\mathbf{H}},\end{aligned}\quad (4)$$

где $\tilde{\mathbf{I}}$ — единичный тензор, $\mathbf{D}$ и $\mathbf{B}$ — векторы электрической и магнитной индукции соответственно, тильдой отмечены все величины, относящиеся к среде, окружающей рассматриваемый слой. Будем также полагать, что $\mathbf{q}$ — нормаль к границе раздела сред, $\mathbf{a}$ — нормаль к плоскости слоя падения волны, $\mathbf{b} = \mathbf{q} \times \mathbf{a}$ — направление распространения волны в слое, а для выбранной плоскости распространения ЭМ-волны вдоль слоя открытый канал фотонного излучения в среде (4) связан с волной ТЕ-типа ($\tilde{c} \parallel \mathbf{b}$). В нашей модели гетероструктуры его существование — результат наличия на границах раздела между рассматриваемым «резонаторным» магнитным слоем и окружающей неограниченной средой (4) анизотропно проводящих метаповерхностей [10]:

$$\begin{aligned}(\mathbf{E}\mathbf{a}) &= (\tilde{\mathbf{E}}\mathbf{a}), \\ (\mathbf{E}\mathbf{b}) &= (\tilde{\mathbf{E}}\mathbf{b}), \\ (\mathbf{H}\mathbf{b}) &= (\tilde{\mathbf{H}}\mathbf{b}), \\ \xi &= \pm d,\end{aligned}\quad (5)$$

где ξ — текущая координата вдоль $\mathbf{q}$.

В качестве примера магнитной среды, формирующей слой (при $|\xi| < d$), выберем двухподрешеточную модель легкоосного (ось z) обменно коллинеарного ЦАС АФМ ($|\mathbf{M}_1| = |\mathbf{M}_2| = M_0$ — намагниченности подрешеток). Остановимся на случае, когда в терминах векторов ферромагнетизма $\mathbf{m} \equiv (\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2)/2M_0$ и антиферромагнетизма

$\mathbf{l} \equiv (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)/2M_0$ плотность энергии, описывающая линейную спин-волновую динамику рассматриваемой ЦАС-среды (коллинеарная фаза ЛО АФМ с $\mathbf{l}_0 \parallel z$), с учетом НВД (F_{IDI}) и однородного ЛМЭВ (F_{ME}) имеет вид [14, 20, 21]

$$\begin{aligned}F &= F_m + F_{IDI} + F_{ME}, \\ F_m &= M_0^2 \left(\frac{\delta}{2} \mathbf{m}^2 - \frac{b}{2} l_z^2 + \frac{\bar{\alpha}}{2} (\nabla \mathbf{l})^2 - 2(\mathbf{m}\mathbf{h}) \right), \\ F_{IDI} &= M_0^2 \left(\alpha_1 m_\alpha \frac{\partial l_\beta}{\partial z} + \bar{\alpha}_1 m_\beta \frac{\partial l_\alpha}{\partial z} \right), \\ F_{ME} &= M_0^2 l_{0z} (\kappa_1 m_\alpha E_\beta + \bar{\kappa}_1 m_\beta E_\alpha),\end{aligned}\quad (6)$$

где δ , $\bar{\alpha}$ и b ($b > 0$) — константы однородного, неоднородного обмена и магнитной анизотропии (с легкой осью z) соответственно, $\mathbf{h} \equiv \mathbf{H}/2M_0$, индексы $\alpha, \beta = x, y$. Динамика данной динамической системы определяется связанной системой уравнений, состоящей из уравнений Максвелла и уравнений Ландау–Лифшица.

В дальнейшем, имея в виду прежде всего АФМ (6) с магнитной структурой, подобной $4_z^+ 2_x^\pm I^-$ или $4_z^- 2_x^\pm I^-$ по Турову [12], ограничимся следующей структурой материальных соотношений, характерной для одноосной бианизотропной магнитной среды:

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & 0 \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{H} + \begin{pmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{xy} & 0 \\ \kappa_{yx} & \kappa_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^* \mathbf{E}, \\ \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{E} + \begin{pmatrix} \kappa_{xx} & \kappa_{yx} & 0 \\ \kappa_{xy} & \kappa_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}.\end{aligned}\quad (7)$$

В качестве плоскости распространения ЭМ-волн в одноосном ЦАС АФМ (6) с легкой магнитной осью вдоль z будем рассматривать $\mathbf{k} \in yz$. В результате с учетом материальных соотношений (7) получим, что спектр магнитных поляритонов EH -типа в такой продольной магнитооптической конфигурации (МОК) [22] без учета граничных условий структурно может быть представлен в виде $(\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel z, \mathbf{q} \parallel y)$

$$D(k_y, k_z, \omega) = |\overline{\mathbf{D}}| = 0, \quad (8)$$

$$\overline{\mathbf{D}} \equiv \begin{pmatrix} \overline{\mathbf{M}}_p & \overline{\mathbf{M}}_{ps} \\ \overline{\mathbf{M}}_{sp} & \overline{\mathbf{M}}_s \end{pmatrix},$$

$$D(k_y, k_z, \omega) \neq D(k_y, -k_z, \omega),$$

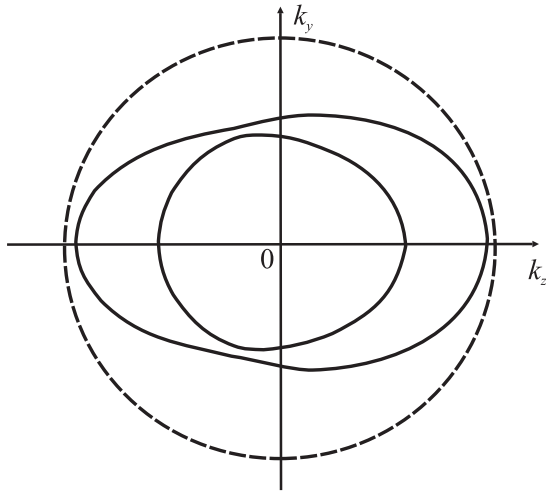


Рис. 2. Штриховая линия — среда (4), сплошные линии — среда (7). Предполагается, что в (8) $\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = 0$, $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} < \epsilon_{||} < \tilde{\epsilon}_0$, $\kappa_{xy} = -\kappa_{yx}$, $\kappa_{xx} = \kappa_{yy} \neq 0$

где

$$\overline{\overline{M}}_p \equiv \begin{pmatrix} \frac{\bar{k}_y^2}{\epsilon_{||}} - \mu_{xx} & \bar{k}_z - \kappa_{xy}^* \\ -(\bar{k}_z - \kappa_{xy}) & \epsilon_{yy} \end{pmatrix},$$

$$\overline{\overline{M}}_s \equiv \begin{pmatrix} \frac{\bar{k}_y^2}{\mu_{||}} - \epsilon_{xx} & -(\bar{k}_z + \kappa_{yx}) \\ \bar{k}_z + \kappa_{yx}^* & \mu_{yy} \end{pmatrix},$$

$$\bar{\mathbf{k}} \equiv \mathbf{k}/k_0,$$

$$\overline{\overline{M}}_{ps} \equiv \begin{pmatrix} -\kappa_{xx}^* & -\mu_{xy} \\ \epsilon_{yx} & \kappa_{yy} \end{pmatrix},$$

$$\overline{\overline{M}}_{sp} \equiv \begin{pmatrix} -\kappa_{xx} & -\epsilon_{xy} \\ \mu_{yx} & \kappa_{yy}^* \end{pmatrix}.$$

Пример возможного относительного положения в k -пространстве сечений плоскостью падения yz поверхностей волновых векторов волны ТЕ-типа в среде (4) оптической оси одноосного диэлектрика с и магнитных поляритонов ЕН-типа в среде (6), (7) в магнитооптическом пределе приведен на рис. 2.

Хорошо известно, что для модели неограниченного АФМ (6) учет вклада НОВ (эффекты пространственной дисперсии второго порядка) в магнитооптическую динамику в первом неисчезающем приближении приводит к пропорциональной k^2 аддитивной добавке к энергии активации нормальной спиновой волны [20]. На этом основании можно утверждать, что в рамках рассматриваемой модели ЦАС АФМ (6)–(8), независимо от структуры тензоров ЛМЭВ и НВД, максимальное число ветвей спектра магнитных поляритонов, отвечающих заданным значениям ω и $h \equiv (\mathbf{k}\mathbf{b})$, с учетом НОВ может быть рав-

но четырем. В этом случае для продольной МОК $\mathbf{q}||y, \mathbf{l}_0||\mathbf{b}||z$ из (6)–(8) следует принципиальная возможность для падающей извне на границу раздела немагнитной (4) и магнитной (6) сред плоской объемной волны ТЕ-типа реализации эффекта как двух-, так и четырехлучевого преломления.

Предположим, что для падающей на поверхность ЦАС АФМ (6)–(8) плоской ЭМ-волны с заданными значениями поляризации, частоты и угла падения в среде (4) одновременно

$$(\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{b}) > 0, \quad \partial\omega/\partial(\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{b}) > 0,$$

$$(\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{q}) < 0, \quad \partial\omega/\partial(\tilde{\mathbf{k}}\mathbf{q}) < 0.$$

В этом случае, согласно (8), некоторым из возбужденных в ЦАС АФМ (6), (7) ветвей спектра магнитных поляритонов также будет отвечать нормальная рефракция:

$$(\mathbf{k}\mathbf{b}) > 0, \quad \partial\omega/\partial(\mathbf{k}\mathbf{b}) > 0,$$

$$(\mathbf{k}\mathbf{q}) < 0, \quad \partial\omega/\partial(\mathbf{k}\mathbf{q}) < 0,$$

тогда как для других ветвей может быть характерна отрицательная рефракция:

$$(\mathbf{k}\mathbf{b}) > 0, \quad \partial\omega/\partial(\mathbf{k}\mathbf{b}) < 0,$$

$$(\mathbf{k}\mathbf{q}) < 0, \quad \partial\omega/\partial(\mathbf{k}\mathbf{q}) < 0,$$

что с учетом эффектов интерференции и невязанности может отражаться и на спектральных свойствах волноводных магнитных поляритонов ЕН-типа, распространяющихся в такой МОК вдоль волновода, сформированного рассматриваемой БА АФМ-средой (7), (8).

3. «СКРЫТЫЕ» ТЕМНЫЕ СОСТОЯНИЯ КАК ПРИЧИНА «ПСЕВДОРЮСТЕРОВСКОГО» ОТРАЖЕНИЯ В ТОЧКАХ КОЛЛАПСА РЕЗОНАНСА ФАНО

Следуя основам теории волн в слоистых средах [7], в случае падающей извне (среды (4)) на слой ЦАС АФМ (4)–(6) плоской объемной ЭМ-волны ТЕ-типа с $\mathbf{k} \in yz$ можно с учетом (6)–(8) записать, что при $\mathbf{q}||y, \mathbf{l}_0||\mathbf{b}||z$ ($\psi \equiv hz - \omega t$)

$$\bar{E}_x(y = d) = (1 + V_s) \exp(i\psi),$$

$$\bar{E}_x(y = -d) = W_s \exp(i\psi),$$

$$\bar{E}_x(-d < y < d) = \sum_{j=1}^{\nu=4} E_{xj} (A_j c_{jy} + B_j s_{jy}) \exp(i\psi), \quad (9)$$

где

$$c_{jy} \equiv \text{ch}(\eta_j y), \quad s_{jy} \equiv \text{sh}(\eta_j y), \quad \eta^2 \equiv -(\mathbf{kq})^2,$$

η — число корней характеристического уравнения (8) для заданных ω и $k_z \equiv h$.

Анализ спектра ЭМ-волн EH -типа (6)–(8) показывает, что в нем возможно выделить ветви спектра, относящиеся как к «быстрым», так и к «медленным» магнитным поляритонам [23]. Дисперсионные соотношения для ветвей первого типа («быстрых» поляритонов) невозможно получить в кулоновском пределе, тогда как ветви спектра, относящиеся к «медленным» поляритонам, существуют и в этом пределе (в данной модели к ним относятся спиновые волны, а скорость их распространения в АФМ в коротковолновом пределе определяется НОВ). В (9) и везде ниже будем формально полагать, что в негиротропной АФМ-среде (6), (7) индексы 1 и 2 при $\bar{\kappa} = \bar{0}$ (где $\bar{0}$ — нулевая матрица) отвечают «быстрой» (квазифотонной с $E_x \neq 0$) и «медленной» (квазимагнитной, связанной с $\mu_{yy}(\omega, h)$ в (7)) ветвям спектра нормальных магнитных поляритонов TE -типа в (8). Что же касается индексов 3 и 4, то в дальнейшем считаем, что при $\bar{\kappa} = 0$ они отвечают «быстрой» (квазифотонной с $H_x \neq 0$) и «медленной» (квазимагнитной, связанной с $\mu_{xx}(\omega, h)$ в (7)) ветвям спектра нормальных магнитных поляритонов TM -типа в (6)–(8).

Так как спин-волновую электродинамику изучаемого ЦАС АФМ мы будем рассматривать в продольной МОК [22] и с учетом НОВ (т. е. в (9) $\nu = 4$), то в дальнейшем будем полагать выполненными на обеих поверхностях слоя ЦАС АФМ (6) следующие граничные условия:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z = 0, \quad \tilde{H}_z = H_z, \quad \tilde{E}_x = E_x, \\ \frac{\partial l_x}{\partial y} = \frac{\partial l_y}{\partial y} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Используя (10) и следуя [7], получим, что в этом случае матрица перехода для слоя АФМ (6), (7) при $l_0 \parallel z$ имеет вид $c_{jd} \equiv \text{ch}(\eta_j d)$, $s_{jd} \equiv \text{sh}(\eta_j d)$,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix}_{y=d} = \bar{\bar{T}} \begin{pmatrix} E_x \\ H_z \end{pmatrix}_{y=-d}, \\ \bar{\bar{T}} \equiv \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}, \\ \bar{\bar{T}}_s(2d) \equiv \bar{\bar{G}}(d) \bar{\bar{G}}^{-1}(-d), \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{pmatrix} (\mathbf{Ea}) \\ (\mathbf{Hb}) \end{pmatrix}_y = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} G_{11} = \sum_{j=1}^{\nu=4} E_{xj} F_{j1} \frac{s_{1d}}{s_{jd}} c_{jy}, \quad G_{12} = \sum_{j=1}^{\nu=4} E_{xj} \Phi_{j1} \frac{c_{1d}}{c_{jd}} s_{jy}, \\ G_{21} = \sum_{j=1}^{\nu=4} H_{zj} F_{j1} \frac{s_{1d}}{s_{jd}} s_{jy}, \quad G_{22} = \sum_{j=1}^{\nu=4} H_{zj} \Phi_{j1} \frac{c_{1d}}{c_{jd}} c_{jy}. \end{aligned}$$

Таким образом, дисперсионные свойства EH -мод, распространяющихся вдоль слоя (как собственных, так и несобственных, вытекающих в рассматриваемый открытый канал фотонного излучения, связанный с волной TE -типа в среде (4)), определяются условием [7]

$$i\tilde{Y}_s(T_{EE} + T_{HH}) - T_{HE} + T_{EH}\tilde{Y}_s^2 = 0, \quad (13)$$

где

$$Y_s \equiv (\mathbf{Hb})/(\mathbf{Ea})$$

— поверхностная волновая проводимость [24].

Для падающей извне на рассматриваемый слой плоской объемной ЭМ-волны TE -типа, формирующей открытый канал рассеяния, коэффициент отражения в терминах входной волновой проводимости (Y_{in}) с учетом (9)–(13) имеет вид [7]

$$\begin{aligned} V_s(y=d) = \frac{i\tilde{Y}_s + Y_{in}}{i\tilde{Y}_s - Y_{in}}, \\ Y_{in} = \frac{T_{HE} - iT_{HH}\tilde{Y}_s}{T_{EE} - iT_{EH}\tilde{Y}_s}, \end{aligned} \quad (14)$$

поэтому из (13), (14), как и в случае полуоткрытых волноводных структур [5], получаем, что в точке КРФ при формировании в рассматриваемой открытой динамической системе ССК (интерференционного или симметрично-защищенного типа [9]) будут независимо стремиться к нулю и числитель, и знаменатель Y_{in} в (14). Это согласуется как с определением КРФ, данным в [4], так и с тем, что в такой точке излучаемая через открытый канал рассеяния объемная ЭМ-волна (в данном случае TE -типа) должна отсутствовать в среде (4) (т. е. иметь нулевую амплитуду). С учетом (6)–(14) и введенных выше обозначений в этом случае имеем

$$\begin{aligned} (|G_{11}(h, \omega)| + |G_{21}(h, \omega)|) \times \\ \times (|G_{12}(h, \omega)| + |G_{22}(h, \omega)|) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Условия (13), (15), в частности, должны выполняться и в случае формирования в открытом канале фотонного излучения симметрично-защищенных типов ССК в соответствующих точках КРФ. В рассматриваемой МОК открытый канал фотонного излучения связан с объемной волной ТЕ-типа в среде (4), поэтому для падающей извне на слой плоской объемной волны с ТЕ-поляризацией «темные» состояния этого типа, согласно принятым выше соглашениям, в точках КРФ должны формировать моды, отвечающие в (9)–(13) парциальным волнам с $j = 3$ и $j = 4$. В результате условие для формирования в точке КРФ такого симметрично-защищенного ССК, согласно (9)–(15), можно представить как

$$\left(\sum_{\alpha=1}^2 (|F_{3\alpha}| + |F_{4\alpha}|) + |c_{3d}| |c_{4d}| \right) \times \left(\sum_{\alpha=1}^2 (|\Phi_{3\alpha}| + |\Phi_{4\alpha}|) + |s_{3d}| |s_{4d}| \right) \rightarrow 0. \quad (16)$$

При этом каждая из линий в (16), отвечающая условию

$$|c_{3d}| |c_{4d}| |s_{3d}| |s_{4d}| = 0,$$

является линией «псевдобрюстеровского отражения» — линией минимумов амплитудного коэффициента отражения V_s . С учетом (6)–(8) выполнение (16) возможно, если одновременно выполняются условия

$$|\kappa_{xx}| + |\kappa_{yy}| = 0, \quad |\mu_{xy}| + |\epsilon_{xy}| + |\mu_{yx}| + |\epsilon_{yx}| \rightarrow 0.$$

Для рассматриваемой МОК положение на плоскости параметров $\omega - h$ таких ССК симметрично-защищенного типа в пределе

$$|\kappa_{xx}| + |\kappa_{yy}| + |\mu_{xy}| + |\epsilon_{xy}| + |\mu_{yx}| + |\epsilon_{yx}| = 0$$

отвечает спектру волноводных магнитных поляритонов ТМ-типа, характерному для случая, когда рассматриваемый слой ЦАС АФМ обладает двухсторонней металлизацией. С учетом (6)–(8) соответствующее дисперсионное уравнение можно представить как

$$|\overline{M}_p(k_y = \pi\nu/2d, h, \omega)| = 0.$$

Что же касается возможности формирования в точке КРФ в открытом канале фотонного излучения рассматриваемой ЦАС магнитной гетероструктуры интерференционного типа ССК кратности p , то, согласно (9)–(15), соответствующее условие имеет вид (см. также [6])

$$\sum_j^p |c_{id}(\omega, h)| \sum_j^p |s_{id}(\omega, h)| = 0, \quad 2 \leq p \leq 4. \quad (17)$$

В частном случае, который только и будет интересовать нас в дальнейшем, условие реализации в рассматриваемой гетероструктуре предложенного в [11] двухмодового механизма ($p = 2$) деструктивной интерференции полей излучения радиационных магнитных поляритонов, согласно (13)–(17), принимает вид ($i \neq j, 1 \leq i, j \leq 4$)

$$(|c_{id}(\omega, h)| + |c_{jd}(\omega, h)|) \times (|s_{id}(\omega, h)| + |s_{jd}(\omega, h)|) = 0. \quad (18)$$

В результате для выбранной для изучения продольной МОК ($\mathbf{l}_0 \parallel \mathbf{b} \parallel z, \mathbf{q} \parallel y, \mathbf{k} \in yz$) сочетания ω, h , отвечающие существованию в рассматриваемой слоистой структуре ССК интерференционного типа, индуцированных гибридизацией эффектов НОВ, НВД и ЛМЭВ в ЦАС АФМ (6)–(8), можно представить как следствие следующих соотношений (см. также [6]):

$$\begin{aligned} D_\nu(h, \omega) &= D_\rho(h, \omega), \\ \nu &\neq \rho, \nu = 1, 2, \dots, \rho = 1, 2, \dots, \\ D_\nu(h, \omega) &= D(k_y = k_\nu \equiv \pi\nu/2d, k_z = h, \omega). \end{aligned} \quad (19)$$

В (19) $D_\nu(\omega, h) = 0$ с учетом (6)–(8) при

$$|\kappa_{xx}| + |\kappa_{yy}| + |\mu_{xy}| + |\epsilon_{xy}| + |\mu_{yx}| + |\epsilon_{yx}| \neq 0$$

определяет спектр симметричных или антисимметричных нормальных объемных магнитных поляритонных волн ЕН-типа с $\mathbf{k} \in yz$, для которых пространственное распределение E_x вдоль $\mathbf{q} \parallel y$ соответственно четно или нечетно относительно срединной плоскости рассматриваемого слоя ЦАС АФМ (6)–(8) на обеих его поверхностях одновременно:

$$\tilde{H}_z(y = \pm d) = 0, \quad \tilde{E}_z(y = \pm d) = 0,$$

$$\partial l_x / \partial y = \partial l_y / \partial y = 0.$$

В случае

$$|\kappa_{xx}| + |\kappa_{yy}| + |\mu_{xy}| + |\epsilon_{xy}| + |\mu_{yx}| + |\epsilon_{yx}| = 0$$

выполнение $D_\nu(\omega, h) = 0$ в (8), (19) отвечает факторизованному спектру волноводных магнитных поляритонов ТМ- и ТЕ-типа, одновременно и независимо распространяющихся вдоль слоя (10)–(12)

рассматриваемого ЦАС АФМ (6), (7) в выбранной МОК. В точках КРФ вследствие наличия ССК интерференционного типа для падающей извне на слой плоской объемной ЭМ-волны ТЕ-типа будет иметь место безотражательное прохождение, если в (9), (12), (16), (17) $p = \nu = 2$.

Отметим, что подобные точки в соотношениях (18), (19) с учетом (6)–(8) могут рассматриваться как аналог узлов сетки Миндлина [25], но теперь для спектра объемных магнитных поляритонов типа слоя АФМ (3) с двухсторонней металлизацией и полностью свободными спинами на обеих поверхностях слоя

$$\tilde{E}_x(y = \pm d) = 0, \quad \tilde{E}_z(y = \pm d) = 0,$$

$$\partial l_x / \partial y = \partial l_y / \partial y = 0.$$

Совместный анализ (6)–(19) показывает, что в пределе

$$|\kappa_{xx}| + |\kappa_{yy}| + |\mu_{xy}| + |\epsilon_{xy}| + |\mu_{yx}| + |\epsilon_{yx}| = 0$$

в АФМ-среде (6), (7) одновременно отсутствуют эффекты киральности, и гиротропии. В результате в нулевом порядке по параметру магнитоэлектрического взаимодействия $\bar{\kappa}$ на плоскости $\omega - h$ в спектре распространяющихся объемных магнитных поляритонов (18) точки вырождения для мод с несовпадающими номерами можно условно разделить на три группы:

А) обе моды, формирующие ССК (8), (19), вследствие (7), (8) относятся к спектру магнитных поляритонов ТЕ-типа;

В) обе моды относятся к спектру магнитных поляритонов ТМ-типа;

С) одна из мод относится к спектру магнитных поляритонов с поляризацией ТЕ-типа, а вторая — с поляризацией ТМ-типа.

При этом, если в (9), (11), (12), (17) $p = 2$, $\nu = 4$, то ненулевой локальный минимум $|V_s(y = -d)| < 1$ в точке КРФ будет отвечать «скрытому» ССК, а если $p = \nu = 2$, то в точках КРФ будет иметь место формирование «безотражательных» ССК. Поскольку для оптически прозрачного слоя [7, 24]

$$|W_s(y = -d)|^2 = 1 - |V_s(y = -d)|^2,$$

согласно (14), (19), $|W_s(y = -d)|$ при угловом сканировании вблизи (8), (19) будет иметь форму, характерную для асимметричного резонанса (типа резонанса Фано). Так, если в (11), (12) ω

и угол падения извне на слой ЦАС АФМ плоской объемной ТЕ-волны одновременно таковы, что $G_{11}G_{12}\tilde{Y}_s^2 + G_{21}G_{22} = 0$, то $|W_s(y = -d)| = 1$. Выполнение условия $W_s(y = -d) = 0$ требует, чтобы в (11), (12) $G_{11}G_{22} = G_{12}G_{21}$. При этом в самой точке формирования ССК (8), (18), (19) максимум и минимум кривой $|W_s(y = \pm d)|$ ($W_s(y = d) = 1 + V_s$) сливаются (т.е. являются аналогом коллапса резонанса Фано, подобно изученному в [4] на примере открытого резонатора в квантовом волноводе). Для падающей извне (среда (4)) на АФМ-слой плоской объемной волны ТЕ-типа, параметры которой отвечают формированию в точках КРФ интерференционных ССК «безотражательного» типа (с $|W_s(y = -d)| = 1$), в (14) $Y_{in} = \tilde{Y}_s$. Если же в точке КРФ формируется интерференционное ССК «скрытого» типа (с $|W_s(y = -d)| < 1$), то в (14) $Y_{in} = \tilde{Y}_s + Y'$. Во втором варианте (в отличие от первого) радиационное затухание в оптически прозрачном слое связано с теми вытекающими модами спектра магнитных поляритонов слоя, излучение которых через открытый канал фотонного рассеяния в условиях формирования интерференционных ССК не блокируется вследствие механизма деструктивной интерференции [11].

В зависимости от того, симметричные или антисимметричные относительно плоскости $y = 0$ моды спектра радиационных магнитных поляритонов принимают участие в формировании точек ССК интерференционного типа (8), (19) (а значит, и точек КРФ), их положение на плоскости $\omega - h$ задается точкой одновременно пересекающихся линий, определяемых равенством нулю первого или второго множителя в (18). Если в (9), (11), (12) $\nu = 4$, то согласно (15), (16), (19) число таких одновременно пересекающихся линий в точке формирования ССК равно p ($2 \leq p \leq 4$). В частности, для интересующего нас в дальнейшем случая $p = 2$, $\nu = 4$, $i \neq j$, $1 \leq i, j \leq 4$ и падающей извне ЭМ-волны ТЕ-типа каждая из точек формирования ССК интерференционного типа (как и соответствующие точки КРФ) определяется пересечением любых двух линий, отвечающих условию (19). В зависимости от симметрии мод, формирующих конкретную точку ССК интерференционного типа, входной волновой адмиттанс в (14) структурно, с учетом (11), (12), (19), принимает вид

$$Y_{in}(|c_i||c_j| = 0) = \tilde{Y}_s + iY', \quad Y' \equiv \frac{G_{22}}{G_{12}}, \quad (20)$$

$$Y_{in}(|s_i||s_j| = 0) = \tilde{Y}_s + iY', \quad Y' \equiv \frac{G_{21}}{G_{11}}. \quad (21)$$

В (20), (21) формально предполагается, что только формирующие согласно (8), (14), (19) точку КРФ (и соответствующее ССК) ветви спектра магнитных поляритонов являются объемными.

Таким образом, на плоскости внешних параметров «частота — продольное волновое число» в каждой из точек КРФ (и соответствующих им интерференционных ССК), согласно (8), (19), для $i \neq j$ ($1 \leq i, j \leq 4$) выполнено соотношение (20) или (21).

Следует отметить, что на плоскости $\omega - h$ при $|c_i| + |s_j| = 0$ согласно (14), (19) $|W_s(y = -d)| = 0$, но соответствующее сочетание внешних параметров ω, h не отвечает формированию в спектре излучательных магнитных поляритонов ССК интерференционного типа.

Как уже отмечалось выше, в [6] на примере симметричного слоя центросимметричного АФМ изучалось совместное влияние гиротропии и пространственной дисперсии второго порядка (НОВ) на возможность формирования в точках КРФ спектра излучательных поляритонных мод «скрытых» ССК интерференционного типа. В этом случае для рассматриваемой модели АФМ-среды согласно [6] в (6)–(8) одновременно выполнялись условия $\bar{\kappa} = \bar{0}$ и $|\text{Im } \mu_{ik}| + |\text{Im } \epsilon_{ik}| \neq 0$ ($i \neq k, i, k = x, y$). По этой причине далее основное внимание будет уделено изучению возможности формирования ССК интерференционного типа (8), (19) как «скрытых», так и «безотражательных», в случае, когда в (6)–(8) одновременно $\bar{\kappa} \neq \bar{0}$ и $|\text{Im } \mu_{ik}| + |\text{Im } \epsilon_{ik}| = 0$ (слой негиротропного АФМ с центром антиинверсии).

Дальнейшие выводы из полученных выше общих соотношений для условий формирования ССК в результате как симметрично-защищенного, так и интерференционного механизмов требуют конкретизации структуры уравнений связи рассматриваемой ЦАС-среды (согласно (6) это ЛО АФМ с центром антисимметрии в коллинеарной фазе).

Для простоты и наглядности результатов в дальнейшем ограничимся двухподрешеточной моделью тетрагонального ЛО ЦАС АФМ (6)–(8) со структурой типа $4_z^+ 2_x^\pm I^-$ или $4_z^- 2_x^\pm I^-$. Соотношения для тензоров в структуре как ЛМЭВ, так и НВД в (6) приведены, в частности, в работах [21] и [14] соответственно. В этой связи будем считать, что в (6) $\text{Im } \bar{\kappa} = 0$, следуя классификации [17, 18], рассмотрим три варианта структуры магнитоэлектрической диады $\bar{\kappa}$ (как и соответствующие структуры тензора, характеризующего НВД в [14]): «анизотропная теллегеновская» среда (одновременно в (7) $|\kappa_{xx}| \neq |\kappa_{yy}| \neq 0, \kappa_{xy} = \kappa_{yx} = 0$),

«псевдотеллегеновская» среда (одновременно в (7) $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} \neq 0$ ($\kappa_{xx} = \kappa_{yy} = 0$) или $\kappa_{xx} = -\kappa_{yy} \neq 0$ ($\kappa_{xy} = -\kappa_{yx} = 0$)) и «движущаяся» среда (одновременно в (7) $\kappa_{xy} = -\kappa_{yx} \neq 0$ ($\kappa_{xx} = \kappa_{yy} = 0$)). Особо отметим, что с точки зрения влияния в рассматриваемой МОК на условия формирования точек КРФ и соответствующих типов ССК в открытом канале фотонного рассеяния негиротропного слоя БА-среды «псевдотеллегеновского» типа удобно выделить два варианта сочетания ненулевых компонент в структуре магнитоэлектрической диады с нулевым следом в уравнениях связи ЦАС АФМ (7): вариант А — «псевдотеллегеновская» с $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} \neq 0$ ($\kappa_{xx} = \kappa_{yy} = 0$) и вариант В — «псевдотеллегеновская» среда с $\kappa_{xx} = -\kappa_{yy} \neq 0$ ($\kappa_{xy} = \kappa_{yx} = 0$). Для рассматриваемой в данной работе продольной МОК ($\mathbf{k} \in yz, \mathbf{q} \parallel y$) в варианте А «псевдотеллегеновская» среда (в отличие от варианта В) допускает независимое распространение в одноосной АФМ-среде волн ТМ- и ТЕ-типа.

Для удобства сопоставления с [6] также ограничимся изучением продольной МОК, полагая, что на обеих поверхностях слоя тетрагонального ЛО АФМ типа $4_z^+ 2_x^\pm I^-$ или $4_z^- 2_x^\pm I^-$ по-прежнему выполнены граничные условия (10). В результате, как показывает расчет, с учетом соответствующих уравнений связи (7) структурно остаются в силе и все полученные выше соотношения для условий формирования в спектре излучения радиационных магнитных поляритонов как точек КРФ, так и соответствующих им типов интерференционных ССК (как «скрытых», так и «безотражательных»).

Ниже кратко приведены основные соотношения, необходимые для получения в рассматриваемой МОК с помощью общих формул (8), (19) условий формирования интерференционных ССК в каждом из указанных частных случаев магнитной структуры ЦАС АФМ, формирующего слой, и указан тип БА-среды согласно классификации, предложенной в [17, 18]. Далее будем полагать, что

$$\bar{\omega}_0^2 = \omega_0^2 + s^2 \mathbf{k}^2, \quad s^2 \equiv \omega_s^2 \delta \bar{\alpha}, \quad \omega_s \equiv g M_0, \quad i, k = x, y.$$

4. ЦАС АФМ КАК «АНИЗОТРОПНАЯ ТЕЛЛЕНГОВСКАЯ» СРЕДА

В этом случае в (6)

$$F_{IDM} = -\alpha_1 M_0^2 \left(m_x \frac{\partial l_x}{\partial z} - l_x \frac{\partial m_x}{\partial z} + m_y \frac{\partial l_y}{\partial z} - l_y \frac{\partial m_y}{\partial z} \right),$$

$$F_{ME} = -\kappa_1 M_0^2 (m_x E_x + m_y E_y), \quad (22)$$

в (7), (8)

$$\begin{aligned}\epsilon_{ik} &= (\epsilon_{\perp} + 4\pi\kappa_1^2\chi_{\perp})\delta_{ik}, \quad \mu_{ik} = (1 + 4\pi\chi_{\perp})\delta_{ik}, \\ \chi_{\perp} &= \chi_0 \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - \omega^2 - (2\alpha_1\omega_s k_z)^2},\end{aligned}\quad (23)$$

т. е.

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \begin{pmatrix} \mu_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{H} + \begin{pmatrix} \kappa_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \\ \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{E} + \begin{pmatrix} \kappa_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \kappa_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}.\end{aligned}$$

В результате при $\mathbf{k} \in yz$ в (8), (19) спектр магнитных поляритонов в данной модели ЦАС АФМ с учетом НВД, ЛМЭВ и НОВ имеет вид

$$\begin{aligned}D(k_y, k_z, \omega) &= \left[\frac{\bar{k}_y^2}{\epsilon_{\parallel}} - \mu_{xx} + \frac{\mu_{yy}\bar{k}_z^2}{\Delta} \right] \times \\ &\times \left[\frac{\bar{k}_y^2}{\mu_{\parallel}} - \epsilon_{xx} + \frac{\epsilon_{yy}\bar{k}_z^2}{\Delta} \right] - \kappa_{\perp}^2 \left[1 - \frac{k_z^2}{\Delta} \right]^2, \quad (24)\end{aligned}$$

$$\Delta \equiv \mu_{yy}\epsilon_{yy} - \kappa_{\perp}^2,$$

$$D(k_z, \omega) = D(-k_z, \omega), \quad D(\mathbf{k}, \omega) = D(\mathbf{k}, -\omega).$$

5. ЦАС АФМ КАК «ДВИЖУЩАЯСЯ» СРЕДА

В этом случае в (6)

$$\begin{aligned}F_{IDM} &= -\alpha_1 M_0^2 \times \\ &\times \left(m_x \frac{\partial l_y}{\partial z} - l_y \frac{\partial m_x}{\partial z} - m_y \frac{\partial l_x}{\partial z} + l_x \frac{\partial m_y}{\partial z} \right), \quad (25) \\ F_{ME} &= -\kappa_1 M_0^2 (m_x E_y - m_y E_x),\end{aligned}$$

в (7), (8)

$$\begin{aligned}\kappa_{xy} &= -\kappa_{yx} = \kappa_{\perp} = 4\pi\kappa_1\chi_{\perp}, \\ \epsilon_{ik} &= (\epsilon_{\perp} + 4\pi\kappa_1^2\chi_{\perp})\delta_{ik}, \\ \mu_{ik} &= (1 + 4\pi\chi_{\perp})\delta_{ik}, \\ \chi_{\perp} &= \chi_0 \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - (\omega - \alpha_1\omega_s k_z)^2},\end{aligned}\quad (26)$$

т. е.

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \begin{pmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{H} + \begin{pmatrix} 0 & \kappa_{\perp} & 0 \\ -\kappa_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \\ \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{E} + \begin{pmatrix} 0 & -\kappa_{\perp} & 0 \\ \kappa_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}.\end{aligned}$$

В результате при $\mathbf{k} \in yz$ в (8), (19) спектр магнитных поляритонов в данной модели ЦАС АФМ с учетом НВД, ЛМЭВ и НОВ имеет вид

$$\begin{aligned}D(k_y, k_z, \omega) &= \left[\frac{\bar{k}_y^2}{\epsilon_{\parallel}} - \mu_{xx} + \frac{(\bar{k}_z - \kappa_{\perp})^2}{\epsilon_{yy}} \right] \times \\ &\times \left[\frac{\bar{k}_y^2}{\mu_{\parallel}} - \epsilon_{xx} + \frac{(\bar{k}_z - \kappa_{\perp})^2}{\mu_{yy}} \right], \quad (27)\end{aligned}$$

$$D(k_z, \omega) \neq D(-k_z, \omega), \quad D(\mathbf{k}, \omega) \neq D(\mathbf{k}, -\omega).$$

6. ЦАС АФМ КАК «ДВИЖУЩАЯСЯ» ПСЕВДОТЕЛЛЕГЕНОВСКАЯ СРЕДА. ВАРИАНТ А

В этом случае в (6)

$$\begin{aligned}F_{IDM} &= -\alpha_1 M_0^2 \times \\ &\times \left(m_x \frac{\partial l_y}{\partial z} - l_y \frac{\partial m_x}{\partial z} + m_y \frac{\partial l_x}{\partial z} - l_x \frac{\partial m_y}{\partial z} \right), \quad (28) \\ F_{ME} &= -\kappa_1 M_0^2 (m_x E_y + m_y E_x),\end{aligned}$$

в (7), (8)

$$\begin{aligned}\chi_{xx} &= \chi_0 \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - (\omega - \alpha_1\omega_s k_z)^2}, \\ \chi_{yy} &= \chi_0 \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - (\omega + \alpha_1\omega_s k_z)^2}, \\ \kappa_{xy} &= 4\pi\kappa_1\chi_{xx}, \\ \kappa_{yx} &= 4\pi\kappa_1\chi_{yy}, \\ \epsilon_{ik} &= (\epsilon_{\perp} + 4\pi\kappa_1^2\chi_{ik})\delta_{ik}, \\ \mu_{ik} &= (1 + 4\pi\chi_{ik})\delta_{ik},\end{aligned}\quad (29)$$

т. е.

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= \begin{pmatrix} \mu_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{H} + \begin{pmatrix} 0 & \kappa_{xy} & 0 \\ \kappa_{yx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \\ \mathbf{D} &= \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{E} + \begin{pmatrix} 0 & \kappa_{yx} & 0 \\ \kappa_{xy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}.\end{aligned}$$

В результате при $\mathbf{k} \in yz$ в (8), (19) спектр магнитных поляритонов в данной модели ЦАС АФМ с учетом НВД, ЛМЭВ и НОВ имеет вид

$$\begin{aligned}D(k_y, k_z, \omega) &= \left[\frac{\bar{k}_y^2}{\epsilon_{\parallel}} - \mu_{xx} + \frac{(\bar{k}_z - \kappa_{xy})^2}{\epsilon_{yy}} \right] \times \\ &\times \left[\frac{\bar{k}_y^2}{\mu_{\parallel}} - \epsilon_{xx} + \frac{(\bar{k}_z + \kappa_{yx})^2}{\mu_{yy}} \right], \quad (30)\end{aligned}$$

$$D(k_z, \omega) \neq D(-k_z, \omega), \quad D(\mathbf{k}, \omega) \neq D(\mathbf{k}, -\omega).$$

7. ЦАС АФМ КАК «ДВИЖУЩАЯСЯ ПСЕВДОТЕЛЛЕГЕНОВСКАЯ» СРЕДА. ВАРИАНТ В

В этом случае в (6)

$$F_{IDM} = -\alpha_1 M_0^2 \times \\ \times \left(m_x \frac{\partial l_x}{\partial z} - l_x \frac{\partial m_x}{\partial z} - m_y \frac{\partial l_y}{\partial z} + l_y \frac{\partial m_y}{\partial z} \right), \quad (31) \\ F_{ME} = -\kappa_1 M_0^2 (m_x E_x - m_y E_y),$$

в (7), (8)

$$\chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{\perp} = \frac{\chi_+ + \chi_-}{2}, \\ \chi_{xy} = \chi_{yx} = \chi_* = \frac{\chi_+ - \chi_-}{2}, \\ \chi_{\pm} = \chi_0 \frac{\bar{\omega}_0^2}{\bar{\omega}_0^2 - (\omega \pm \alpha_1 \omega_s k_z)^2}, \quad (32) \\ \kappa_{xx} = -\kappa_{yy} = \kappa_{\perp} \equiv 4\pi\kappa_1\chi_{\perp}, \\ \kappa_{xy} = -\kappa_{yx} = \kappa_* \equiv 4\pi\kappa_1\chi_*, \\ \mu_{xy} = \mu_{yx} = \mu_* \equiv 4\pi\chi_*, \\ \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx} = \epsilon_* \equiv 4\pi\kappa_1^2\chi_*,$$

т. е.

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mu_{\perp} & \mu_* & 0 \\ \mu_* & \mu_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{H} + \begin{pmatrix} \kappa_{\perp} & -\kappa_* & 0 \\ \kappa_* & -\kappa_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{E}, \\ \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \epsilon_{\perp} & \epsilon_* & 0 \\ \epsilon_* & \epsilon_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel} \end{pmatrix} \mathbf{E} + \begin{pmatrix} \kappa_{\perp} & \kappa_* & 0 \\ -\kappa_* & -\kappa_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{H}.$$

В результате при $\mathbf{k} \in yz$ спектр магнитных поляритонов в неограниченной модели ЦАС АФМ с учетом НВД, ЛМЭВ и НОВ, вследствие (7), (8), (32), можно представить в виде [26]

$$D(k_y, k_z, \omega) = |\overline{\overline{M}}_p \overline{\overline{M}}_s - \overline{\overline{M}}_p \overline{\overline{M}}_{sp} \overline{\overline{M}}_p^{-1} \overline{\overline{M}}_{ps}| = 0, \quad (33)$$

где

$$\overline{\overline{M}}_p \equiv \begin{pmatrix} \frac{\bar{k}_y^2}{\epsilon_{\parallel}} - \mu_{\perp} & \bar{k}_z + \kappa_* \\ -(\bar{k}_z + \kappa_*) & \epsilon_{\perp} \end{pmatrix}, \\ \overline{\overline{M}}_s \equiv \begin{pmatrix} \frac{\bar{k}_y^2}{\mu_{\parallel}} - \epsilon_{\perp} & \bar{k}_z + \kappa_* \\ \bar{k}_z + \kappa_* & \mu_{\perp} \end{pmatrix}, \\ \overline{\overline{M}}_{ps} \equiv \begin{pmatrix} -\kappa_{\perp} & -\mu_* \\ \epsilon_* & -\kappa_{\perp} \end{pmatrix}, \\ \overline{\overline{M}}_{sp} \equiv \begin{pmatrix} -\kappa_{\perp} & -\epsilon_* \\ \mu_* & -\kappa_{\perp} \end{pmatrix}, \\ D(k_z, \omega) = D(-k_z, \omega), \quad D(\mathbf{k}, \omega) = D(\mathbf{k}, -\omega).$$

Таким образом, в случае рассматриваемой продольной МОК из (21)–(33) можно сделать следующие выводы.

1) Без учета НВД структура коэффициентов в уравнениях связи с учетом принятых ограничений совпадает с аналогичными соотношениями из [21].

2) Уже в кулоновском пределе НВД может а) приводить к невязности (относительно $h \rightarrow -h$) спектра ФМ- или АФМ-магнонов (если они и с учетом НВД не связаны); б) приводить к гибридизации спектров ФМ- или АФМ-магнонов (если они без учета НВД были не связаны).

3) В этих же типах АФМ-структур ЛМЭВ может а) приводить к невязности (относительно $h \rightarrow -h$) спектра ЭМ-волн ТМ- и ТЕ-типа (если они и с учетом ЛМЭВ не связаны); б) приводить к гибридизации ЭМ-волн ТМ- и ТЕ-типа (если без ЛМЭВ они не были связаны).

4) НВД может влиять на структуру магнитной восприимчивости, а через нее (за счет ЛМЭВ) также на структуру магнитоэлектрической диады и диэлектрической восприимчивости.

5) Рассмотренные выше примеры АФМ-сред «псевдотеллегиеновского» А- и В-типов без учета НВД соответствующей структуры перестают быть одновременно также и примерами вытекающей среды. Вместе с тем в этом пределе для рассматриваемой МОК в случае «псевдотеллегиеновской» среды А-типа (в отличие от «псевдотеллегиеновской» среды В-типа) спектр распространяющихся магнитных поляритонов остается невязным относительно инверсии направления распространения вдоль z в плоскости АФМ-слоя (10).

Таким образом, рассмотренные выше для продольной МОК (в отсутствие гиротропии) соотношения, полученные при условии, что в (7) одновременно $\text{Im } \bar{\kappa} = 0$, $\text{Re } \bar{\kappa} \neq 0$, позволяют сделать ряд выводов, связанных с кооперативным влиянием НВД, линейного магнитоэлектрического эффекта и НОВ на возможность формирования точек КРФ и соответствующих типов ССК в спектре радиационных магнитных поляритонов слоя с одним открытым каналом фотонного рассеяния. При этом часть выводов может быть распространена и на случаи, когда структура магнитоэлектрической диады аналогична использованной в (7), но в ней одновременно $\text{Im } \bar{\kappa} \neq 0$, $\text{Re } \bar{\kappa} = 0$.

1) Если в (7) одновременно $\kappa_{xx} = \kappa_{yy} \neq 0$ и $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} = 0$, то как для «теллегиеновской» с $\text{Im } \kappa_{xx} = \text{Im } \kappa_{yy} = 0$, так и для «киральная» с $\text{Re } \kappa_{xx} = \text{Re } \kappa_{yy} = 0$ БА-сред, формирующих слой в открытом канале фотонного рассеяния, возможны

интерференционные ССК с поляризацией EH -типа. Расположение таких точек КРФ (и соответствующих им ССК) на плоскости «частота–продольное волновое число» взаимно относительно инверсии знака продольного волнового числа.

2) Указанными выше свойствами обладают также точки КРФ и соответствующие им ССК с гибридной поляризацией, если в рассматриваемой магнитной гетероструктуре одновременно в (7) $\kappa_{xx} = -\kappa_{yy} \neq 0$ и $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} = 0$, в случае слоя «псевдотеллегеновской» БА-среды В-типа с $\text{Im } \kappa_{xx} = \text{Im } \kappa_{yy} = 0$ или слоя «псевдокиральной» БА-среды с $\text{Re } \kappa_{xx} = \text{Re } \kappa_{yy} = 0$.

3) Если одновременно в (7) $|\kappa_{xx}| = |\kappa_{yy}| = 0$ и $\text{Im } \kappa_{xy} = \text{Im } \kappa_{yx} = 0$, то как для слоя «псевдотеллегеновской» БА-среды А-типа ($\kappa_{xy} = \kappa_{yx} \neq 0$), так и для слоя «движущейся» среды с $\kappa_{xy} = -\kappa_{yx} \neq 0$ имеют место интерференционные «безотражательные» ССК с поляризацией ТЕ-типа ($|W_s(y = -d)| = 1$). В спектре излучения радиационных магнитных поляритонов их расположение на плоскости «частота–продольное волновое число» не взаимно относительно инверсии знака продольного волнового числа. В результате в точках КРФ отражение для падающей извне на слой плоской объемной ЭМ-волны ТЕ-типа $|W_s(y = -d)| = 1$.

4) В выбранной продольной МОК расположение интерференционных ССК с поляризацией s -типа и $|W_s(y = -d)| = 1$ на плоскости $\omega - h$ будет взаимно относительно инверсии $h \rightarrow -h$ для слоя БА-среды «омега»-типа (в (7) $\text{Im } \kappa_{xy} = -\text{Im } \kappa_{yx} \neq 0$, $\text{Re } \kappa_{xy} = \text{Re } \kappa_{yx} = 0$, $\text{Im } \kappa_{xx} = \kappa_{yy} = 0$). Это характерно и для расположения на плоскости параметров интерференционных ССК с поляризацией EH -типа и $|W_s(y = -d)| < 1$ для слоя «псевдокиральной» БА-среды с $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} = 0$ и $\text{Im } \kappa_{xx} = -\text{Im } \kappa_{yy} \neq 0$.

5) Часть точек КРФ (и соответствующих интерференционных ССК с EH -поляризацией) из формирующихся вследствие механизмов, перечисленных выше в пунктах 1) и 2), существуют уже в пренебрежении в (6) как НВД, так и НОВ (т.е. если в (18) $|\alpha| + |\alpha_1| \rightarrow 0$). Согласно [27], они не имеют своего аналога в случае слоя centrosymmetric АФМ в этой же МОК (в отличие от точек КРФ (и ССК), механизмы формирования которых отмечены в пунктах 3) и 4)).

Как уже говорилось выше, в каждой из точек КРФ становится возможным формирование в сплошном спектре излучения радиационных магнитных поляритонов «темных» состояний с нулевой радиационной шириной (ССК). В их непосредственной окрестности на плоскости внешних параметров

«частота–продольное волновое число» формируется «суперрезонансное» состояние (распространяющаяся вдоль слоя высокодобротная вытекающая поляритонная волна). В случае падения извне квазиплоской ЭМ-волны, параметры которой приближаются к характерным для ССК как «скрытых», так и «безотражательных», это приводит к резкому росту эффектов незеркального отражения (преломления) в открытом канале фотонного излучения.

8. ОСОБЕННОСТИ НЕЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ ОТ ПОВЕРХНОСТИ МАГНЕТИКА БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ

При угловом сканировании в выбранной МОК падающей извне ТЕ-волной поверхности АФМ-слоя в окрестности точки ССК (19) структура в (14) принимает вид

$$Y_{in}(h, \omega) = C \frac{h - h_N(\omega)}{h - h_D(\omega)}, \quad (34)$$

причем самой точке ССК (как «скрытых», так и «безотражательных») согласно (9)–(19), (34) отвечает $h_N(\omega) = h_D(\omega)$ в (14), что делает возможным усиление и углового (s_s), и пространственного (Δ_s) эффектов Гуса – Хенхен при отражении вблизи точки КРФ падающей извне на магнитный слой квазиплоской волны ТЕ-типа, так как согласно [28]

$$i\Delta_s + s_s \approx \partial \ln V_s / \partial h. \quad (35)$$

Таким образом, с учетом полученных выше результатов из (11)–(35) следует, что для рассматриваемой МОК гибридизация НВД, ЛМЭВ и НОВ следующим образом модифицирует характеристики отраженной от поверхности магнитной гетероструктуры квазиплоской волны ТЕ-типа, параметры которой близки к точке КРФ:

1) поскольку, согласно (6)–(10), для «движущейся» и «псевдотеллегеновской» БА-среды А-типа (с $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} \neq 0$) в (19), (35) $Y_{in}(h, \omega) \neq Y_{in}(-h, \omega)$, усиление эффектов Гуса – Хенхен при приближении к точке ССК будет не взаимно относительно инверсии знака угла падения извне на слой ЦАС АФМ (6)–(10) квазиплоской волны;

2) если БА-среда «теллегеновского» ($\kappa_{xx} = \kappa_{yy} \neq 0$, $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} = 0$) или «псевдотеллегеновского» В-типа ($\kappa_{xx} = -\kappa_{yy} \neq 0$, $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} = 0$), в (14), (35) также $Y_{in}(h, \omega) \neq Y_{in}(-h, \omega)$, то усиление эффектов Гуса – Хенхен при приближении к точке ССК будет взаимно относительно инверсии знака

угла падения (это верно также для «киральной» и «псевдокиральной» среды);

3) уже при нормальном падении извне на слой «движущейся» или «псевдотеллегеновской» БА-среды (с $\kappa_{xy} = \kappa_{yx} \neq 0$) узконаправленного волнового пучка волн ТЕ-типа (квазиплоской волны) возможен ненулевой пространственный эффект Гуса – Хенхен;

4) для «движущейся» или «псевдотеллегеновской» БА-среды А-типа есть интервал углов, внутри которого имеет место отрицательный пространственный эффект Гуса – Хенхен;

5) в спектре излучения радиационных магнитных поляритонов в точках КРФ возможно вырождение дисперсионных кривых, отвечающих прямой и обратной волнам. В результате в зависимости от выбора на плоскости внешних параметров ω – h наклонно падающей на слой волны к точке формирования ССК, знак пространственного эффекта Гуса – Хенхен может быть различным;

6) в точках КРФ, связанных с формированием «безотражательных» ССК, будет аномально увеличиваться угловой эффект Гуса – Хенхен.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, на примере симметричной магнитной гетероструктуры на основе слоя магнитокомпенсированного оптически прозрачного антиферромагнетика с центром антисимметрии изучены индуцированные бианизотропными свойствами магнитной среды особенности формирования в точках коллапса резонанса Фано (КРФ) связанных состояний в континууме (ССК) спектра фотонного излучения распространяющихся волноводных магнитных поляритонов. В качестве примера с учетом эффектов пространственной дисперсии первого порядка рассматривался ЦАС АФМ, обладающий одновременно линейным магнитоэлектрическим взаимодействием, а также неоднородными обменным взаимодействием и взаимодействием Дзялошинского. Выяснено, как структура магнитоэлектрической диады, входящей в уравнения связи такого ЦАС АФМ, влияет на условия формирования вследствие механизма Фридриха – Винтгена интерференционных типов ССК как «безотражательных» (т. е. обеспечивающих полную оптическую прозрачность слоя для падающей извне плоской объемной ЭМ-волны), так и «скрытых», не обладающих таким свойством. Показано, что в обоих случаях такие точки совпадают с точками КРФ на плоскости «частота–

продольное волновое число». Выяснено, как в зависимости от типа бианизотропных свойств магнитной среды кооперативное влияние линейного магнитоэлектрического взаимодействия и взаимодействия Дзялошинского может приводить к реализации эффекта невзаимности по отношению к инверсии знака продольного волнового числа для падающей извне на магнитную гетероструктуру как плоской, так и квазиплоской объемной ЭМ-волны.

Если использовать классификацию ССК, предложенную в [9], то можно сказать, что формирующиеся в открытом канале фотонного излучения «скрытые» интерференционные ССК (отвечают дополнительным точкам КРФ) занимают промежуточное положение между «безотражательными» интерференционными ССК и ССК симметрично-защищенного типа. Так же как и симметрично-защищенные ССК, они в точке своего формирования характеризуются отличным от единицы модулем амплитудного коэффициента прохождения. В то же время пространственная структура их волнового поля в оптически прозрачном АФМ-слое принципиально не отличается от волнового поля излучательных поляритонных мод, обеспечивающих радиационные потери в точке формирования данного типа интерференционных ССК.

Финансирование. Исследование влияния гибридизации эффектов пространственной дисперсии и гиротропии на электромагнитную прозрачность слоя с одним открытым каналом фотонного рассеяния выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ за счет государственного задания ФГБНУ «Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина». Исследование на примере конечной одномерной сверхрешетки возможности существования в этих условиях дополнительных механизмов формирования сверхизлучательных мод выполнено при поддержке РФФИ (грант № 20-19-00745-П).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Maekawa, T. Kikkawa, H. Chudo, J. Ieda, and E. Saitoh, J. Appl. Phys. **133**, 020902 (2023).
2. X. Zhang, Mater. Today Electron. **5**, 100044 (2023).
3. V. Baltz, A. Manchon, M. Tsoi, T. Moriyama, T. Ono, and Y. Tserkovnyak, Rev. Mod. Phys. **90**, 015005 (2018).
4. Ч. С. Ким, А. М. Сатанин, Ю. С. Джо, Р. М. Косби, ЖЭТФ **116**, 263 (1999).

5. О. С. Сухорукова, А. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, ЖЭТФ **164**, 874 (2023).
6. О. С. Сухорукова, А. С. Тарасенко, С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, Письма в ЖЭТФ **119**, 697 (2024).
7. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Изд-во АН СССР, Москва (1957).
8. М. А. Миллер, В. И. Таланов, Изв. вузов. Радиофизика **4**, 795 (1961).
9. S. I. Azzam and A. V. Kildishev, Adv. Opt. Mater. **9**, 2001469 (2021).
10. Л. Г. Нарышкина, М. Е. Герценштейн, Изв. вузов. Радиофизика **10**, 91 (1967).
11. H. Friedrich and D. Wintgen, Phys. Rev. A **32**, 3231 (1985).
12. Е. А. Туров, *Физические свойства магнитоупорядоченных кристаллов*, Изд-во АН СССР, Москва (1963).
13. И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **46**, 1420 (1964).
14. В. Г. Барьяхтар, В. А. Львов, *Намагниченность неоднородно упорядоченных антиферромагнетиков и динамика доменных границ*, Препринт ИТФ АН Украины, 85-47Р, Киев (1985).
15. N. Mathur, M. J. Stolt, and S. Jin, APL Mater. **7**, 120703 (2019).
16. И. Е. Дзялошинский, ЖЭТФ **37**, 881 (1959).
17. I. Semchenko, A. Serdyukov, Ari Sihvola, and S. Tretyakov, *Electromagnetics of Bi-Anisotropic Materials: Theory and Applications*, Gordon and Breach Sci. Publ., Amsterdam (2001).
18. S. A. Tretyakov, Ari Sihvola, A. A. Sochava, and C. Simovski, J. Electromagn. Waves Appl. **12**, 481 (2012).
19. Ф. И. Федоров, *Теория гиротропии анизотропных сред*, Наука и техника, Минск (1976).
20. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).
21. В. Д. Бучельников, В. Г. Шавров, ЖЭТФ **109**, 706 (1996).
22. Г. С. Кринчик, *Физика магнитных явлений*, Изд-во МГУ, Москва (1985).
23. А. Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973).
24. Х. Хаус, *Волны и поля в оптоэлектронике*, Мир, Москва (1988).
25. В. Т. Гринченко, В. В. Мелешко, *Гармонические колебания и волны в упругих телах*, Наукова думка, Киев (1981).
26. Ф. Р. Гантмахер, *Теория матриц*, Наука, Москва (1967).
27. С. В. Тарасенко, В. Г. Шавров, Письма в ЖЭТФ **111**, 345 (2020).
28. T. Tamir, J. Opt. Soc. Amer. A **3**, 558 (1986).