

ГЕНЕРАЦИЯ СВЕРХСИЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ИНТЕНСИВНЫМ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИМПУЛЬСОМ В НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ МИШЕНЯХ

А. А. Андреев^{a,c*}, К. Ю. Платонов^{b,c**}, Л. А. Литвинов^{a,c}

^a Санкт-Петербургский государственный университет
199034, Санкт-Петербург, Россия

^b Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
195251, Санкт-Петербург, Россия

^c Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 17 июля 2024 г.,
после переработки 1 октября 2024 г.
Принята к публикации 1 октября 2024 г.

Проведено исследование и сравнение структурированных различным образом (кластеры, нанонити, нанотрубки, наноканалы) лазерных мишеней по амплитуде, занимаемому объему и времени жизни сверхсильного магнитного поля, генерируемого циркулярно поляризованным лазерным импульсом релятивистской интенсивности. С помощью аналитических оценок и численного моделирования мишеней с различным типом структур показано, что мишень, состоящая из пучка параллельных нанонитей обладает максимальными средним значением и временем жизни магнитного поля.

DOI: 10.31857/S0044451025020026

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, в различных областях физики и астрофизики актуальны исследования способов генерации сверхсильных магнитных полей и влияния таких полей на свойства объектов [1,2]. Создание таких полей возможно при высоких плотностях электронного тока, достигаемых, в частности, с помощью взаимодействия интенсивного лазерного импульса с мишенями различных типов [3]. Известно, что поглощение лазерного импульса релятивистской интенсивности мишенями определенной структуры сопровождается достаточно стабильной генерацией тока горячих электронов и позиционно отделенного противотока более холодных электронов [4–7]. Совокупность этих токов определяет пространственную структуру и напряженность магнитного поля.

Кольцеобразная структура магнитных полей возникает на лицевой и тыльной сторонах тонкой плоской мишени [8]. Выбор поляризации лазерного импульса и структурирование лазерной мишени позволяют менять геометрию токов и соотношение между компонентами тока горячих и холодных электронов. Естественной объемно-структурированной средой является кластерный газ [9–11]. Для генерации магнитного поля циркулярно поляризованным лазерным импульсом радиусы кластеров таких мишеней должны быть меньше длины волны лазерного излучения, чтобы круговые орбиты электронов располагались снаружи ионного остова кластера. Для таких кластеров азимутальный ток горячих электронов является основным, и генерируется продольное (по направлению распространения лазерного импульса) магнитное поле. Малый размер кластера и высокие энергии электронов приводят к быстрому разлету кластера и ограничивают времена жизни магнитного поля в отдельном кластере до сотен фемтосекунд [12–14]. Однако при слиянии разлетающихся кластеров в единую среду ее

* E-mail: alexanderandreev72@yahoo.com

** E-mail: konstantin_platonov@yahoo.com

время жизни определяется геометрическими размерами фокального объема и может намного превосходить время жизни отдельного кластера. Среднее по фокальному объему магнитное поле получается меньшим, чем поле отдельного кластера, но достаточным для замедления поперечного разлета этого объема [15], в результате чего время жизни плазмы фокального объема определяется продольной длиной (длиной Рэлея лазерного пучка) и составляет единицы и десятки пикосекунд. Описанные физические процессы генерации и эволюции магнитного поля сохраняются и при других кольцеобразных типах структурирования вещества лазерной мишени. Например, вместо сферических кластеров можно создать мишень из нанонитей [4], нанотрубок [16, 17], или наноканалов [18] в сплошном образце. Такие мишени технологически реализуемы, и в них также циркулярно поляризованным лазерным излучением можно создавать токи с цилиндрической симметрией, генерирующие продольное магнитное поле. Таким образом, возникает задача сравнения и оптимизации различных типов структурированных мишеней для лазерного импульса с заданными параметрами (интенсивностью, длительностью и фокальным диаметром). Отметим, что магнитное поле целой структуры при достаточно высокой плотности не сводится к повторению (транслированию) поля отдельного элемента. Возможна как компенсация, так и усиление токов и магнитного поля при сближении соседних элементов структуры, что требует отдельного исследования.

В данной работе на основе аналитических оценок и численного 3D PIC-моделирования проведено исследование амплитуды и времени жизни среднего по фокальному объему магнитного поля, генерируемого мишенями из кластеров, нитей и каналов, доступными для экспериментальной реализации. Рассматривается короткий (порядка 10 фс) циркулярно поляризованный лазерный импульс с экспериментально достижимой интенсивностью 10^{22} Вт/см² и энергией до нескольких десятков джоулей. Отметим, что излучение электрона в таком лазерном поле рассматривалось в работе [19], однако радиационные потери энергии в исследуемом случае малы, и ими можно пренебречь.

2. ОЦЕНКИ ВЕЛИЧИНЫ И ВРЕМЕНИ ЖИЗНИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ МИШЕНИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Оптимальное структурирование подразумевает сильное поглощение лазерной энергии в фокаль-

ном объеме. Поглощенная лазерная энергия E_{abs} в случае круговой поляризации лазерного импульса (с частотой ω) связана с поглощенным моментом E_{abs}/ω . Таким образом, можно найти поглощенный электронами мишени полный механический момент $\eta I S_{eff} \tau_L / \omega$, где η — коэффициент поглощения, I — интенсивность излучения лазера, τ_L — длительность импульса, S_{eff} — эффективная площадь поглощения лазерной мишени. Полный магнитный момент мишени оценивается через ее полный механический момент и гиромангнитное отношение релятивистского электрона: $e/2\gamma m_e c$, где γ — характерный лоренц-фактор горячего электрона в лазерной мишени на момент окончания лазерного импульса, e и m_e — заряд и масса электрона, c — скорость света. В результате полный магнитный момент мишени равен

$$\mu \approx \frac{e\eta E_L^2 S_{eff} \tau_L}{8\pi\gamma m_e \omega},$$

а максимальное значение магнитного поля $H_{x\ max}$ на момент окончания лазерного импульса оценивается через объемную плотность момента, что приводит к выражению

$$H_{x\ max}(\tau_L) = \frac{4\pi\mu}{V_{eff}} = \frac{e\eta(a_0)E_L^2 S_{eff} \tau_L}{2\gamma m_e \omega V_{eff}}, \quad (1)$$

где $V_{eff}(a_0)$ — объем, занимаемый магнитным полем, $a_0 = eE_L/m_e\omega c$, E_L — напряженность электрического поля лазерного импульса, $E_L = \sqrt{4\pi I/c}$. Отметим, что $S_{eff}(a_0)$, $V_{eff}(a_0)$ учитывают размеры облака горячих электронов, окружающих структурные элементы мишени, откуда появляется зависимость от a_0 .

Отношение $V_{eff}(a_0)/S_{eff}(a_0)$ представляет собой эффективный масштаб $l_{eff}(a_0)$, определяющий эффективность мишени по отношению к генерации квазистационарного магнитного поля максимальной амплитуды. Для субмикронного кластера величина $l_{eff}(a_0)$ составляет несколько радиусов кластера, а для отдельной нити или полого цилиндра эффективная длина $l_{eff}(a_0)$ зависит как от длины нити, так и от ее радиуса (см. ниже). Для получения наибольшей величины магнитного поля длина $l_{eff}(a_0)$ должна быть невелика, однако уменьшать, например, радиус кластера в кластерной мишени можно до порога кулоновского взрыва (удаления электронов лазерным полем) [13]. Соответственно существует оптимальный для заданной лазерной интенсивности радиус кластера [14]. Также отметим, что коэффициент поглощения $\eta(a_0)$ зависит от геометрической формы элемента структуры мишени и может

различаться для отдельного элемента и всей мишени в целом.

При объединении отдельных элементов в единую структуру, которую частично засвечивает лазерный импульс, значение $V_{eff}(a_0)$ с хорошей точностью совпадает с фокальным объемом

$$V_{foc} \approx \pi^2 D^4 / 8\lambda,$$

где D — диаметр фокальной перетяжки лазерного пучка. Величина $S_{eff}(a_0)$ определяется поверхностной плотностью ρ_f элементов и составляет

$$S_{eff}(a_0) = S_{eff\ el}(a_0)\rho_f\pi D^2/4,$$

где $S_{eff\ el}(a_0)$ — эффективная площадь поглощения отдельного элемента. Увеличение поверхностной плотности для увеличения эффективной площади поглощения и получения максимального магнитного поля (1) возможно вплоть до соприкосновения электронных оболочек элементов структуры ($\sqrt{S_{eff\ el}} \approx \rho_f^{-1/2}$). В этом оптимальном случае величина

$$S_{eff}(a_0) \approx \pi D^2/4$$

совпадает с площадью фокальной перетяжки. Роль $l_{eff}(a_0)$ для оптимального случая играет удвоенная длина Рэлея $\pi D^2/2\lambda$, где λ — длина лазерной волны. Оценка (1) в этом случае даст среднее по фокальному объему магнитное поле структурированной мишени:

$$\frac{\langle H_x(\tau_L) \rangle}{E_L} = \frac{\eta(a_0)a_0c\tau_L\lambda}{\pi\gamma(a_0)D^2}. \quad (2)$$

Для достижения наибольшей величины $\langle H_x(\tau_L) \rangle$ целесообразно увеличивать длительность лазерного импульса вплоть до характерного времени жизни τ_Σ плазмы структурной мишени. Оценка (1) показывает, что наибольшим магнитным полем будет обладать мишень с максимальным поглощением в фокальном объеме лазерного импульса и с минимальной характерной энергией электрона. Для кластерных мишеней коэффициент поглощения и длина свободного пробега лазерного импульса исследовались в работах [20,21]. Энергия генерируемого мишенью магнитного поля (1) должна соответствовать закону сохранения энергии, поэтому

$$\frac{\langle H_x(\tau_L) \rangle^2}{8\pi} V_{eff}(a_0) < \frac{\eta c E_L^2}{4\pi} \tau_L S_{eff}(a_0). \quad (3)$$

Используя выражения (1) или (2) и (3), получаем следующее ограничение среднего по объему магнитного поля структурированной мишени:

$$\frac{e \langle H_x(\tau_L) \rangle}{m_e \omega c} < 4\gamma(a_0). \quad (4)$$

Как известно, лоренц-фактор локализованного в мишени электрона в поле циркулярно поляризованной волны равен

$$\gamma(a_0) = \sqrt{1 + a_0^2} \approx a_0, \quad a_0 > 1,$$

соответственно условие (4) ограничивает магнитное поле неравенством $\langle H_x(\tau_L) \rangle < 4E_L$, если $\gamma(a_0) \approx a_0$, $a_0 \gg 1$. Подчеркнем, что это оценка сверху, так как поглощенная лазерная энергия в условии (3) помимо энергии магнитного поля конвертируется в кинетическую энергию частиц плазмы. Если $\gamma(a_0) \sim a_0'$, $\nu > 1$, то порог $\langle H_x(\tau_L) \rangle \approx 4E_L$ может быть превышен. Отметим, что в работе [22] оптимизацией параметров кластера в численных расчетах было получено магнитное поле

$$H_{x\ max}(\tau_L) \approx 4.5E_L.$$

Таким образом, приведенные оценки показывают, что структурированные мишени на момент окончания лазерного импульса позволят получить квазистационарное магнитное поля с напряженностью вплоть до нескольких единиц напряженности лазерного поля в фокальной перетяжке.

Проведем оценки времени жизни генерируемого поля. Время жизни магнитного поля отдельного элемента структуры определяется временем разлета его ионного остова. В случае оптимальных параметров мишени разлет носит тепловой (за счет горячих электронов) характер, так как случай кулоновского взрыва не оптимален для генерации токов и магнитного поля. Для отдельного кластера радиусом R_0 время теплового разлета оценивается как $\tau_{1f} \sim p/c_s$, где $p \simeq 4R_0$ — характерный радиус электронных орбит кластера [14], $c_s \approx c\sqrt{Zm_e a_0/m_i}$, $a_0 > 1$ — характерная нерелятивистская скорость иона мишени, m_i — масса иона и $\tau_{1f} > 10$ фс. При этом магнитного поля (1) отдельного элемента структуры не хватает для магнитного удержания плазмы, так как гирорадиус иона $m_i c_s c / Ze H_{x\ max}$ существенно превышает эффективный радиус p кластера или нити ($p = (3 \dots 4)R_0$). Для всей мишени в целом (фокального объема) оценка времени жизни существенно изменяется. При разлете отдельных элементов структуры мишени магнитное поле каждого элемента убывает до тех пор, пока разлетающиеся элементы не образуют единую среду. Среднее магнитное поле такой среды оценивается из (2) и по отношению к полю отдельного элемента (1) содержит малый фактор порядка R_0/s , где s — характерное расстояние между элементами структуры среды (для кластерной плазмы $s \approx n_{cl}^{-1/3}$, где n_{cl} — концентрация

кластеров). Среднего магнитного поля (2) плазмы фокального объема хватает для того, чтобы замедлить его поперечный разлет (для этого гирорадиус иона должен быть меньше радиуса фокальной перетяжки). Время жизни τ_Σ такой замагниченной плазмы фокального объема определяется ее продольной длиной (длиной Рэлея) и оценивается как

$$\tau_\Sigma \approx \frac{\pi D^2}{4\lambda c} \left(\frac{m_i}{Zm_e a_0} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Время τ_Σ может достигать масштабов пикосекунд и даже десятков пикосекунд. Таким образом, структурированные мишени позволяют создавать большое по величине (2), долгоживущее (5) квазистационарное магнитное поле в объеме фокальной перетяжки лазерного импульса.

Перейдем к более подробному исследованию магнитного поля отдельного элемента структуры и структуры целиком с целью сравнения мишеней различных типов.

3. ОЦЕНКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОТДЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА СТРУКТУРЫ

Современные технологии позволяют получать лазерные мишени различной формы субмикронного размера поэтому мы рассмотрим несколько типичных вариантов.

3.1. Магнитное поле кластера

Отметим, что исследование магнитного поля отдельного кластера проводилось, в частности, в наших работах [13, 14]. Исходя из вышесказанного, поскольку для кластера

$$S_{eff\ el}(a_0) \approx \pi p^2, \quad V_{eff}(a_0) \approx 4\pi p^3/3,$$

магнитное поле кластера по выражению (1) можно оценить как

$$H_{x\ max}/E_L \approx 3\eta a_0(1 + a_0^2)^{-1/2} c\tau_L/32R_0. \quad (6)$$

Коэффициент поглощения η по данным нашего численного моделирования, а также работы [21] при релятивистских лазерных интенсивностях (свыше 10^{19} Вт/см²) оценивался как $\eta \approx 0.4$ для эффективной площади поглощения πp^2 .

При разлете кластера после окончания лазерного импульса его магнитное поле убывает со временем. Полный механический момент кластера – адиабатический инвариант, он сохраняется при тепловом разлете, когда радиус кластера растет как

$p(t) \approx \sqrt{p^2 + c_s^2 t^2}$. Объемная плотность механического момента падает согласно множителю $(p/p(t))^3$. Объемная плотность магнитного момента (т. е. магнитное поле (1)) отличается от объемной плотности механического момента гиромангнитным отношением релятивистского электрона, в знаменатель которого входит γ -фактор – энергия электрона. Энергия электрона при адиабатическом разлете убывает как $(p/p(t))^2$. Таким образом, получается оценка временной динамики магнитного поля:

$$H_x(t) \approx H_{x\ max}(\tau_L) \frac{p}{\sqrt{p^2 + c_s^2 t^2}}, \quad (7)$$

$$t > \tau_L, \quad \tau_L < p/c_s.$$

3.2. Магнитное поле нити

Для нити длиной l и радиусом R_0 в пределах сотен нанометров справедливы следующие оценки эффективной поглощающей поверхности и эффективного объема:

$$S_{eff\ el}(a_0) \approx \pi r_E^2, \quad r_E = a_0 \lambda / 2\pi, \quad R_0 < r_E, \quad (8)$$

$$V_{eff}(a_0) = S_{eff\ el}(a_0)l, \quad R_0 \ll l.$$

Оценка напряженности магнитного поля на момент окончания лазерного импульса имеет вид

$$\frac{H_{x\ max}(\tau_L)}{E_L} = \frac{\eta(a_0)a_0 c\tau_L}{2\gamma(a_0)l}, \quad R_0 < r_E \ll l. \quad (9)$$

Здесь подразумевается, что длина нити l меньше длины поглощения лазерного импульса. Сравнение выражений (9) и (6) показывает, что при достаточной длине нити ($l \gg 5R_0$) магнитное поле нити меньше магнитного поля кластера, несмотря на большее поглощение, возрастающее с увеличением длины. Характерное время жизни магнитного поля нити превышает время жизни кластера.

Полный механический момент электронов нити сохраняется (адиабатический инвариант разлета), а гиромангнитное отношение меняется при разлете согласно адиабатическому закону $\gamma(t)R^2(t) = \gamma(\tau_L)R^2(\tau_L)$ для $R \gg l$, и объем нити растет пропорционально $R^2(t)l(t)$. Соответственно намагниченность единицы объема (магнитное поле) $H_x(t) \propto l^{-1}(t)$. Разлет нити по длине занимает существенно большее время (порядка l/c_s), поэтому нить обладает большим временем жизни магнитного поля по сравнению с кластером сравнимого радиуса.

3.3. Магнитное поле цилиндрической оболочки

В отличие от нити, цилиндрическая оболочка разлетается не только наружу, но и внутрь к оси цилиндра. При этом происходит коллапс (локальное увеличение) ионной плотности на оси цилиндра, исследования которого проводились в работах [17, 23]. Процесс коллапса сопровождается ускорением ионов вдоль оси цилиндра [18, 24], а также занимает достаточно большой интервал времени, поэтому время жизни магнитного поля оболочки отличается от времени жизни поля нити. Для цилиндрической оболочки длиной l , внутренним радиусом R_0 и толщиной δR ($l_s < \delta R \ll R_0$, где $l_s = \sqrt{a_0 m_e / 4\pi e^2 Z n_i}$ — длина скин-слоя в плазме оболочки с концентрацией ионов n_i и зарядом иона Z) в зависимости от ее радиуса справедливы следующие оценки эффективной поглощающей поверхности и эффективного объема:

$$\begin{aligned} S_{eff\,el}(a_0) &\approx \begin{cases} \pi(r_E)^2, & R_0 < r_E \\ 4\pi r_E R_0, & R_0 > r_E, \end{cases} \\ V_{eff}(a_0) &= \begin{cases} S_{eff\,el}(a_0)l, & R_0 < r_E, \\ \pi R_0^2 l, & R_0 > r_E. \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

В результате возможны следующие оценки магнитного поля на момент окончания лазерного импульса:

$$\begin{aligned} \frac{H_{x\,max}(\tau_L)}{E_L} &= \\ &= \begin{cases} \frac{\eta(a_0)a_0 c\tau_L}{2\gamma(a_0)l}, & R_0 < r_E \ll l, \delta R \leq 3, \dots, 4l_s, \\ \frac{2\eta(a_0)a_0^2 c\tau_L \lambda}{\pi\gamma^2(a_0)R_0 l}, & l \gg R_0 > r_E, \delta R \leq 3, \dots, 4l_s. \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

Согласно (11), оболочка малого радиуса $R_0 < r_E$ эквивалентна нити по напряженности магнитного поля. Ограничение на толщину оболочки δR связано с тем, что в (11) подразумевается поглощение лазерной энергии горячими электронами, покидающими оболочку и создающими магнитное поле. Доля оставшихся в оболочке холодных электронов и создаваемый ими противоток малы по сравнению с током горячих электронов. При $\delta R \geq R_0$ оценка (11) перестает «работать», оболочка с толстыми стенками рассматривается ниже.

При коллапсе оболочки сохраняется поток магнитного поля через площадь основания цилиндра,

$$H_x(R(t)) = H_x(R(t_0))R^2(t_0)/R^2(t).$$

Максимальное значение напряженности магнитного поля в момент времени t^* коллапса, $H_x(R(t^*))$, достигаемое в процессе сжатия цилиндра, оценивается из условия $H_x^2(t^*)/8\pi \sim n_{eh}T_{eh}$ (магнитное давление порядка теплового). Поскольку плотность тепловой энергии горячих электронов $n_{eh}T_{eh} \approx \eta I\tau_L/l$, максимальное значение поля в момент сжатия оценивается как

$$H_x(t^*)/E_L \sim \sqrt{2\eta c\tau_L/l}.$$

Эта оценка и оценка (11) приводят при $c\tau_L \sim l$ к полю $H_x(t^*)$, сравнимому по порядку величины со значением $H_{x\,max}(\tau_L)$. В результате коллапса оболочки зависимость магнитного поля от времени имеет характерный двухпиковый вид (максимумы отвечают окончанию лазерного импульса и моменту коллапса t^*) [15]. Процесс коллапса и его последующего разлета занимает дополнительное время, оценка которого приведена в [15], в результате чего время жизни магнитного поля в оболочке увеличивается в несколько раз по сравнению с нитью того же радиуса.

При увеличении толщины стенок и превращении оболочки в канал в стенках канала массивной мишени помимо тока горячих электронов возникает значительный противоток холодных электронов. После прохождения по каналу лазерного импульса канал заполняется горячими, вращающимися с частотой порядка ω вокруг оси канала электронами, локализованными вблизи заряженных стенок. По оси x (оси канала) электрон движется с приблизительно постоянным импульсом $p_x = \gamma m_e \dot{x} = \text{const}$, что приводит к спиралеобразной траектории в трехмерном пространстве. На торцах цилиндра (см. Приложение) электрон отражается от потенциального барьера торцов канала и, продолжая вращаться в том же направлении, меняет знак импульса p_x на противоположный. В результате нескольких отражений в канале возникает заполненный вращающимися электронами цилиндрический токовый слой. Вне канала в плазме мишени возникает противоток холодных электронов, показанный ниже на рис. 6. Среднее магнитное поле в канале (поле «соленоидов» тока и противотока) возникает за счет неполной компенсации тока и противотока на уровне альфвеновского тока $J_A \approx 17$ кА [3] и оценивается как $\langle H_x \rangle \sim 4\pi J_A / cl$. Таким образом, противоток холодных электронов порождает магнитное поле противоположной полярности, чего не было в тонкой цилиндрической оболочке с толщиной стенок в несколько длин скин-слоя (11). Конфигурация тока и противотока неустойчива относительно развития неустойчивости и связанной с ней простран-

ственной фрагментации магнитного поля. При дальнейшем увеличении толщины стенки цилиндрической оболочки с 300 нм (см. рис. 9 б в Приложении) до 1500 нм (см. рис. 9 в) численное моделирование показывает развитие неустойчивости и сильную пространственную фрагментацию магнитного поля разных знаков. Амплитуда отдельных фрагментов поля достигает оценки (9), при этом среднее магнитное поле мало: $\langle H_x \rangle \ll \sqrt{\langle H_x^2 \rangle}$. Энергия магнитного поля при этом значительна, на уровне оценки (3), а время жизни поля в канале с толстыми стенками совпадает со временем жизни порядка R_0/c_s самого канала в плоской мишени.

4. СТРУКТУРИРОВАННЫЕ КОМПЛЕКСНЫЕ МИШЕНИ

4.1. Кластерные структуры

Взаимодействие нескольких кластеров обсуждалось в работах [12, 13], однако среднее по объему среды магнитное поле подробно не исследовалось. При концентрации n_{cl} кластеров в фокальном объеме лазерного импульса имеем $S_{eff}(a_0) \approx \pi p^2 D^2 n_{cl}^{2/3}$, $n_{cl}^{-1/3} < 2p$, $V_{eff} \approx \pi^2 D^4 / 8\lambda$. В результате оценка среднего по фокальному объему магнитного поля выглядит как

$$\frac{\langle H_x(\tau_L) \rangle}{E_L} = \frac{2\eta(a_0)a_0 c \tau_L p^2 \lambda n_{cl}^{2/3}}{\pi \gamma(a_0) D^2}, \quad n_{cl}^{-1/3} > 2p. \quad (12)$$

При повышении плотности кластеров вплоть до касания их электронных оболочек ($n_{cl}^{-1/3} \sim 2p$) среднее магнитное поле достигает оценки (2). Время жизни поля оценивается формулой (5) при $c_s m_i / Ze \langle H_x(\tau_L) \rangle < D/2$ (ионы замагничены). При малых концентрациях кластеров и выполнении обратного неравенства $c_s m_i / Ze \langle H_x(\tau_L) \rangle > D/2$ время жизни составит

$$\tau_\Sigma \approx \frac{D}{2c} \left(\frac{m_i}{Z m_e a_0} \right)^{1/2}.$$

Для более строгого анализа среднего магнитного поля всех типов структур в работе проводилось 3D PIC-моделирование мишеней с помощью кода EPOCH [25], облучаемых лазерным импульсом интенсивностью $I \gtrsim 10^{20}$ Вт/см², длительностью $t_L = 10$ фс и с диаметром фокальной перетяжки $D = 6$ мкм. Кластерная мишень состояла из жидких ксеноновых сферических кластеров, ионизованных до $Z = 30$, с радиусом $R = 100$ нм и расстоянием между центрами кластеров $s = 500$ нм. Временная

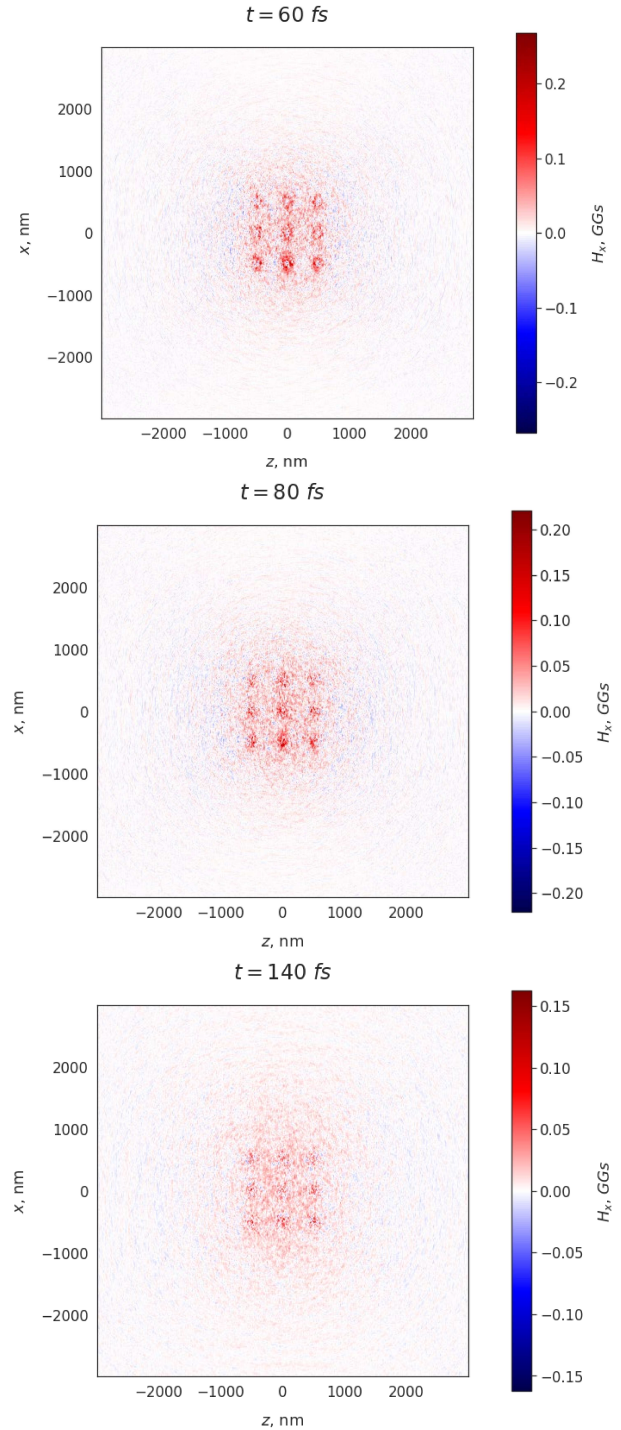


Рис. 1. Временная динамика в сечении xz ($y = 0$) продольного магнитного поля кластерной мишени

динамика магнитного поля показана на рис. 1. Видно, что магнитное поле сохраняет значительную величину (порядка 0.1 ГГс при лазерном поле 0.6 ГГс) на временах более 140 фс, в то время как характерное время жизни отдельного кластера при выбран-

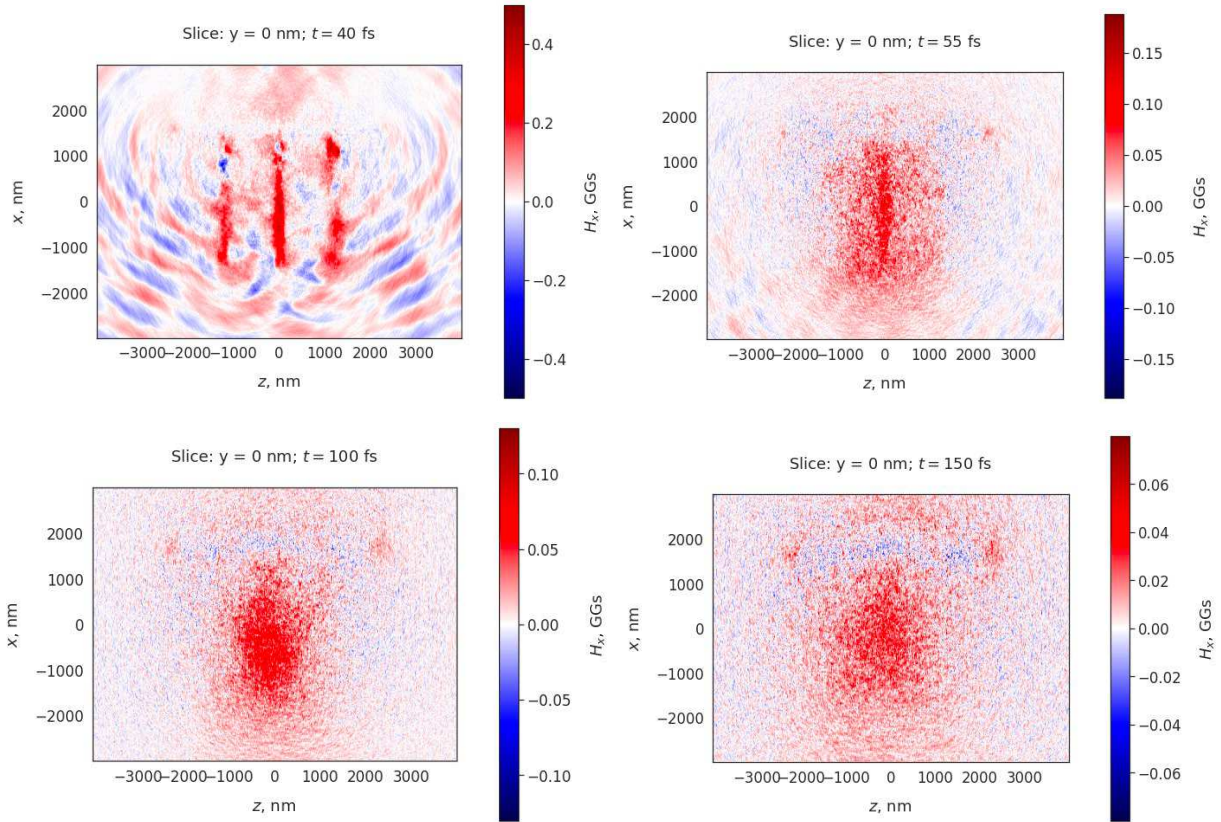


Рис. 2. Временная динамика в сечении xz ($y = 0$) продольного магнитного поля пучка нанонитей, закрепленных на подложке

ных параметрах составляет около 40 фс. Концентрация кластеров на рис. 1 определяется расстоянием между кластерами $n_{cl} = s^{-3} \approx 8 \text{ мкм}^{-3}$, а роль фокального объема играет объем примерно 1.5 мкм^3 , занятый кластерами в боксе моделирования, причем эффективная площадь поглощения составляет примерно 1.5 мкм^2 . Оценки (1) и (12) при $\eta \approx 0.4$ дают $\langle H_x(\tau_L) \rangle \simeq 0.4 \text{ ГГц}$, $\langle H_x(\tau_L) \rangle / E_L \simeq 0.6$, что соответствует значениям на рис. 1.

4.2. Структуры из нанонитей

Взаимодействие линейно поляризованного импульса с мишенями из нанонитей изучалось в работе [26]. В работе [4] рассматривался как линейно, так и циркулярно поляризованный лазерный импульс, распространяющийся вдоль длинной нанонити, но исследовались продольный ток и азимутальное магнитное поле нити, приводящее к эффекту Z-пинча (радиальному сжатию нити). Для коротких (единицы мкм) нитей, закрепленных на подложке, продольный ток горячих электронов быстро исчезает, однако в случае циркулярной поляризации

остаются азимутальный ток и продольное магнитное поле. Генерация продольного магнитного поля (θ -пинч) в нескольких нанонитях рассматривалась в работе [6], нити в этой работе не были закреплены на подложке. Технология изготовления лазерных мишеней из нанонитей микронной длины предполагает наличие подложки большой массы (по сравнению с массой нитей), на которой выращиваются нити. В численном моделировании настоящей работы мы рассматриваем ограниченную по массе подложку, поперечный размер которой ограничен размерами (единицы мкм) бокса 3D-моделирования. Более близкий к экспериментальной ситуации вариант больших (сотни мкм) поперечных размеров требует больших вычислительных ресурсов и отдельного исследования. Эффективная поглощающая поверхность в случае нитей с поверхностной плотностью ρ_f (размерность см^{-2}) составит

$$S_{eff}(a_0) \approx \pi r_E^2 D^2 \rho_f,$$

$$\rho_f^{-1/2} < 2r_E,$$

$$V_{eff} \approx \pi^2 D^4 / 8\lambda.$$

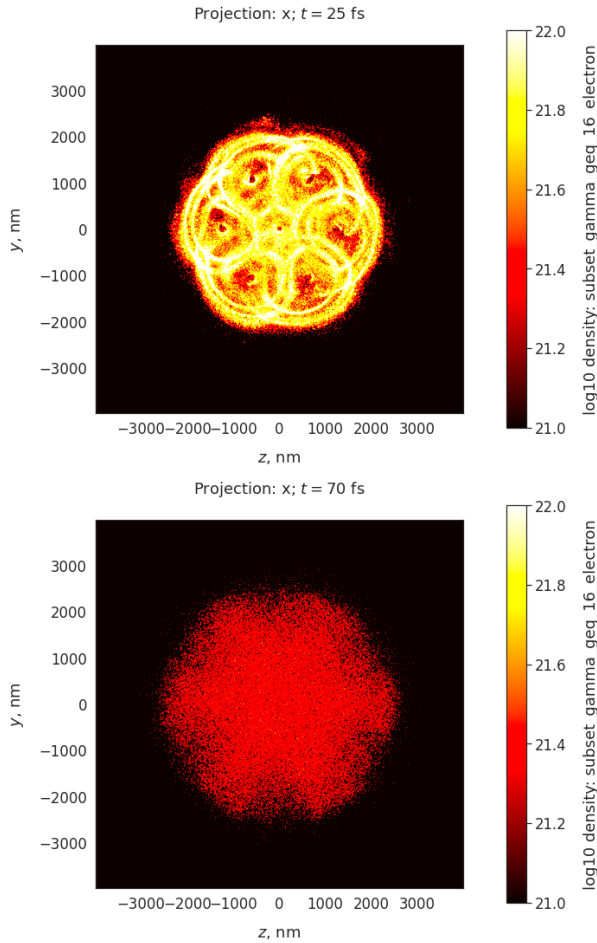


Рис. 3. Проекция yz электронной плотности мишени из нанонитей для электронов с лоренц-фактором $\gamma \geq 16$

Среднее по фокальному объему магнитное поле мишени из нитей примет вид

$$\frac{\langle H_x(\tau_L) \rangle}{E_L} = \frac{2\eta(a_0)a_0c\tau_L r_E^2 \lambda \rho_f}{\pi\gamma(a_0)D^2}, \quad \rho_f^{-1/2} < 2r_E. \quad (13)$$

Хотя оценки (12) и (13) идентичны по форме ($r_E \sim p$), коэффициент поглощения $\eta(a_0)$ нитей больше коэффициента поглощения кластеров, и структура из нитей дает большее значение среднего магнитного поля. Для подтверждения оценок величины магнитного поля с помощью кода ЕРОСН [25] было проведено моделирование взаимодействия лазерного импульса интенсивностью $I = 10^{20}$ Вт/см², длительностью $t_L = 10$ фс с пучком углеродных нитей из C⁺₆ с начальной ионной плотностью $n_{i0} = 3 \cdot 10^{22}$ см⁻³. Длина нанонитей $l = 3$ мкм, радиус $R_0 = 100$ нм, радиус подложки $R_{sub} = 1.5$ мкм, толщина подложки $h = 200$ нм, материал подложки и нанонитей совпадает. Расстояние между центрами (осями) нитей 1 мкм. Мишени такого типа изготов-

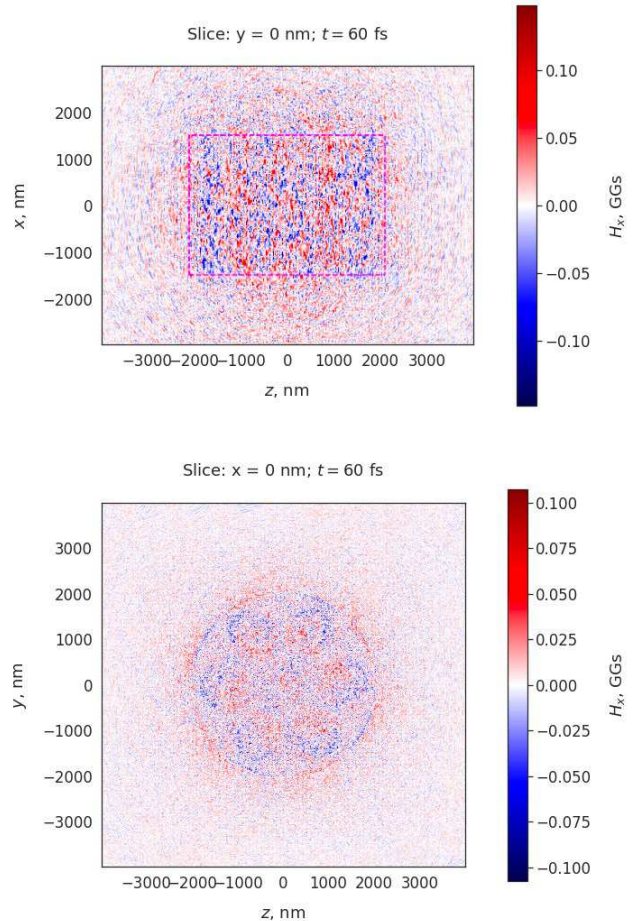


Рис. 4. Пространственное распределение магнитного поля в мишени с семью каналами $R_0 = 500$ нм, расстояние между осями каналов $d = 1300$ нм, продольная длина мишени $l = 3$ мкм. Параметры лазерного импульса как на рис. 2

ливаются методом эпитаксии (выращивания структур). Бокс моделирования составлял $4 \times 6 \times 6$ мкм³, пространственная точность 12 нм, 25 ионов и 50 электронов на ячейку. Временная динамика магнитного поля приведена на рис. 2. Сравнение рис. 1 и 2 показывает, что магнитное поле мишени из нитей имеет большие амплитуду и время жизни. Коэффициент поглощения мишени из нитей в численном расчете составил $\eta \approx 0.4$, а мишени из кластеров — $\eta \approx 0.2$. На рис. 3 представлено пространственное распределение плотности горячих электронов в мишени из нитей, ток которых генерирует магнитное поле. Рисунок 3 показывает, что разлет нитей приводит к объединению токов отдельных нитей (см. момент времени 25 фс) в единую токовую структуру (момент 70 фс), удерживающую магнитное поле на всем интервале времени моделирования 150 фс. Как видно на рис. 2, наличие подлож-

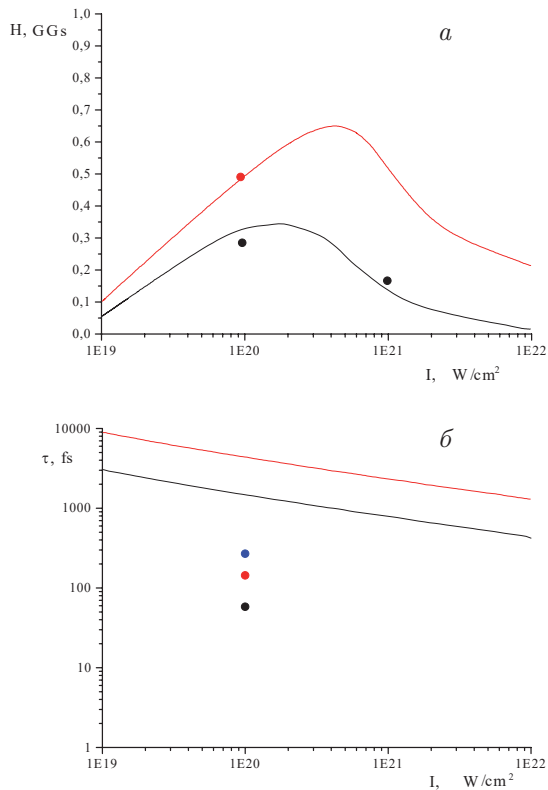


Рис. 5. а) Зависимость среднего магнитного поля от лазерной интенсивности (формулы (12) и (13)) для мишени из кластеров (черная линия) и нитей (красная линия). Точками соответствующего цвета приведены данные численного моделирования. б) Время жизни среднего магнитного поля фокального объема ($D = 6$ мкм) для мишени из нитей $R = 100$ нм, $s = 1000$ нм (красная линия) и кластеров $R = 100$ нм, $s = 500$ нм (черная линия) как функция лазерной интенсивности. Время жизни (PIC-расчет) одного структурного элемента: кластера (черный кружок), нити (красный кружок) и нанотрубки $R_0 = 500$ нм, толщина стенки 300 нм (синий кружок)

ки в верхней части бокса моделирования приводит к возникновению в подложке прототока холодных электронов и магнитного поля противоположной полярности (синий цвет на рис. 2 на временах 100–150 фс). С увеличением длины нитей и поглощения излучения непосредственно в нитях влияние подложки должно уменьшаться, однако часть горячих электронов уйдет в подложку, что снизит напряженность магнитного поля. Влияние массы подложки, оптимизация длины и поверхностной плотности ρ_f нитей под максимум магнитного поля требуют отдельного исследования. Поверхностная плотность нитей $\rho_f \approx 1$ мкм⁻² на рис. 2 определяется расстоянием между осями нитей. Эффективная площадь

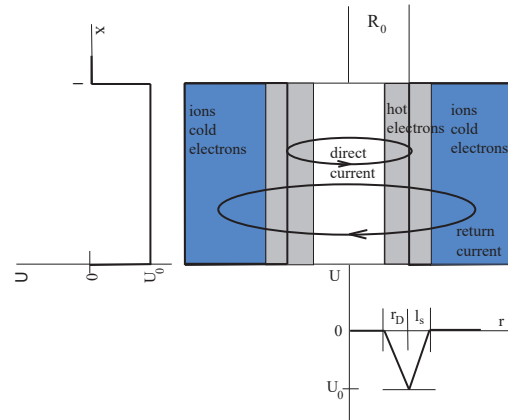


Рис. 6. Токи и потенциальная энергия U электронов одного канала. Здесь $r_D = \sqrt{m_e c^2 (\gamma - 1) / 4\pi e^2 n_{eh}}$ — дебаевский радиус горячих электронов с плотностью n_{eh} , $l_s \approx a_0 \sqrt{m_e c^2 / 4\pi e^2 n_{ec}}$, $a_0 > 1$ — длина скин-слоя холодных электронов с плотностью n_{ec}

поглощения (при $r_E \approx 0.8$ мкм) составляет примерно 10 мкм². «Фокальный» объем соответствует умножению эффективной площади поглощения на длину нити $l = 3$ мкм. Оценки ($\eta \approx 0.4$) дают $\langle H_x(\tau_L) \rangle \approx 0.4$ ГГц, $\langle H_x(\tau_L) \rangle / E_L \approx 0.8$, что соответствует шкале рис. 2 на момент времени окончания воздействия лазерного импульса на мишень (40 фс).

Мишень из множества цилиндрических оболочек мы не рассматриваем, так как ее изготовление (в отличие от одной оболочки) представляет собой более сложную задачу.

4.3. Наноканальные структуры

Мишень с каналами формально обладает сходной с мишенью из нитей боковой поверхностью поглощения, но значительная часть горячих электронов такой мишени двигается внутри вещества мишени, что приводит к генерации прототока холодных электронов. Ниже в Приложении при рассмотрении отдельного канала в цилиндрической оболочке мы показали, что в стенках канала при увеличении их толщины реализуются неустойчивость и пространственная фрагментация магнитного поля. Наличие нескольких каналов усугубляет эту тенденцию. При сближении осей каналов на расстояние $d < 2(R_0 + l_s)$ начинают перекрываться (взаимодействовать) токовые структуры и потенциальные ямы заряженных стенок ионного остова каналов. Взаимодействие токов сводится к компенсации (встречному движению) токов соседних каналов, и, например, вейбелевская неустойчивость развивается более интенсивно, чем для единственного канала. Боль-

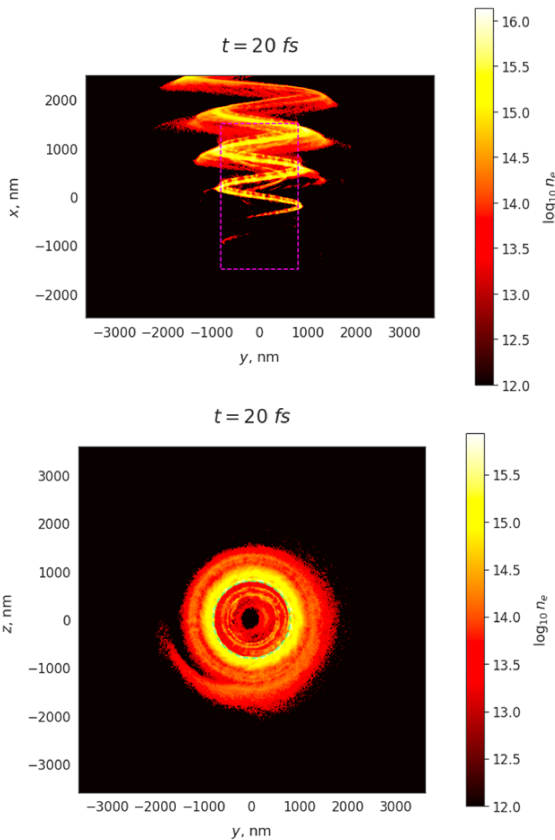


Рис. 7. Заполнение канала горячими электронами в PIC-моделировании электронной плотности. Показаны электроны с $\gamma > 10$. Интенсивность лазерного импульса $I = 10^{20}$ Вт/см², длительность $t_L = 10$ фс, материал мишени C^{+6} с $n_{i0} = 3 \cdot 10^{22}$ см⁻³. Длина цилиндра $l = 3$ мкм, внутренний радиус $R_0 = 500$ нм, толщина стенки 300 нм. Диаметр перетяжки импульса $D = 3$ мкм. Плотность электронов показана в момент прохождения лазерного импульса по каналу

шая пространственная фрагментация хорошо видна на рис. 4, где представлены результаты численного моделирования магнитного поля в мишени, показанной ниже на рис. 7, в которую добавлены еще шесть каналов, окружающих канал (см. рис. 7). Численное моделирование с помощью кода EPOCH [25], см. рис. 4, показывает, что при $R_0 = 500$ нм, $d = 1300$ нм магнитное поле в мишени и в семи каналах фрагментировано более сильно, чем на рис. 9 б в мишени с одним каналом. Амплитуды фрагментов поля при этом сравнимы по величине с полем мишени из кластеров и нитей, что видно при сравнении шкал рис. 4 и рис. 1. Таким образом, для создания однородного магнитного поля в фокальном объеме мишень с каналами непригодна.

На рис. 5 а приведен итоговый график зависимости среднего магнитного поля от лазерной интенсив-

Таблица

Тип мишени	$H_x(\tau_L)$	τ_{lf}
Одиночный кластер радиуса $R_0 = 500$ нм	1.7 ГГц	0.1 пс
Кластеры радиуса $R_0 = 500$ нм в фокальном объеме. Дистанция между центрами 1.5 мкм	0.2 ГГц	0.9 пс
Одиночный сплошной цилиндр радиуса $R_0 = 500$ нм и длиной 3 мкм	1.2 ГГц	0.2 пс
Цилиндры в фокальном объеме	0.5 ГГц	2 пс
Одиночная цилиндрическая оболочка внутреннего радиуса $R_0 = 500$ нм, толщиной стенки 300 нм и длиной 3 мкм	1.2 ГГц	0.5 пс

ности (формулы (12) и (13)) для мишени из кластеров $R = 100$ нм, $s = 500$ нм (черная линия) и нитей $R = 100$ нм, $s = 1000$ нм (красная линия). Данные численного 3D PIC-моделирования — точки соответствующего цвета. На рис. 5 б приведено время жизни (5) среднего магнитного поля фокального объема при $D = 6$ мкм для мишени из нитей $R = 100$ нм, $s = 1000$ нм (красная линия) и кластеров $R = 100$ нм, $s = 500$ нм (черная линия) как функция лазерной интенсивности. Для сравнения показано время жизни (PIC-расчет) одного структурного элемента: кластера (черный кружок), нити (красный кружок) и нанотрубки с $R_0 = 500$ нм при толщине стенки 300 нм (синий кружок). Отметим, что провести PIC-расчет времени жизни всей структуры затруднительно из-за ограниченного компьютерными ресурсами времени расчета. Как видно на приведенном выше рис. 2, на момент времени 150 фс заметного уменьшения напряженности поля в PIC-расчете не происходит. В таблице приведены сравнительные данные для напряженностей $H_x(\tau_L)$ и времен жизни τ_{lf} магнитного поля для рассмотренных выше различных типов мишеней C^{+6} с плотностью $n_{i0} = 3 \cdot 10^{22}$ см⁻³ для лазерного импульса интенсивности 10^{21} Вт/см² и длительности 10 фс при диаметре фокусировки 10 мкм.

Таким образом, представленные результаты показывают, что структурированные мишени позволяют получить квазистационарное гигагауссное магнитное поле в фокальном объеме лазерного импульса.

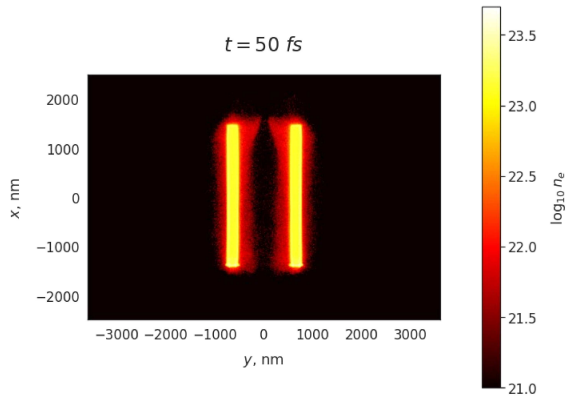


Рис. 8. PIC-моделирование электронной плотности после окончания лазерного импульса. Параметры расчета как на рис. 7

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показано, что структурированные лазерные мишени (кластеры, нити, цилиндрические оболочки) позволяют генерировать крупномасштабное долгоживущее (по сравнению с длительностью лазерного импульса) магнитное поле в фокальном объеме лазерного импульса. Напряженность такого магнитного поля сравнима с напряженностью лазерного поля в области фокусировки. Выбором геометрической формы элемента структуры мишени и концентрации элементов можно менять как напряженность магнитного поля, так и время его жизни. Дополнительно можно сделать следующие выводы. Для отдельного элемента структуры наибольшей величиной магнитного поля обладает сферический кластер оптимального радиуса (несколько длин скин-слоя для заданной лазерной интенсивности), однако время жизни такого поля мало по сравнению с полем нити и оболочки. Нить и цилиндрическая оболочка сравнимых радиусов обладают одинаковой амплитудой поля (в $l/4R_0$ раз меньше поля кластера), но существенно большим временем жизни (приблизительно в l/R_0 раз больше, чем у кластера), и внутренняя часть полового цилиндра движется к его оси, увеличивая плотность. Время жизни магнитного поля в коллапсирующем цилиндре увеличивается по сравнению со случаем сплошного цилиндра или сферического кластера в несколько раз и попадает в диапазон сотен фемтосекунд при лазерной интенсивности порядка 10^{20} Вт/см². В результате временная зависимость величины магнитного поля цилиндрической оболочечной мишени имеет характерный двугорбый вид, а время жизни поля максимально по сравнению со

сплошными мишенями. Мишень в виде канала в сплошной мишени с длиной и радиусом, сравнимыми с длиной нити, из-за развития неустойчивости обладает сильно фрагментированным в пространстве и направлениях магнитным полем, а амплитуда отдельных фрагментов при этом сравнима с полем нити. Набор элементов, занимающих фокальный объем лазерного импульса, объединяет магнитное поле отдельных элементов в единое среднее по объему поле. Время жизни такого поля существенно превышает время жизни поля отдельного элемента и в большей степени зависит не от формы элемента, а от фокальной длины лазерного импульса. Наибольшей напряженностью среднего поля и наибольшим временем его жизни обладает мишень из нитей как имеющая самый высокий коэффициент поглощения лазерного излучения, а напряженность среднего поля кластерной мишени немного меньше. Магнитное поле мишени с каналами сильно фрагментировано в пространстве и имеет амплитуды флуктуаций, сравнимые с регулярными полями кластерных и нитевидных мишеней.

Благодарности. Авторы благодарны компьютерному центру «Политехник-РСК Торнадо» за предоставленные вычислительные ресурсы.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 23-22-00110).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим цилиндрический канал радиуса R_0 в неограниченной фольге. В момент прохождения лазерного импульса канал заполняется горячими электронами, движущимися по спирали в поле циркулярно поляризованной волны (рис. 7). После окончания лазерного импульса горячие электроны локализуются на стенках канала (рис. 8). Эти электроны создают циркулярный ток, генерирующий магнитное поле. Вне канала в плазме мишени возникает противоток холодных электронов. После окончания лазерного импульса функция Лагранжа электрона вблизи стенки канала в электрическом амбиполярном поле канала с потенциалом $U(r)$ и в магнитном поле $H_x(r)$ вращающегося тока в цилиндрической (r, α, x) системе координат с осью x по оси канала имеет вид

$$L = -\frac{mc^2}{\gamma} + \frac{er\dot{\alpha}}{c}A_\alpha(r) - U(r)\theta(x)\theta(l-x), \quad (14)$$

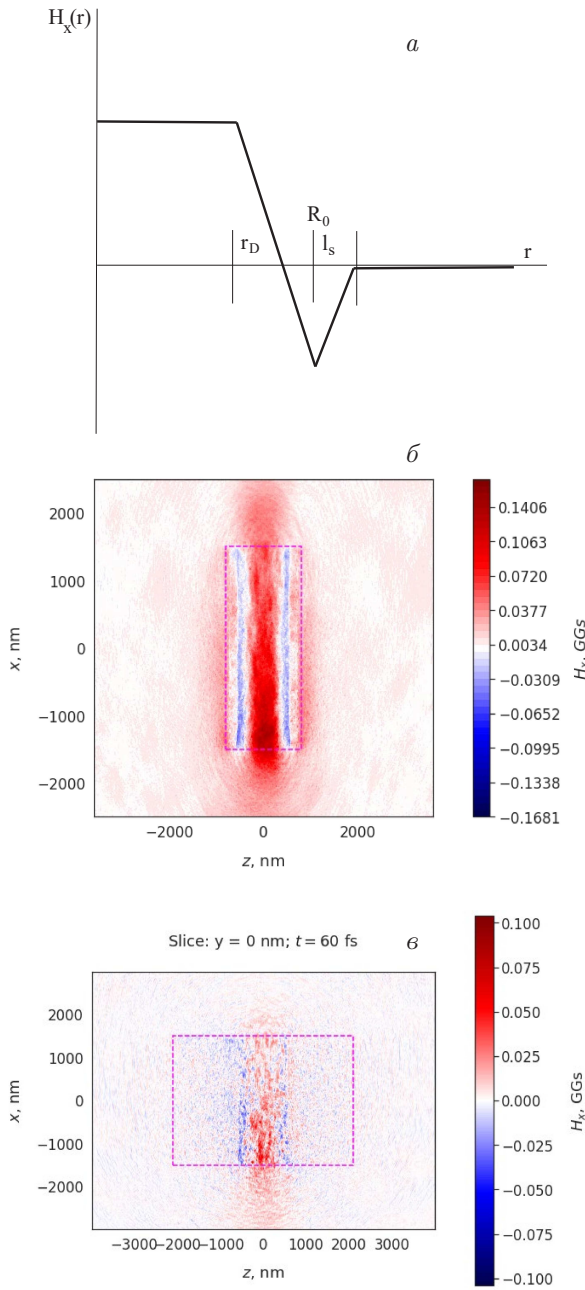


Рис. 9. Магнитное поле тока горячих и противотока холодных электронов: *a* — качественная модель (17); *б* — численное PIC-моделирование магнитного поля в канале с толщиной стенки 300 нм (параметры расчета как на рис. 7); *в* — толщина стенки канала 1.5 мкм, остальные параметры как в случае *б*

где

$$A_\alpha(r) = \frac{1}{r} \int_0^r r H_x(r) dr,$$

функция $U(r)$ в виде потенциальной ямы на стенке канала показана выше на рис. 6, $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$,

$(\beta c)^2 = \dot{r}^2 + (r\dot{\alpha})^2 + \dot{x}^2$, $\dot{r} < r\dot{\alpha}$, $e < 0$, $\theta(x)$ — ступенчатая функция Хэвисайда. По оси x электрон движется с постоянным импульсом $p_x = \gamma m \dot{x} = \text{const}$, что приводит к спиралеобразной («эллиптическая» спираль) траектории в трехмерном пространстве. В точках $x = 0, l$ (см. рис. 6) электрон отражается от потенциального барьера торцов канала и, продолжая вращаться в том же направлении, меняет знак импульса p_x на противоположный. В результате нескольких отражений в канале возникает заполненный электронами вращающийся цилиндрический слой, показанный на рис. 6 в случае численного моделирования. Функции Лагранжа (14) соответствует закон сохранения обобщенного импульса $P_\alpha = -\partial L / \partial \dot{\alpha}$ электрона и радиальное уравнение движения

$$\gamma m r^2 \dot{\alpha} + \frac{e r A_\alpha(r)}{c} = P_\alpha = \text{const}, \quad \dot{\alpha} \sim \omega, \quad (15)$$

$$\frac{d}{dt} (\gamma m \dot{r}) = \gamma m r \dot{\alpha}^2 - \frac{\partial}{\partial r} \left(U(r) - \frac{e r \dot{\alpha} A_\alpha(r)}{c} \right) = - \frac{U_{eff}(r)}{\partial r}, \quad (16)$$

$$U_{eff}(r) = U(r) + \frac{\left(P_\alpha - \frac{e r A_\alpha(r)}{c} \right)^2}{2 \gamma m r^2}.$$

При вращении в канале быстрый электрон совершает радиальные колебания в потенциальной яме $U_{eff}(r)$. Траектория отдельного электрона, как упоминалось выше, в трехмерном пространстве представляет собой «спираль» с образующей $r(\alpha)$, определяемой уравнениями (15) и (16).

Магнитное поле в канале (поле «соленоида») определяется линейной плотностью тока горячих и холодных электронов с характерными концентрациями n_{eh} и n_{ec} в потенциальной яме (см. рис. 6). Токи горячих и холодных электронов противоположны и компенсируют друг друга на уровне альфвеновского тока. Ток холодных электронов расположен снаружи тока горячих. Магнитное поле такой системы токов определяется выражением

$$H_x(r) = \frac{4\pi e}{c} \int_r^\infty dr (n_{eh}(r) r \dot{\alpha} - n_{ec}(r) v_{ec} \alpha), \quad (17)$$

где $v_{ec} \alpha$ — азимутальная компонента скорости холодных электронов.

Выполняются следующие неравенства для пространственного распределения плотностей горячих и холодных электронов:

$$\begin{aligned} n_{eh}(r)r\dot{\alpha} &< n_{ec}(r)v_{ec\alpha}, \quad r \in [R_0; R_0 + l_s], \\ n_{eh}(r)r\dot{\alpha} &\gg n_{ec}(r)v_{ec\alpha}, \quad r \in [R_0 - r_D; R_0], \\ n_{eh}(R_0)R_0\dot{\alpha}(l_s + r_D) &> n_{ec}(R_0)v_{ec\alpha}l_s. \end{aligned} \quad (18)$$

В результате зависимость (17) для $H_x(r)$ имеет качественный вид, показанный на рис. 9 а. Численное моделирование, результаты которого представлены на рис. 9 б, подтверждает генерацию поля противоположного знака противотоком и соответствует качественной модели (рис. 9 а). При увеличении толщины стенок канала с 300 до 1500 нм противоток возрастает, магнитное поле ослабевает, возникает неустойчивость, пространственная фрагментация магнитного поля, как это показано на рис. 9 в. Таким образом, в стенках канала канальной мишени возникают противоток и магнитное поле противоположной направленности, чего не было в мишенях из нитей и кластеров малого радиуса, сравнимого с размером скин-слоя (основная часть электронов таких мишеней становилась «горячей»).

ЛИТЕРАТУРА

1. B. A. Remington, R. P. Drake, and D. D. Ryutov, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 755 (2006).
2. L. G. Huang, H. Takabe, and T. E. Cowan, *High Power Laser Sci. Eng.* **7**, e22 (2019).
3. P. Gibbon, *Short Pulse Laser Interactions with Matter: Introduction*, Imperial College Press (2005).
4. V. Каумак, А. Pukhov, V. N. Shlyaptsev, and J. J. Rocca, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 035004 (2016).
5. А. А. Андреев, К. Ю. Платонов, *КЭ* **46**, 109 (2016).
6. Zs. Lecz and A. Andreev, *New J. Phys.* **20**, 033010 (2018).
7. S. G. Vochkarev, A. B. Brantov, D. A. Gozhev, and V. Yu. Bychenkov, *J. Russian Laser Research* **42**, 292 (2021).
8. В. С. Беляев, В. С. Загреев, В. П. Крайнов, А. П. Матафонов, *ЖЭТФ* **163**, 309 (2023).
9. V. P. Krainov and M. B. Smirnov, *Phys. Rep.* **370**, 237 (2002).
10. M. B. Smirnov and V. P. Krainov, *Laser Phys.* **13**, 490 (2003).
11. Th. Fennel, K.-H. Meiwes-Broer, J. Tiggesbäumker, P.-G. Reinhard, P. M. Dinh, and E. Suraud, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1793 (2010).
12. Zs. Lecz and A. Andreev, *Phys. Rev. Res.* **2**, 023088 (2020).
13. А. А. Андреев, К. Ю. Платонов, Zs. Lecz, and N. Hafz, *Sci. Rep.* **11**, 15971 (2021).
14. А. А. Андреев, К. Ю. Платонов, *КЭ* **51**, 446 (2021).
15. А. А. Андреев, Л. А. Литвинов, К. Ю. Платонов, *КЭ* **53**, 695 (2023).
16. А. Andreev, К. Platonov, A. Sharma, and M. Murakami, *Phys. Plasmas* **22**, 093106 (2015).
17. M. Murakami, J. J. Honrubia, K. Weichman, A. V. Arefev, and S. V. Bulanov, *Sci. Rep.* **10**, 16653 (2020).
18. YanJun Gu and M. Murakami, *Sci. Rep.* **11**, 23592 (2021).
19. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, *ЖЭТФ* **165**, 767 (2024).
20. C. D. Decker, W. B. Mori, K. C. Tzeng, and T. Katsouleas, *Phys. Plasmas* **3**, 2047 (1996).
21. Д. А. Гожев, С. Г. Бочкарев, В. Ю. Быченков, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 233 (2021).
22. А. А. Андреев, Л. А. Литвинов, К. Ю. Платонов, *Опт. и спектр.* **131**, 1694 (2023).
23. Г. А. Аскаръян, С. В. Буланов, И. В. Соколов, *Физика плазмы* **25**, 603 (1999).
24. А. Andreev, К. Platonov, A. Sharma, and M. Murakami, *Phys. Plasmas* **22**, 093106 (2015).
25. <https://github.com/Warwick-Plasma/epoch>
26. C. Bargsten, V. Каумак, А. Pukhov et al., *Sci. Adv.* **3**, e1601558 (2017).