

МОДЕЛЬ СОЛИТОННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ЧАСТИЧНО ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ

*И. Х. Ковалева, А. Т. Ковалев**

*Институт динамики геосфер им. М. А. Садовского Российской академии наук
119334, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 9 декабря 2023 г.,
после переработки 21 января 2024 г.
Принята к публикации 24 января 2024 г.

Проведено теоретическое рассмотрение высокочастотных микрофлуктуаций, формирующихся электронным током поперек магнитного поля. Получено уравнение Гинзбурга – Ландау с нелокальным членом для описания динамики электронно-циклотронных дрейфовых флуктуаций. Определены пороги перехода в турбулентный режим и границы, в которых может реализоваться режим турбулентности солитонов, в зависимости от параметров этого уравнения.

DOI: 10.31857/S0044451024060142

1. ВВЕДЕНИЕ

Многочисленные активные космические эксперименты по выбросам скоростных или образующих взрывом плазменных облаков показали, что на фронте плазменного облака образуется область со значительным нагревом электронов, увеличением скорости ионизации и аномальным переносом, когда поперечный транспорт электронов во много раз превышает уровень классической и бомовской диффузии. Это явление в физике космической плазмы имеет название CIV — явление критической скорости ионизации (см. обзор [1]). Активные ионосферные эксперименты основной своей задачей часто видели исследование именно этого явления. В этих представлениях интерпретировались экспериментальные данные, например, в эксперименте CRIT II [2, 3]. В свое время ряд участников активного космического эксперимента CRIT II увидели аналогию в этих процессах в космосе и лабораторной плазме магнетронов и холловских двигателей и предприняли попытки более подробно исследовать это явление в лабораторных условиях [4, 5]. Представляется разумным использовать обширный экспериментальный материал и теоретические нара-

ботки, сделанные в исследовании аномального переноса, нагрева и ионизации в лабораторной плазме магнетронов и холловских двигателей применительно к космической плазме.

Как правило, для объяснения переноса электронов в этих задачах привлекается одна из гипотез: электронно-циклотронные дрейфовые волны, неустойчивость Симона – Хопфа, нижнегибридная, модифицированная двухпотоковая или ионно-звуковая неустойчивость. Основными факторами, возбуждающими неустойчивость, считают градиенты плотности, магнитного поля, температуры, дрейфовое движение и диссипацию. Как правило, в теоретических рассуждениях проводят четкую границу между жидкостным рассмотрением низкочастотных длинноволновых возмущений и кинетическим рассмотрением коротковолновых возмущений. В кинетических рассуждениях обычно плазма бездиссипативна. Во многих случаях пытаются учесть нелинейные эффекты. В том числе методом частиц в ячейке были получены электронно-циклотронные волновые структуры. В качестве нескольких примеров нелинейных числовых моделей и расчетов можно привести работы [6–8]. Ряд авторов связывают аномальный перенос с существованием нелинейных структур (например, [9]).

В ионосферных экспериментах концентрация электронов в плазменных образованиях имеет те же порядки величины (10^{10} – 10^{11} см⁻³). При

* E-mail: akoval@idg.chph.ras.ru

этом электрическое и магнитное поля меньше на 2–3 порядка (≈ 0.5 Гс и ~ 1 В/м соответственно). Столь малые величины магнитного поля в ионосфере (по сравнению с лабораторными) приводят к значительному сдвигу частот части из этих неустойчивостей. В результате для объяснения высокочастотной турбулентности в ионосферных экспериментах наиболее предпочтительной представляется электронно-циклотронная дрейфовая (ЭЦД) турбулентность. При этом нет заметного отклонения функции распределения электронов от максвелловской, вследствие значительно меньших значений электрического поля. Скорость направленного дрейфа электронов много меньше тепловой скорости электронов. Параметры задачи выходят за пределы проведенного в работе [10] кинетического рассмотрения. Это позволяет предположить возможность жидкостного рассмотрения высокочастотной турбулентности с учетом диссипации. Кроме того, геометрия разлетающейся плазмы, в которой ионный ларморовский радиус сопоставим с шириной плазменного фронта, а электронный ларморовский радиус гораздо меньше, позволяет в отличие от [11] использовать для построения нелинейных структур модели частично замагниченной плазмы.

В настоящей работе предпринята попытка построить модель мелкомасштабных, быстро движущихся высокочастотных нелинейных волновых структур электронов, формирующихся в плазме при наличии электронного дрейфа за счет электрического поля поперек магнитного (в $E \times B$ -плазме). В отличие от воспроизводимых условий лабораторной плазмы, в ионосферных условиях при рассмотрении динамики плазменных образований основными вопросами становятся параметры плазмы, соответствующие различным режимам мелкомасштабной турбулентности, условия и временные параметры ее развития и производимые этой турбулентностью эффекты. Поэтому для описания турбулентности на основе системы жидкостных уравнений и уравнений Максвелла методом разложения по малому параметру было получено одномерное комплексное уравнение Гинзбурга–Ландау (КГЛ) с дополнительным нелокальным (интегральным) нелинейным членом, как наиболее простая модель ЭЦД-турбулентности вблизи порога ее возникновения. Исследованы границы перехода к турбулентности. Получена область параметров плазмы, соответствующая турбулентности солитонов, с которой, по мнению авторов, и связан режим аномального переноса.

2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОДЕЛИ

Для высокочастотных мелкомасштабных флуктуаций плазму можно считать частично замагниченной, так как масштабы флуктуаций много меньше ларморовского радиуса ионов. Для лабораторной плазмы ряд авторов связывает рост неустойчивости с немаксвелловским распределением электронов по скоростям, однако в приводимом в настоящей работе рассмотрении принимается более простая модель искажения распределения в виде добавления скорости дрейфа в максвелловское распределение. При этом факторами, определяющими рост неустойчивости и ее нелинейную стабилизацию, принимаются градиент плотности плазмы и столкновения и диффузия электронов.

В нашем рассмотрении использовалась система жидкостных уравнений для движения электронов в плоскости, перпендикулярной магнитному полю. Не учитывается изменение температуры на масштабе мелкомасштабной высокочастотной турбулентности, не учитывается тензор гирвязкости (неприменимый на таких масштабах). В то же время представляется необходимым учесть электромагнитные поправки, так как при фиксируемых в эксперименте температурах электронов $T_e \geq 1$ эВ чисто электростатических волн не существует.

Система уравнений предполагает колебательное движение только электронов на фоне неподвижных ионов. Дополнительный учет движения ионов приводит к учету пондеромоторной силы, вносящей поправку в нелинейный член. Дрейф электронов осуществляется вдоль оси x со скоростью u_d . Магнитное поле направлено вдоль оси z . Ищется волновое возмущение, распространяющееся вдоль направления дрейфа (оси x) перпендикулярно магнитному полю. В систему уравнений входят

1) уравнения движения электронов по осям x и y :

$$m_e n_e \frac{d\mathbf{V}_e}{dt} = en_e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{H} \right) - \nabla p_e; \quad (1)$$

уравнения непрерывности и Пуассона

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla(n_e \mathbf{V}_e) &= -eD\nabla^2 n_e, \\ \frac{\partial E_x}{\partial x} &= n_{i0} - n_e; \end{aligned} \quad (2)$$

2) два уравнения Максвелла, вводящие электромагнитные поправки:

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \\ \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (3)$$

При квазиодномерном рассмотрении все величины зависят только от координаты x и времени t при учете изменения скоростей электронов по осям x и y , компонент магнитного поля H_z и электрического поля E_x и E_y . Кроме того, предполагается неравномерность вдоль оси x плотности электронного газа

$$\gamma_n = \frac{\partial \ln(n_e(x))}{\partial x}.$$

В основе моделирования лежит разложение по малому параметру системы уравнений в безразмерном виде. Переменные нормированы на соответствующие константы: время t — на обратную плазменную частоту ω_{pe}^{-1} , пространственная координата — на дебаевский радиус r_D , скорости — на тепловую скорость электронов. Метод разложения Крылова–Боголюбова–Митропольского [12, 13] позволяет получить дисперсионное уравнение и уравнение Гинзбурга–Ландау для амплитуды волнового возмущения электрического поля.

В работе [14] при рассмотрении двухжидкостной плазмы в 5-моментном приближении было получено, что ЭЦД-дисперсионное соотношение имеет два асимптотических решения. Одно из них подобно ионно-звуковой моде, а другое согласуется с дисперсионным соотношением, полученным в нашем разложении. Эта мода в данной работе определена как соотношение для доплеровски сдвинутых «гибридных» волн. Авторы предполагают, что волны возникают на пересечении этих двух ветвей дисперсионной кривой, формируя результирующий нелинейный отклик. Используемая в настоящей работе система уравнений дополнена так, что в дисперсионное соотношение, полученное в этой работе, входят две поправки. Одна определяется учетом электромагнитных возмущений (двумя уравнениями Максвелла). Другая поправка введена как диссипативный член для учета роли диссипации в формировании нелинейной волновой структуры. Этот диссипативный член аналогичен члену, входящему в уравнение (25) работы [15] — уравнение непрерывности. Это диффузионный член $D \nabla_{\perp}^2 n$, где коэффициент диффузии $D = \nu \rho_e$ зависит от ларморовского радиуса электронов ρ_e и частоты их соударений ν как с ионами, так и с нейтральной компонентой. Внимание именно к диффузии при рассмотрении динамики плазменного образования связано еще и с тем, что в работе [9] при анализе результатов численного моделирования именно диффузии, приводящей к размыванию резонансов, отводится основная роль в формировании частотного спектра.

Действительная частота в безразмерных переменных находится из уравнения (4):

$$\text{Disp} = -(\omega - ku_d)^2 + k^2 + 1 + \frac{\omega_{ce}^2/\omega_{pe}^2}{1 + (V_{Te}^2/c^2)/k^2} + \Delta D' = 0. \quad (4)$$

Мнимая компонента частоты λ определяет поправку

$$\Delta(D') = 3\lambda^2 + 2\lambda D' k^2,$$

связанную с коэффициентом диффузии D' (в безразмерном виде).

Результирующее уравнение можно рассматривать как нелинейное уравнение Шредингера или комплексное уравнение Гинзбурга–Ландау с дополнительными членами с коэффициентами c'_1 , c'_2 , второй из которых представляет коэффициент при нелокальном интегральном члене:

$$iA_t + PA_{xx} + Q|A|^2 A = i\delta' A + i\beta' A_{xx} + i\varepsilon' |A|^2 A - c'_1 A_x - c'_2 A \int_{-\infty}^x e^{\gamma(x'-x)} |A|^2 dx'. \quad (5)$$

Сокращение A_{xx} соответствует $\partial^2 A / \partial x^2$; A_t соответствует $\partial A / \partial t$ и т.д. Коэффициент P равен

$$P = \frac{1}{2} \frac{\partial V_g}{\partial k}.$$

Коэффициент δ' определяется разностью членов, пропорциональных градиенту плотности и частоте соударений электронов; коэффициенты β' и ε' определяются коэффициентом диффузии; коэффициент c_1 определяется частотой соударений электронов. Все эти коэффициенты зависят от волнового вектора. Точная форма определяющих коэффициенты выражений не приводится, так как некоторые из них достаточно громоздки. Дальнейшее рассмотрение проводится только для значений волновых векторов, соответствующих аномальной дисперсии уравнения.

Уравнение такого вида является наиболее простым уравнением, описывающим систему вблизи порога турбулентности. Для области волновых векторов, соответствующей аномальной дисперсии, уравнение описывает область субкритической бифуркации, когда выше некоторого порога градиента плотности плазмы резко меняется режим флуктуаций, возникает турбулентность (см. [16] и цитируемую там литературу). В области вблизи порога бифуркации возможно формирование солитонной турбу-

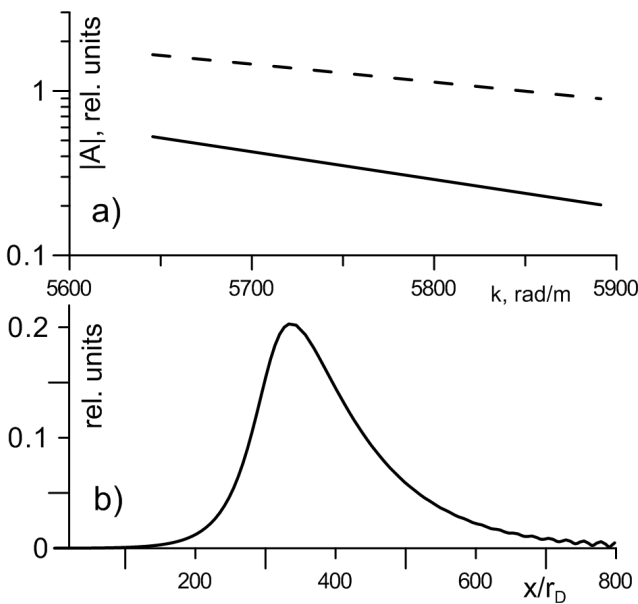


Рис. 1. *a* — Амплитуда точного решения (сплошная линия) и аналитической оценки (штриховая линия). *b* — Пример формы солитона

лентности. Возможность формирования такого режима отмечена в работах [17, 18] в случае, если существует механизм стабилизации амплитуды солитонов.

Рассмотрение режимов КГЛ, как правило, осуществляется для формы уравнения, нормированной так, что

$$P = \pm \frac{1}{2}, \quad Q = \pm 1.$$

При стандартном преобразовании нормировки уравнение приводится к виду, зависящему от меньшего количества параметров:

$$iA_t + A_{xx} + |A|^2 A = i\delta A + i\beta A_{xx} + i\varepsilon |A|^2 A - c_1 A_x - c_2 A \int_{-\infty}^x e^{\gamma(x'-x)} |A|^2 dx'. \quad (6)$$

В такой форме основными факторами, от которых зависит решение, становятся δ и β . Уравнение в таком виде рассматривалось многими авторами. Стабилизирующая роль нелокальных (интегральных) членов различного вида в КГЛ в последние годы анализировалась в работах [19–21]. Дополнительные диссипативные и нелокальный члены в полученном нами уравнении позволяют сделать вывод о возможности формирования турбулентности солитонов. Для оценки амплитуд возникающих солитонов использовались работы [22, 23] с несколь-

ко иным интегральным членом $A \int_{-\infty}^x |A|^2 dx$ в режиме получения автосолитонов [24, 25]. Точное полуаналитическое решение было получено методом, предложенным в работе [26]. Сравнение его с аналитической оценкой показывает, что такая оценка дает в несколько раз завышенные амплитуды солитонов и не учитывает искажение их формы. Но данные решения позволяют оценить диапазон параметров плазмы, в которых существуют устойчивые солитоны (устойчивость солитонов оценивалась методом, описанным в работах [27, 28]), и сделать оценку их амплитуд и волновых векторов. Режим устойчивых солитонов реализуется только для флуктуаций с волновыми векторами $k > k_s$, где $k_s^2 \sim \delta/\beta$. Таким образом, данное решение относится только к коротковолновой турбулентности.

Сравнение амплитуд аналитической оценки и точного решения приведены на рис. 1*a*. Сплошная линия — амплитуды точных решений, штриховая — аналитическая оценка. На рис. 1*b* приведен пример формы солитона. Экспонента в подынтегральном выражении интеграла, входящего в уравнение (6), приводит к искажению формы солитона и сдвигам частоты.

Пределы устойчивости определяют нижнюю границу волновых векторов солитонов на рис. 1*a*. Асимметричная форма солитонов (см. рис. 1*b*) определяется значением градиента плотности.

На рис. 2 приведены области существования турбулентности солитонов в зависимости от двух определяющих параметров δ и β . На рис. 2*a* эти области приведены для плазмы, характерной для магнетронов, с большими магнитным и электрическим полями и большим уровнем ионизации. В этом случае плазма имеет следующие параметры: $n_e = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$; $u_d/v_{Te} = 0.02$ (заштрихованная область в границах 1) и $u_d/v_{Te} = 2.0$ (заштрихованная область в границах 2). Правее этой области формируется хаотическая турбулентность. Основной вывод, который можно сделать из этого графика: турбулентность солитонов реализуется только при небольших отклонениях δ от нуля и при увеличении электрического поля область реализации турбулентности солитонов уменьшается и частично переходит в хаотическую. На рис. 2*b* приведена область турбулентности солитонов, реализуемая при параметрах, соответствующих условиям космического эксперимента. В этом случае $n_e = 5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$, $u_d/v_{Te} = 0.002$. При этих условиях турбулентность солитонов реализуется при $\delta < 0$. Солитоны имеют отрицательную групповую скорость.

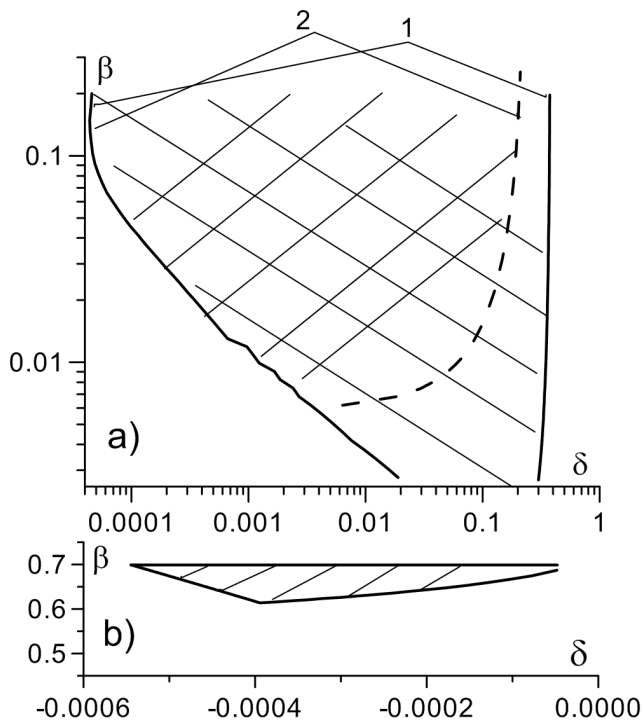


Рис. 2. Границы областей параметров, при которых реализуется турбулентность солитонов: *a* — при концентрации плазмы $5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ и двух значениях дрейфовой скорости; *b* — при концентрации плазмы $5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3}$

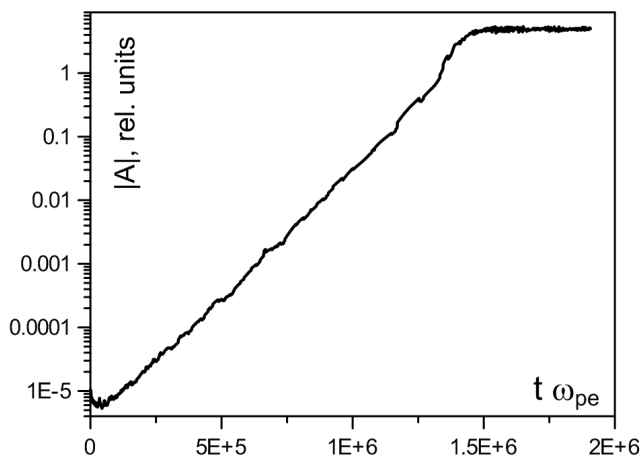


Рис. 3. Зависимость от времени средней амплитуды колебаний $|A|$

3. ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Для подтверждения возможности формирования последовательности солитонов в системе, описываемой приведенным выше уравнением, был проведен численный расчет выхода на устойчивые решения начального хаотического возмущения малой амплитуды при значениях параметров системы, соответствующих области устойчивых солитонов, в

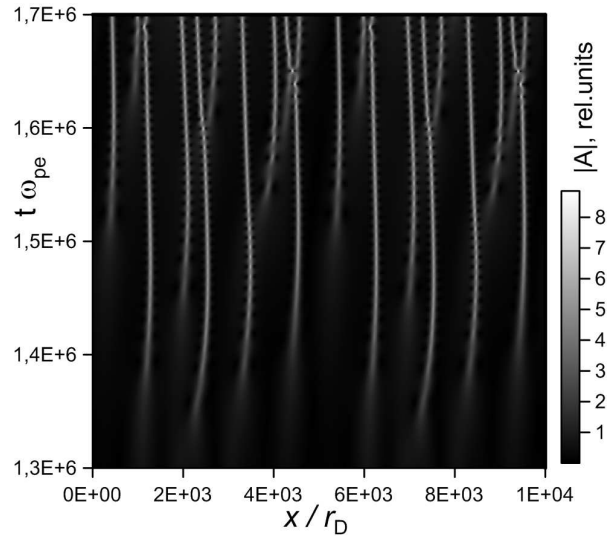


Рис. 4. Численное решение системы (6)

частности, в точке $\delta = 0.0773$, $\beta = 0.0176$, лежащей в области турбулентности солитонов на плоскости рис. 2*a*. Уравнение (6) решалось на отрезке длиной $L/r_D = 10^4$ с числом точек 2048, в системе координат, движущейся со скоростью дрейфа солитонов, равной $-0.765 \cdot 10^{-2}$. Для аппроксимации пространственных производных использовалась схема компактного дифференцирования (см., например, [29]) с периодическими граничными условиями. Небольшое начальное возмущение задавалось в виде случайных колебаний с частотами в пределах частоты Найквиста. Для интегрирования по времени использовался метод Рунге – Кутты 6-го порядка. На рис. 3 приведена зависимость от времени средней амплитуды колебаний на рассматриваемом отрезке. В течение приведенного времени $t\omega_{pe} \approx 10^6$ амплитуда формирующихся солитонов стабилизируется. Полученная при решении системы (6) зависимость $|A(x, t)|$ представлена на рис. 4. Наблюдается формирование солитонных структур с ограниченной амплитудой.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в работе показана возможность формирования мелкомасштабных волновых структур ЭЦД. Это рассмотрение позволяет найти область параметров, в которых формируется турбулентность солитонов и связанный с ними аномальный перенос плазмы. Получение данных критериев солитонной турбулентности может помочь как при численном моделировании бесстолкновительного разлета плазмы в ионосфере, так и при анализе экспериментальных данных по такому разлету.

Финансирование. Работа выполнена в рамках Госзадания № 122032900184-8.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Brenning, Space Sci. Rev. **59**, 209 (1992).
2. C. M. Swenson, M. C. Kelley, F. Primdahl et al., Geophys. Res. Lett. **17**, 2337 (1990).
3. O. Bolin, N. Brenning, C. M. Swenson et al., J. Geophys. Res. A **101**, 19729 (1996).
4. N. Brenning, R. L. Merlino, D. Lundin et al., Phys. Rev. Lett. **103**, 225003 (2009).
5. N. Brenning and D. Lundin, Phys. Plasmas **19**, 093505 (2012).
6. O. Koshkarov, A. Smolyakov, Y. Raitses et al., Phys. Rev. Lett. **122**, 185001 (2019).
7. K. Hara and S. Tsikata, Phys. Rev. E **102**, 023202 (2020).
8. А. Смоляков, Т. Зинтель, Л. Кедейл и др., Физика плазмы **46**, 408 (2020).
9. S. Janhunien, A. Smolyakov, O. Chapurin et al., Phys. Plasmas **25**, 011608 (2018).
10. A. Ducrocq, J. C. Adam, A. Heron et al., Phys. Plasmas **13**, 102111 (2006).
11. S. I. Popel, S. V. Vladimirov, and V. N. Tsytovich, Phys. Rep. **259**, 327 (1995).
12. T. Kakutani and N. Sugimoto, Phys. Fluids **17**, 1617 (1974).
13. А. Найфэ, *Введение в методы возмущений*, Мир, Москва (1984).
14. L. Wang, A. Hakim, B. Srinivasan et al., arXiv: 2107.09874v2 [physics.plasm-ph] (2022).
15. A. Smolyakov, O. Chapurin, W. Frias et al., Plasma Phys. Control. Fusion **59**, 014041 (2017).
16. I. S. Aranson and L. Kramer, Rev. Mod. Phys. **74**, 99 (2002).
17. В. Е. Захаров, А. Н. Пушкарев, В. Ф. Швец и др., Письма в ЖЭТФ **48**, 79 (1988).
18. А. И. Дьяченко, В. Е. Захаров, А. Н. Пушкарев и др., ЖЭТФ **96**, 2026 (1989).
19. M. Golles, S. Darmanyany, F. Lederer et al., Opt. Lett. **25**, 293 (2000).
20. A. Picozzi and J. Garnier, Phys. Rev. Lett. **107**, 233901 (2011).
21. S. Wabnitz, Opt. Lett. **20**, 1979 (1995).
22. V. S. Grigoryan and T. S. Muradyan, J. Opt. Soc. Amer. B **8**, 1757 (1991).
23. S. K. Turitsyn, Phys. Rev. E **54**, R3125 (1996).
24. Б. С. Кернер, В. В. Осипов, УФН **154**, 201 (1989).
25. Б. С. Кернер, В. В. Осипов, УФН **160**, 2 (1990).
26. J. M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, and K. S. Chiang, Phys. Lett. A **291**, 115 (2001).
27. N. Akhmediev and J. M. Soto-Crespo, Phys. Lett. A **317**, 287 (2003).
28. Н. Ахмедиев, А. Анкевич, *Диссипативные солитоны*, Физматлит, Москва (2008).
29. S. K. Lele, J. Comput. Phys. **103**, 16 (1992).