

КОММЕНТАРИЙ К СТАТЬЕ С. О. АЛЕКСЕЕВА И ДР.  
«НЕЛОКАЛЬНЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ТЕОРИИ И  
ИЗОБРАЖЕНИЯ ТЕНЕЙ ЧЕРНЫХ ДЫР»  
ЖЭТФ 165, 508 (2024)

*А. Ф. Захаров*<sup>a,b</sup>

<sup>a</sup> *Национальный исследовательский центр «Курчатовский Институт»  
123182, Москва, Россия*

<sup>b</sup> *Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова,  
Объединенный институт ядерных исследований  
141980, Дубна, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 29 июля 2024 г.,  
после переработки 29 июля 2024 г.  
Принята к публикации 1 октября 2024 г.

В статье С. О. Алексеева и др. [1] обсуждается возможность оценки спинов из анализа восстановления теней черных дыр, теоретически рассмотренных с использованием модели нелокальной гравитации, предложенной ранее для описания «квантовых» черных дыр. Однако по сути дела в этой работе рассмотрены круговые фотонные орбиты, а то, что соответствующие параметры движения определяют форму и размер теней, аналогично черным дырам Керра, осталось недоказанным. Недоказанным в работе [1] осталось и утверждение о том, что для экваториального наблюдателя размер тени в направлении вращения «квантовых» черных дыр остается независимым от спина.

DOI: 10.31857/S0044451025020063

Много лет назад было показано [2], что если мы рассмотрим константы движения для классических черных дыр Керра, то область захвата и область рассеяния для фотонов разделяется константами движения Чандрасекара ( $\xi, \eta$ ), соответствующими круговым фотонным орбитам. Тем самым, для метрики Керра форма и размер тени определяется этими критическими значениями параметров (как это показано в работе [3]). Как известно, в настоящее время обсуждается возможность восстановления теней в окрестности ближайших сверхмассивных черных дыр, не только для классических черных дыр Керра – Ньюмена, но и для некоторых их «квантовых» обобщений, хотя в ряде случаев квантовые поправки в соответствующих коэффициентах слишком малы, чтобы их влияние на физические эффекты было обнаружено (это отмечают и авторы работы [1]). Если имеется ввиду чисто теоретическое обсуждение, то можно проанализировать отличия теней для классической черной дыры Керра и ее «квантового» обобщения, рассмотренного в ра-

боте [1], но надо иметь ввиду, что если мы говорим об астрофизических черных дырах, то необходимо учесть влияние таких факторов как пространственное распределение массы, влияние плазменных эффектов и т. п., поскольку влияние этих факторов существенно превышает отличие формы и размеров теней для случаев классической черной дыры и ее квантового обобщения. В работе [3] показано, что для классической черной дыры Керра в случае положения наблюдателя в экваториальной плоскости, размер тени в направлении вращения черной дыры не зависит от спина черной дыры. Авторы работы [1] отмечают, что в рассмотренных ими примерах размер теней для «квантового» обобщения черной дыры Керра для наблюдателя в экваториальной плоскости, также не зависит от спина, однако отстает недоказанным, что и при дополнительных параметрах (обусловленных использованием модели нелокальной гравитации), размеры теней в направлении вращения для рассмотренного «квантового» обобщения черной дыры Керра для наблюдателя в экваториальной плоскости, не зависят от спина.

После открытия какого-либо физического (или астрономического) явления обычно появляется и его теоретическое объяснение, однако весьма не часто теоретические предсказания реализуются в экспериментах или астрономических наблюдениях, поэтому целесообразно напомнить, что идея использовать наземные и наземные космические РСДБ, работающие в миллиметровом или субмиллиметровом диапазоне для восстановления тени в окрестности Галактического центра была предложена в работе [3] (что естественным образом может быть обобщено на другие сверхмассивные черные дыры, такие как черная дыра в центре галактики М87). Возможность восстановить тень черной дыры в Галактическом Центре с использованием глобальных наземно-космических (и наземных) интерферометров, работающих в мм диапазоне была *впервые* предложена в работе [3], что не было упомянуто в комментируемой работе [1]. Это предсказание, сделанное в работе [3], замечательным образом полностью подтвердилось, когда коллаборация Телескопа Горизонта Событий (ТГС) восстановила размер тени в Галактическом Центре (ГЦ) с использованием наземного глобального интерферометра, работающего в миллиметровом диапазоне [5]. Тем самым, мысленный эксперимент Дж. Бардина (упоминаемый ниже) по сути дела превратился в еще один тест общей теории относительности [4]. Этот факт предсказания возможности обнаружения тени в ГЦ, является известным, так, в частности, в недавней работе [6] отмечается, что идея восстановления тени черной дыры в центре Галактики с помощью глобальных интерферометров, работающих в миллиметровом диапазоне длин волн, первоначально была высказана в работе [3]. Как отмечено ранее, предсказание о том, какой необходимо наблюдать объект, с помощью каких средств и что должно получиться в результате наблюдений, в точности реализуется нечасто, как это произошло в случае предсказания о возможности восстановления тени в ГЦ, реализованного коллаборацией ТГС. Тем самым, важно отметить тот факт, что предсказание о возможности восстановления тени черной дыры в Галактическом центре было реализовано и была подтверждена оценка размера тени для Sgr A\* которая, как было предсказано в работе [3] и подтверждено коллаборацией ТГС [5], составляет примерно 50 угловых микросекунд.

Примерно полвека назад Дж. М. Бардин рассмотрел мысленный эксперимент, в котором за черной дырой с экстремальным вращением ( $\hat{a} = 1$ ) на

бесконечности имеется плоский излучающий экран [9] и тогда удаленный наблюдатель, находящийся в экваториальной плоскости, может наблюдать темное пятно, причем при этом предполагается, что фотоны движутся по геодезическим и не рассеиваются (например на электронах) в окрестности черной дыры. Похожий рисунок впоследствии был воспроизведен в книге Чандрасекара [10]. Однако ни Бардин, ни Чандрасекар не обсуждали возможность наблюдательного обнаружения такого темного пятна (тени), поскольку: а) даже для сверхмассивных черных дыр размеры теней очень малы; б) как правило, не существует светящегося экрана за астрофизической черной дырой; в) довольно трудно отличить темную область (тень) от области с низкой светимостью. Ответы на вопросы о том, каким образом можно восстановить тень из наблюдений были даны в работе [3]. Действительно, в 2000-е годы уже обсуждались наземно-космические интерферометры, такие как Радиоастрон (угловое разрешение которого на самой короткой длине волны 1.3 см составляло порядка 7 угловых микросекунд) и Миллиметрон (с угловым разрешением на несколько порядков лучше), а наземные глобальные РСДБ системы имели угловое разрешение порядка нескольких десятков (или нескольких единиц) угловых микросекунд, что сопоставимо с размером тени в Галактическом центре и М87\*. При наличии источников излучения вне фотонных круговых орбит, вторичные изображения этих источников должны находиться вблизи тени и это делает возможным восстановить тень черной дыры, как было предсказано в работе [3] и реализовано в работе [5] при восстановлении тени черной дыры, находящейся в Галактическом центре.

Напомним определение фотонных круговых орбит. Рассмотрим случай движения фотона от бесконечности к черной дыре Керра. В этом случае движение фотона определяется многочленом  $\hat{R}_{ph}(\hat{r})$  [7, 8]. Как показано в работе [2], если многочлен  $\hat{R}_{ph}(\hat{r})$  не имеет корней при значении

$$\hat{r} > \hat{r}_+ = 1 + \sqrt{1 - \hat{a}^2},$$

то фотон захватывается черной дырой, а если многочлен  $\hat{R}_{ph}(\hat{r})$  имеет однократный корень

$$\hat{r}_t > \hat{r}_+,$$

при этом

$$\hat{R}_{ph}(\hat{r}_t) = 0 \quad \text{и} \quad \left. \frac{\partial \hat{R}_{ph}}{\partial \hat{r}} \right|_{\hat{r}=\hat{r}_t} > 0,$$

то имеется рассеяние фотона на черной дыре и приближение фотона к черной дыре сменяется удалением и в случае, если имеется двукратный корень многочлена

$$\hat{R}_{ph}(\hat{r}_s) = \left. \frac{\partial \hat{R}_{ph}}{\partial \hat{r}} \right|_{\hat{r}=\hat{r}_s} = 0,$$

тогда фотон,двигающийся от бесконечности, приближается к орбите с постоянным значением радиальной координаты  $\hat{r}_s = \text{const}$  и эти орбиты в литературе часто называются *круговыми*, хотя в точности круговыми они являются только в случае экваториального движения при  $\eta = 0$ .

При рассмотрении обобщений классической метрики черной дыры Керра авторы работы [1] должны были бы доказать, что для области значений прицельных параметров внутри области, которую они называют «тенью», действительно происходит захват фотонов «квантовой» черной дырой, полученной с использованием нелокальной теории гравитации, т.е. необходимо было обобщить утверждения работы [2] на рассматриваемый авторами [1] случай метрики черной дыры с «квантовыми» поправками. При отсутствии доказательства указанного утверждения для рассмотренной в работе [1] метрики черной дыры с «квантовыми» поправками можно говорить только о прицельных параметрах, соответствующих круговым фотонным орбитам, а то, что эти области констант движения разделяют области захвата и рассеяния (как это происходит для черных дыр Керра) остается недоказанным предположением и тем самым, остается недоказанным, что параметры движения, соответствующие круговым фотонным орбитам, определяют границу тени.

В работе [3] отмечено, что кривая  $\eta(\xi)$ , определяющая множество значений констант движения  $(\eta, \xi)$ , соответствующих двукратному корню многочлена  $\hat{R}_{ph}(\hat{r})$  и максимальное значение функции  $\eta(\xi)$ , равное 27 принимается при значении  $\xi = 2a$ , т.е.  $\eta(2a) = 27$ . В этом случае при экваториальном положении удаленного наблюдателя граница тени определяется кривой  $\beta(\alpha)$  (в соответствии с обозначениями работы [3]), причем максимальное по абсолютной величине значение функции  $\beta(\alpha)$ , равное  $3\sqrt{3}$  принимается при значении  $\alpha = 2a$ , тем самым, размер тени в направлении вращения черной дыры в случае экваториального положения удаленного наблюдателя не зависит от значения спина  $a$ . Этот факт используется авторами [1] как для метрики

Керра, так и для случая метрики черной дыры с «квантовыми» поправками. Как отмечено выше, в работе [3] доказано, что в случае керровской черной дыры и экваториального положения удаленного наблюдателя, размер тени черной дыры в направлении вращения не зависит от спина и равен  $2\sqrt{27}M$ . Этот факт используется авторами [1] как известное утверждение, однако соответствующая ссылка не приводится. Тем самым, в работе [1] используется тот факт, что для экваториального наблюдателя размер тени в направлении вращения рассмотренного ими «квантового обобщения» черной дыры Керра («Examples 1–4») не зависит от спина, что лишь проиллюстрировано приведенными примерами с некоторыми выбранными значениями параметров  $\alpha$  и  $\beta$ , однако остается неизвестным, для какой области значений параметров  $\alpha$  и  $\beta$  утверждение о независимости размера тени в направлении вращения черной дыры остается справедливым для случая «квантовой» черной дыры, полученной с использованием модели нелокальной гравитации.

Если сравнить рис. 2 из работы [3] (где рассмотрены значения спина  $a = 0, a = 0.5, a = 1$ ) и рис. 2 (верхняя панель) из работы [1] (где рассмотрены значения спина  $a = 0, a = 0.3, a = 0.5, a = 0.9, a = 0.98$ ), то можно прийти к выводу, что эти рисунки в большой степени совпадают, тем самым обсуждаются по сути дела одни и те же свойства теней (изменение формы теней и размер тени в направлении вращения, не зависящий от величины спина), т.е. в более поздней работе [1] не отмечено, что в указанном случае обсуждаются свойства теней, известные и обсуждаемые в литературе уже в течение 20 лет.

В работе [1] при обсуждении тени «квантовой» черной дыры, полученной с использованием модели нелокальной гравитации, отмечены отличия формы и размеры теней при увеличении значений «квантовых поправок» на много порядков. В этой связи возникает вопрос. Какую физическую (астрономическую) постановку задачи в работе [1] отражает метрика черной дыры с такими увеличенными «квантовыми поправками» (ведь в этом случае на много порядков увеличиваются «квантовые» поправки и в то же самое время игнорируются такие естественные астрономические поправки как, например, распределение материи вблизи черной дыры, которое меняет гравитационное поле, а тем самым форму и размер тени)?

## ЛИТЕРАТУРА

1. С. О. Алексеев, А. А. Байдерин, А. В. Немтинова, О. И. Зенин, *Нелокальные гравитационные теории и изображения теней черных дыр*, ЖЭТФ **165**, 508 (2024).
2. А. Ф. Захаров, *О типах неограниченных орбит в метрике Керра*, ЖЭТФ **91**, 3 (1986).
3. A. F. Zakharov, A. A. Nucita, F. De Paolis, and G. Ingrosso, *Measuring the Black Hole Parameters in the Galactic Center with RADIOASTRON*, New Astron. **10**, 479 (2005), <https://doi.org/10.1016/j.newast.2005.02.007>, arXiv:astro-ph/0411511.
4. A. F. Zakharov, *Shadows Near Supermassive Black Holes: From a Theoretical Concept to GR Test*, Intern. J. Mod. Phys. D, 2340004 (2023), <https://doi.org/10.1142/S0218271823400047>, arXiv:2308.01301.
5. K. Akiyama, A. Alberdi, W. Alef et al. (Event Horizon Telescope Collaboration), *First Sagittarius A\* Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole in the Center of the Milky Way*, Astrophys. J. Lett. **930**, L12 (2022), <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac6674>.
6. P. Bambhaniya, A. B. Joshi, D. Dey et al. *Relativistic Orbits of S2 Star in the Presence of Scalar Field*, Eur. Phys. J. C **84**, 124 (2024).
7. А. Ф. Захаров, *Орбиты фотонов и ультрарелятивистских частиц в гравитационном поле вращающихся черных дыр*, Астрон. Ж. **68**, 58 (1991).
8. A. F. Zakharov, *On the hotspot near a Kerr Black hole: Monte Carlo simulations*, Mon. Not. R. Astron. Soc. **269**, 283 (1994).
9. J. M. Bardeen, in *Black Holes (Les Astres Occlus)*, ed. by B. S. DeWitt and C. DeWitt-Morette, Gordon and Breach, New York (1973), p. 215.
10. S. Chandrasekhar, *Mathematical Theory of Black Holes*, Clarendon Press, Oxford (1983).