

СПИНОВЫЙ РЕЗОНАНС ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ В МЕТАЛЛАХ В УСЛОВИЯХ СПИНОВОГО ЭФФЕКТА ХОЛЛА

В. В. Устинов^{a,b}, И. А. Ясюевич^{a**}*

^a *Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук
620137, Екатеринбург, Россия*

^b *Институт естественных наук и математики,
Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина
620002, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 29 февраля 2024 г.,
после переработки 29 февраля 2024 г.
Принята к публикации 25 марта 2024 г.

Исследовано влияние спин-орбитального взаимодействия (СОВ) на распределение спиновых и зарядовых токов, индуцируемых в немагнитном проводнике падающей на него электромагнитной волной. Описано влияние СОВ на спиновый резонанс электронов проводимости (СРЭП) в металлах. Установлено, что СОВ может значительно изменять форму линии СРЭП. Показано, что это обстоятельство может быть использовано для определения величины СОВ в металле с помощью прецизионных измерений асимметрии линии СРЭП. Предсказано существование эффекта усиления СРЭП в металлах с сильным СОВ. Показано, что СОВ может приводить к эффекту усиления селективной спиновой прозрачности и что в немагнитном металле может возникать обусловленная СОВ инверсия потока энергии электромагнитной волны — эффект, заключающийся в возникновении в глубине металла потока энергии электромагнитного поля, направленного к поверхности металла.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 130-летию П. Л. Капицы

DOI: 10.31857/S0044451024070071

1. ВВЕДЕНИЕ

Электромагнитная волна, падающая на проводник, индуцирует в нем высокочастотный электрический ток, который препятствует ее проникновению вглубь проводника. Эффект уменьшения амплитуды электромагнитных волн по мере их проникновения вглубь проводника получил название скин-эффекта [1–3].

Важной особенностью немагнитных металлов с сильным спин-орбитальным взаимодействием (СОВ) является возникновение в таких металлах связи спиновых и зарядовых токов [4–12]. Спин-орбитальное взаимодействие приводит к тому, что протекание электрического тока в немагнитном металле вызывает появление поперечного чисто спинового тока, который не сопровождается пе-

реносом электрического заряда. Данный эффект получил название спинового эффекта Холла. При обратном спиновом эффекте Холла протекание чисто спинового тока в немагнитном металле приводит к возникновению поперечного тока электрического заряда.

Можно ожидать, что в металлах с сильным спин-орбитальным взаимодействием индуцированные падающей на металл электромагнитной волной высокочастотные электрические токи будут порождать переменные спиновые токи (высокочастотный спиновый эффект Холла), которые будут порождать дополнительные высокочастотные электрические токи (высокочастотный обратный спиновый эффект Холла). Возникновение в проводнике дополнительных высокочастотных электрических токов из-за наличия спин-орбитального взаимодействия приведет к изменению поверхностного импеданса металла — величины, отражающей связь электрического тока в проводнике с величиной электрического поля на его поверхности.

* E-mail: ustinov@imp.uran.ru

** E-mail: yasyulevich@imp.uran.ru

Как известно, поверхностный импеданс определяет мощность радиочастотной энергии, поглощаемой металлом в единицу времени на единице площади поверхности. Производная мощности поглощения энергии падающей электромагнитной волны по магнитному полю может быть найдена с помощью экспериментов по исследованию спинового резонанса электронов проводимости.

Спиновый резонанс электронов проводимости (СРЭП) в металлах, в которых спин-орбитальное взаимодействие пренебрежимо мало, был изучен как теоретически [13–23], так и экспериментально [24–36]. В работах [37–44] было показано, что рост величины спин-орбитального взаимодействия электронов с примесями приводит к уменьшению времени спин-решеточной релаксации, поскольку часть столкновений с примесями меняет направление спина электрона. Как следствие, уменьшение времени спин-решеточной релаксации приводит к уширению линии СРЭП. В работе [45] был проведен упрощенный теоретический анализ влияния спин-орбитального взаимодействия на распределение высокочастотных электрических токов в проводящей пластине. Для упрощения расчетов авторы полагали, что на электроны проводимости в металле действует только переменное электрическое поле, пренебрегая при этом действием переменного магнитного поля. Используя такую модель, авторы обнаружили, что спин-орбитальное взаимодействие может оказывать влияние на поверхностный импеданс образца.

Цель настоящей работы — разработать теорию, позволяющую последовательно описать влияние спин-орбитального взаимодействия на распределение высокочастотных электрических и спиновых токов, индуцированных в металле падающей электромагнитной волной, и дать на ее основе описание влияния спин-орбитального взаимодействия на спиновый резонанс электронов проводимости в металлах.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнения, описывающие электронный спиновый транспорт в проводящих материалах с учетом СОВ электронов проводимости с рассеивателями, сформулированы в рамках микроскопического подхода в работах [46–48]. Здесь мы приведем эти уравнения для случая, когда на электроны проводимости в немагнитных проводниках действуют электрическое \mathbf{E} и магнитное \mathbf{B} поля, величина и направ-

ление которых зависят от координаты \mathbf{r} и времени t . Без существенного ограничения общности будем считать газ электронов проводимости в металле вырожденным. В указанных приближениях уравнения [46–48] для плотности электронов проводимости N , вектора плотности спинового момента электронов \mathbf{S} , вектора плотности потока электронов \mathbf{I} и тензора плотности спинового тока \mathbf{J} принимают вид

$$\frac{\partial}{\partial t} N + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{I} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{J} + \gamma [\mathbf{S} \times \mathbf{B}] + \frac{1}{\tau_S} \delta \mathbf{S} = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I} + \frac{v_F^2}{3} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \delta N - \frac{e}{m_e} \mathbf{E} N + \\ + \frac{e}{m_e c} [\mathbf{B} \times \mathbf{I}] + \frac{\hbar \gamma}{2 m_e} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \otimes \mathbf{B} \right) \cdot \mathbf{S} + \\ + \frac{1}{\tau_O} \mathbf{I} + \frac{1}{\tau_{SO}} \boldsymbol{\epsilon} \cdot \cdot \mathbf{J} = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{J} + \frac{v_F^2}{3} \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \otimes \delta \mathbf{S} - \frac{e}{m_e} \mathbf{E} \otimes \mathbf{S} + \\ + \frac{e}{m_e c} [\mathbf{B} \times \mathbf{J}] + \gamma [\mathbf{J} \times \mathbf{B}] + \\ + \frac{\hbar \gamma}{2 m_e} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \otimes \mathbf{B} \right) \delta N + \frac{1}{\tau_O} \mathbf{J} + \frac{1}{\tau_{SO}} \boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{I} = 0. \quad (4) \end{aligned}$$

Фигурирующая в уравнениях (1)–(4) величина $\delta N = N - N_0$ — это отклонение электронной плотности N от своего равновесного значения N_0 , которое мы считаем не зависящим от координаты \mathbf{r} , $\delta \mathbf{S} = \mathbf{S} - \mathbf{S}_L$ — отклонение спиновой плотности \mathbf{S} от своего локально-равновесного значения $\mathbf{S}_L = -\chi \mathbf{B} / \mu$, где χ — магнитная восприимчивость Паули электронного газа, $\mu = g \mu_B / 2$ — магнитный момент электрона, фактор Ланде которого равен g , μ_B — магнетон Бора, $\gamma = 2\mu / \hbar$ — гиромангнитное отношение; величины $e = -|e|$, m_e и v_F — заряд, масса и скорость Ферми электронов проводимости соответственно; τ_O — время релаксации импульса при орбитальном движении электронов, τ_S — время спиновой релаксации, τ_{SO} — величина размерности времени, характеризующая «косое» (skew) спиновое рассеяние электронов, обусловленное СОВ. Символ $\boldsymbol{\epsilon}$ обозначает абсолютно антисимметричный единичный тензор 3-го ранга, знаки « \otimes », « \cdot » и « $\cdot \cdot$ » используются для обозначения математических операций тензорного, скалярного и двойного скалярного произведения векторов и тензоров соответственно.

Фигурирующие в уравнениях (1)–(4) электрическое \mathbf{E} и магнитное \mathbf{B} поля могут быть найдены из уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}, \quad (5)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi e}{c} \mathbf{I} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E}, \quad (6)$$

в которых индукция магнитного поля \mathbf{B} и напряженность поля \mathbf{H} связаны соотношением

$$\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi \mathbf{m}, \quad (7)$$

где $\mathbf{m} = -\mu \mathbf{S}$ — намагниченность электронов проводимости.

Из уравнений (5)–(7) вытекает следующее уравнение для поля \mathbf{E} :

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \left(e \mathbf{I} + c \operatorname{rot} \mathbf{m} - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{E} \right). \quad (8)$$

В правой части уравнения (8) в круглых скобках фигурирует сумма трех слагаемых. Первое из них, $e \mathbf{I}$, есть не что иное, как плотность электрического тока, т. е. плотность потока электрического заряда, переносимого электронами проводимости. Второе слагаемое, $c \operatorname{rot} \mathbf{m}$, также можно интерпретировать как плотность некоторого тока, который получил в литературе специальное название «ток намагничивания». Наконец, третье слагаемое, $-(1/4\pi) \partial \mathbf{E} / \partial t$, представляет так называемый «ток смещения». Численная величина тока смещения для рассматриваемого нами диапазона частот изменения электрического поля во времени пренебрежимо мала и в дальнейшем рассмотрении мы опустим этот малый член в уравнении (8).

Пусть в металле, занимающем полупространство $z \leq 0$, действуют электрическое поле

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(\omega)}(z) e^{-i\omega t}$$

и магнитное поле

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}^{(\omega)}(z) e^{-i\omega t},$$

где \mathbf{B}_0 — постоянное однородное магнитное поле, ω — частота изменения переменных компонент электрического и магнитного полей. Ниже мы ограничимся рассмотрением случая, когда векторы $\mathbf{E}^{(\omega)}$ и $\mathbf{B}^{(\omega)}$ лежат в плоскости $z = 0$, а $\mathbf{B}_0 \parallel \mathbf{e}_z$, где \mathbf{e}_z — единичный вектор вдоль оси z . В рассматриваемой геометрии координатная зависимость величин $\delta \mathbf{S}$, \mathbf{I} и \mathbf{J} сводится к их зависимости только от координаты z .

Мы ограничимся рассмотрением систем, для которых можно пренебречь их отклонением от состояния электронейтральности и считать отклонение δN пренебрежимо малым по сравнению с N_0 . Для проводников с металлическим характером проводимости это условие выполняется с высокой точностью. Существенное упрощение при описании спиновой электронной кинетики возможно в условиях, когда мы можем пренебречь эффектами временной дисперсии при решении уравнений (3) и (4), считая $\omega \ll 1/\tau_0$. Будем, кроме того, полагать, что частота прецессии спина электрона в постоянном магнитном поле $\Omega = \gamma B_0$ и циклотронная частота $\Omega_C = |e| B_0 / m_e c$ также малы по сравнению с частотой столкновений $1/\tau_0$. При записи уравнений (3) и (4) мы опустим члены, описывающие действие на спин электрона сил, обусловленных неоднородностью поля \mathbf{B} . Эти эффекты, подробно рассмотренные ранее в работе [47], не играют, в силу своей малости, принципиальной роли в настоящем описании эффектов СОВ. В результате система уравнений (1)–(4) принимает вид

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{S} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{J} + \gamma [\delta \mathbf{S} \times \mathbf{B}] + \frac{1}{\tau_S} \delta \mathbf{S} = 0, \quad (9)$$

$$\mathbf{I} = \frac{\sigma_0}{e} \mathbf{E} - \xi \mathbf{e} \cdot \mathbf{J}, \quad (10)$$

$$\mathbf{J} = \frac{\sigma_0}{e N_0} \mathbf{E} \otimes \mathbf{S} - D_0 \mathbf{e}_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} \delta \mathbf{S} - \xi \mathbf{e} \cdot \mathbf{I}, \quad (11)$$

где $\sigma_0 = N_0 e^2 \tau_0 / m_e$ — удельная проводимость свободного электронного газа, $D_0 = v_F^2 \tau_0 / 3$ — коэффициент электронной диффузии, $\xi = \tau_0 / \tau_{SO}$ — параметр, характеризующий относительную интенсивность скорости косоугольного спинового рассеяния электронов проводимости (по отношению к скорости релаксации импульса). В литературе, посвященной описанию спинового эффекта Холла (Spin Hall Effect, SHE), для характеристики косоугольного спинового рассеяния часто используется термин «спиновый угол Холла», который обозначается как Θ_{SHE} . Как правило, для реальных металлов $|\Theta_{SHE}| \ll 1$ и тогда введенный нами параметр ξ и спиновый угол Холла Θ_{SHE} можно просто отождествить: $\xi \equiv \Theta_{SHE}$.

Уравнение (11) наглядно описывает «прямой» спиновый эффект Холла [4–12]: поток электронов проводимости \mathbf{I} , фигурирующий в последнем члене правой части уравнения (11), задающего спиновый ток \mathbf{J} , индуцирует за счет СОВ добавку к спиновому току, равную $-\xi \mathbf{e} \cdot \mathbf{I}$. Соответственно, уравнение (10) описывает обратный спиновый эффект Холла: спиновый ток \mathbf{J} , фигурирующий в последнем члене правой части уравнения (10) для \mathbf{I} , при наличии

СОВ индуцирует добавку к потоку электронов, равную $-\xi \mathbf{e} \cdot \mathbf{J}$.

Уравнения (10), (11) можно рассматривать как систему уравнений для токов \mathbf{I} и \mathbf{J} при заданных \mathbf{E} и \mathbf{S} . Решение этой системы, описанное в работе авторов [48], может быть представлено в виде

$$\mathbf{J} = \frac{\sigma}{N_0 e} \mathbf{E} \otimes \mathbf{S} - D \mathbf{e}_z \otimes \frac{\partial}{\partial z} \delta \mathbf{S} - \xi \frac{\sigma}{e} \mathbf{e} \cdot \mathbf{E}, \quad (12)$$

$$\mathbf{I} = \frac{\sigma}{e} \mathbf{E} - \xi D \left[\mathbf{e}_z \times \frac{\partial}{\partial z} \delta \mathbf{S} \right] + \xi \frac{\sigma}{N_0 e} [\mathbf{E} \times \mathbf{S}], \quad (13)$$

где $\sigma = \sigma_0 / (1 + 2\xi^2)$ и $D = D_0 / (1 + 2\xi^2)$ — перенормированные спин-орбитальным взаимодействием проводимость и коэффициент диффузии соответственно. При получении (12) мы пренебрегли несущественной для целей настоящей работы слабой анизотропией коэффициента диффузии, вызванной СОВ.

В дальнейшем рассмотрении мы будем полагать, что выполняется условие $\xi \chi |B_0| / \mu N_0 \ll 1$, и будем проводить линеаризацию всех уравнений по величинам $\mathbf{E}^{(\omega)}$, $\mathbf{B}^{(\omega)}$ и $\delta \mathbf{S}$, что позволяет записать исходя из (13) выражение для \mathbf{I} в виде

$$\mathbf{I} \simeq \frac{\sigma}{e} \mathbf{E} - \xi D \left[\mathbf{e}_z \times \frac{\partial}{\partial z} \delta \mathbf{S} \right]. \quad (14)$$

Используя (14), фигурирующую в уравнении (8) сумму тока проводимости и тока намагничивания ($e\mathbf{I} + c \operatorname{rot} \mathbf{m}$) можно представить в виде

$$\sigma \mathbf{E} + (1 + \xi e D / \mu c) c \operatorname{rot} \mathbf{m}.$$

Это означает, что учет СОВ при записи уравнения для поля \mathbf{E} сводится к перенормировке плотности тока намагничивания $c \operatorname{rot} \mathbf{m}$ множителем $(1 + \xi e D / \mu c)$. Другими словами, учет СОВ сводится к замене фигурирующей в уравнении (8) величины магнитного момента электрона μ на величину

$$\tilde{\mu} = \mu (1 + \xi e D / \mu c).$$

Подставляя в уравнение (2) выражение (12) для спинового тока \mathbf{J} и представляя спиновую плотность \mathbf{S} в виде

$$\mathbf{S} = -\chi \mathbf{B} / \mu + \delta \mathbf{S},$$

можно убедиться в том, что учет СОВ сводится к перенормировке фигурирующей в уравнении (2) величины восприимчивости Паули χ множителем $(1 + \xi \sigma \mu / \chi c e)$, т. е. к замене χ на

$$\tilde{\chi} = \chi (1 + \xi \sigma \mu / \chi c e).$$

С учетом явного вида величин D , σ и χ для металла с вырожденным газом электронов легко показать, что перенормированные величины $\tilde{\mu}$, $\tilde{\chi}$ можно записать как

$$\tilde{\mu} = \mu (1 - \tilde{\xi}), \quad \tilde{\chi} = \chi (1 - \tilde{\xi}).$$

Перенормировка обеих величин $\tilde{\mu}$ и $\tilde{\chi}$ определяется одним и тем же параметром $\tilde{\xi}$, который можно записать в виде $\tilde{\xi} = \xi / \Xi$, где вновь введенный параметр Ξ определяется выражением

$$\Xi = \frac{3g}{8} \frac{\hbar}{\tau_0 \varepsilon_F}, \quad (15)$$

в котором ε_F — энергия Ферми электронов проводимости.

Подставляя выражения (12) и (13) в уравнения (2) и (8), с учетом

$$\delta \mathbf{S} = \delta \mathbf{S}^{(\omega)}(z) e^{-i\omega t},$$

после линеаризации по величинам $\delta \mathbf{S}^{(\omega)}$ и $\mathbf{E}^{(\omega)}$ получаем для них следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} L_S^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \delta \mathbf{S}^{(\omega)} - (1 - i\omega \tau_S) \delta \mathbf{S}^{(\omega)} - \\ - \Omega \tau_S [\delta \mathbf{S}^{(\omega)} \times \mathbf{e}_z] - \\ - L_S^2 \frac{\tilde{\chi} c}{\mu D} \left[\mathbf{e}_z \times \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{E}^{(\omega)} \right] = 0, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \delta^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{E}^{(\omega)} + 2i \mathbf{E}^{(\omega)} - \\ - \frac{2i \tilde{\mu} c}{\sigma} \left[\mathbf{e}_z \times \frac{\partial}{\partial z} \delta \mathbf{S}^{(\omega)} \right] = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

где $L_S = \sqrt{D \tau_S}$ — спин-диффузионная длина в металле с учетом СОВ, $\delta = c / \sqrt{2\pi\omega\sigma}$ — глубина скин-слоя при нормальном скин-эффекте, определяемая электропроводностью σ .

Систему уравнений (16), (17) необходимо дополнить двумя граничными условиями, определяющими поведение поля $\mathbf{E}^{(\omega)}(z)$ и спиновой плотности $\delta \mathbf{S}^{(\omega)}(z)$ на границе $z = 0$. Будем полагать, что на поверхности металла $z = 0$ задано значение электрического поля, равное $\mathbf{E}_0^{(\omega)}$. Тогда первое из названных выше граничных условий можно записать в виде

$$\mathbf{E}^{(\omega)}(z) \Big|_{z=0} = \mathbf{E}_0^{(\omega)}. \quad (18)$$

Будем считать, что на поверхности металла нет процессов рассеяния электронов проводимости с переоротом спина. Это условие может быть записано

как условие равенства нулю на поверхности $z = 0$ спинового тока $\mathbf{J}(z)$, текущего в направлении \mathbf{e}_z :

$$\mathbf{e}_z \cdot \mathbf{J}(z)|_{z=0} = 0.$$

С учетом (12) и (18) это граничное условие запишется как

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} \delta \mathbf{S}^{(\omega)} \right|_{z=0} = \tilde{\xi} \frac{\chi c}{\mu D} \left[\mathbf{E}_0^{(\omega)} \times \mathbf{e}_z \right]. \quad (19)$$

Для решения системы уравнений (16), (17) перейдем к циркулярным компонентам электрического поля

$$E_{\pm} = E_x^{(\omega)} \pm i E_y^{(\omega)}$$

и неравновесной намагниченности электронов проводимости

$$\delta m_{\pm} = -\mu \left(\delta S_x^{(\omega)} \pm i \delta S_y^{(\omega)} \right).$$

С учетом граничных условий (18), (19) получим

$$\delta m_{\pm} = \mp \frac{\Phi_{1(\pm)}}{\kappa_{1(\pm)}} \Psi_{1(\pm)} e^{\kappa_{1(\pm)} z} \mp \frac{\Phi_{2(\pm)}}{\kappa_{2(\pm)}} \Psi_{2(\pm)} e^{\kappa_{2(\pm)} z}, \quad (20)$$

$$E_{\pm} = \Psi_{1(\pm)} e^{\kappa_{1(\pm)} z} + \Psi_{2(\pm)} e^{\kappa_{2(\pm)} z}. \quad (21)$$

Здесь

$$\Psi_{1(\pm)} = -\frac{E_{\pm}(0)}{\Phi_{1(\pm)} - \Phi_{2(\pm)}} \left(\Phi_{2(\pm)} + i \tilde{\xi} \frac{\chi c}{D} \right),$$

$$\Psi_{2(\pm)} = \frac{E_{\pm}(0)}{\Phi_{1(\pm)} - \Phi_{2(\pm)}} \left(\Phi_{1(\pm)} + i \tilde{\xi} \frac{\chi c}{D} \right),$$

$$\Phi_{j(\pm)} = \frac{i l_{\chi(\pm)} \kappa_{j(\pm)}^2}{\mathcal{L}_{S(\pm)}^2 \kappa_{j(\pm)}^2 - 1},$$

где

$$\kappa_{1(\pm)} = (1 + \lambda_{\pm}) / \mathcal{L}_{\delta}, \quad \kappa_{2(\pm)} = (1 - \lambda_{\pm}) / \mathcal{L}_{S(\pm)},$$

$$\lambda_{\pm} = l_{\sigma} l_{\chi(\pm)} / 2 \left(\mathcal{L}_{S(\pm)}^2 - \mathcal{L}_{\delta}^2 \right),$$

$$l_{\chi(\pm)} = c \mathcal{L}_{S(\pm)}^2 \tilde{\chi} / D, \quad l_{\sigma} = (1 - \tilde{\xi}) c / \sigma,$$

$$\mathcal{L}_{\delta} = -\delta \sqrt{i/2}, \quad \mathcal{L}_{S(\pm)} = L_S / \sqrt{1 \mp i \tau_S (\Omega \pm \omega)}.$$

Решения для δm_{\pm} и E_{\pm} в виде (20), (21) получены нами для случая, когда выполняется условие $|\lambda_{\pm}| \ll 1$. Легко видеть, что для того, чтобы удовлетворить этому условию, достаточно потребовать выполнения неравенства $\Xi \ll 1$, где Ξ — параметр,

введенный соотношением (15). Последнее неравенство накладывает ограничение сверху на величину частоты электронных столкновений $1/\tau_0$. Численные оценки параметра Ξ , приведенные в разд. 4, показывают, что неравенство $\Xi \ll 1$ выполняется с достаточной точностью для всех металлов в интересующих нас условиях.

3. СПИНОВЫЙ РЕЗОНАНС ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ В МЕТАЛЛЕ С СИЛЬНЫМ СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Циркулярные компоненты поверхностного импеданса ς_{\pm} связаны с циркулярными компонентами электрического поля E_{\pm} и циркулярными компонентами магнитного поля $H_{\pm} = H_x^{(\omega)} \pm i H_y^{(\omega)}$ соотношением

$$\varsigma_{\pm} = \mp i \frac{E_{\pm}(0)}{H_{\pm}(0)}. \quad (22)$$

С учетом явного вида решений (20) и (21) для δm_{\pm} и E_{\pm} мы можем найти выражение для поля $H_{\pm}(0)$, входящего в определение импеданса (22). В результате для поверхностного импеданса ς_{\pm} немагнитного металла с учетом СОВ получим

$$\varsigma_{\pm} = \varsigma_0 + \Delta \varsigma_{\pm}, \quad (23)$$

$$\varsigma_0 = (1 - i) \frac{\omega \delta}{2c}, \quad (24)$$

$$\Delta \varsigma_{-} = -\pi \chi \frac{\omega^2 \delta^3}{cD} \frac{1 + i}{(1 - i + r\sqrt{1 + i\alpha})^2} \times \left[\left(1 - \tilde{\xi}\right)^2 - 2 \left(\frac{1}{r\sqrt{1 + i\alpha}} + \frac{i}{1 + i} \tilde{\xi}^2 \right) \times \right. \\ \left. \times (1 - i + r\sqrt{1 + i\alpha}) \right], \quad (25)$$

где $\alpha = (\Omega - \omega) \tau_S$ — параметр, определяющий зависимость поверхностного импеданса от внешнего магнитного поля, $r = \delta / L_S$ — параметр, характеризующий соотношение глубины скин-слоя δ и спиндиффузионной длины L_S . Выражение для $\Delta \varsigma_{+}$ может быть получено из формулы (25) путем замены Ω на $-\Omega$ в выражении для α .

Мощность энергии, поглощаемая металлом в единицу времени на единице площади его поверхности, может быть найдена по формуле

$$P = \frac{c}{4\pi} \operatorname{Re} [\varsigma_0 + \eta_{+} \Delta \varsigma_{+} + \eta_{-} \Delta \varsigma_{-}] \left| \mathbf{H}^{(\omega)}(0) \right|^2. \quad (26)$$

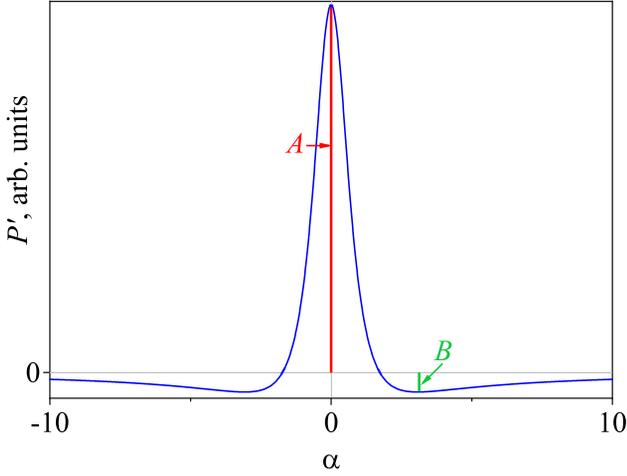


Рис. 1. Производная поглощаемой образцом мощности по магнитному полю $P'(\alpha)$ в условиях СРЭП в металле при $\delta \ll L_S$

Здесь η_{\pm} — вещественные числа, определяемые через вектор поляризации переменного магнитного поля на границе $\mathbf{h}^{(\omega)}(0) \equiv \mathbf{h}^{(\omega)}$ соотношениями

$$\eta_{\pm} = \frac{1}{2} \left(1 \mp i\mathbf{h} \cdot \left[\mathbf{h}^{(\omega)} \times \mathbf{h}^{(\omega)*} \right] \right),$$

$$\mathbf{h}^{(\omega)} \cdot \mathbf{h}^{(\omega)*} = 1,$$

где \mathbf{h} — единичный вектор, сонаправленный с вектором постоянного однородного магнитного поля, знак «*» означает операцию комплексного сопряжения. Для линейной поляризации поля $\mathbf{H}^{(\omega)}$ величины $\eta_{\pm} = 1/2$.

Экспериментально наблюдаемой величиной обычно является производная поглощаемой образцом мощности по магнитному полю $P' = dP/dB_0$, имеющая особенность как функция магнитного поля вблизи резонансного значения B_r , определяемого из условия $\gamma B_r = \omega$. Вблизи резонанса вклад плавно меняющейся функции $\Delta\zeta_+$ в P' мал и сигнал P' как функция магнитного поля B_0 , выраженного в безразмерных переменных $\alpha = \gamma\tau_S(B_0 - B_r)$, пропорционален производной по α от действительной части импеданса $\Delta\zeta_-$:

$$P'(\alpha) \sim \frac{d}{d\alpha} \text{Re}\Delta\zeta_-. \quad (27)$$

Проанализируем влияние СОВ на форму сигнала $P'(\alpha)$, получаемую при подстановке в (27) выражения (25).

Пусть глубина скин-слоя δ мала по сравнению с длиной спиновой диффузии L_S . Тогда $r \ll 1$ и в

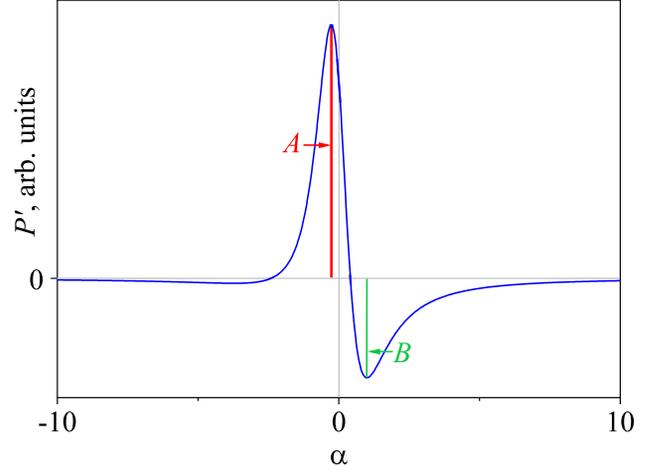


Рис. 2. Производная поглощаемой образцом мощности по магнитному полю $P'(\alpha)$ в условиях СРЭП в металле при $\delta \gg L_S$ и $\xi^2 \ll L_S/\delta$

основном приближении по малому параметру r получаем

$$P'(\alpha) \sim \frac{d}{d\alpha} \text{Re} \frac{i}{\sqrt{1+i\alpha}}. \quad (28)$$

В этом случае спин-орбитальное взаимодействие практически не влияет на форму сигнала $P'(\alpha)$. Форма кривой сигнала СРЭП, задаваемая выражением (28), впервые была описана Дайсоном [13] и поэтому в дальнейшем получила название «дайсоновой». На рис.1 приведена линия сигнала СРЭП $P'(\alpha)$, построенная с использованием выражения (28).

Дайсонова линия сигнала СРЭП $P'(\alpha)$ на рис. 1 представляет собой кривую, симметричную относительно оси ординат $\alpha = 0$ и асимметричную относительно оси абсцисс $P' = 0$. Указанная выше асимметрия характеризуется A/B , где A — «высота» максимума кривой $P'(\alpha)$, а B — «глубина» минимума, лежащего в области значений магнитного поля, больших резонансного ($\alpha > 0$). Длины A и B выделены на рис. 1 красным и зеленым цветом соответственно. Для дайсоновой формы сигнала СРЭП $P'(\alpha)$ показатель асимметрии сигнала $A/B \approx 18$.

Пусть глубина скин-слоя δ велика по сравнению с длиной спиновой диффузии L_S , тогда параметр $r \gg 1$.

В случае, когда $r \gg 1$, а интенсивность СОВ предельно мала, так что выполняется условие $\xi^2 \ll 1/r \ll 1$, из формулы (25) получаем, что

$$P' \sim \frac{d}{d\alpha} \frac{1+\alpha}{1+\alpha^2}. \quad (29)$$

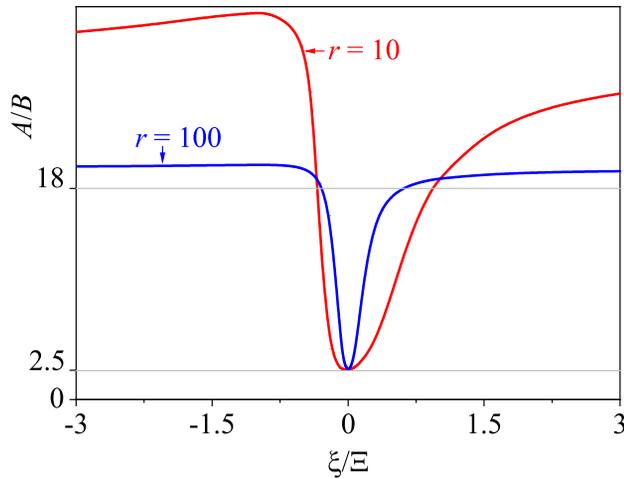


Рис. 3. Влияние спин-орбитального взаимодействия на показатель асимметрии линии A/B при $r = 10$ (красная кривая) и $r = 100$ (синяя кривая)

В этом предельном случае влияние СОВ на форму линии СРЭП также не является сколь-нибудь существенным. Форма линии сигнала СРЭП, описываемого формулой (29), получила название «лоренцевой». На рис. 2 приведена лоренцева форма сигнала СРЭП $P'(\alpha)$, задаваемого выражением (29). Для лоренцевой формы сигнала СРЭП $P'(\alpha)$ величина показателя асимметрии резонансной линии $A/B \approx 2.5$.

В случае, когда $r \gg 1$, а интенсивность СОВ достаточно велика, так что выполняется условие $\tilde{\xi}^2 \gg 1/r$, из формулы (25) получаем

$$P' \sim \tilde{\xi}^2 \frac{d}{d\alpha} \operatorname{Re} \frac{i}{\sqrt{1+i\alpha}}. \quad (30)$$

В этом случае СОВ оказывает самое существенное влияние на форму линии и амплитуду сигнала СРЭП: форма сигнала СРЭП в этом случае близка к дайсоновой, а величина сигнала P' прямо пропорциональна квадрату спинового угла Холла. Таким образом, если $\delta \gg L_S$, то в проводниках с сильным спин-орбитальным взаимодействием при выполнении условия $\tilde{\xi}^2 \gg L_S/\delta$ может наблюдаться эффект усиления СРЭП.

В случае произвольного соотношения величин параметров $\tilde{\xi}^2$ и $1/r$ из (25) следует, что

$$P' \sim \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{1+2\tilde{\xi}^2-\tilde{\xi}^2}{2r} \frac{1+\alpha}{1+\alpha^2} + \tilde{\xi}^2 \operatorname{Re} \frac{i}{\sqrt{1+i\alpha}} \right). \quad (31)$$

Сигнал СРЭП в этом случае, согласно (31), есть сумма двух сигналов: сигнала лоренцевой формы

(первый член в скобках в выражении (31)) и сигнала дайсоновой формы (второй член в скобках). Относительная величина этих сигналов определяется соотношением параметров $\tilde{\xi}^2$ и $1/r$. Очевидно, что показатель асимметрии линии СРЭП (31) будет существенно меняться с изменением $\tilde{\xi}$, причем характер этой зависимости будет определяться величиной отношения $r = \delta/L_S$. Результаты численного расчета зависимости показателя асимметрии A/B от $\tilde{\xi}$ приведены на рис. 3.

Рисунок 3 наглядно демонстрирует тот факт, что измерения показателя асимметрии A/B линии СРЭП могут дать количественную информацию о величине спин-орбитального взаимодействия в проводнике, определяющего значение спинового угла Холла ξ .

Сравнивая форму линии СРЭП в двух предельных случаях: $\delta \gg L_S$ и $\delta \ll L_S$, отметим важную закономерность. Если спин-орбитальное взаимодействие достаточно велико, так что при условии $\delta \gg L_S$ выполняется неравенство $\xi \gg \Xi \sqrt{L_S/\delta}$, то теория предсказывает, что в каждом из упомянутых выше предельных случаев форма линии СРЭП будет близка к дайсоновой. Поэтому экспериментальное наблюдение в металле сигнала СРЭП, форма которого близка к дайсоновой при любых соотношениях глубины скин-слоя и спин-диффузионной длины, может качественно трактоваться как наличие в этом металле сильного спин-орбитального взаимодействия.

4. ВЛИЯНИЕ СПИН-ОРБИТАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА СЕЛЕКТИВНУЮ СПИНОВУЮ ПРОЗРАЧНОСТЬ МЕТАЛЛА

Селективная спиновая прозрачность — это явление проникновения электромагнитного поля в проводник на глубину, значительно превышающую глубину скин-слоя, из-за наличия диффузионного переноса неравновесной намагниченности электронов проводимости вглубь металла [14–16, 49–51]. Явление селективной спиновой прозрачности наблюдается в условиях СРЭП, когда частота прецессии в магнитном поле спина электрона Ω близка к частоте переменного поля ω . Из двух найденных нами циркулярных компонент электрического поля E_+ и E_- только компонента E_- демонстрирует поведение, характерное для явления селективной спиновой прозрачности.

Для компоненты поля E_- из выражения (21) в случае, когда $\delta \ll L_S$, с учетом выполнения условия

$|\lambda_-| \ll 1$ получим

$$E_-(z) = E_-(0) \left\{ \left[1 - \left(1 - \tilde{\xi} \right) \Xi^2 \right] e^{z/L_\delta} + \left(1 - \tilde{\xi} \right) \Xi^2 e^{z/L_{S(-)}} \right\}. \quad (32)$$

Видно, что в рассматриваемых условиях электрическое поле E_- можно представить как сумму двух частей: большой быстро затухающей (на расстояниях порядка δ),

$$E_-(0) e^{z/L_\delta},$$

и малой медленно затухающей (на расстояниях порядка L_S),

$$E_-(0) \Xi^2 \left(1 - \tilde{\xi} \right) e^{z/L_{S(-)}}.$$

Малая медленно затухающая часть возникает из-за диффузионного переноса неравновесной спиновой плотности электронов проводимости вглубь металла на расстояния, существенно превышающие глубину скин-слоя.

Из результата (32) следует, что СОВ существенно влияет на величину малой медленно затухающей части электрического поля. В проводниках с отрицательным спиновым углом Холла $\xi < 0$ или проводниках, в которых $\xi > 2\Xi$, медленно затухающая часть будет заведомо больше, чем в проводниках, в которых СОВ пренебрежимо мало. Таким образом, металлы с отрицательным спиновым углом Холла и металлы, в которых спиновый угол Холла превышает значение 2Ξ , могут демонстрировать эффект усиления селективной спиновой прозрачности.

Рассмотрим, как СОВ влияет на проникновение в металл потока энергии электромагнитного поля в условиях СРЭП. Для этой цели рассчитаем зависимость от координаты z вектора Умова – Пойнтинга

$$\mathbf{U} = \frac{c}{4\pi} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}].$$

Усредненная по времени z -компонента вектора Умова – Пойнтинга \bar{U}_z в условиях резонанса (при $\alpha = 0$) в случае, когда $\delta \ll L_S$, может быть записана в виде

$$\bar{U}_z(z) \approx -\bar{U}_z(0) \left[e^{2z/\delta} + \left(1 - \tilde{\xi} \right) \Xi^4 \frac{2L_S}{\delta} e^{2z/L_S} \right]. \quad (33)$$

Из (33) следует, что: 1) усредненный по времени поток энергии электромагнитного поля вблизи поверхности металла на расстояниях порядка скин-глубины ($|z| \leq \delta$) направлен вглубь металла; 2) на расстояниях, существенно превышающих глубину скин-слоя, но сравнимых со спин-диффузионной

длиной ($\delta \ll |z| \leq L_S$), усредненный по времени поток энергии электромагнитного поля может протекать в разных направлениях в зависимости от величины спинового угла Холла ξ . Если спиновый угол Холла ξ положителен и мал по сравнению с величиной параметра Ξ или отрицателен, то усредненный по времени поток энергии при $\delta \ll |z| \leq L_S$ направлен вглубь металла. Если же СОВ достаточно велико, так что $\xi > \Xi$, то названный выше поток направлен к поверхности металла.

Таким образом, СОВ достаточной величины может быть причиной эффекта инверсии направления потока энергии электромагнитной волны в глубине металла в условиях селективной спиновой прозрачности. Физической причиной эффекта инверсии направления потока энергии электромагнитной волны является то обстоятельство, что индуцируемый в металле спиновый ток порождает в силу действия обратного спинового эффекта Холла дополнительный электрический ток, который противоположен току намагничивания, возникающему под действием переменного электромагнитного поля. В случае, когда $\xi > \Xi$, на глубинах $\delta \ll |z| \leq L_S$ возникающий из-за СОВ дополнительный электрический ток превышает по величине ток намагничивания, из-за чего и возникает поток энергии электромагнитного поля, направленный противоположно потоку энергии электромагнитного поля, текущему в пределах скин-слоя.

Выполним численные оценки параметра Ξ и параметра $\tilde{\xi} = \xi/\Xi$ для некоторых немагнитных металлов, для которых значения спинового угла Холла определены экспериментально. Таблица содержит характеристики металлов Al, Cu, Nb, Ag, Pt и Au, которые мы будем использовать для численной оценки интересующих нас параметров.

Во втором столбце таблицы приведены данные о концентрации носителей заряда N_0 в металле. Третий столбец содержит значения удельного электропроводности металла. Значения электросопротивления в Al, Cu, Nb, Ag и Au приведены для температуры 273 К, а в Pt — для температуры 300 К. Четвертый столбец содержит данные о величине спинового угла Холла Θ_{SHE} в металле. Данные о значениях N_0 и ρ для Al, Cu, Nb, Ag и Au взяты из [52], для Pt — из [53]. Данные о значениях Θ_{SHE} для всех металлов взяты из обзора [11].

Для оценок по порядку величины будем считать электронный газ вырожденным, закон дисперсии электронов — изотропным и квадратичным, эффективную массу электронов положим равной массе свободного электрона m_e , а значение g -фактора —

Таблица. Данные по характеристикам металлов Al, Cu, Nb, Ag, Pt и Au

Металл	N_0 , см ⁻³	ρ , мкОм·см	Θ_{SHE}	Ξ	$\tilde{\xi}$
Al	$18.1 \cdot 10^{22}$	2.4	$0.0001 \div 0.0003$	$5 \cdot 10^{-3}$	$0.02 \div 0.06$
Cu	$8.5 \cdot 10^{22}$	1.6	0.003	$3 \cdot 10^{-3}$	1
Nb	$5.6 \cdot 10^{22}$	15.2	-0.0087	$22 \cdot 10^{-3}$	-0.39
Ag	$5.9 \cdot 10^{22}$	1.5	0.007	$2 \cdot 10^{-3}$	3.5
Pt	$1.6 \cdot 10^{22}$	16.8	$0.004 \div 0.1$	$16 \cdot 10^{-3}$	$0.25 \div 6.25$
Au	$5.9 \cdot 10^{22}$	2	$0.002 \div 0.11$	$3 \cdot 10^{-3}$	$0.67 \div 36.67$

равным 2. В этой простейшей модели энергия Ферми газа свободных электронов

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 N_0)^{2/3}}{2m_e}.$$

Из формулы Друде для проводимости электронного газа получаем оценку для времени релаксации электронного импульса $\tau_O = m_e / \rho e^2 N_0$. В таблице представлены значения параметра $\Xi = 3g\hbar / 8\tau_O \varepsilon_F$, рассчитанные с использованием данных для N_0 и ρ , приведенных в таблице. Для нахождения параметра $\tilde{\xi}$ используем выражение $\tilde{\xi} = \Theta_{SHE} / \Xi$.

Из таблицы следует, что для всех рассматриваемых металлов выполняется сильное неравенство $\Xi \ll 1$, использованное нами при выводе аналитических выражений для полей.

Из таблицы следует также, что в таких металлах, как Cu, Nb, Ag, Pt и Au, параметр $\tilde{\xi}$ может принимать значительную величину и, следовательно, в этих металлах влияние СОВ на форму линии СРЭП может быть обнаружено экспериментально.

Оценки, приведенные в таблице, показывают, что в таких металлах, как Nb, Pt и Au, может быть обнаружен эффект усиления селективной спиновой прозрачности.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построенная теория позволила описать влияние спин-орбитального взаимодействия на распределение высокочастотных электрических и спиновых токов, индуцированных в немагнитном металле падающей на него электромагнитной волной. Показано, что: 1) СОВ является причиной возникновения дополнительной спиновой плотности, конкурирующей со спиновой плотностью, возникающей в металле под действием переменного магнитного поля; 2)

переменный спиновый ток, индуцируемый волной в металле под влиянием СОВ, в силу действия обратного спинового эффекта Холла порождает дополнительный электрический ток, который противопоставлен току намагничивания, возникающему под действием электромагнитного поля.

Рассчитан поверхностный импеданс металла с учетом СОВ, описаны обусловленные действием СОВ особенности формы линии спинового резонанса электронов проводимости. Показано, что спин-орбитальное взаимодействие в условиях СРЭП может оказывать значительное влияние на форму линии производной поглощаемой образцом мощности по магнитному полю. Исследовано влияние СОВ на показатель асимметрии линии производной поглощаемой образцом мощности по магнитному полю, в результате чего продемонстрировано, что прецизионные измерения формы линии СРЭП могут дать информацию о величине СОВ в исследуемом металле.

Показано, что СОВ может приводить к эффекту усиления селективной спиновой прозрачности — эффекту, заключающемуся в росте амплитуды медленно затухающей части электрического поля, возникающей из-за диффузионного переноса неравновесной спиновой плотности электронов проводимости вглубь металла на расстояния, существенно превышающие глубину скин-слоя.

Исследовано влияние СОВ на плотность потока энергии электромагнитного поля, проникающего в металл. Показано, что в полуграниченном немагнитном металле может возникать обусловленная СОВ инверсия направления потока энергии электромагнитной волны — эффект, заключающийся в возникновении в глубине металла потока энергии электромагнитного поля, направленного к поверхности металла. Природа этого эффекта заключается

в том, что спиновый ток, индуцируемый в металле электромагнитной волной под влиянием СОВ, в условиях действия обратного спинового эффекта Холла порождает дополнительный электрический ток, вектор плотности которого направлен против вектора плотности тока намагничивания, а модуль вектора которого превышает таковой тока намагничивания.

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания МИНОБРНАУКИ России (тема «Спин», № 122021000036-3). И. А. Ясюлевич благодарит Институт физики металлов им. М. Н. Михеева за поддержку его работы по государственному заданию МИНОБРНАУКИ России по теме «Спин», которая выполнялась в рамках молодежного проекта ИФМ УрО РАН № м 2-23.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. М. Лифшиц, М. И. Каганов, УФН **87**, 389 (1965).
2. Э. А. Канер, В. Г. Скобов, УФН **89**, 367 (1966).
3. Э. А. Канер, В. Ф. Гантмахер, УФН **94**, 193 (1968).
4. М. И. Дьяконов, В. И. Перель, Письма в ЖЭТФ **13**, 657 (1971).
5. M. I. Dyakonov and V. I. Perel, Phys. Lett. A **35**, 459 (1971).
6. J.-N. Chazalviel, Phys. Rev. B **11**, 3918 (1975).
7. J. E. Hirsch, Phys. Rev. Lett. **83**, 1834 (1999).
8. S. Zhang, Phys. Rev. Lett. **85**, 393 (2000).
9. A. Hoffmann, IEEE Trans. Magn. **49**, 5172 (2013).
10. Y. Niimi and Y. Otani, Rep. Prog. Phys. **78**, 124501 (2015).
11. J. Sinova, S. O. Valenzuela, J. Wunderlich, C. H. Back, and T. Jungwirth, Rev. Mod. Phys. **87**, 1213 (2015).
12. *Spin Physics in Semiconductors*, ed. by M. I. Dyakonov, Springer Int. Publ., Cham (2017), p. 532.
13. F. J. Dyson, Phys. Rev. **98**, 349 (1955).
14. I. M. Lifshitz, M. Ya. Azbel', and V. I. Gerasimenko, J. Phys. Chem. Solids **1**, 164 (1956).
15. М. Я. Азбель, В. И. Герасименко, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ **32**, 1212 (1957).
16. М. Я. Азбель, В. И. Герасименко, И. М. Лифшиц, ЖЭТФ **31**, 357 (1957).
17. M. Lampe and P. M. Platzman, Phys. Rev. **150**, 340 (1966).
18. M. B. Walker, Can. J. Phys. **48**, 111 (1970).
19. M. B. Walker, Phys. Rev. B **3**, 30 (1971).
20. Б. М. Хабибуллин, Э. Г. Харахашьян, УФН **111**, 483 (1973).
21. W. S. Glaunsinger and M. J. Sienko, J. Magn. Reson. 1969 **10**, 253 (1973).
22. В. В. Устинов, Физ. мет. и металловед. **45**, 473 (1978).
23. V. V. Ustinov and D. Z. Khusainov, Phys. Status Solidi B **110**, 363 (1982).
24. T. W. Griswold, A. F. Kip, and C. Kittel, Phys. Rev. **88**, 951 (1952).
25. G. Feher and A. F. Kip, Phys. Rev. **98**, 337 (1955).
26. J. Konopka, Phys. Lett. A **26**, 29 (1967).
27. J. H. Pifer and R. Magno, Phys. Rev. B **3**, 663 (1971).
28. R. Magno and J. H. Pifer, Phys. Rev. B **10**, 3727 (1974).
29. P. Damay and M. J. Sienko, Phys. Rev. B **13**, 603 (1976).
30. J. E. Wertz and J. R. Bolton, *Electron Spin Resonance: Elementary Theory and Practical Applications*, Chapman and Hall, New York (1986), p. 500.
31. M. Fanciulli, T. Lei, and T. D. Moustakas, Phys. Rev. B **48**, 15144 (1993).
32. A. Janossy, O. Chauvet, S. Pekker, J. R. Cooper, and L. Forro, Phys. Rev. Lett. **71**, 1091 (1993).
33. M. Danilczuk, A. Lund, J. Sadlo, H. Yamada, and J. Michalik, Spectrochim. Acta A: Mol. Biomol. Spectrosc. **63**, 189 (2006).
34. K. Tadyszak, R. Strzelczyk, E. Coy, M. Mackowiak, and M. A. Augustyniak-Jablokow, Magn. Reson. Chem. **54**, 239 (2016).

35. P. G. Baranov, H. J. Von Bardeleben, F. Jelezko, and J. Wrachtrup, *Magnetic Resonance of Semiconductors and Their Nanostructures: Basic and Advanced Applications*, Springer Vienna, Vienna (2017), p. 524.
36. J. A. Bau, A.-H. Emwas, and M. Rueping, *iScience* **25**, 105360 (2022).
37. R. N. Edmonds, M. R. Harrison, and P. P. Edwards, *Annu. Rep. Sect. C Phys. Chem.* **82**, 265 (1985).
38. J. R. Asik, M. A. Ball, and C. P. Slichter, *Phys. Rev. Lett.* **16**, 740 (1966).
39. J. R. Asik, M. A. Ball, and C. P. Slichter, *Phys. Rev.* **181**, 645 (1969).
40. M. A. Ball, J. R. Asik, and C. P. Slichter, *Phys. Rev.* **181**, 662 (1969).
41. J. H. Pifer, *Phys. Rev. B* **12**, 4391 (1975).
42. V. Zarifis and T. G. Castner, *Phys. Rev. B* **36**, 6198 (1987).
43. V. Zarifis and T. G. Castner, *Phys. Rev. B* **57**, 14600 (1998).
44. Р. Б. Моргунов, А. И. Дмитриев, Ф. Б. Мушенок, О. Л. Казакова, *Физика и техника полупроводников* **43**, 928 (2009).
45. P. S. Alekseev and M. I. Dyakonov, *Phys. Rev. B* **100**, 081301 (2019).
46. В. В. Устинов, И. А. Ясюлевич, *Физ. мет. и металловед.* **121**, 257 (2020).
47. V. V. Ustinov and I. A. Yasyulevich, *Phys. Rev. B* **102**, 134431 (2020).
48. V. V. Ustinov, I. A. Yasyulevich, and N. G. Bebenin, *Phys. Met. Met.* **124**, 1745 (2023).
49. N. S. VanderVen and R. T. Schumacher, *Phys. Rev. Lett.* **12**, 695 (1964).
50. R. B. Lewis and T. R. Carver, *Phys. Rev.* **155**, 309 (1967).
51. Л. И. Медведев, Р. Г. Мустафин, И. Г. Замале-ев, Э. Г. Харахашьян, *Письма в ЖЭТФ* **38**, 232 (1983).
52. Н. Ашкрофт, Н. Мермин, *Физика твердого тела*, Мир, Москва (1979), т. 1, с. 399.
53. G. Fischer, H. Hoffmann, and J. Vancea, *Phys. Rev. B* **22**, 6065 (1980).