

# КОГЕРЕНТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НАСЕЛЕННОСТЯМИ СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ ПАРОЙ ПОЛУПЕРИОДНЫХ АТТОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ

*Р. М. Архипов<sup>a,b\*</sup>, О. О. Дьячкова<sup>a,b</sup>, П. А. Белов<sup>a</sup>, М. В. Архипов<sup>a,b</sup>, А. В. Пахомов<sup>a</sup>,  
Н. Н. Розанов<sup>a,b</sup>*

<sup>a</sup> Санкт-Петербургский государственный университет  
199034, Санкт-Петербург, Россия

<sup>b</sup> Физико-технический институт и.м. А. Ф. Иоффе Российской академии наук  
194021, Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 6 февраля 2024 г.,  
после переработки 27 февраля 2024 г.  
Принята к публикации 29 февраля 2024 г.

Изучение особенностей взаимодействия униполярных субцикловых импульсов с веществом показало необходимость как пересмотра стандартных теорий взаимодействия световых импульсов с веществом, так и введения новых понятий в оптику, таких как интерференция площадей импульсов. В настоящей работе на основании численного решения временного уравнения Шредингера изучены особенности нелинейной интерференции площадей импульсов при возбуждении частицы в прямоугольной потенциальной яме, возбуждаемой парой полупериодных, аттосекундных импульсов. Показано, что при изменении задержки между импульсами зависимость населенности связанных состояний от задержки имеет характерный вид биений, в отличие от простой гармонической зависимости, которая получается в случае малой амплитуды поля. Проведенные исследования напрямую показывают возможность управления квантовыми системами с помощью последовательности полупериодных импульсов, в частности возможность увеличения вероятности ионизации или ее полного подавления и возможность наведения решеток разности населенностей в многоуровневой среде.

DOI: 10.31857/S0044451024080029

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема сокращения длительности электромагнитных импульсов является актуальной с момента изобретения первых лазеров [1] и важна по сей день [2–10]. В настоящее время с помощью получаемых на практике электромагнитных импульсов фемто- и аттосекундной длительности стало возможным изучение динамики волновых пакетов в атомах, молекулах и наноструктурах [6–10]; так, недавняя Нобелевская премия по физике была присуждена именно за экспериментальные методы генерации световых аттосекундных импульсов для изучения динамики электронов в веществе [11].

Получаемые на практике с помощью метода генерации гармоник высокого порядка аттосекундные импульсы являются биполярными и содержат несколько полуволн напряженности электрического поля [6–10]. При фиксированном спектральном интервале излучения наименьшая длительность достигается у полупериодного (униполярного) импульса, который получается, если оставить только одну полуволну поля у многоциклового импульса [12]. Важной характеристикой униполярных импульсов является их электрическая площадь, определяемая как интеграл от напряженности поля по времени в заданной точке пространства [12]:

$$S_E(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(\mathbf{r}, t) dt, \quad (1)$$

Импульсы с ненулевой электрической площадью могут быстро передавать механический импульс заряженной частице в одном направлении, что откры-

\* E-mail: arkhypovrostislav@gmail.com

вает различные перспективы их применения для сверхбыстрого контроля квантовых систем, ускорения зарядов и пр., см. обзоры [12–14], монографию [15] и цитируемую литературу. Совокупность многих работ в этом направлении [16–26] привела к появлению нового, но пока еще не очень хорошо известного и порой сложного для восприятия исследователей направления — «оптики униполярных и субцикловых импульсов».

Если длительность таких импульсов короче характерных внутриаомных времен (период оборота электрона по боровской орбите в основном состоянии), то характер их взаимодействия с квантовыми системами существенно отличается от случая обычных биполярных многоцикловых импульсов (см. подробнее обзоры [12–15]). Многие привычные оптические явления в этом случае теряют смысл или происходят по иным сценариям. К примеру, невозможной оказывается интерференция света в привычном ее понимании [14, 15] или становится неприменимой теория фотоионизации Келдыша [27], которая справедлива для длинных многоцикловых импульсов и демонстрирует неплохую точность даже для предельно коротких импульсов длительностью в несколько периодов оптических колебаний с околотоомной напряженностью электрического поля [28, 29].

Отметим, что воздействие как одиночных униполярных предельно коротких импульсов (ПКИ), так и последовательности таких импульсов на квантовые объекты недостаточно изучено на сегодняшний день. Для описания взаимодействия таких ПКИ с квантовыми системами потребовалось введение новых понятий. Как показывают результаты многочисленных исследований, воздействие одиночного ПКИ в случае, если его длительность  $\tau$  короче орбитального периода электрона в атоме (или характерного времени  $T_g$ , связанного с энергией частицы в основном состоянии  $E_g$ ,  $\tau < T_g = 2\pi\hbar/E_g$ ), на квантовую систему определяется электрической площадью импульса и ее атомной мерой, а не энергией импульса [30–34].

Ситуация становится более сложной при воздействии на систему последовательности ПКИ. Так, например, при возбуждении резонансных сред несколькими ПКИ из малого числа колебаний возможно формирование сложной картины многочастотного фотонного и комбинационного эха [35–37].

В случае, когда длительности импульсов и задержки между ними становятся сравнимы с внутриаомными временами, может возникать нетриви-

альная картина наложения вкладов отдельных импульсов. Не прибегая к сложным квантовомеханическим расчетам, удается получить ряд наглядных соотношений в случае воздействия импульсов малой амплитуды, когда применима обычная теория возмущений. Как показано нами ранее, в этом случае взаимодействие последовательности ПКИ с квантовыми системами может быть описано на основе недавно введенного понятия «интерференции электрических площадей импульсов» [38] (см. также обзор [14]). В этом случае населенности связанных состояний определяются суммой квадратов электрических площадей импульсов и интерференционным членом, что напоминает выражение для интенсивности света при интерференции пары монохроматических световых волн [39]. Отметим, что при взаимодействии электромагнитных волн с квантовыми системами можно говорить и об интерференции связанных состояний. Можно показать, что выражение для вероятности перехода системы из одного состояния в другое, опять же, формально похоже на классическое: сумму квадратов амплитуд базисных состояний системы и интерференционный член, осциллирующий на частоте перехода [40].

Другим возможным применением ПКИ является создание решеток разности населенностей с помощью последовательности импульсов в резонансной среде при их когерентном взаимодействии со средой, т. е. когда длительность импульсов и задержки между ними меньше времени релаксации поляризации среды  $T_2$ . Такие решетки разности населенностей ранее исследовались для квазимонохроматических импульсов, в частности для применений в экологографии [41–44]. В то же время такие решетки населенностей могут наводиться и с помощью предельно коротких импульсов [45–48]. В приближении, когда используются импульсы малой амплитуды и рассматриваемая среда достаточно разрежена (что позволяет пренебречь не только влиянием соседних атомов друг на друга, но и изменением формы падающих импульсов при распространении), возникновение данных решеток легко понять на основании введенного понятия интерференции площадей импульсов [35].

Все предыдущие исследования динамики решеток населенностей проводились с использованием различных приближений, таких как малоуровневое приближение резонансной среды или приближенное решение уравнения Шредингера в первом порядке теории возмущений [48]. В работе [49] изучалось когерентное возбуждение среды на основе модели одномерных квантовых ям бесконечной глубины, что

также является достаточно грубой идеализацией.

Несмотря на большое число появившихся в последнее время работ в области оптики униполярного субциклового света, ряд вопросов взаимодействия субцикловых ПКИ с квантовыми системами остаются неизученными. К таким вопросам относятся особенности уже нелинейной «интерференции площадей импульсов» при воздействии последовательности мощных ПКИ на квантовые системы, когда теория возмущений не применима и возможна сильная ионизация системы. Остается неизученным вопрос о возможности создания решеток населенностей в многоуровневых средах с учетом ионизации, которая может привести к существенному опустошению ямы и связанных состояний.

Поэтому в данной работе на основании прямого численного решения временного уравнения Шредингера изучается динамика возбуждения населенностей связанных состояний и вероятности ионизации частицы в одномерной прямоугольной квантовой яме конечной глубины, возбуждаемой парой аттосекундных импульсов, в зависимости от задержки между импульсами. В этом случае, в отличие от ранних исследований, рассматривается воздействие мощных импульсов, когда задержки между ними сравнимы с внутриатомными временами, что делает неприменимыми ни обычную теорию возмущений, ни приближение внезапных возмущений.

Используется простейшая модель одномерной квантовой ямы. Эта модель, несмотря на ее простоту, находит различные применения в физике взаимодействия сверхкоротких световых импульсов с квантовыми системами — атомами [50, 51], наноструктурами [52–54] и другими системами [55].

Изучаются особенности нелинейной интерференции площадей импульсов. На основании полученных результатов впервые обсуждается возможность создания решеток населенностей в протяженной многоуровневой разреженной среде с учетом ее ионизации при возбуждении парой не перекрывающихся в среде ПКИ.

## 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РАССМАТРИВАЕМАЯ СИСТЕМА

Взаимодействие квантовых систем с полем внешних световых ПКИ описывается временным уравнением Шредингера для волновой функции электрона  $\Psi(x, t)$  [56]:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = [\hat{H}_0 + V(t)] \Psi. \quad (2)$$

Здесь  $\hat{H}_0$  — собственный гамильтониан системы и

$V(t) = -dE(t)$  — энергия взаимодействия системы с полем внешних импульсов в дипольном приближении,  $d = qx$  — дипольный момент,  $q$  — заряд электрона,  $\hbar$  — приведенная постоянная Планка.

Система возбуждается парой аттосекундных ПКИ, имеющих вид

$$E_e(t) = E_1 \exp \left\{ \frac{-t^2}{\tau_1^2} \right\} \cos(\omega_1 t + \phi_1) + E_2 \exp \left\{ \frac{-t^2}{\tau_2^2} \right\} \cos(\omega_2 [t - \Delta] + \phi_2), \quad (3)$$

где  $t$  — время,  $E_{1,2}$  — амплитуды,  $\tau_{1,2}$  — длительности обоих импульсов соответственно,  $\omega_{1,2}$  — центральная частота импульсов,  $\phi_{1,2}$  — фаза (carrier envelope phase, CEP) (для ПКИ эти параметры имеют условный смысл),  $\Delta$  — задержка между действующими импульсами.

Простые соотношения для населенности связанных состояний можно получить только в приближении слабого поля в первом порядке теории возмущений. Тогда выражение для населенности может быть записано в виде

$$w_n = \frac{d_{1n}^2}{2\hbar^2} S_1^2 \exp \left\{ -\frac{\omega_{1n}^2 \tau_1^2}{2} \right\} \frac{\cos 2\phi_1 + \text{ch}(\omega_1 \omega_{1n} \tau_1^2)}{\cos^2 \phi_1} + \frac{d_{1n}^2}{2\hbar^2} S_2^2 \exp \left\{ -\frac{\omega_{1n}^2 \tau_2^2}{2} \right\} \frac{\cos 2\phi_2 + \text{ch}(\omega_2 \omega_{1n} \tau_2^2)}{\cos^2 \phi_2} + \frac{d_{1n}^2}{\hbar^2} S_1 S_2 e^{-\omega_{1n}^2 (\tau_1^2 + \tau_2^2)/4} \frac{1}{\cos \phi_1 \cos \phi_2} \times \left[ \cos \omega_{1n} \Delta \left( \cos(\phi_1 + \phi_2) \text{ch} \left( \frac{\omega_{1n} (\omega_1 \tau_1^2 - \omega_2 \tau_2^2)}{2} \right) + \cos(\phi_1 - \phi_2) \text{ch} \left( \frac{\omega_{1n} (\omega_1 \tau_1^2 + \omega_2 \tau_2^2)}{2} \right) \right) + \sin \omega_{1n} \Delta \left( \sin(\phi_1 + \phi_2) \text{sh} \left( \frac{\omega_{1n} (\omega_2 \tau_2^2 - \omega_1 \tau_1^2)}{2} \right) - \sin(\phi_1 - \phi_2) \text{sh} \left( \frac{\omega_{1n} (\omega_1 \tau_1^2 + \omega_2 \tau_2^2)}{2} \right) \right) \right], \quad (4)$$

где  $d_{1n}$  — дипольный момент перехода,  $\omega_{1n}$  — частота резонансного перехода, а также введены электрические площади обоих импульсов

$$S_{1,2} = \sqrt{\pi} E_{1,2} \tau_{1,2} \exp \left\{ -\frac{\omega_{1,2}^2 \tau_{1,2}^2}{4} \right\} \cos \phi_{1,2}.$$

Нетрудно увидеть, что населенность связанного состояния среды периодически зависит от задержки

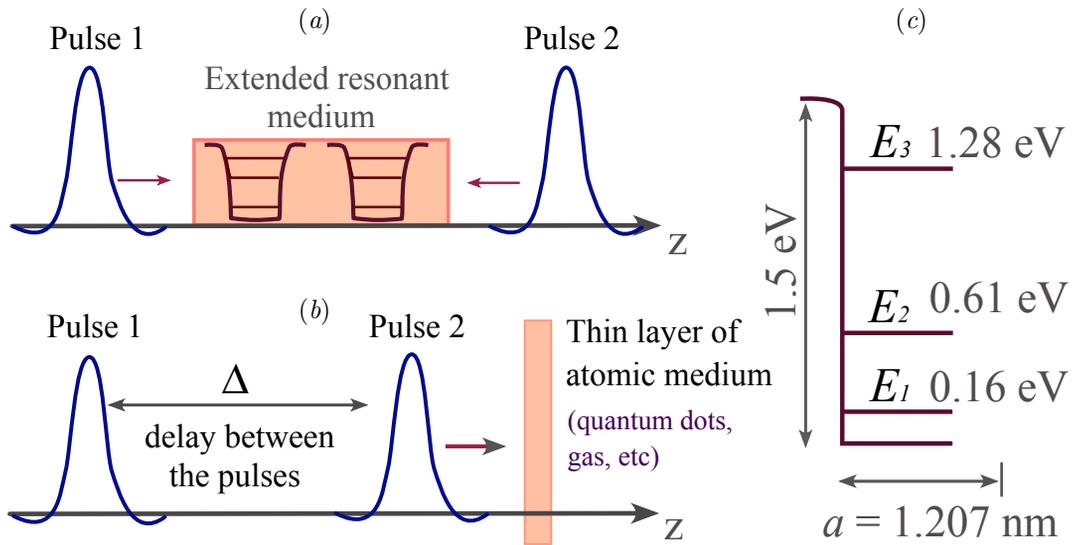


Рис. 1. *a* — Возбуждение протяженной среды парой ПКИ, распространяющихся навстречу друг другу; частицы среды показаны схематически в виде одномерных квантовых ям. *b* — Когерентное возбуждение тонкого слоя среды парой ПКИ, распространяющихся с некоторой задержкой  $\Delta$  относительно друг друга. *c* — Схематичное изображение рассматриваемой квантовой ямы

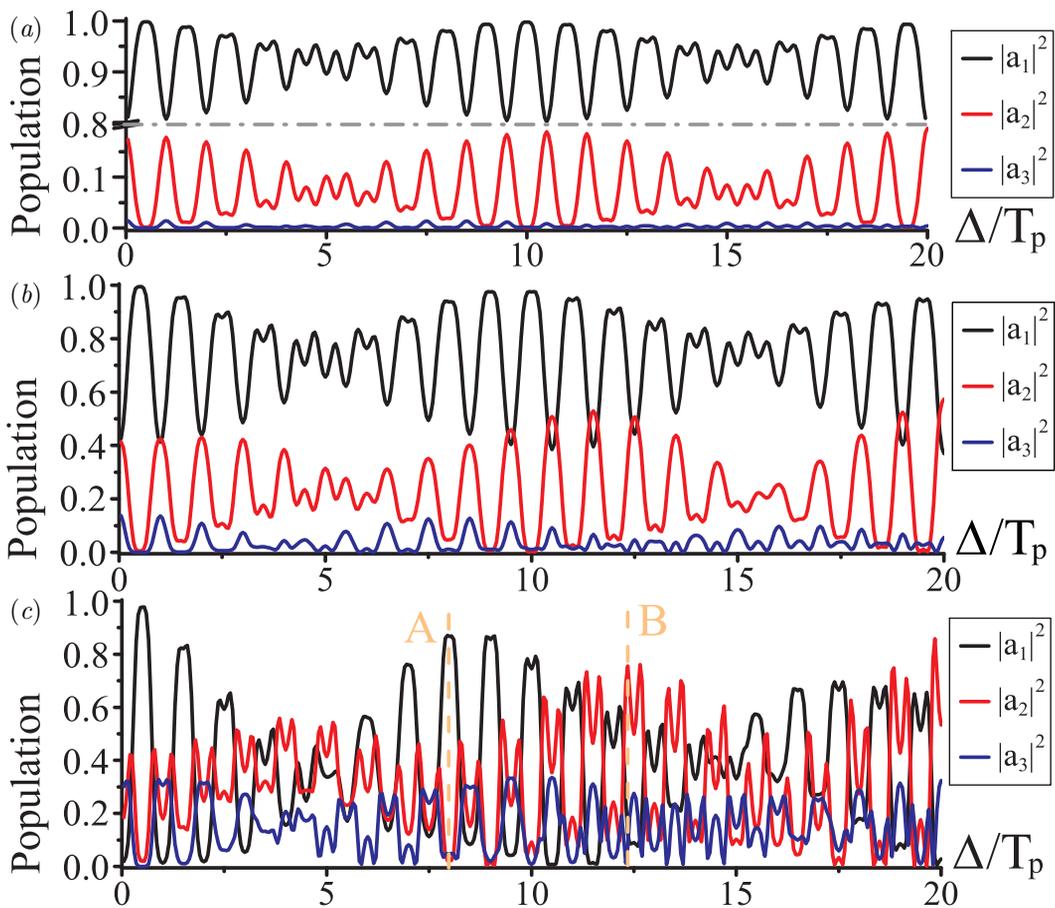


Рис. 2. Зависимости населенностей связанных состояний  $|a_i|^2$  в прямоугольной потенциальной яме конечной глубины от задержки между импульсами  $\Delta/T_p$  при амплитуде импульсов  $E_{02} = 5 \cdot 10^7 \text{ В/см}$  (*a*),  $E_{03} = 1 \cdot 10^8 \text{ В/см}$  (*b*),  $E_{04} = 2 \cdot 10^8 \text{ В/см}$  (*c*)

Таблица 1. Параметры импульсов и модели квантовой ямы, использованные при расчетах

Varying Pulse Parameters			Quantum Well Parameters			
$E_{0i}, \text{В/см}$	$S_{0i}, \text{В} \cdot \text{с/см}$	$T_e, \text{фс}$	$E_d = 1.5 \text{ эВ}$		$a = 1.207 \text{ нм}$	
$1 \cdot 10^7$	$1.07 \cdot 10^{-9}$	128.04	$S_a = 1.09 \cdot 10^{-8}, \text{В} \cdot \text{с/см}$			
$5 \cdot 10^7$	$5.36 \cdot 10^{-9}$	25.61	$E, \text{эВ}$	$T_i, \text{фс}$	$\omega_i, 10^{14} \text{ рад/с}$	
$1 \cdot 10^8$	$1.07 \cdot 10^{-8}$	12.80	$E_1$	0.1547	26.73	2.35
$2 \cdot 10^8$	$2.14 \cdot 10^{-8}$	6.40	$E_2$	0.6128	6.75	9.31
$3 \cdot 10^8$	$3.22 \cdot 10^{-8}$	4.27	$E_3$	1.2784	3.24	19.42

между импульсами  $\Delta$  и определяется суммой квадратов электрических площадей  $S_{1,2}$ . В этом смысле можно говорить об интерференции площадей импульсов, как обсуждалось ранее в работе [38]. В простейшем случае, при одинаковых параметрах импульсов, т. е.

$$E_1 \neq E_2, \quad \tau_1 = \tau_2 = \tau, \\ \omega_1 = \omega_2 = \omega, \quad \phi_1 = \phi_2 = \phi,$$

выражение (4) сводится к виду

$$w_n = \frac{d_{1n}^2}{2\hbar^2} \exp \left\{ -\frac{\omega^2 \tau^2}{4} \right\} \frac{\cos 2\phi + \text{ch } \omega \omega_{1n} \tau_1^2}{\cos^2 \phi} \times \\ \times \left( S_1^2 + S_2^2 + 2S_1 S_2 \cos \omega_{1n} \Delta \right).$$

Как показано ранее [45–48], случай протяженной и разреженной среды (рис. 1а) позволяет пренебречь как влиянием соседних атомов друг на друга, так и изменением формы импульсов при распространении. Выражение (5) наиболее наглядно описывает интерференцию электрических площадей пары возбуждающих ПКИ, воздействующих на квантовую систему.

Выражение (5) также указывает на возможность создания решетки населенностей с помощью пары импульсов, распространяющихся навстречу друг другу без одномоментного перекрытия в среде. В случае же единичной структуры (тонкий слой) (рис. 1б) выражение (5) показывает возможность управления возбуждением квантовых систем с помощью пары ПКИ при изменении задержки между ними. Очевидно, данное рассмотрение является приближенным и не позволяет учесть влияние ионизации среды на населенность связанных состояний.

Рассмотрим модель в виде одномерной потенциальной ямы конечной глубины. Несмотря на простоту, такая модель используется при описании металлических наночастиц и полупроводниковых на-

ноструктур [52–54]. Потенциальная энергия частицы в таком случае записывается в виде

$$U(x) = 0, \quad |x| > \frac{a}{2}, \\ U(x) = -E_d, \quad |x| \leq \frac{a}{2}.$$

Параметры расчета имели следующие значения: ширина ямы  $a = 1.2 \text{ нм}$ , глубина  $E_d = 1.5 \text{ эВ}$ ; в яме существуют три связанных состояния частицы с энергиями  $E_1 = 0.1574 \text{ эВ}$ ,  $E_2 = 0.6128 \text{ эВ}$ ,  $E_3 = 1.278 \text{ эВ}$  (связанные с ними характерные частоты ( $\omega_i = E_i/\hbar$ ) и времена  $T_i$  приведены в табл. 1), что соответствует длинам волн переходов  $\lambda_{12} = 2706.49 \text{ нм}$  ( $T_{12} = 9.03 \text{ фс}$ ) и  $\lambda_{13} = 1103.36 \text{ нм}$  ( $T_{13} = 3.68 \text{ фс}$ ); см. рис. 1с. Параметры ямы были выбраны таким образом, чтобы длина волны перехода из основного в первое возбужденное состояние составляла порядка нескольких микрометров, что типично, например, для квантовых точек.

Величина  $\omega$  составляла  $14 \cdot 10^{15} \text{ рад/с}$  (длина волны  $\lambda_a = 134.6 \text{ нм}$ ), период  $T_p = 2\pi/\omega = 448.8 \text{ ас}$ , фаза  $\phi = 0$ , длительность импульсов возбуждения  $\tau = 0.2T_p \approx 89.7 \text{ ас}$ . Импульсы такой длительности, с амплитудами порядка  $\sim 10^8 \text{ В/см}$  могут быть получены в различных нелинейных процессах [7, 20–26]. Амплитуда варьировалась, см. табл. 1. Решение временного уравнения Шредингера проводилось численно методом Кранка – Николсона [57].

### 3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПАРЫ ПКИ С ЕДИНИЧНОЙ КВАНТОВОЙ ЯМОЙ

В данном разделе мы рассмотрим взаимодействие пары ПКИ с единичной квантовой ямой (оптически тонким слоем). Эта ситуация схематически изображена на рис. 1а. Рисунок 2 иллюстрирует зависимость населенностей связанных состояний после окончания действия импульсов от амплитуды

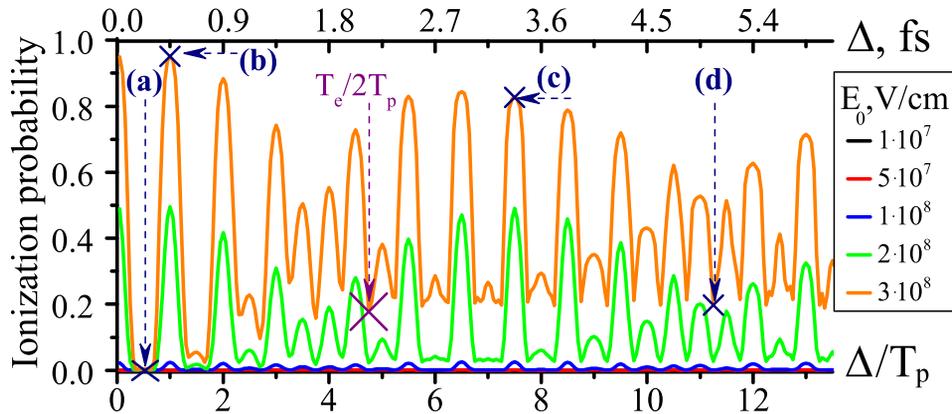


Рис. 3. Зависимости вероятности ионизации частиц в рассматриваемой квантовой яме от задержки между импульсами Δ при различных амплитудах импульсов E0 [В/см]

поля E0 и задержки между импульсами Δ, отнесенной к Tp. Видна сложная форма этой зависимости; и при увеличении амплитуды E0 она становится все более «пиковой», отличающейся от простой гармонической, предсказанной выше формулой (4). Видно, что поведение населенности имеет схожий вид до некоторого порога интенсивности импульсов.

Зависимости выше показывают возможность сверхбыстрого управления связанными состояниями в квантовых ямах и создания инверсии населенностей в них с помощью пары ПКИ. К примеру, при подборе параметров удастся максимизировать населенность одного из состояний, не влияя на населенность остальных, см. указатели А и В на рис. 2с. Так, для А при Δ/Tp = 8 возможно получить значения |a1|^2 = 0.87, |a2|^2 = 0.02 и |a3|^2 = 0.05; а в точке В при Δ/Tp = 12.35 населенности связанных уровней |a1|^2 = 0.12, |a2|^2 = 0.75 и |a3|^2 = 0.07. Ранее такая возможность уже была показана в атомно-молекулярных системах [46, 48].

#### 4. УПРАВЛЕНИЕ ИОНИЗАЦИЕЙ ЧАСТИЦЫ В КВАНТОВЫХ ЯМАХ С ПОМОЩЬЮ ПАРЫ ПКИ

Рисунок 3 иллюстрирует зависимость вероятности ионизации

$$w_i = 1 - (|a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2)$$

от интенсивности импульсов E0 и задержки между ними Δ. В случае

$$E_0 = 1 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^8 \text{ В/см}$$

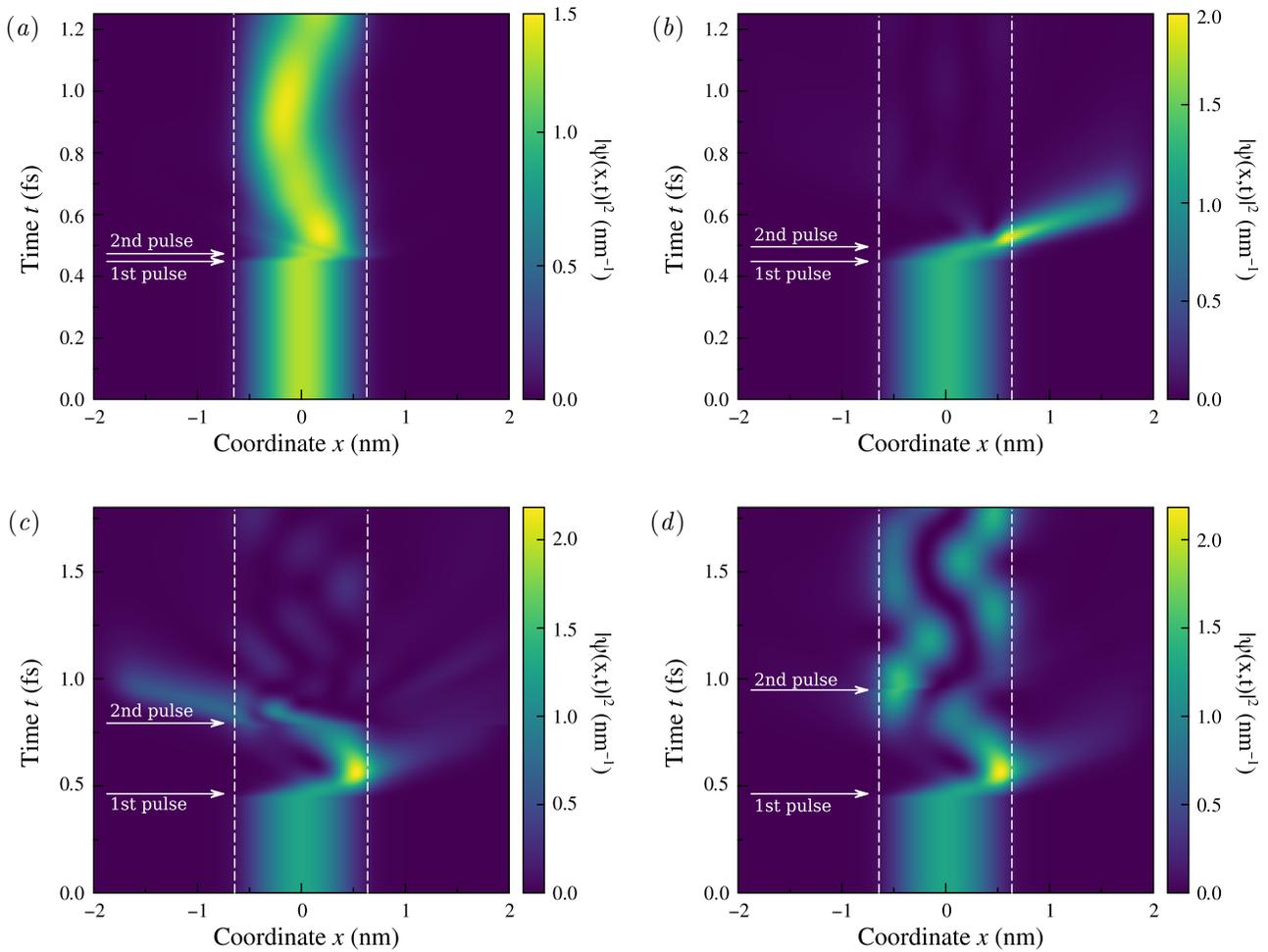
величина ионизации не превышает 0.025; а для больших значений амплитуд можно подобрать величину задержки, минимизирующую ионизацию. Интересно отметить, что для E04 = 2 · 10^8 В/см и

E05 = 3 · 10^8 В/см ионизация достигает минимального значения на участке 0.35 < Δ/Tp < 0.75, после минимальное значение инверсии выходит на «плато»; максимальное значение достигается при Δ/Tp = 1, точка (b) на рис. 3. Таким образом, меняя отношение Δ/Tp в малом диапазоне от 0.75 до 1, мы можем как исключить ионизацию системы, так и полностью вывести частицы из ямы.

Рассмотрим подробнее ионизацию частиц в квантовой яме для наиболее наглядного случая — E05 = 3 · 10^8 В/см. Для этого выберем четыре точки, отмеченных на рис. 3, и проследим за временной эволюцией волнового пакета для случаев максимума и минимума ионизации при различных значениях отношения Δ/Tp. На рис. 4a,b представлены абсолютные минимум и максимум для ионизации частиц в квантовой яме; при этом Δ ~ Tp, т. е. импульсы еще рядом и могут действовать как один, интерферируя при этом. На рис. 4c представлен локальный минимум ионизации; на рис. 4d — локальный максимум; для этих случаев Δ > Tp, импульсы не перекрываются.

Обратим внимание на рис. 4b — случай абсолютного максимума ионизации, и рис. 4c — случай локального максимума. Видно, что некоторое время спустя после действия второго импульса на рис. 4c мы еще наблюдаем некоторое распределение волнового пакета внутри ямы, в то время как на рис. 4b — практически нет. Видно, что в случае рис. 4a волновой пакет начинает медленные колебания, при этом оставаясь полностью в рамках ямы, а на рис. 4d наблюдается сложное поведение волновой функции, хотя большая ее часть заключена в границах ямы.

Говорить о периодическом движении волнового пакета можно, пока он не сильно исказился (расплылся). Характерное время расплывания (аналог



**Рис. 4.** Распространение волнового пакета в рассматриваемой квантовой яме при амплитуде взаимодействующих импульсов  $E_{05} = 3 \cdot 10^8$  В/см и различных значениях задержки  $\Delta$ :  $\Delta/T_p = 0.5$  (a), 1 (b), 7.5 (c), 11.25 (d); эти же точки отмечены на рис. 3. Стрелками обозначены моменты действия импульсов

дифракционной длины) можно получить из уравнения Шредингера для свободного электрона:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi.$$

Полагаем по порядку величины

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} \sim \frac{\Psi}{T_d}, \quad \nabla^2 \Psi \sim \frac{\Psi}{a^2}.$$

Тогда  $T_d \sim 2ma^2/\hbar$  или  $T_d \approx 25.8$  фс, что много больше рассматриваемых времен.

Связь населенностей связанных состояний системы с параметрами воздействующих импульсов можно описать, сравнив площадь электрического импульса  $S_E$  с характерным атомным масштабом системы  $S_a$  [33, 34].  $S_E$  является количественной мерой воздействия падающего импульса на систему, а именно: опустошения основного состояния и возбуждения верхних уровней; значения площади  $S_{E_i}$

для каждого значения амплитуды  $E_{0i}$  приведены в табл. 1. Используя введенное в работе [33] определение атомной меры электрической площади, для рассматриваемой в данной работе квантовой ямы получим  $S_a = 2\hbar/ea = 1.09 \cdot 10^{-8}$  В · с/см.

Для  $E_{01}$  и  $E_{02}$  атомная мера электрической площади больше электрической площади взаимодействующих с ней импульсов,  $S_a > S_{E_i}$ . Действительно, на рис. 2a видно, что импульс почти не оказывает влияния на населенность возбужденных состояний, а лишь незначительно заселяет основное,  $|a_1|^2$ ; не наблюдается и ионизации, см. рис. 3. На рис. 2b, где  $S_a > S_{E_3}$ , видно значительную заселенность состояний, и на рис. 5a есть инверсия населенностей. Ионизация присутствует, но не оказывает ощутимого эффекта на систему. Для импульсов с амплитудой  $E_{04}$  и  $E_{05}$  выполняется соотношение  $S_a < S_{E_i}$ , см. табл. 1, и, как следствие, наблюдается значительная

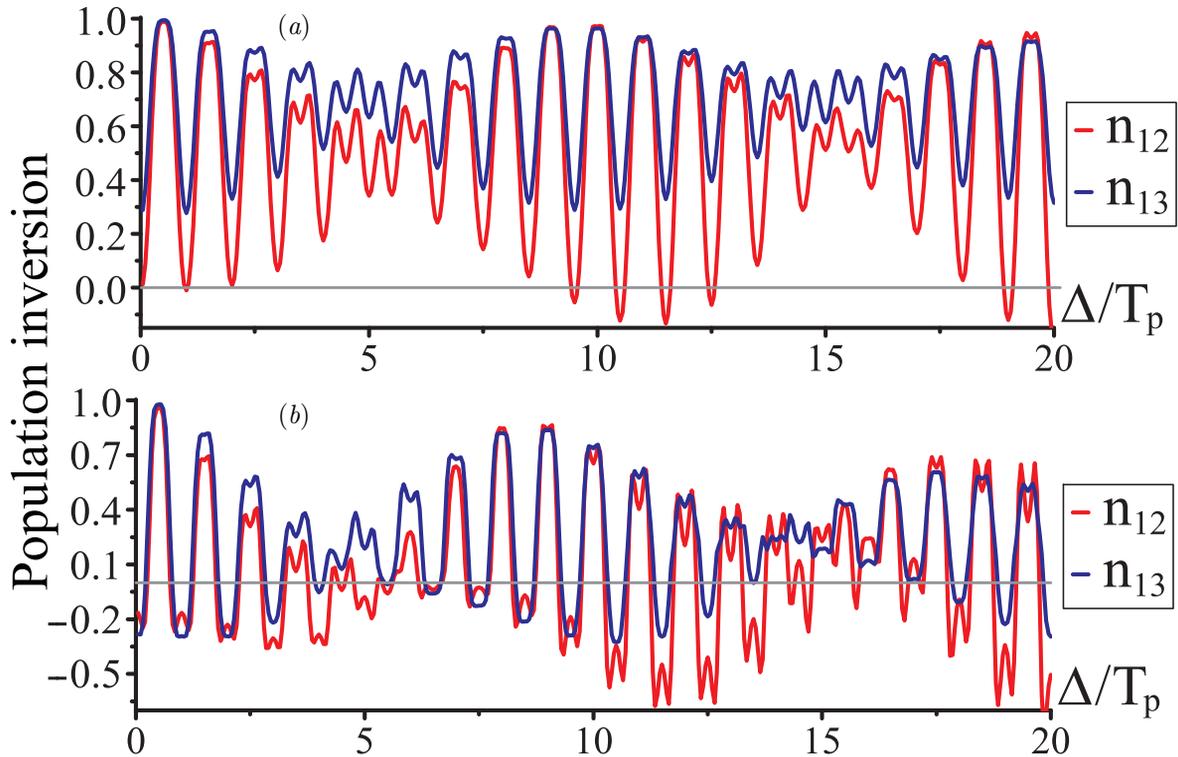


Рис. 5. Зависимости инверсии населенностей частиц  $n$  в конечной яме от задержки между импульсами  $\Delta/T_p$  при амплитуде импульсов  $E_{03} = 1 \cdot 10^8$  В/см (а),  $E_{04} = 2 \cdot 10^8$  В/см (б)

ионизация (полная для  $E_{05}$ , рис. 3) и разность населенностей связанных состояний, см. рис. 5б.

Попробуем объяснить зависимость ионизации от задержки между импульсами с другой стороны. Пусть первый импульс передает электрону в яме импульс величиной  $p_i = eS_{E_i}$ ; соответствующий волновой пакет будет двигаться между стенками ямы со скоростью  $V_i = p_i/m_e$ . В простейшей рассматриваемой модели движение электрона в яме после первого «толчка» будет периодическим, с периодом  $T_e = 2a/V_i$ , или  $T_e[\text{с}] = 1.3727 \cdot 10^{-22}/S_{E_i} [\text{В} \cdot \text{с}/\text{см}]$ ; этим же периодом характеризуется и зависимость от задержки второго импульса. Полученные значения периода  $T_e$  вынесены в табл. 1. Видно, что они на 1–3 порядка больше величины  $T_p$ . Для  $E_{04} = 2 \cdot 10^8$  В/см отношение  $T_e/2T_p = 7.13$ ; для  $E_{05} = 3 \cdot 10^8$  В/см отношение  $T_e/2T_p = 4.75$ ; последнее отмечено точкой на рис. 3. Это локальные минимумы, не абсолютные.

### 5. СОЗДАНИЕ РЕШЕТОК НАСЕЛЕННОСТЕЙ В ПРОТЯЖЕННОЙ СРЕДЕ ИЗ КВАНТОВЫХ ЯМ

В данном разделе мы рассмотрим возможность создания решеток населенностей в протяженной среде на основе квантовых ям с помощью пары им-

пульсов, следующих навстречу друг другу и не перекрывающихся в среде, см. рис. 1а. Ранее было показано, что задача о воздействии пары таких импульсов на протяженную среду может быть сведена к задаче о воздействии пары ПККИ на единичный квантовый объект с переменной задержкой между импульсами, как на рис. 1, в случае, когда плотность частиц мала, что позволяет пренебречь изменением формы импульсов при распространении в среде и влиянием соседних атомов друг на друга, см. [45, 46, 48]. Под задержкой  $\Delta \sim z/c$  следует понимать момент прихода второго импульса в среду в точку с координатой  $z$ ,  $c$  — скорость света, поэтому ниже мы также используем результаты предыдущего раздела. Результаты такого упрощенного рассмотрения согласуются с результатами, полученными на основании численного решения системы уравнений Максвелла–Блоха с учетом эффектов распространения импульсов в протяженной среде [45, 46, 48].

Для подробного анализа остановимся на данных для амплитуды импульсов  $E_{03} = 1 \cdot 10^8$  В/см и  $E_{04} = 2 \cdot 10^8$  В/см, рис. 2; в этом случае видны значительные величины населенности и отсутствует большая ионизация, см. рис. 3. Результирующая зависимость инверсии населенностей  $n_{1i} = |a_1|^2 - |a_i|^2$  от

Таблица 2. Параметры аппроксимации инверсии населенностей  $n$ , полученных с помощью фурье-преобразования зависимостей на рис. 5

$E_0$	$E_0 = 1 \cdot 10^8 \text{ В/см}$		$E_0 = 2 \cdot 10^8 \text{ В/см}$			
	$n_{12}$	$n_{13}$	$n_{12}$		$n_{13}$	
$C$	0.53	0.7	0.09		0.24	
Частота $\nu_i, T_p/\Delta$	$a_i$		$a_i$	Фаза $\phi$ , рад	$a_i$	Фаза $\phi$ , рад
	0.0242	—	0.1182	4.5113	0.0475	4.482
0.15	0.0212	—	0.1043	1.4241	0.0388	1.78
0.90	—	0.0134	—	—	0.0559	1.92
0.95	0.3061	0.1826	0.3629	0.4018	0.3217	0.1443
1.05	0.2655	0.1606	0.2909	0.3223	0.2745	0.424
1.10	—	0.0119	—	—	0.0425	1.2315
1.90	—	—	0.0632	-3.9111	—	—
2.00	0.0980	0.0817	0.0746	-2.6365	0.0313	0.5828
2.95	—	—	0.1218	-1.8758	0.0447	-2.7384
3.05	—	—	0.1043	3.7552	0.0375	-1.817

отношения задержки между импульсами  $\Delta$  к длине импульсов  $T_p$  представлена на рис. 5.

На рис. 5а отчетливо видны гармонические биения; попробуем описать эту зависимость в виде

$$n = C - \sum_{i=1}^n a_i \cos\left(2\pi \frac{\Delta}{T_p} \nu_i\right)$$

с помощью численного фурье-преобразования данных. Полученные нами коэффициенты  $C$ , безразмерные частоты  $\nu_i$  (эквивалентны значению отношения  $T_p/\Delta$ ) и их амплитуды  $a_i$  представлены в табл. 2.

На графике рис. 5b биения уже с более сложной зависимостью, поэтому при описании будем учитывать и фазу  $\theta_i$ :

$$n = C - \sum_{i=1}^n a_i \cos\left(2\pi \frac{\Delta}{T_p} \nu_i + \theta_i\right),$$

коэффициенты  $C, a_i, \theta_i$  и частоты  $\nu_i$  также представлены в табл. 2.

Хотя формула (4) предсказывает простую гармоническую зависимость на частоте  $\nu_i = T_p/\Delta = 1$ , расчеты в обоих случаях показывают, что она отсутствует в спектре. Вместо этого главный вклад дают две компоненты около нее с малой отстройкой:  $T_p/\Delta = 0.95$  и  $T_p/\Delta = 1.05$ , или  $T_p/\Delta = 1 \pm \delta$ , где  $\delta \sim 0.05$ , что соответствует  $T_p - \delta = 21\text{--}24$  ас, порядка одной атомной единицы (24.189 ас). Сложение двух этих колебаний с близкими частотами и порождает биения.

Также можно предположить, что низкие частоты ( $\nu_i = 0.1$  и  $\nu_i = 0.15$ ) появляются из-за связи с характерными временами переходов, соответствующие отношения имеют вид

$$\frac{T_p}{T_{13}} \approx 0.12, \quad \frac{T_p}{T_{12}} \approx 0.05, \quad \frac{T_p}{T_{23}} \approx 0.08.$$

Наличие дополнительных частот, отстройку и, в случае большой амплитуды поля, появление значительного сдвига фазы  $\theta_i$  объяснить сложно; многочастотный отклик характерен для квантовых систем в сильных полях; нельзя недооценивать и сложную картину нелинейной интерференции.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе одномерной модели частицы в прямоугольной яме изучен отклик системы на пару полцикловых аттосекундных импульсов. С помощью численного решения временного уравнения Шредингера изучены зависимости населенностей связанных состояний и вероятности ионизации от задержки между импульсами. Показано, что эта зависимость имеет вид биений и с ростом амплитуды поля она принимает более сложную пиковую структуру. В этом заключается проявление нелинейной интерференции площадей импульсов в сильных полях и ее отличие от линейного случая, когда зависимость населенностей от задержки между импульсами является гармонической и определяется выражениями (4) и (5).

Результаты расчетов показали возможность как увеличения, так и подавления ионизации частицы в яме при изменении задержки между импульсами, что в случае разреженной протяженной многоуровневой среды качественно предсказывает возможность наведения пространственной решетки разности населенностей. Полученные в работе результаты показывают возможность применения последовательности полуволновых импульсов для сверхбыстрого управления динамикой волновых пакетов в веществе и тем самым открывают новые направления в оптике униполярного света.

**Финансирование.** Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта 21-72-10028 (динамика населенностей в квантовых ямах в сильных полях). Исследования М. В. Архипова и Н. Н. Розанова поддержаны Государственным заданием ФТИ им. А. Ф. Иоффе, тема 0040-2019-0017 (возможность создания решеток населенностей).

## ЛИТЕРАТУРА

- U. Keller, *Nature* **424**, 831 (2003), DOI: 10.1038/nature01938.
- T. Gaumnitz, A. Jain, Y. Pertot, M. Huppert, I. Jordan, F. Ardana-Lamas, and H. J. Worner, *Opt. Express* **25**, 27506 (2017), DOI: 10.1364/OE.25.027506.
- H. Y. Kim, M. Garg, S. Mandal, S. Mandal, L. Seifert, T. Fennel, and E. Goulielmakis, *Nature* **613**, 662 (2023), DOI: 10.1038/s41586-022-05577-1.
- E. A. Хазанов, КЭ **52**, 208 (2022) [E. A. Khazanov, *Quant. Electron.* **52**, 208 (2022), DOI: 10.1070/QEL18001].
- K. Midorikawa, *Nature Photon.* **16**, 267 (2022), DOI: 10.1038/s41566-022-00961-9.
- D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada, V. Pervak, K. Yabana, and M. Hassan, *Nature Photon.* **16**, 33 (2022), DOI: 10.1038/s41566-021-00918-4.
- F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, and M. Nisoli, *J. Phys. B: Atom. Mol. Opt. Phys.* **49**, 062001 (2016), DOI: 10.1088/0953-4075/49/6/062001.
- G. Inzani, L. Adamska, A. Eskandari-asl, N. Di Palo, G. Luca Dolso, B. Moio, L. Jacopo D'Onofrio, A. Lamperti, A. Molle, R. Borrego-Varillas, M. Nisoli, St. Pittalis, C. A. Rozzi, A. Avella, and M. Lucchini, *Nature Photon.* **17**, 1059 (2023), DOI: 10.1038/s41566-023-01274-1.
- D. Ertel, D. Busto, I. Makos, M. Schmoll, J. Benda, H. Ahmadi, M. Moiola Frassetto et al., *Sci. Adv.* **9**, 7747 (2023), DOI: 10.1126/sciadv.adh7747.
- М. Ю. Рябикин, М. Ю. Емелин, В. В. Стрелков, УФН **193**, 382 (2023), DOI: 10.3367/UFNr.2021.10.039078 [M. Yu. Ryabikin, M. Yu. Emelin, and V. V. Strelkov, *Phys. Usp.* **66**, 360 (2023), DOI: 10.3367/UFNe.2021.10.039078].
- NobelPrize.org, Nobel Prize Outreach AB 2023, Press Release (accessed: 4 Oct 2023) URL: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2023/press-release>.
- Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов, КЭ **50**, 801 (2020) [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, and N. N. Rosanov, *Quant. Electron.* **50**, 801 (2020), DOI: 10.1070/QEL17348].
- С. В. Сазонов, *Опт. и спектр.* **130**, 1846 (2022), DOI: 10.21883/OS.2022.12.54090.45-22 [S. V. Sazonov, *Opt. Spectr.* **130**, 1573 (2022), DOI: 10.21883/EOS.2022.12.55244.45-22].
- Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, П. А. Образцов, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 10 (2023), DOI: 10.31857/S1234567823010020 [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, P. A. Obraztsov, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **117**, 8 (2023), DOI: 10.1134/S0021364022602652].
- Н. Н. Розанов, М. В. Архипов, Р. М. Архипов, А. В. Пахомов, Коллективная монография «Терагерцовая фотоника», под ред. В. Я. Панченко, А. П. Шкуринов, Российская академия наук, Москва (2023), с. 360.
- С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **116**, 25 (2022), DOI: <https://doi.org/10.31857/S1234567822130043> [S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **116**, 22 (2022)].
- A. V. Bogatskaya, E. A. Volkova, and A. M. Popov, *Phys. Rev. E* **105**, 055203 (2022), DOI: 10.1103/PhysRevE.105.055203.
- A. Pakhomov, N. Rosanov, M. Arkhipov, and R. Arkhipov, *Optics Lett.* **48** (24), 6504 (2023), DOI: 10.1364/OL.503802.
- I. E. Ilyakov, B. V. Shishkin, E. S. Efimenko, S. B. Bodrov, and M. I. Bakunov, *Opt. Express* **30**, 14978 (2022), DOI: 10.1364/OE.455768.
- M. T. Hassan, T. T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A. M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, and E. Goulielmakis, *Nature* **530**, 66 (2016), DOI: 10.1038/nature16528.
- H.-C. Wu and J. Meyer-ter Vehn, *Nature Photon.* **6**, 304 (2012), DOI: 10.1038/nphoton.2012.76.

22. J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, and Z. Xu, *Sci. Rep.* **8**, 2669 (2018), DOI: 10.1038/s41598-018-21052-2.
23. S. Wei, Y. Wang, X. Yan, and B. Eliasson, *Phys. Rev. E* **106**, 025203 (2022), DOI: 10.1103/PhysRevE.106.025203.
24. Q. Xin, Y. Wang, X. Yan, and B. Eliasson, *Phys. Rev. E* **107**, 035201 (2023), DOI: 10.1103/PhysRevE.107.035201.
25. L. Feng, J. McCain, and Y. Qiao, *Laser Phys.* **31**, 055301 (2021), DOI: 10.1088/1555-6611/abf241.
26. Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, J. erh Chen, G. Mourou, X. Yan, and W. Ma, *New J. Phys.* **23**, 053003 (2021), DOI: 10.1088/1367-2630/abf612.
27. Л. В. Келдыш, *УФН* **187**, 1280 (2017) [L. V. Keldysh, *Phys. Usp.* **60**, 1187 (2017), DOI: 10.3367/UFNe.2017.10.038229].
28. А. В. Андреев, С. Ю. Стремоухов, О. А. Шутова, *ЖЭТФ* **138**, 1060 (2010) [A. V. Andreev, S. Y. Stremoukhov, and O. A. Shutova, *JETP* **111**, 936 (2010)].
29. А. В. Андреев, С. Ю. Стремоухов, О. А. Шутова, *Письма в ЖЭТФ* **93**, 522 (2011) [A. V. Andreev, S. Y. Stremoukhov, and O. A. Shutova, *JETP Lett.* **93**, 476 (2011)].
30. Д. Н. Макаров, В. И. Матвеев, *Письма в ЖЭТФ* **103**, 464 (2016) [D. N. Makarov and V. I. Matveev, *JETP Lett.* **103**, 415 (2016)].
31. Д. Н. Макаров, В. И. Матвеев, *Письма в ЖЭТФ* **103**, 851 (2016) [D. N. Makarov and V. I. Matveev, *JETP Lett.* **103**, 756 (2016)].
32. R. M. Arkhipov, A. V. Pakhomov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Opt. Lett.* **44**, 1202 (2019).
33. Р. М. Архипов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, *Письма в ЖЭТФ* **114**, 156 (2021), DOI: 10.31857/S1234567821150039 [R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, *JETP Lett.* **114**, 129 (2021), DOI: 10.1134/S0021364021150029].
34. N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, and R. Arkhipov, *Phys. Rev. A* **104**, 063101 (2021), DOI: 10.1103/PhysRevA.104.063101.
35. А. Ю. Пархоменко, С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **67**, 887 (1998) [A. Y. Parkhomenko and S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **67**, 934 (1998)].
36. С. В. Сазонов, А. Ф. Соболевский, *ЖЭТФ* **123**, 919 (2003) [S. V. Sazonov and A. F. Sobolevskii, *JETP* **96**, 807 (2003)].
37. Н. В. Знаменский, С. В. Сазонов, *Письма в ЖЭТФ* **85**, 440 (2007) [N. V. Znamenskii and S. V. Sazonov, *JETP Lett.* **85**, 358 (2007), DOI: <https://doi.org/10.1134/S0021364007080036>].
38. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, *Laser Phys.* **32**, 066002 (2022), DOI: 10.1088/1555-6611/acbase.
39. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973) [M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*, Pergamon Press, Oxford (1980)].
40. Е. Б. Александров, *УФН* **107**, 595 (1972) [E. B. Aleksandrov, *Sov. Phys. Usp.* **15**, 436 (1973)], DOI: 10.1070/PU1973v015n04ABEH004991].
41. В. В. Самарцев, Е. И. Штырков, *ФТТ* **18**, 3140 (1976).
42. Е. И. Штырков, В. В. Самарцев, *Опт. и спектр.* **40**, 392 (1976).
43. С. А. Моисеев, Н. Л. Невельская, Е. И. Штырков, *Опт. и спектр.* **79**, 382 (1995).
44. Е. И. Штырков, *Опт. и спектр.* **114**, 105 (2013), DOI: 10.7868/S0030403413010236 [E. I. Shtyrkov, *Opt. Spectr.* **114**, 96 (2013)].
45. R. M. Arkhipov, M. V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Sci. Rep.* **7**, 12467 (2017).
46. R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, and N. N. Rosanov, *Sci. Rep.* **11**, 1961 (2021), DOI: 10.1038/s41598-021-81275-8.
47. S. Zhang, S. Li, Y. Bai, and K. Huang, *J. Nanophoton.* **17**, 016013 (2023), DOI: 10.1117/1.JNP.17.016013.
48. Р. М. Архипов, *Письма в ЖЭТФ* **113**, 636 (2021), DOI: 10.31857/S1234567821100025 [R. M. Arkhipov, *JETP Lett.* **113**, 611 (2021)].
49. Р. М. Архипов, П. А. Белов, М. В. Архипов, А. В. Пахомов, Н. Н. Розанов, *Опт. и спектр.* **130**, 969 (2022), DOI: 10.21883/OS.2022.06.52641.3098-21 [R. M. Arkhipov, P. A. Belov, M. V. Arkhipov, A. V. Pakhomov, and N. N. Rosanov, *Opt. Spectr.* **130**, 772 (2022), DOI: 10.21883/EOS.2022.06.54715.3098-21].
50. Q. Su and J. H. Eberly, *Phys. Rev. A* **44**, 599 (1991), DOI: 10.1103/physreva.44.5997.

51. Н. Р. Врублевская, Д. Е. Шипило, И. А. Николаева, Н. А. Панов, О. Г. Косарева, *Письма в ЖЭТФ* **117**, 400 (2023), DOI: 10.31857/S1234567823060022 [N. R. Vrublevskaia, D. E. Shipilo, I. A. Nikolaeva, N. A. Panov, and O. G. Kosareva, *JETP Lett.* **117**, 408 (2023); DOI: 10.1134/S0021364023600301].
52. Ж. И. Алферов, *ФТП* **32**, 3 (1998) [*Zh. I. Alferov, Semiconductors* **32**, 1 (1998), DOI: 10.1134/1.1187350].
53. E. L. Ivchenko, *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures*, Alpha Science (2005).
54. L. Shi, I. Babushkin, A. Husakou, O. Melchert, B. Frank, J. Yi, G. Wetzl, A. Demircan, C. Lienau, H. Giessen, M. Ivanov, U. Morgner, and M. Kovacev, *Laser Photon. Rev.* **15**, 2000475 (2021), DOI: 10.1002/lpor.202000475.
55. M. Belloni and R. W. Robinett, *Phys. Rep.* **540**, 25 (2014).
56. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Квантовая механика. Нерелятивистская теория*, Наука, Москва (1989) [L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics*, Pergamon (1974)].
57. J. Crank and P. Nicolson, *Math. Proc. of the Cambridge Philosophical Society* **43**, 50 (1947), DOI: 10.1017/S0305004100023197.