ЖЭТФ, 2025, том 167, вып. 2, стр. 233–248

ВЛИЯНИЕ ЛОКАЛЬНОЙ МАГНИТНОЙ АНИЗОТРОПИИ НА ФЕРРОМАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС В ПЕРПЕНДИКУЛЯРНО НАМАГНИЧЕННОЙ ПЛЕНКЕ

В. А. Игнатченко [*]***, Д. С. Цикалов*** [**]***, Д. С. Полухин*** [***]

Институт физики им. Л. В. Киренского
ФИЦ КНЦ Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия

Поступила в редакцию 10 июня 2024 г.,
после переработки 9 сентября 2024 г.
Принята к публикации 2 октября 2024 г.

Рассчитано влияние 1D- и 2D-неоднородностей величины и ориентации оси одноосной магнитной анизотропии на ферромагнитный резонанс в перпендикулярно намагниченных пленках в зависимости от нормированного волнового числа неоднородностей $k_c d$, где $k_c = r_c^{-1}$, r_c — радиус корреляций и d — толщина пленки. Исследована применимость различных приближений к описанию функции Грина для волнового спектра, обусловленного магнитодипольными и обменными спиновыми волнами. Показано, что как первое приближение теории возмущений, так и широко используемое в физике стандартное самосогласованное приближение приводят к искажениям либо формы, либо величины линии ферромагнитного резонанса и могут использоваться только при малых размерах неоднородностей. Отличие от нуля исходного затухания приводит к расширению интервала применимости этих приближений. Новое самосогласованное приближение для вершинной функции хорошо описывает все параметры функции Грина для всех рассмотренных интервалов значений $k_c d$. Показано, что значительное влияние магнитодипольных волн на величину и форму линии ферромагнитного резонанса проявляется при малых радиусах корреляции. В этом случае их вклад превышает вклад обменных спиновых волн. Сформулирован и проверен принцип подобия для восприимчивости ферромагнитного резонанса: восприимчивость ферромагниного резонанса одинакова, если произведения $k_c d$ разных пленок равны друг другу.

DOI: 10.31857/S00444510250200099

1. ВВЕДЕНИЕ

Неоднородность ориентации оси одноосной магнитной анизотропии $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ влияет на ферромагнитный резонанс (ФМР) двумя путями: прямым действием $\mathbf{l}(\mathbf{x})$ на динамические переменные $\mathbf{m}(\mathbf{x},t)$ и косвенным путем, генерируя в образце стохастическую магнитную структуру (СМС) $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, называемую также «рябью намагниченности», которая затем влияет на динамические переменные ($\mathbf{l}(\mathbf{x}) \to \mathbf{M}(\mathbf{x}) \to \mathbf{m}(\mathbf{x},t)$). Влияние неоднородности оси анизотропии на ФМР обоими этими путями в тонкой пленке, намагниченной в своей плоскости, было рассмотрено в работе [1]. Теория «ряби намагниченности» была уже развита к тому времени в работах [2–4]. Однако примененный в этих работах метод был неудобен для развития динамической теории. Поэтому теория СМС, основанная на корреляционной теории случайных функций, была развита в работе [1]. Кроме того, задача нахождения магнитодипольных полей, обусловленных как объемными, так и поверхностными магнитными зарядами, возникает в тонкой пленке при исследовании как статических, $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, так и динамических, $\mathbf{m}(\mathbf{x},t)$, неоднородностей. Эта задача также была решена в работе [1], и аналитические выражения для магнитодипольных полей получены. Аналогичная теория СМС была развита и аналогичные выражения для магнитодипольных полей получены независимо в работе [5] практически одновременно с работой [1]: работа [1] опубликована в январе, а работа [5] — в феврале 1968 г.

[*] E-mail: vignatch@iph.krasn.ru
[**] E-mail: d_tsikalov@iph.krasn.ru
[***] E-mail: polukhin@iph.krasn.ru

Влияние неоднородностей анизотропии на ФМР и спиновые волны в массивных материалах и тонких пленках исследовалось как классическими [1, 6–9], так и квантовыми [10] методами в приближении первого порядка теории возмущений. Самосогласованное приближение (self-consistent approximation, SCA) для функций Грина было предложено в работах [11, 12] и затем анализировалось и развивалось в работах [13, 17]. В дальнейшем оно использовалось — и продолжает широко использоваться — в различных областях физики [18–23]. В теории ФМР и спиновых волн в неоднородных средах SCA дает возможность получить выражение для высокочастотной восприимчивости и более точно определить все параметры резонансных пиков; был также предложен [24] и другой подход, в котором самосогласованным образом находилась не восприимчивость, а комплексная частота, т. е. смещение и уширение линии ФМР. В работах [25, 26] SCA под другим названием применялось для исследования восприимчивости ФМР, спиновых волн. В работах [27, 28] оно фигурирует под названием стандартное SCA[1)]. В работе [27] было предложено, а в работе [28] исследовано новое SCA более высокого уровня. В новом SCA уравнения самосогласования вводятся не для функции Грина G, а для вершинной функции Γ, с которой функция Грина связана точным уравнением. В отличие от стандартного SCA, новое SCA, помимо диаграмм для функции G с непересекающими линиями корреляций, включает большое количество диаграмм с пересекающими линиями корреляций. Это позволяет, в частности, получить правильную форму линии ФМР для случая неоднородностей большого размера, когда стандартное SCA приводит к ошибкам.

Следует отметить большую важность и другого подхода к исследованию ФМР в неоднородных средах, базирующегося на численном моделировании задачи [29–31]. Полученные в таком подходе результаты играют роль данных идеального эксперимента, сравнение с которым позволяет оценить справедливость и точность различных аналитических теорий. Примером может быть сравнение методов нового и стандартного SCA, проведенное в работе [28] не только между собой, но и с результатами численного моделирования, выполненного нами в той же работе. В работе [32] новое SCA было использовано для исследования влияния неоднородностей величины магнитной анизотропии $\beta(\mathbf{x})$ на ФМР в пленке, намагниченной перпендикулярно ее поверхности. Целью работы было продемонстрировать преимущество нового SCA по сравнению со стандартным SCA и определить, для каких параметров ФМР это преимущество проявляется наиболее ярко. Поэтому исследовалась идеализированная модель, не учитывающая неоднородных магнитодипольных полей и исходного затухания магнитных колебаний в пленке.

Целью настоящего исследования является расчет влияния как неоднородности оси, так и величины магнитной анизотропии для более реальной ситуации, учитывающей неоднородные магнитодипольные поля и исходное затухание магнитных колебаний. Для расчета используются как методы теории возмущений, так и методы стандартного и нового SCA. Ввиду сложности задачи, исследование разделено на две части. В настоящей работе исследовано прямое действие неоднородностей как оси, так и величины магнитной анизотропии на параметры ФМР. Изучение СМС, вызываемой неоднородностью оси анизотропии, и ее влияния на параметры ФМР требует дальнейшей работы. Исследование выполняется для одномерных (1D) и двумерных (2D) неоднородностей в плоскости пленки и однородных по толщине пленки.

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА ДЛЯ ПЛОСКОГО БЕСКОНЕЧНОГО СЛОЯ

Рассмотрим плотность свободной энергии в виде

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x_i}\right)^2 - \frac{1}{2}\tilde{\beta}_0(\mathbf{M}\cdot\ \mathbf{n})^2 - \frac{1}{2}\beta(\ \mathbf{M}\cdot\ \mathbf{l})^2 - \\ - \ \mathbf{H}\cdot\ \mathbf{M} - \frac{1}{2}\ \mathbf{H}^{(d)}\cdot\ \mathbf{M}, \quad (1)$$

где предполагается суммирование по дважды повторяющемуся индексу $i = x, y, z$. Здесь $\mathbf{M}$ — вектор намагниченности, α — параметр обмена, $\mathbf{H}$ — внешнее магнитное поле, которое далее представляем в виде $\mathbf{H} = H_0\mathbf{n}+\mathbf{h}$, где направление постоянного магнитного поля H_0 совпадает с осью анизотропии $\mathbf{n}$ и перпендикулярно плоскости пленки, $\mathbf{h}$ — переменное магнитное поле, ориентированное в плоскости пленки, $\mathbf{H}^{(d)}$ — магнитодипольное поле, $\tilde{\beta}_0(\mathbf{x})$ — одноосная магнитная анизотропия, легкая ось которой направлена вдоль орта $\mathbf{n}$ (вдоль оси z), а величина ее может быть неоднородной, β — константа одноосной локальной магнитной анизотропии, направле-

[1)] Термин «приближение когерентного потенциала» в работах [25, 26] следовало бы заменить термином «самосогласованное приближение» с соответствующими ссылками. Это не приводит к изменениям в полученных в работах конкретных результатах.

ние легкой оси которой является случайной функцией координат: $\mathbf{l} = \mathbf{l}(\mathbf{x})$. Величину одноосной магнитной анизотропии с легкой осью, направленной вдоль $\mathbf{n}$, представим в виде

$$\tilde{\beta}_0(\mathbf{x}) = \beta_0 + \Delta\beta_0\rho(\mathbf{x}), \qquad (2)$$

где β_0 — средняя величина параметра анизотропии, $\Delta\beta_0$ — его среднеквадратичное отклонение, $\rho(\mathbf{x})$ — центрированная ($\langle\rho(\mathbf{x})\rangle = 0$) и нормированная ($\langle\rho^2(\mathbf{x})\rangle = 1$) случайная функция координат. Представление энергии анизотропии в виде двух членов в уравнении (1) позволяет нам рассматривать совместно два случая: первый — неоднородность величины анизотропии при однородности направления ее оси ($\Delta\beta_0 \neq 0$, $\beta = 0$), и второй — неоднородность ориентации оси анизотропии при однородности ее величины ($\Delta\beta_0 = 0$, $\beta \neq 0$).

Далее мы рассматриваем волны в магнитной пленке, не ограниченной в плоскости xy, при условии отсутствия закрепления колебаний на поверхности пленки. Полагаем также, что все рассматриваемые величины (неоднородности магнитной анизотропии, магнитные неоднородности и колебания) однородны по толщине пленки. Поэтому во всех дальнейших выражениях индекс суммирования i принимает только два значения, x и y.

Рассмотрим уравнение Ландау–Лифшица для вектора намагниченности $\mathbf{M}$ с членом исходного затухания в форме Гильберта:

$$\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t} = -g\left[\mathbf{M}\times\mathbf{H}^e\right] + \frac{\xi}{M_0}\left[\mathbf{M}\times\frac{\partial\mathbf{M}}{\partial t}\right], \qquad (3)$$

где g — гиромагнитное отношение, ξ — безразмерный параметр затухания, $\mathbf{H}^e$ — эффективное магнитное поле, которое определяется выражением

$$\mathbf{H}^e = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial\mathbf{M}} + \frac{\partial}{\partial x_i}\frac{\partial\mathcal{H}}{\partial(\partial\mathbf{M}/\partial x_i)}. \qquad (4)$$

Это соответствует решению вариационной задачи при условии сохранения во времени и пространстве модуля намагниченности,

$$\frac{\partial M}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial x_i} = 0. \qquad (5)$$

Эффективное магнитное поле для плотности энергии (1) имеет вид

$$\mathbf{H}^e = \alpha\frac{\partial^2\mathbf{M}}{\partial x_i^2} + \tilde{\beta}_0(\mathbf{n}\cdot\mathbf{M})\mathbf{n} + \beta(\mathbf{l}\cdot\mathbf{M})\mathbf{l} + \mathbf{H} + \mathbf{H}^{(d)}. \qquad (6)$$

В этой работе мы рассматриваем только прямое действие неоднородностей оси анизотропии на динамические переменные намагниченности. Косвенное взаимодействие через возникающую стохастическую магнитную структуру (рябь намагниченности) требует отдельного изучения. Мы рассматриваем достаточно большие магнитные поля H_0, соответствующие ориентации статической намагниченности $\mathbf{M}_0$ перпендикулярно плоскости пленки вдоль оси z, а вектора динамической намагниченности $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ в плоскости xy:

$$H_0 > (4\pi - \beta_0)M_0. \qquad (7)$$

Полагая, что $\mathbf{m}(t)$, $\mathbf{h}(t) \propto e^{i\omega t}$, и линеаризуя уравнение (3) до первых степеней $\mathbf{m}$, получаем систему уравнений для проекций m_x и m_y:

$$\alpha\omega_M\frac{\partial^2 m_x}{\partial x_i^2} + i\omega(m_y - \xi m_x) - \omega_0 m_x + \omega_M(h_x^d + h_x^0) = \\ = \omega_M\left[(\beta R_x + \Delta\beta_0\rho)m_x - \beta\rho_{xy}m_y\right], \qquad (8)$$

$$\alpha\omega_M\frac{\partial^2 m_y}{\partial x_i^2} - i\omega(m_x + \xi m_y) - \omega_0 m_y + \omega_M(h_y^d + h_y^0) = \\ = \omega_M\left[(\beta R_y + \Delta\beta_0\rho)m_y - \beta\rho_{xy}m_x\right]. \qquad (9)$$

Здесь $\omega_0 = g\left[H_0 - (4\pi - \beta_0)M_0\right]$ — частота ФМР в однородной среде ($\beta = 0$, $\Delta\beta_0 = 0$), $\omega_M = gM_0$, $h^0_{x,y}$ — возбуждающие внешние высокочастотные поля, приближенно однородные в плоскости пленки,

$$\begin{aligned} &\rho_{ij}(\mathbf{x}) = l_i(\mathbf{x})l_j(\mathbf{x}), \\ &R_x(\mathbf{x}) = \rho_{zz}(\mathbf{x}) - \rho_{xx}(\mathbf{x}), \\ &R_y(\mathbf{x}) = \rho_{zz}(\mathbf{x}) - \rho_{yy}(\mathbf{x}) \end{aligned} \qquad (10)$$

— случайные функции координат, описывающие неоднородность оси магнитной анизотропии.

Неоднородные магнитодипольные поля h_x^d и h_y^d описываются системой уравнений Максвелла в магнитостатическом приближении [33]

$$\operatorname{rot}\mathbf{h}^d(\mathbf{x}, \omega) = 0, \qquad (11)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{h}^d(\mathbf{x}, \omega) = -4\pi\operatorname{div}\mathbf{m}(\mathbf{x}, \omega). \qquad (12)$$

В неограниченном пространстве эти поля определяются объемными магнитными зарядами ($\operatorname{div}\mathbf{m}(\mathbf{x})$). Задача нахождения магнитодипольных полей в неограниченном пространстве решается преобразованием фурье-векторов поля и намагниченности:

$$\mathbf{m}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^\tau}\int\mathbf{m}_\mathbf{k}e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}}d\mathbf{k}, \qquad (13)$$

$$\mathbf{m}_\mathbf{k} = \int\mathbf{m}(\mathbf{x})e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}d\mathbf{x}, \qquad (14)$$

где $\mathbf{x} = \{x, y\}$ и $\mathbf{k} = \{k_x, k_y\}$ — в общем случае двумерные векторы, τ — размерность пространства. Из системы уравнений (11) и (12) следует точная формула для фурье-трансформанты магнитодипольного поля [33]:

$$\mathbf{h}^d_{\mathbf{k}} = \frac{4\pi\mathbf{k}}{k^2}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{m}_{\mathbf{k}}). \tag{15}$$

В ограниченном веществе магнитодипольное поле определяется как объемными, так и поверхностными зарядами, связанными со скачками намагниченности на поверхности. Задача нахождения магнитодипольного поля в этом случае усложняется: требуется найти решение уравнения Пуассона для магнитостатического потенциала $\varphi(x, y, z)$, который является трехмерным,

$$\nabla^2\varphi(x, y, z) = 4\pi\nabla\mathbf{m}(x, y), \tag{16}$$

с соответствующими граничными условиями на поверхности пленки, $z = \pm d/2$. Эта задача была решена в работе [1], в которой рассматривались СМС и ФМР в тонкой пленке, намагниченной в своей плоскости. Выражения для трансформант магнитного поля $\mathbf{h}^d_{\mathbf{k}} = \mathbf{h}^d(\mathbf{k})$, усредненные по толщине пленки, были получены в виде

$$h^d_x(\mathbf{k}) = -4\pi(1 - V_{\mathbf{k}})\frac{k_x}{k^2}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{m}_{\mathbf{k}}), \tag{17}$$

$$h^d_y(\mathbf{k}) = -4\pi(1 - V_{\mathbf{k}})\frac{k_y}{k^2}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{m}_{\mathbf{k}}), \tag{18}$$

$$h^d_z(\mathbf{k}) = 4\pi V_{\mathbf{k}} m_z(\mathbf{k}), \tag{19}$$

где

$$V_{\mathbf{k}} = \frac{1 - e^{-kd}}{kd}, \quad k = (k_x^2 + k_y^2)^{1/2}. \tag{20}$$

Аналогичные выражения для магнитостатических полей были получены независимо в работе [5], посвященной исследованию ряби намагниченности в пленке, намагниченной в своей плоскости. Решение уравнения (16) в работе [1] представлялось в виде общих аналитических решений для трансформант Фурье потенциалов внутри пленки и в пространстве над и под пленкой и последующего определения произвольных постоянных из условий сопряжения потенциалов и их производных на поверхностях пленки. Решение этого же уравнения в работе [5] представлялось в виде определенных интегралов, пределы которых определяются магнитными зарядами на поверхностях пленки. После усреднения по толщине пленки оба решения приводят к одинаковым выражениям (17)–(20). Уравнение (19) данной работы в дальнейшем не используется, так как в нашей ситуации $m_z = 0$. Предельное значение коэффициента $1 - V_{\mathbf{k}}$ в формулах (17) и (18) при малых и больших kd имеет вид

$$1 - V_{\mathbf{k}} \approx \begin{cases} \dfrac{1}{2!}(kd) - \dfrac{1}{3!}(kd)^2 + \ldots, & kd \ll 1, \\ 1 - \dfrac{1}{kd}, & kd \gg 1. \end{cases} \tag{21}$$

Система уравнений (8) и (9) в комплексных переменных $m^{\pm} = m_x \pm i m_y$ и $h^{\pm} = h_x \pm i h_y$ принимает вид

$$\alpha\omega_M\frac{\partial^2 m^+}{\partial x_i^2} + [\omega(1 - i\xi) - \omega_0]\, m^+ + \omega_M(h^{d+} + h_0^+) = \\ = \Delta\beta_0\omega_M\rho m^+ + \beta\omega_M\left(Rm^+ - R'm^- - i\rho_{xy}m^-\right), \tag{22}$$

$$\alpha\omega_M\frac{\partial^2 m^-}{\partial x_i^2} - [\omega(1 + i\xi) + \omega_0]\, m^- + \omega_M(h^{d-} + h_0^-) = \\ = \Delta\beta_0\omega_M\rho m^- + \beta\omega_M\left(Rm^- - R'm^+ + i\rho_{xy}m^+\right), \tag{23}$$

где

$$R = \rho_{zz} - \frac{1}{2}\left(\rho_{xx} + \rho_{yy}\right), \\ R' = \frac{1}{2}\left(\rho_{xx} - \rho_{yy}\right). \tag{24}$$

Трансформанты Фурье магнитодипольных полей, входящие в эти уравнения, имеют вид

$$h^{d+}_{\mathbf{k}} = -2\pi(1 - V_{\mathbf{k}})\left[m^+_{\mathbf{k}} + \left(\frac{k^+}{k}\right)^2 m^-_{\mathbf{k}}\right], \tag{25}$$

$$h^{d-}_{\mathbf{k}} = -2\pi(1 - V_{\mathbf{k}})\left[m^-_{\mathbf{k}} + \left(\frac{k^-}{k}\right)^2 m^+_{\mathbf{k}}\right], \tag{26}$$

где $k^{\pm} = k_x \pm i k_y$.

Видно, что в общем случае уравнения (22) и (23) для компонент $m^{\pm}$ связаны между собой как членами магнитодипольных полей, так и членами, описывающими неоднородности ориентаций осей анизотропии. Однако хорошо известно (см., например, [34]) что вклад нерезонансной проекции намагниченности m^- в суммарную восприимчивость системы в окрестности ФМР мал, и мы будем им в дальнейшем пренебрегать. Уравнение для резонансной проекции m^+ имеет вид (индекс «+» в дальнейшем опускаем)

$$\alpha\omega_M\frac{\partial^2 m}{\partial x_i^2} + [\omega(1 - i\xi) - \omega_0]\, m + \omega_M(h^d + h_0) = \\ = \omega_M\left(\beta R + \Delta\beta_0\rho\right) m. \tag{27}$$

Умножая это уравнение на $e^{-i\mathbf{kx}}$ и интегрируя по $\mathbf{x}$, получаем уравнение для трансформант Фурье

$$\left[\omega_0+\omega_{\mathbf{k}}^{\alpha}+\omega_{\mathbf{k}}^{d}-\omega(1-i\xi)\right]m_{\mathbf{k}}=(2\pi)^{\tau}\omega_M h_0\delta(\mathbf{k})-\\-(2\pi)^{-\tau}\omega_M\int\left(\beta R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}+\Delta\beta_0\rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}\right)m_{\mathbf{k}_1}d\mathbf{k}_1, \quad (28)$$

где $\omega_{\mathbf{k}}^{\alpha}$ и $\omega_{\mathbf{k}}^{d}$ описывают вклады в частотный спектр $\omega(k)$ обменного и магнитодипольного взаимодействий соответственно:

$$\begin{aligned}\omega_{\mathbf{k}}^{\alpha}&=\alpha\omega_M k^2,\\ \omega_{\mathbf{k}}^{d}&=2\pi\left(1-V_{\mathbf{k}}\right)\omega_M.\end{aligned} \quad (29)$$

Магнитодипольное поле существенно изменяет зависимость ω от k при малых k. Квадратичный член в уравнении (28), обусловленный обменом, при малых k убывает быстрее линейного члена, обусловленного магнитодипольным взаимодействием, и линейная зависимость $\omega\propto k$ становится преобладающей при

$$k\ll\frac{\pi d}{\alpha}. \quad (30)$$

Особенность возбуждения магнитной системы в тонкой пленке заключается в том, что высокочастотное магнитное поле $\mathbf{h}_0$ приближенно является функцией только частоты ω, так как его длина волны намного превышает толщину пленки d. Динамическая намагниченность $\mathbf{m}(\mathbf{x},\omega)$ при отсутствии неоднородностей возбуждается этим полем синхронно и синфазно во всех точках пленки. Этому соответствует представление возбуждающего поля в виде констант h_0 в уравнении (27) и $h_0\delta(\mathbf{k})$ в уравнении (28).

Методы, которыми мы исследуем здесь влияния неоднородностей на динамические переменные $\mathbf{m}(\mathbf{x},\omega)$, требуют введения в рассмотрение двухточечной функции Грина. Для случайно-неоднородной среды двухточечная функция Грина до усреднения по неоднородностям должна зависеть от координат $\mathbf{x}$ и $\mathbf{x}_0$ отдельно, т. е. является функцией двух переменных, $\tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0)$. Трансляционная симметрия, при которой функция принимает вид $\tilde{G}(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)$, восстанавливается в среднем только после усреднения функции Грина по неоднородностям. Стохастическое уравнение для функции $\tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0)$ с учетом взаимодействия $\mathbf{m}(\mathbf{x},\omega)$ с магнитодипольными полями в тонкой пленке имеет вид

$$\alpha\omega_M\frac{\partial^2\tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0)}{\partial x_i^2}+\left[\omega(1-i\xi)-\omega_0\right]\tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0)-\\-\frac{1}{(2\pi)^{2\tau}}\iint\omega_{\mathbf{k}}^{d}\tilde{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0}e^{i(\mathbf{kx}+\mathbf{k}_0\mathbf{x}_0)}d\mathbf{k}d\mathbf{k}_0=\\=-\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)+\omega_M\left[\beta R(\mathbf{x})+\Delta\beta_0\rho(\mathbf{x})\right]\tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0). \quad (31)$$

Здесь в члене магнитодипольного взаимодействия использовано представление Фурье функции Грина

$$\tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0)=(2\pi)^{-2\tau}\iint\tilde{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0}e^{i(\mathbf{kx}+\mathbf{k}_0\mathbf{x}_0)}d\mathbf{k}d\mathbf{k}_0, \quad (32)$$

$$\tilde{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0}=\iint\tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0)e^{-i(\mathbf{kx}+\mathbf{k}_0\mathbf{x}_0)}d\mathbf{x}d\mathbf{x}_0. \quad (33)$$

Функция связана с комплексной амплитудой соотношением

$$\omega_M h_0\int\tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0)d\mathbf{x}_0=m(\mathbf{x}). \quad (34)$$

Действительно, умножая уравнение (31) на $\omega_M h_0$ и интегрируя по $d\mathbf{x}_0$, мы получаем уравнение (27). Присутствие в уравнении (31) интегрального члена, описывающего магнитодипольное поле, не позволяет точно решить это уравнение в $\mathbf{x}$-пространстве даже в однородной среде при $\beta=\Delta\beta_0=0$ и найти, тем самым, исходную функцию Грина $g(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)$. Поэтому дальнейшее исследование мы проводим для фурье-гармоники функции Грина $\tilde{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0}$.

Умножаем уравнение (31) на $e^{-i(\mathbf{kx}+\mathbf{k}_0\mathbf{x}_0)}$ и интегрируем по $\mathbf{x}$ и $\mathbf{x}_0$. Входящая в это уравнение δ-функция Дирака преобразуется следующим образом:

$$\iint\delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}_0)e^{-i(\mathbf{kx}+\mathbf{k}_0\mathbf{x}_0)}d\mathbf{x}d\mathbf{x}_0=\\=\iint\delta(\mathbf{r})e^{-i\mathbf{kr}}e^{-i(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0)\mathbf{x}_0}d\mathbf{x}d\mathbf{x}_0=(2\pi)^{\tau}\delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0),$$

где $\mathbf{r}=\mathbf{x}-\mathbf{x}_0$, и мы получаем стохастическое уравнение для $\tilde{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0}$ в виде

$$\left[\omega_0+\omega_{\mathbf{k}}^{\alpha}+\omega_{\mathbf{k}}^{d}-\omega(1-i\xi)\right]\tilde{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0}=(2\pi)^{\tau}\delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0)-\\-(2\pi)^{-\tau}\omega_M\int\left(\beta R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}+\Delta\beta_0\rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}\right)\tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0}d\mathbf{k}_1. \quad (35)$$

Функции $R_{\mathbf{k}}$ и $\rho_{\mathbf{k}}$, описывающие неоднородности ориентации и величины магнитной анизотропии соответственно, входят в уравнение (35) одинаковым образом. Корреляции между ними предполагаются отсутствующими. Поэтому мы рассматриваем в дальнейшем случай $\beta \neq 0$, $\Delta\beta_0 = 0$. Случай $\beta = 0$, $\Delta\beta_0 \neq 0$ описывается теми же выражениями с заменой $\beta R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$ на $\Delta\beta_0\rho_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$. Перепишем уравнение (35) в виде

$$\tilde{G}_{\mathbf{k},\mathbf{k}_0} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0) g_{\mathbf{k}} - (2\pi)^{-\tau}\beta\omega_M g_{\mathbf{k}} \int \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1, \quad (36)$$

где $g_{\mathbf{k}}$ — исходная функция Грина,

$$g_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}}^d - \omega(1-i\xi)}. \quad (37)$$

3. ИССЛЕДОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Усредняем стохастическое уравнение (36) по ансамблю случайных реализаций $\rho_{\mathbf{k}}$. Функция Грина $\tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0}$ преобразуется по формуле

$$\left\langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} \right\rangle = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0) G_{\mathbf{k}} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0) G_{\mathbf{k}_0}. \quad (38)$$

Здесь $G_{\mathbf{k}}$ — усредненная функция Грина, описывающая ФМР в усредненной среде, обладающей трансляционной симметрией. Этой функции соответствует преобразование Фурье вида

$$G(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-\tau} \int G_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \qquad G_{\mathbf{k}} = \int G(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (39)$$

Усредненное уравнение (36) имеет вид

$$(2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0) G_{\mathbf{k}} = (2\pi)^\tau \delta(\mathbf{k}+\mathbf{k}_0) g_{\mathbf{k}} - (2\pi)^{-\tau}\beta\omega_M g_{\mathbf{k}} \int \left\langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \right\rangle d\mathbf{k}_1 \quad (40)$$

или, после умножения на $(2\pi)^{-\tau}$ и интегрирования по $\mathbf{k}_0$,

$$G_{\mathbf{k}} = g_{\mathbf{k}} - (2\pi)^{-2\tau}\beta\omega_M g_{\mathbf{k}} \iint \left\langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \right\rangle d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_0. \quad (41)$$

При выводе уравнения (41) использовано свойство четности функции Грина по вектору $\mathbf{k}$: $G_{\mathbf{k}} = G_{-\mathbf{k}}$. Повышая в уравнении (36) индекс при $\mathbf{k}$ на единицу и вставляя выражение для $\tilde{G}_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_0}$ в правую часть уравнения (41), получаем

$$G_{\mathbf{k}} = g_{\mathbf{k}} - (2\pi)^{-\tau}\beta\omega_M g_{\mathbf{k}} \int g_{\mathbf{k}_1} \left\langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \right\rangle d\mathbf{k}_1 + (2\pi)^{-3\tau}\beta^2\omega_M^2 g_{\mathbf{k}} \iiint g_{\mathbf{k}_1} \left\langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \right\rangle \times d\mathbf{k}_0 d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2. \quad (42)$$

Продолжая этот процесс и затем усредняя уравнение по случайным реализациям функции $R_{\mathbf{k}}$, мы получили бы, как хорошо известно, бесконечный ряд по степеням β и, соответственно, по степеням корреляторов функций $R_{\mathbf{k}_n}$, который мы не будем рассматривать в этой работе.

3.1. Первое приближение теории возмущений

Для получения решения уравнения (36) в первом приближении теории возмущений итерационный процесс останавливается на первом шаге, и уравнение (38) усредняется по реализациям функции $R_{\mathbf{k}}$. Среднее значение этой функции равно нулю, так как (см. уравнение (24))

$$\langle R \rangle = \langle \rho_{zz} \rangle - \frac{1}{2}\left(\langle \rho_{xx} \rangle + \langle \rho_{yy} \rangle \right), \quad (43)$$

а все $\left\langle l_i^2 \right\rangle$ равны друг другу из соображения симметрии и равны $1/3$ согласно уравнению

$$l_x^2 + l_y^2 + l_z^2 = 1. \quad (44)$$

Поэтому второй член в правой части уравнения (42) при усреднении обращается в нуль. Среднее значение в последнем члене этого уравнения преобразуется следующим образом:

$$\beta^2 \left\langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_0} R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \right\rangle = \beta^2 \left\langle \tilde{G}_{\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_0} \right\rangle \left\langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \right\rangle + Q_{\mathbf{k}}, \quad (45)$$

где $Q_{\mathbf{k}}$ — члены более высокого порядка по β, а

$$\left\langle R_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} R_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} \right\rangle = D_R S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}_2). \quad (46)$$

Здесь $D_R = \left\langle R^2(\mathbf{x}) \right\rangle$ — дисперсия функции $R(\mathbf{x})$ и $S_{\mathbf{k}}$ — нормированная спектральная плотность функции $R_{\mathbf{k}}$, связанная преобразованием Фурье с нормированной корреляционной функцией

$$K(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^\tau} \int S_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k}, \quad (47)$$

$$S_{\mathbf{k}} = \int K(\mathbf{r}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (48)$$

Подставляя уравнения (38) и (48) в усредненное уравнение (41) и выполняя интегрирование по $\mathbf{k}_0$ и $\mathbf{k}_2$, выражаем из него усредненную функцию Грина $G_{\mathbf{k}}$ в первом приближении теории возмущений:

$$G_{\mathbf{k}} \approx \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \frac{\gamma^2}{(2\pi)^\tau} \int g_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}. \quad (49)$$

Это приближение известно под именем приближения Бурре [35, 36] в теории случайных функций и приближения Борна [15–17, 23] в теории конденсированных сред. В первом случае $S_{\mathbf{k}}$ представляет собой спектральную плотность корреляционной функции неоднородностей, во втором случае $S_{\mathbf{k}}$ является спектральной плотностью энергии взаимодействия соответствующих квазичастиц, а параметр γ описывает величину этого взаимодействия.

В нашем случае γ^2 при неоднородности оси анизотропии принимает значение

$$\gamma^2 = \beta^2 D_R \omega_M^2, \tag{50}$$

а при неоднородности величины анизотропии —

$$\gamma^2 = (\Delta\beta_0)^2 D_\rho \omega_M^2. \tag{51}$$

Величина $D_\rho = \langle\rho^2\rangle = 1$, а D_R рассчитывается по формуле

$$D_R = \iint R^2(\vartheta,\varphi) f(\vartheta,\varphi)\sin\vartheta d\vartheta d\varphi. \tag{52}$$

где $f(\vartheta,\varphi)$ — функции распределения орта оси анизотропии

$$f(\vartheta,\varphi) = \frac{1}{4\pi} \quad \text{для} \begin{cases} 0 \le \vartheta \le \pi, \\ 0 \le \varphi \le \pi, \end{cases} \tag{53}$$

откуда $D_R = 1/5$. Нормированную корреляционную функцию $K(\mathbf{r})$ выбираем в виде

$$K(\mathbf{r}) = e^{-k_c|\mathbf{r}|}, \tag{54}$$

где k_c — корреляционное волновое число неоднородностей ($r_c = k_c^{-1}$ — радиус корреляций). Спектральная плотность, соответствующая этой корреляционной функции, согласно уравнению (48), для 1D-неоднородностей имеет вид

$$S_{1D}(\mathbf{k}) = 2\pi\delta(k_x)\frac{2k_c}{k_c^2 + k_y^2}, \tag{55}$$

а для 2D-неоднородностей —

$$S_{2D}(\mathbf{k}) = \frac{2\pi k_c}{(k_c^2 + k^2)^{3/2}}. \tag{56}$$

Известно, что функция Грина $G_{\mathbf{k}}(\omega)$ в первом приближении (уравнение (49)) в общем случае имеет двухпиковую структуру (см., например, [25, 28]). Эти пики уширяются с ростом k_c и при некотором критическом $k_c = k_c^{(c)}$ сливаются в один пик. Поэтому формула (49) может быть применена к описанию однопиковой структуры ФМР только для значений $k_c > k_c^{(c)}$. Более детально эта проблема рассматривается ниже.

Измеряемой экспериментальной величиной является усредненная по объему образца высокочастотная комплексная восприимчивость по отношению к приложенному внешнему высокочастотному полю $\mathbf{h}_0$, $\chi = \chi' - i\chi''$ [34]. Усредняя уравнение (34) по случайным реализациям функции $R_{\mathbf{k}}$, мы получаем для нее выражение

$$\chi = \frac{\langle m(\mathbf{x})\rangle}{h_0} = \omega_M \int \left\langle \tilde{G}(\mathbf{x},\mathbf{x}_0)\right\rangle d\mathbf{x}_0 = \\ = \frac{\omega_M}{(2\pi)^\tau}\iint G_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{x}\mathbf{k}} e^{-i\mathbf{x}_0\mathbf{k}} d\mathbf{x}_0 d\mathbf{k}. \tag{57}$$

Выполняя интегрирование по $\mathbf{x}_0$, а затем по $\mathbf{k}$, получаем окончательно

$$\chi = \omega_M \int G_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{x}\mathbf{k}}\delta(\mathbf{k})d\mathbf{k} = \omega_M G_{\mathbf{k}}\Big|_{k=0}. \tag{58}$$

Функция Дирака $\delta(\mathbf{k})$ возникает здесь из-за возбуждения ФМР высокочастотным полем h_0, приблизительно однородным по всему объему пленки (см. уравнение (28)). Выражение (58) приводит к значительному упрощению уравнения (49): так как $\omega_{\mathbf{k}}^\alpha = \omega_{\mathbf{k}}^d = 0$ при $k = 0$, первое приближение в нашем случае имеет вид

$$\chi = \omega_M \left\{ \omega_0 - \omega(1 - i\xi) - \right. \\ \left. - \frac{\gamma^2}{(2\pi)^\tau}\int \frac{S_{\mathbf{k}_1}}{\omega_0 + \omega_{\mathbf{k}_1}^\alpha + \omega_{\mathbf{k}_1}^d - \omega(1 - i\xi)} d\mathbf{k}_1 \right\}^{-1}. \tag{59}$$

3.2. Самосогласованные приближения

Мы используем в работе два варианта самосогласованного приближения (SCA): стандартное SCA и новое SCA. Стандартным SCA мы называем приближение, предложенное в свое время независимо несколькими авторами в разных областях физики. Оно было предложено Мигдалом [11] при исследовании электрон-фононного взаимодействия и затем анализировалось в деталях в работах [13–16] и Крейчнаном [12] при исследовании проблемы турбулентности. Это приближение также часто называется в литературе (см., например, [22, 23]) самосогласованным приближением Борна, в отличие от обычного первого приближения Борна, уравнение (49). Авторы этих работ при его введении и обсуждении в свое время базировались на следующей простой идее. Заменяя в выражении первого приближения (49) исходную функцию Грина $g_{\mathbf{k}_1}$ на искомую функцию $G_{\mathbf{k}_1}$, мы получаем стандартное SCA в виде одного замкнутого уравнения для функции Грина:

$$G_{\mathbf{k}} \approx \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \int G_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}. \tag{60}$$

Этому стандартному SCA соответствует, как известно, бесконечный ряд усредненных функций Грина, содержащий все диаграммы с непересекающимися линиями корреляций.

Развитие теории функций Грина [17, 37] позволило дать более строгое математическое обоснование стандартному SCA и создало предпосылки для вывода нового SCA более высокого уровня [27]. Усредненная функция Грина $G_{\mathbf{k}}$ в строгой теории описывается системой двух точных уравнений: уравнением Дайсона, которое в **k**-пространстве имеет вид

$$G_{\mathbf{k}} = \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \Sigma_{\mathbf{k}}}, \tag{61}$$

где $\Sigma_{\mathbf{k}}$ — образ Фурье собственной энергии, и уравнением, связывающим $\Sigma_{\mathbf{k}}$ с вершинной функцией $\Gamma_{\mathbf{k}}$,

$$\Sigma_{\mathbf{k}} = \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \int G_{\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1. \tag{62}$$

Для вершинной функции Γ имеется представление ее в виде бесконечного ряда по степеням γ, члены которого содержат произведения функций G, S и Γ вида

$$\Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} = 1 + \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \times \\ \times \int G_{\mathbf{q}} G_{\mathbf{q}-\mathbf{k}+\mathbf{k}_1} S_{\mathbf{k}-\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q},\mathbf{k}-\mathbf{q}} \Gamma_{\mathbf{q}-\mathbf{k}+\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{q} + \ldots \tag{63}$$

Этот ряд начинается с единицы, и только этот первый член подставляется в уравнение (62) для получения стандартного SCA. В новом SCA, предложенном в [27], уравнения (61) и (62) сохраняются в точном виде, а уравнение самосогласования выводится не для функции Грина, а для вершинной функции $\Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$. Поэтому новое SCA представляет собой приближение следующего, более высокого, уровня по сравнению со стандартным SCA. Новое SCA имеет вид системы двух нелинейных интегральных уравнений для двух переменных, $G_{\mathbf{k}}$ и $\Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1}$:

$$G_{\mathbf{k}} = \frac{1}{g_{\mathbf{k}}^{-1} - \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \int S_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} G_{\mathbf{k}_1} \Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} d\mathbf{k}_1}, \tag{64}$$

$$\Gamma_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}-\mathbf{k}_1} \approx \\ \approx \frac{1}{1 - \gamma^2 (2\pi)^{-\tau} \int S_{\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} G_{\mathbf{k}_1} G_{\mathbf{k}-\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2} \Gamma_{\mathbf{k}_2,\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2} d\mathbf{k}_2}. \tag{65}$$

Здесь первое уравнение (64) является точным, а второе (65) — приближенным уравнением самосогласования для функции Г. Новое SCA учитывает, помимо всех диаграмм с непересекающимися линиями корреляций, значительное количество диаграмм с пересекающимися корреляционными линиями. Анализ преимуществ нового SCA проведен в работах [27, 28, 32]. Его обобщение на случай двух взаимодействующих волновых полей различной физической природы проведено в работах [38, 39]. Наряду с терминами стандартное и новое SCA, которые мы использовали в работах [27, 28, 32, 38, 39], мы будем использовать в дальнейшем следующие термины и их сокращенные обозначения, более точно отражающие как математическое содержание каждого из этих приближений, так и самое существенное отличие их друг от друга. Стандартное SCA мы будем называть «SCA для функций Грина (SCA-G)», а новое — «SCA для вершинных функций (SCA-V)». Выражение для высокочастотной восприимчивости χ через функцию Грина G, уравнение (58), справедливое при возбуждении ФМР в пленке однородным высокочастотным полем h_0, применимо к расчетам, проводимым во всех рассмотренных выше приближениях.

4. ФОРМА И ШИРИНА ЛИНИИ ФМР

Применимость различных приближений к описанию величины и формы функции Грина электромагнитных, упругих и обменных спиновых волн в случайно-неоднородном неограниченном одномерном пространстве исследована в работе [28]. Результаты, полученные в новом и стандартном SCA и в первом приближении, сравнивались там с результатами численного моделирования, проведенного в той же работе. Следующие общие закономерности были получены. Величина и форма $G''(\omega)$, вычисленные в новом SCA (приближение SCA-V в новой терминологии) практически совпадают с результатами численного эксперимента во всем рассмотренном интервале корреляционных волновых чисел k_c. Один из двух параметров функции Грина, вычисленной в стандартном (SCA-G) приближении, — ее форма или величина — резко отличаются от полученных при численном моделировании в разных областях интервала $0 < k_c/k < 0.3$. Это приближение может быть использовано для $k_c/k < 0.3$. Первое приближение совершенно неприменимо в интервале $0 < k_c/k < 0.2$, так как имеет в этом интервале нефизическую двухпиковую структуру. Многопиковую структуру с числом пиков $n+1$ имеет каждый n-ый член ряда функции Грина для малых k_c, и только в сумме эти члены формируют реальную однопиковую функцию $G''(\omega)$. Структура первого члена ряда, соответствующего первому приближению, становится однопиковой при $k_c/k > 0.2$, но только начиная с $k_c/k > 0.4$, первое приближение приближенно воспроизводит реальную форму и величину резонансной линии. Общей закономерностью, полученной во всех приближениях в областях их применимости, является увеличение максимальной величины и уменьшение ширины пика функции $G''(\omega)$ при увеличении k_c.

В настоящей работе мы рассматриваем ФМР в тонкой пленке, где значительную роль играют магнитодипольные волны. Дисперсионный закон этих волн резко отличается от квадратичного закона обменных спиновых волн, а константа взаимодействия определяется толщиной пленки d, а не константной обмена α (см. уравнение (29)). Поэтому нашей первой задачей является исследование интервалов применимости приближений SCA-V, SCA-G и первого приближения теории возмущений для случая значительного вклада магнитодипольных волн. Мы исследовали также влияние исходного затухания ξ на эти интервалы. Результаты исследования приведены на рис. 1 и 2. Зависимость мнимой части восприимчивости χ'' от нормированной расстройки частоты $(\omega-\omega_0)/\gamma$ при $\xi=0$ показаны на рис. 1 a–f для различных значений нормированного корреляционного волнового числа k_cd. Величина k_cd нарастает от случая a к f. Обращаем внимание, что масштабы ординат увеличиваются от a к f почти на два порядка величины. Так как величины любых магнитодипольных полей зависят от отношения характерных размеров, под каждым рисунком указана величина $r_c/d=(k_cd)^{-1}$, где радиус корреляции r_c характеризует средний размер неоднородностей. Видно, что приведенные выше основные закономерности, полученные в [28] и характеризующие применимость различных приближений для случая неограниченного пространства, остаются справедливыми и для случая ФМР в тонкой пленке. Отличие заключается в том, что критические значения параметров, ограничивающих интервалы применения соответствующего приближения, определяются в этом случае отношением размеров неоднородностей r_c и толщины пленки d.

Первое приближение (пунктирные желтые кривые) неприменимо для малых k_c (больших размеров неоднородностей): нефизическая двухпиковая структура линии ФМР при $0 < k_cd < 0.05$ (a и c), многократное превышение высоты пика при $0.05 < k_cd < 0.3$ (c–e). Область применимости первого приближения начинается при $k_cd < 0.4$ (f). Самосогласованное приближение для функции Грина (SCA-G, штриховые зеленые кривые) приемлемо описывает высоту, но совершенно неудовлетворительно форму линии ФМР при малых k_c: куполообразная форма при $0 < k_cd < 10^{-3}$ (a), резко завышенная асимметрия линии при $k_cd \sim 10^{-2}$ (b). При больших k_cd приближение SCA-G приемлемо описывает форму линии, но многократно завышает высоту пика (c–e). Приближение SCA-G удовлетворительно описывает все параметры линии ФМР только при $k_cd > 0.4$ (f). Самосогласованное приближение для вершинной функции (SCA-V, сплошные черные кривые) хорошо описывает все параметры линии ФМР для всех рассмотренных величин k_cd (a–f). Влияние исходного затухания ξ, обусловленного другими, чем локальная анизотропия, причинами, показано на рис. 2 для $\xi=0.005$. Рисунки 2 a'–f' и рис. 1 a–f соответствуют одним и тем же значениям k_cd. Однако масштабы осей ординат на рис. 1 и 2 различны. Видно, что отличие ξ от нуля приводит к увеличению интервалов применимости первого приближения и SCA-G: первое теперь применимо для $k_cd > 0.2$ (e', f'), а второе — для (d'–f').

Исследование влияния неоднородностей величины магнитной анизотропии $\beta(\mathbf{x})$ на ФМР было проведено ранее для модели, не учитывающей неоднородные магнитодипольные поля [32]. В настоящей работе мы сравниваем выражения для восприимчивости χ'', полученные с учетом (рис. 3, сплошные черные кривые) и без учета (штриховые синие кривые) магнитодипольных полей. Для сравнения выбраны три рис. 1 b, d, e (но в другом масштабе). Поэтому за ними сохранены обозначения b, d, e и на рис. 3. Видно, что для больших размеров неоднородностей (рис. 3 b, $r_c/d \sim 100$) учет магнитодипольных полей практически не влияет на вид функции $\chi''(\omega)$. Это объясняется тем, что при таких и бóльших величинах отношения r_c/d (рис. 1 a) процессы рассеивания, описываемые вкладом членов $\omega^d(k)$ и $\omega^\alpha(k)$ в интегралы уравнений (59)–(65), оказывают пренебрежимо малое воздействие: величина и форма линии ФМР определяется стохастическим распределением локальных полей магнитной анизотропии в практически невзаимодействующих кристаллитах. Поэтому как обменные, так и магнитодипольные волны приводят лишь к незначительным поправкам к линии ФМР. Однако разница между функциями $\chi''(\omega)$, вычисленными при $\omega_k^d \neq 0$ и $\omega_k^d = 0$, резко возрастает с уменьшением относитель-

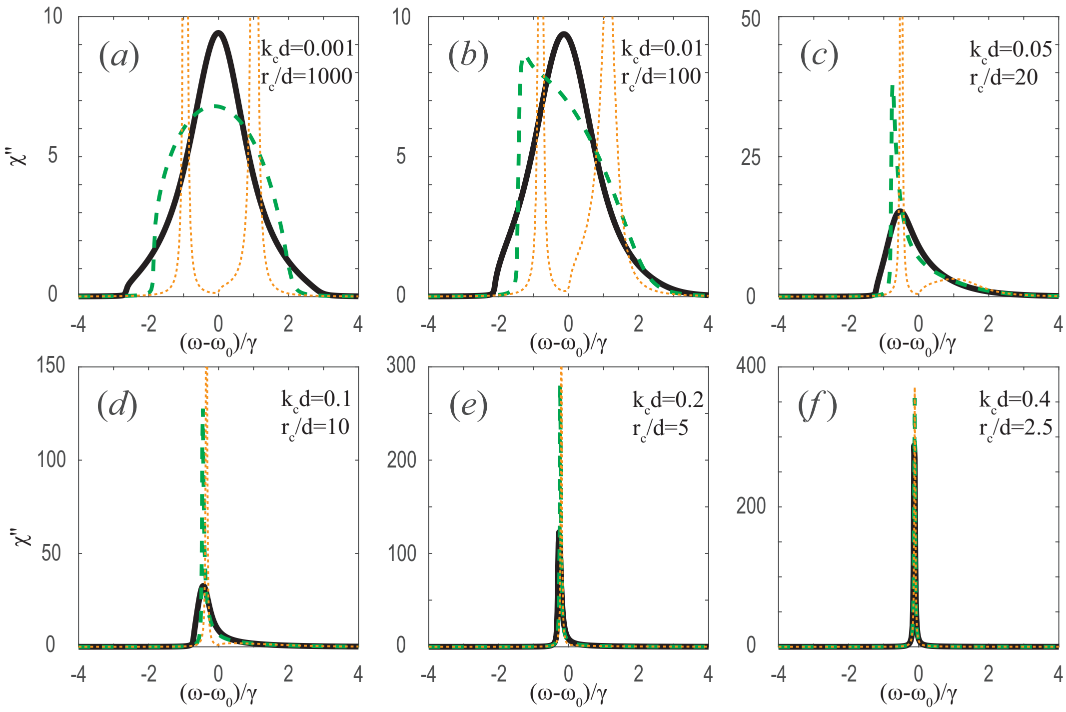

Рис. 1. Мнимая часть восприимчивости χ'' при 2D-неоднородностях анизотропии для $\xi = 0$ и различных значений нормированного корреляционного числа $k_c d = 0.001$ (*a*), 0.01 (*b*), 0.05 (*c*), 0.1 (*d*), 0.2 (*e*), 0.4 (*f*), вычисленная в различных приближениях: SCA-V — сплошные черные кривые, SCA-G — штриховые зеленые кривые, первое приближение — желтый пунктир. Здесь и далее в расчетах использовались параметры амплитуды неоднородностей $\gamma/\omega_M = 0.15$, величины обмена $\alpha = 2\cdot10^{-12}$ см^2, частоты однородного ФМР $\omega_0/\omega_M = 5$ и толщины пленки $d = 2\cdot10^{-6}$ см. Обращаем внимание на различия масштабов оси ординат для случаев *a*–*f*

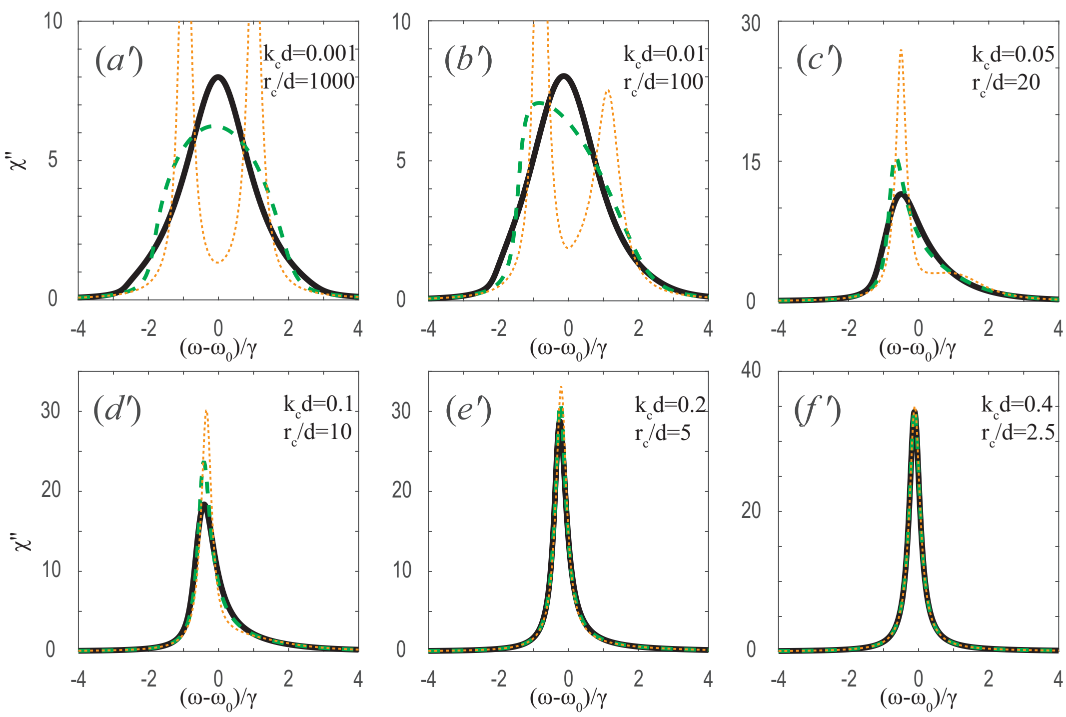

Рис. 2. Мнимая часть восприимчивости χ'' для 2D-неоднородностей анизотропии при наличии исходного затухания с $\xi = 0.005$. Обозначения кривых и величин корреляционных радиусов на рис. *a′*–*f′* соответствуют обозначениям и величинам на рис. 1 *a*–*f*. Обращаем внимание на отличие приведенных здесь масштабов (*c′*–*f′*) от масштабов на рис. 1 *c*–*f*

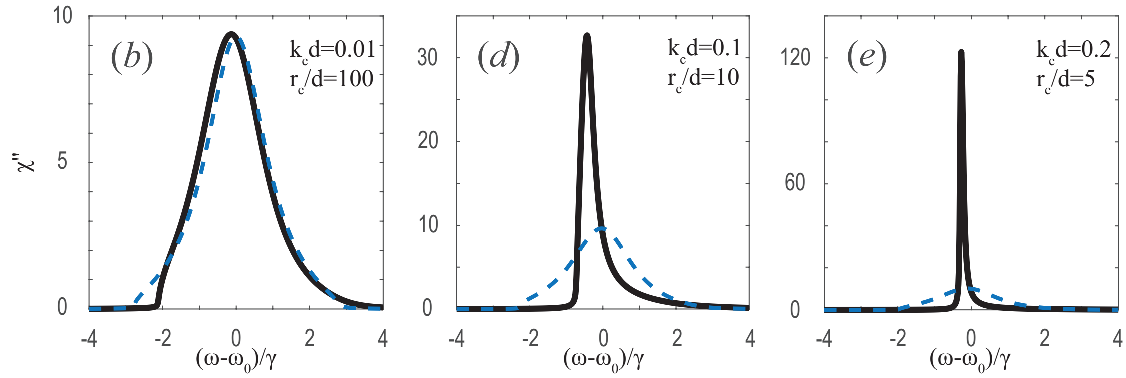

Рис. 3. Эффект магнитодипольного взаимодействия. Восприимчивость χ'' при 2D-неоднородностях с учетом (сплошные черные кривые) и без учета [32] (штриховые синие кривые) неоднородных магнитодиполных полей для $k_c d = 0.01$ (*b*), 0.1 (*d*) и 0.2 (*e*)

ного размера неоднородностей (рис. 3 d, e). Видно, что вклад магнитодипольных волн в модификацию лини ФМР несравненно больше, чем обменных спиновых волн, учетом которых мы ограничились в работе [32]. Только результаты, полученные в настоящей работе с учетом магнитодипольных полей, могут сравниваться с экспериментом.

Зависимость от $k_c d$ основных характеристик линии ФМР — ее значение в максимуме χ''_m и нормированная ширина линии $\Delta\omega/(2\gamma)$ — показаны на рис. 4 и 5 для 2D- и 1D-неоднородностей. Видно, что χ''_m возрастает, а $\Delta\omega$ уменьшается с ростом $k_c d$, т. е. с уменьшением среднего размера неоднородностей. Линия ФМР имеет наибольшую ширину при $k_c d = 0$, что соответствует очень большим относительным размерам неоднородностей ($r_c/d \to \infty$) и описывается моделью независимых кристаллитов. Ширина линии в этом случае для модели с $\xi = 0$ определяется среднеквадратичной флуктуацией полей локальной анизотропии, $\Delta\omega = 2\gamma$, а для более реальной ситуации — суммой 2γ и ширины линии исходного затухания однородного материала пленки, $2i\xi\omega_0$. При $k_c \neq 0$ возникают два эффекта: первый — появляется пропорциональное ik_c затухание, обусловленное многократным рассеиванием волн на неоднородностях, второй — происходит уменьшение эффективного значения среднеквадратичной флуктуации полей анизотропии вследствие действия корреляций между кристаллитами. Первый эффект приводит к уширению, второй — к сужению линии ФМР. Второй эффект преобладает, и с ростом k_c происходит резкое сужение линии ФМР до значений, определяемых затуханием, пропорциональным ik_c для модели с $\xi = 0$ (сплошные черные кривые на рис. 4 и 5), или до значений, определяемых взаимодействием как этого, так и исходного затуханий для более реальной ситуации с $\xi \neq 0$ (штриховые черные кривые на рис. 4 и 5). В последнем случае финальное затухание является результатом процессов многократного рассеивания затухающих волн, описываемых уравнениями (64) и (65), и не сводится к простой сумме исходного ξ и пропорционального ik_c затуханий. Таким образом, уменьшение среднего размера неоднородностей приводит к уменьшению влияния неоднородностей на ширину линии ФМР. Пунктирные кривые на рис. 4 и 5, вычисленные для модели с $\omega_k^d = 0$, дополняют данные рис. 3, свидетельствующие о некорректности такого приближения. Коэффициент асимметрии и сдвиг максимума линии ФМР от $k_c d$ показаны на рис. 6 a и 6 b соответственно. Спектр частот асимметричен относительно частоты резонанса — все частоты $\omega_k^d + \omega_k^\alpha > \omega_0$. Это приводит к асимметричному действию неоднородностей на левый и правый края линии ФМР, что проявляется в асимметрии этой линии и смещении положения ее максимума.

Для обсуждения полученных результатов рассмотрим схему формирования спектра волн в перпендикулярно намагниченной тонкой пленке как суммы однородных колебаний ФМР с частотой ω_0 (тонкая черная кривая), обменных спиновых волн ω_k^α (штриховая синяя кривая) и магнитодипольных волн ω_k^d (пунктирная зеленая кривая), в которой частоты зависят от безразмерного нормированного волнового числа kd (рис. 7). В этих координатах

$$\omega^d(kd) = 2\pi\omega_M \left[1 - V(kd)\right], \tag{66}$$

$$\omega^\alpha(kd) = \frac{\alpha}{d^2}\omega_M (kd)^2, \tag{67}$$

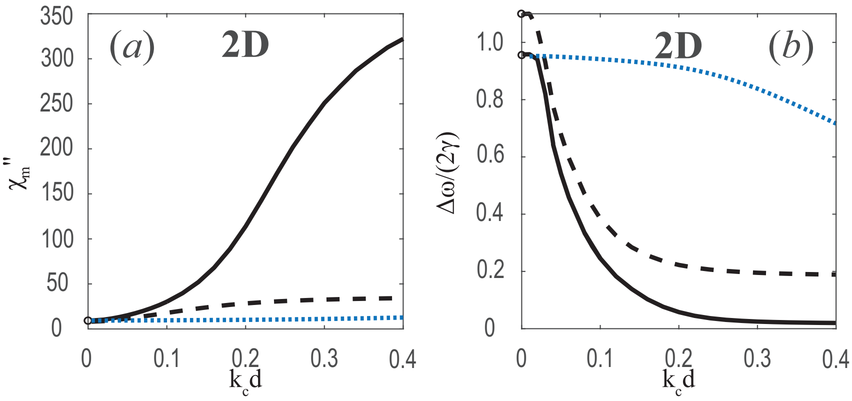

Рис. 4. Восприимчивость χ_m'', соответствующая максимуму линии ФМР (*a*) и нормированная ширина линии ФМР $\Delta\omega/(2\gamma)$ (*b*) в зависимости от $k_c d$ для 2D-неоднородностей при $\xi = 0$ (сплошные черные кривые), $\xi = 0.005$ (штриховые черные кривые) и для модели [32], не учитывающей магнитодипольное взаимодействие (пунктирные синие кривые)

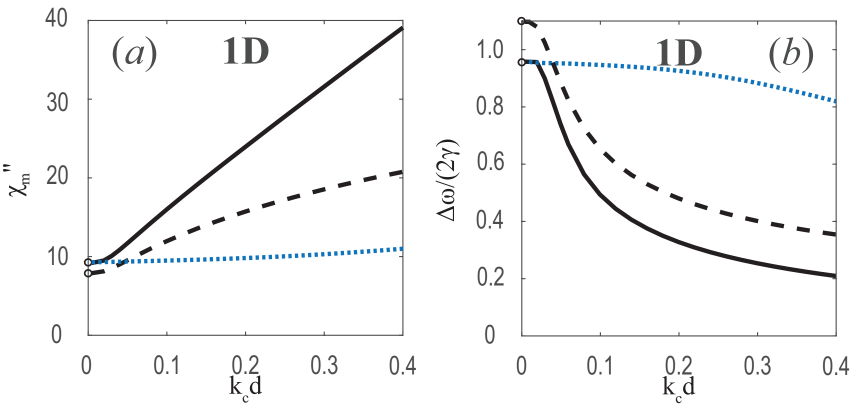

Рис. 5. Те же параметры линии ФМР, что и на рис. 4, для 1D-неоднородностей

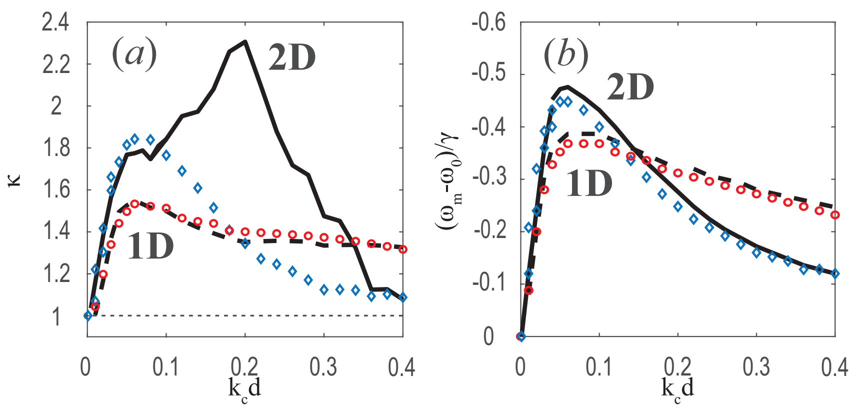

Рис. 6. Коэффициент асимметрии κ резонансной линии, измеренный на одной четверти высоты пика ФМР, (*a*) и сдвиг пика $(\omega_m - \omega_0)/\gamma$ (*b*) при $\xi = 0$ для 1D- и 2D-неоднородностей (соответственно черные штриховые и сплошные кривые). Эти же параметры при $\xi = 0.005$ для 1D- и 2D-неоднородностей (соответственно красные кружки и синие ромбы)

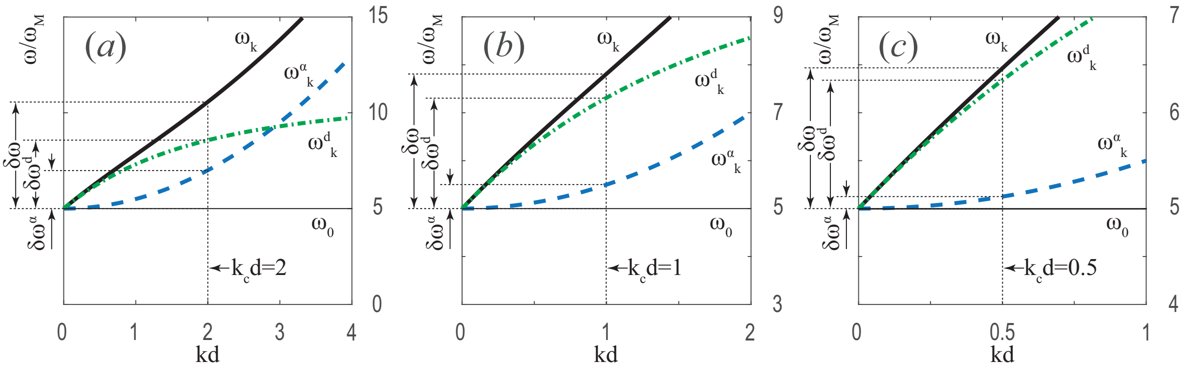

Рис. 7. Схема спектра спиновых обменных ω_k^α (штриховая синяя кривая) и магнитодипольных ω_k^d (штрихпунктирная зеленая кривая) волн, частоты ФМР ω_0 (тонкая черная кривая) и суммарный спектр $\omega_k = \omega_0 + \omega_k^\alpha + \omega_k^d$ (жирная черная кривая) в тонкой пленке как функция kd. Схематическое изображение приближенной ширины спектральных интервалов обменных спиновых волн $\delta\omega^\alpha$, магнитодипольных волн $\delta\omega^d$ и суммарного интервала волн $\delta\omega = \delta\omega_k^\alpha + \delta\omega_k^d$, участвующих в процессах рассеяния волн на неоднородностях для случаев $k_c d = 2$ (*a*), 1 (*b*), 0.5 (*c*). Обращаем внимание на различия масштабов осей координат

т. е. выражение для ω_k^d не зависит от толщины пленки, а в выражении для ω_k^α перенормируется обменная константа, и спектр обменных спиновых волн зависит от α/d^2. Все результаты на рис. 1–7 приведены для $\alpha = 2\cdot 10^{-12}$ см^2 и $d = 2\cdot 10^{-6}$ см, т. е. для нормированной обменной константы α/d^2. На рис. 7 *a* видно, что при $kd \le 2.8$ частота ω_k^d становится больше ω_k^α. Схематическое изображение приближенной ширины спектральных интервалов обменных $\delta\omega^\alpha$ и магнитодипольных $\delta\omega^d$ волн, участвующих в процессах рассеяния магнонов, приведено на рис. 7 для случаев неоднородностей с $k_c d = 2$ (a), 1 (b), 0.5 (c). Реальные частотные интервалы не обрываются на частотах $\omega_0 + \delta\omega^\alpha$ и $\omega_0 + \delta\omega^d$, их спектральные плотности имеют спадающие хвосты, но для качественного анализа достаточно приведенной упрощенной картины. При уменьшении $k_c d$ отношение $\delta\omega^d/\delta\omega^\alpha$ возрастает, так как $\delta\omega^d$ уменьшается по k линейно или медленнее, а $\delta\omega^\alpha$ — квадратично. Видно, что в области нормированных волновых чисел $k_c d < 1$ преобладание магнитодипольных волн над обменными спиновыми волнами становится подавляющим (рис. 7 b, c). Таким образом, все эффекты, которые получены в данной работе именно в этой области $k_c d$, обусловлены преимущественно магнитодипольными волнами.

В спектре магнитодипольных волн в тонких пленках (уравнение (66)) проявляется основное свойство магнитодипольного взаимодействия в ограниченных телах: зависимость от соотношения характерных размеров, а не от самих размеров. Можно предположить, что аналогичное свойство проявляется и в физических эффектах, рассчитанных с использованием этого спектра, и сформулировать следующий ниже принцип подобия для резонансной восприимчивости тонких пленок.

Группа из двух и более магнитных пленок различной толщины d_1, d_2, ..., d_n, содержащих неоднородности локальной анизотропии с различными радиусами корреляций $r_c^{(1)}$, $r_c^{(2)}$, ..., $r_c^{(n)}$ и одинаковыми другими характеристиками, характеризуются одинаковой восприимчивостью ФМР всех членов группы,

$$\chi''(\omega; d_1, r_c^{(1)}) = \chi''(\omega; d_2, r_c^{(2)}) = \ldots = \chi''(\omega; d_n, r_c^{(n)}), \tag{68}$$

если коэффициент подобия каждого i-го члена группы один и тот же

$$K = \frac{r_c^{(i)}}{d_i}, \tag{69}$$

или, что эквивалентно, произведения $k_c^{(i)} d_i$ равны друг другу.

Равенство частотных зависимостей $\chi''(\omega)$ всех членов группы означает равенство всех основных характеристик ФМР: ширины и высоты линий ФМР, смещений резонансной частоты и коэффициентов асимметрии линии.

Для проверки применимости этого принципа к результатам, полученным в данной работе в рамках метода SCA-V, проделан расчет мнимых частей восприимчивости для трех групп пленок (рис. 8). В каждой группе исследованы по три пленки с разными d и r_c, но с одинаковым коэффициентом подобия для каждой группы: $K = 20$ (a), $K = 10$ (b), $K = 5$ (c). При расчете в спектре учитывались как

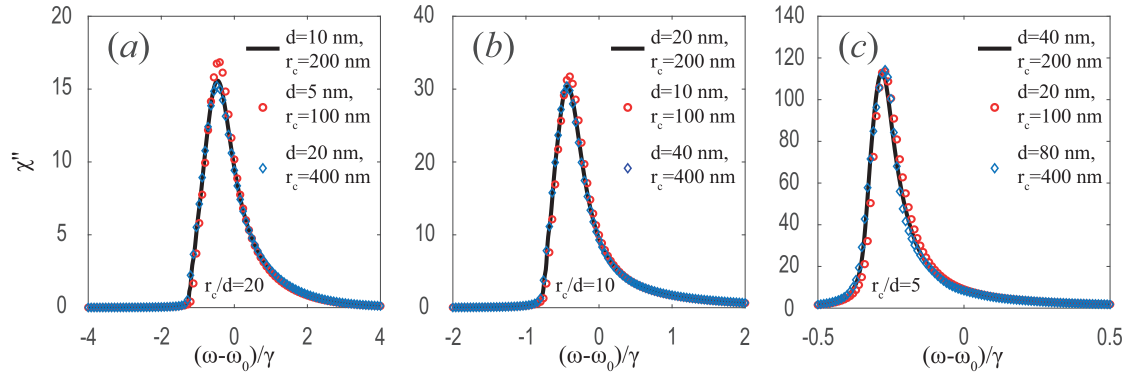

Рис. 8. Мнимая часть восприимчивости χ'' трех групп (*a*, *b*, *c*) подобных пленок разной толщины с 2D-неоднородностями и $\xi = 0$ и различными значениями коэффициента подобия в каждой группе, $K = r_c^{(i)}/d_i = 20$ (*a*), 10 (*b*), 5 (*c*) (или, соответственно, с различными значениями произведения $k_c^{(i)} d_i = 0.05$ (*a*), 0.1 (*b*), 0.2 (*c*)). Толщины пленок и корреляционные радиусы их неоднородностей указаны на рисунке

магнитодипольные, уравнение (66), так и обменные, уравнение (67), спиновые волны. Принцип подобия должен выполнятся при выполнении неравенства

$$2\pi \left[1 - V(k_c d)\right] \gg \frac{\alpha}{d^2}(k_c d)^2 \qquad (70)$$

для всех толщин пленок, входящих в группу. Как видно на рис. 8, для толщин $d = 20$ нм, $d = 40$ нм и $d = 80$ нм принцип подобия удовлетворительно выполняется во всех трех группах (a, b, c). Однако для меньших толщин, например $d = 5$ нм в группе (a) наблюдаются небольшие отклонения, связанные с вкладом обменных спиновых волн.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассчитано влияние неоднородностей величины и ориентации оси одноосной локальной магнитной анизотропии на ФМР в зависимости от корреляционных свойств и размерностей 1D-и 2D-неоднородностей. Рассмотрены эффекты в ФМР, вызываемые прямым действием неоднородностей на динамические переменные намагниченности $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$. Эффекты, вызываемые неоднородностью величины анизотропии при сохранении ориентации ее оси, полностью описываются этим прямым действием. Неоднородности ориентации оси анизотропии, кроме рассмотренных в работе эффектов прямого действия, приводят к косвенным эффектам, так как создают в образце статическую СМС, $\mathbf{M}(\mathbf{x})$, которая также влияет на динамические переменные $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$. Эти дополнительные эффекты требуют отдельного рассмотрения.

Применимость различных приближений к описанию функции Грина, которая была нами рассмотрена ранее [28] для обменных спиновых волн в неограниченной среде, исследована для магнитодипольных и обменных спиновых волн в тонких пленках. Показано, что первое приближение теории возмущений (приближение Бурре в теории случайных сред, приближение Борна в физике конденсированных сред) неприменимо в области $0 < k_c d < 0.4$, т. е. для сравнительно больших неоднородностей с отношением $r_c/d > 2.5$. Самосогласованное приближение для функций Грина (SCA-G) (называемое приближением Крейчнана в теории турбулентности, приближением Мигдала или SCA Борна в физике конденсированных сред), которое мы в наших работах [28, 32, 38, 39] называем стандартным SCA, приемлемо описывает высоту, но совершенно неудовлетворительно форму резонансной линии при $0 < k_c d < 0.02$. При больших $k_c d$, в интервале $0.02 < k_c d < 0.2$, оно приемлемо описывает форму линии, но многократно завышает ее высоту, и только при $k_c d > 0.3$ удовлетворительно передает все параметры линии ФМР. Самосогласованное приближение для вершинной функции (SCA-V), предложенное в работе [27] и исследованное в работах [28, 32, 38, 39], где мы называли его «новое SCA», хорошо описывает все параметры функции Грина (линии ФМР) для всех рассмотренных величин $k_c d$. Показано, что исходное затухание ξ, обусловленное другими чем локальная анизотропия причинами, приводит к расширению интервалов применимости методов первого приближения теории возмущений и SCA-G. При $\xi = 0.005$ первое приближение применимо для $k_c d > 0.2$, а SCA-G — для $k_c d > 0.1$.

Эффект возрастания добротности резонанса — увеличение пика ФМР и уменьшение его ширины при возрастании k_c, исследованный в данной работе для тонких пленок, имеет место и в неограниченной среде [28]. Отличие заключается в том, что возрастание добротности ферромагнитного резонанса в тонких пленках происходит не только при уменьшении корреляционного радиуса r_c, но и при увеличении толщины пленки, так как частотный интервал участвующих в этом процессе магнитодипольных волн пропорционален $k_c d$. Высокая добротность резонансов в аморфных и нанокристаллических пленках определяется этим эффектом. Резкая асимметрия волнового спектра по отношению к частоте ФМР приводит к асимметрии линии ФМР. Сформулирован и продемонстрирован принцип подобия для резонансных эффектов в неоднородных средах, обусловленных магнитодипольными волнами: высокочастотные восприимчивости $\chi(\omega)$ пленок разной толщины d_1, d_2, ..., d_n одинаковы, если они описываются одним и тем же коэффициентом подобия $K = r_c^{(i)}/d_i$, т. е. радиусы корреляций неоднородностей $r_c^{(i)}$ изменяются пропорционально изменению толщины пленок d_i.

Финансирование. Работа выполнена в рамках научной тематики Госзадания Института физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Игнатченко, ЖЭТФ **54**, 303 (1968) [V. A. Ignatchenko, Sov. Phys. JETP **27**, 162 (1968)].
2. H. Hoffman, J. Appl. Phys. **35**, 1790 (1964).
3. H. Hoffman, Phys. Stat. Sol. (b) **5**, 187 (1964).
4. H. Hoffman, Phys. Stat. Sol. (b) **6**, 733 (1964).
5. K. J. Harte, J. Appl. Phys. **39**, 1503 (1968).
6. Е. М. Злочевский, ФММ **27**, 750 (1969).
7. В. А. Игнатченко, Г. В. Дегтярев, ЖЭТФ **60**, 724 (1971) [V. A. Ignatchenko and G. V. Degtyarev, Sov. Phys. JETP **33**, 393 (1971)].
8. В. А. Игнатченко, Р. С. Исхаков, ЖЭТФ **72**, 1005 (1977) [V. A. lgnatchenko and R. S. lskhakov, Sov. Phys. JETP **45**, 526 (1977)].
9. R. McMichael and P. Krivosik, IEEE Trans. Magn. **40**, 2 (2004).
10. М. В. Медведев, М. В. Садовский, ФТТ **23**, 1943 (1981).
11. А. Б. Мигдал, ЖЭТФ **34**, 1438 (1958).
12. R. H. Kraichnan, J. Fluid Mech. **5**, 497 (1959).
13. Г. М. Элиашберг, ЖЭТФ **38**, 966 (1960) [G. M. Eliashberg, Sov. Phys. JETP **11**, 696 (1960)].
14. D. Pines, *The Many-Body Problem*, Benjamin, New York (1961) [Д. Пайнс, *Проблема многих тел*, под ред. И. А. Красникова, Изд-во иностр. лит., Москва (1963)].
15. D. Pines, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 155.
16. R. Puff and G. Whitfield, in *Polarons and Excitons*, ed. by C. G. Kuper and G. D. Whitfield, Plenum Press, New York (1963), p. 171.
17. А. А. Абрикосов, Л. П. Горьков, И. Е. Дзялошинский, *Методы квантовой теории поля в статистической физике*, Физматгиз, Москва (1962).
18. Ю. А. Фирсов, *Поляроны*, Наука, Москва (1975).
19. Н. А. Армад, В. Н. Секистов, Изв. вузов, Радиофизика **23**, 555 (1980).
20. Н. Н. Зернов, Изв. вузов, Радиофизика **25**, 520 (1982).
21. Н. В. Ткач, Р. Б. Фартушинский, ФТТ **45**, 1284 (2003).
22. H. Bruus and K. Flensberg, *Introduction to Many-Body Quantum Theory in Condensed Matter Physics*, Ørsted Laboratory, Niels Bohr Institute, Copenhagen (2002).
23. М. В. Садовский, *Диаграмматика. Лекции по избранным задачам теории конденсированного состояния. Издание второе*, Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург (2005) [Michael V. Sadovskii, *Diagrammatics: Lectures on Selected Problems in Condensed Matter Theory*, World Scientific, Singapore (2006)].
24. E. Schlomann, Phys. Rev. **182**, 632 (1969).
25. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, Phys. Rev. B **71**, 094417 (2005).
26. V. A. Ignatchenko and V. A. Felk, Phys. Rev. B **74**, 174415 (2006).
27. V. A. Ignatchenko and D. S. Polukhin, J. Phys. A Math. Theor. **49**, 095004 (2016).
28. V. A. Ignatchenko, D. S. Polukhin, and D. S. Tsikalov, JMMM **440**, 83 (2017).
29. R. D. McMichael, D. J. Twisselmann, and A. Kunz, Phys. Rev. Lett. **90**, 227601 (2003).

30. A. V. Izotov, B. A. Belyaev, P. N. Solovev, and N. M. Boev, Physica B Condens. Matter **556**, 42 (2019).

31. A. V. Izotov, B. A. Belyaev, P. N. Solovev, and N. M. Boev, JMMM **529**, 167856 (2021).

32. В. А. Игнатченко, Д. С. Цикалов, Д. С. Полухин, ЖЭТФ **163**, 50 (2023).

33. А. И. Ахиезер, В. Г. Барьяхтар, С. В. Пелетминский, *Спиновые волны*, Наука, Москва (1967).

34. А. Г. Гуревич, *Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках*, Наука, Москва (1973).

35. R. C. Bourret, Nuovo Cim. **26**, 1 (1962).

36. Л. А. Апресян, Изв. вузов, Радиофизика **17**, 165 (1974).

37. В. И. Кляцкин, *Стохастические уравнения*, т. 1, Физматлит, Москва (2008).

38. В. А. Игнатченко, Д. С. Полухин, ЖЭТФ **152**, 110 (2017).

39. В. А. Игнатченко, Д. С. Полухин, ЖЭТФ **157**, 428 (2020).