

ОСОБЕННОСТИ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ НЕОДНОРОДНОГО АНСАМБЛЯ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ЭКСИТОНОВ

*Л. В. Котова**, *В. П. Кочерешко*

*Физико-технический институт им. А. Ф. Иоффе Российской академии наук
194021, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 2 февраля 2024 г.,
после переработки 12 февраля 2024 г.
Принята к публикации 15 февраля 2024

Рассмотрены особенности поляризованной люминесценции, индуцированной магнитным полем в ансамбле локализованных экситонов. Обнаружено, что 1) в неоднородном ансамбле расщепление полос фотолюминесценции в магнитном поле в правой и левой круговых поляризациях может на порядки превышать величину зеемановского расщепления отдельных экситонов в ансамбле; 2) нижняя по энергии полоса фотолюминесценции может иметь меньшую интенсивность, чем верхняя, что на первый взгляд противоречит больцмановскому распределению по энергиям; 3) знак круговой поляризации фотолюминесценции может меняться по контуру полосы излучения. Показано, что в неоднородном ансамбле все эти особенности объясняются зависимостью g -фактора экситона от энергии его локализации.

DOI: 10.31857/S0044451024060087

1. ВВЕДЕНИЕ

Эффективным методом изучения спиновой ориентации экситонов и носителей в кристаллах является магнитно-циркулярная поляризация люминесценции (МЦПЛ), которая связана с температурным перераспределением носителей и экситонов между зеемановскими подуровнями в магнитном поле. Этот метод был успешно использован еще Томасом и Хопфилдом для изучения связанных экситонов [1]. С помощью этого метода была исследована тонкая структура акцепторных примесей и измерен профиль концентрации акцепторов [2] в квантовых ямах. Этот метод также оказался очень эффективным для изучения спиновой динамики носителей заряда и экситонов [3–5] в наноструктурах.

Как известно, в магнитном поле все состояния расщепляются в соответствии с проекцией магнитного момента на направление магнитного поля. При нерезонансном неполяризованном оптическом возбуждении эти состояния заселяются в соответствии с распределением Больцмана. Соотношение населенностей этих состояний определяется величиной

зеемановского расщепления и температурным фактором.

В результате фотолюминесценция (ФЛ) оказывается циркулярно поляризованной. Степень поляризации этого излучения определяется населенностью зеемановских подуровней и коэффициентом, учитывающим отсутствие полного термодинамического равновесия.

В больших магнитных полях степень поляризации перестает зависеть от магнитного поля и полностью определяется соотношением времени жизни и времени спиновой релаксации. В малых магнитных полях степень поляризации пропорциональна величине магнитного поля. Эту зависимость часто используют для определения g -фактора и отношения времен жизни и спиновой релаксации. Такая модель во многих случаях хорошо описывает экспериментальные результаты [5]. Однако в некоторых случаях экспериментальные результаты не укладываются в такую простую схему (см., например, работы [6–8]).

Как правило, в спектрах излучения проявляются не отдельные объекты, а целые ансамбли таких объектов. Такая ситуация возникает при локализации экситонов на глубоких уровнях в объемных кристаллах [9] или на флуктуациях состава в твердых

* E-mail: kotova@mail.ioffe.ru

растворах [10], на флуктуациях толщины квантовой ямы [11, 12] или площади сечения квантовой проволоки, на интерфейсах сверхрешетки [13], а также при размерном квантовании экситонов в квантовых точках [14–16] или коллоидных нанокристаллах [17–19] с учетом разброса их размеров и формы. Их линии излучения в реальных условиях почти всегда испытывают неоднородное уширение, связанное с флуктуациями резонансных энергий, концентрацией центров, пространственным положением или разбросом других параметров, определяющих энергию и ширину отдельных линий излучения.

В ансамблях локализованных состояний сигнал МЦПЛ может принимать различные формы. Иногда наблюдается «обратная заселенность» [20] зеемановских подуровней, иногда — немонотонная зависимость степени поляризации [21] от магнитного поля, а иногда — зависимость экситонного g -фактора от магнитного поля, даже с изменением знака. В некоторых случаях наблюдается гигантская величина расщепления полос излучения в двух поляризациях [21, 22], а иногда, наоборот, отсутствие зеемановского расщепления при значительной величине круговой поляризации излучения [23].

Для объяснения такого разнообразия проявлений МЦПЛ были предложены различные модели, в основном основанные на зависимости скорости захвата экситонов и носителей от распределения локализуемых центров [5, 19, 21, 24]. Однако некоторые проявления МЦПЛ не могут быть объяснены в рамках этих моделей, например, гигантское расщепление максимумов полос ФЛ в двух круговых поляризациях [22].

В квантовых точках, в отличие от, например, локализованных экситонов, на флуктуациях ширины квантовой ямы отсутствует миграция экситонов между точками. Это сильно упрощает анализ спектров МЦПЛ, так как не требуется вводить плохо известный дополнительный параметр, связанный с миграцией экситонов.

Величина расщепления уровней в магнитном поле, определяется g -фактором. Квантование экситонов и носителей в наноструктурах может приводить к изменению их g -факторов. Для электрона это изменение обусловлено спин-орбитальным взаимодействием, как впервые было показано в работе [25] и подтверждено многочисленными экспериментами [26]. Дырочный g -фактор также чувствителен к форме потенциала квантования, как было показано в [27, 28]. Для экситона [29, 30] появляется дополнительный вклад в g -фактор, обусловленный движением экситонного центра масс.

В данной работе обсуждается модель, описывающая некоторые необычные особенности спектров МЦПЛ, обусловленные неоднородной шириной линий излучения. Рассмотренная модель учитывает дисперсию g -факторов дырок, электронов и экситонов в ансамбле квантовых точек разных размеров.

Эта модель не отменяет возможной зависимости времени жизни, вероятности захвата и времени спиновой релаксации от энергии локализации экситонов. Но объясняет некоторые наблюдаемые особенности спектров излучения в условиях неоднородного уширения линий. Очевидно, что модель может быть полезна не только для описания МЦПЛ в ансамбле квантовых точек, но и для описания поляризованной ФЛ примесных центров и экситонов в условиях неоднородного уширения их полос излучения.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Как известно, в магнитном поле все состояния расщепляются в соответствии с проекцией магнитного момента на направление магнитного поля. При нерезонансном, неполяризованном оптическом возбуждении эти состояния заселяются в соответствии с распределением Больцмана. Соотношение заселенностей этих уровней определяется величиной зеемановского расщепления ΔE и температурным фактором kT . Для двухуровневой системы в равновесных условиях это отношение населенностей подуровней описывается соотношением

$$\frac{n_2}{n_1} = \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right), \quad (1)$$

где n_1 и n_2 — концентрации экситонов на подуровнях, $\Delta E(B) = \mu g B$ — величина зеемановского расщепления между подуровнями, k — постоянная Больцмана, g — g -фактор, B — магнитное поле, μ — магнетон Бора.

Излучение из этих состояний имеет правую σ^+ или левую σ^- круговую поляризацию в зависимости от знака проекции углового момента на направление поля. Интенсивности линий излучения пропорциональны населенности уровней. Степень поляризации равна

$$P_{circ} = \frac{I_{\sigma^+} - I_{\sigma^-}}{I_{\sigma^+} + I_{\sigma^-}}, \quad (2)$$

где I_{σ^+} и I_{σ^-} — интенсивности излучения в правой и левой круговых поляризациях.

Расщепление линий излучения равно величине зеемановского расщепления уровней ΔE , а отношение интенсивностей определяется фактором Больцмана. В случае, когда ширина линий излучения

больше величины зеемановского расщепления и обменного взаимодействия в экситоне степень поляризации в максимумах линий ФЛ равна

$$P_{circ} = \frac{\tau_0}{\tau_0 + \tau_s} \operatorname{th} \frac{\Delta E}{2kT}, \quad (3)$$

где τ_0 — время жизни, τ_s — время спиновой релаксации, $\tau_0/(\tau_0 + \tau_s)$ — множитель, учитывающий тот факт, что при конечном времени жизни полное равновесие не успевает установиться.

2.1. Поляризованная люминесценция неоднородного ансамбля

В экспериментах по поляризованной люминесценции обычно участвуют неоднородные ансамбли состояний. Это особенно относится к экситонам в ансамбле квантовых точек, в котором существует большой разброс энергий экситонных резонансов. В этом случае поляризованная люминесценция приобретает некоторые особенности.

Для примера рассмотрим ансамбль квантовых точек. Предполагаем, что линии экситонной люминесценции из каждой одной точки имеет δ -образную форму:

$$L(E, E') \propto n(E) \delta(E - E'), \quad (4)$$

где E — энергия экситонного резонанса в одной квантовой точке, $n(E)$ — населенность этой точки, $L(E)$ — форма линии ФЛ в одной точке.

В ансамбле квантовых точек могут быть точки разных размеров. Разброс точек по размерам приводит к разбросу энергий E экситонных резонансов. Мы предполагаем, что распределение резонансных энергий в ансамбле имеет гауссову форму:

$$G(E) \propto \exp\left(-\frac{E - E_0}{w}\right)^2, \quad (5)$$

где E_0 — наиболее вероятная энергия экситона в ансамбле, а w — ширина этого распределения.

Тогда форма полосы люминесценции ансамбля квантовых точек представляет собой свертку δ -образных линий люминесценции от каждой квантовой точки и распределения Гаусса:

$$I(E') = \int_{-\infty}^{\infty} G(E) L(E, E') dE. \quad (6)$$

В результате получим

$$I(E') \propto \exp\left(-\frac{E' - E_0}{w}\right)^2 n(E'). \quad (7)$$

В магнитном поле состояния расщепляются по энергии в соответствии с проекцией магнитного момента на направление магнитного поля. Энергии этих состояний в магнитном поле имеют вид

$$E' \rightarrow E' \pm \frac{1}{2} \mu B g_{eff}(E'). \quad (8)$$

Здесь мы предполагаем, что эффективный g -фактор g_{eff} зависит только от энергии экситонов экситона в квантовой точке и не зависит от формы точки. Зависимость g -фактора от формы точки будет обсуждаться в разд. 3.

Расщепленные уровни будут заселены в соответствии с распределением Больцмана. В результате для линии излучения ансамбля квантовых точек в магнитном поле получаем

$$I^{\pm}(E') \propto \exp\left\{\left(-\frac{E' - E_0}{w}\right)^2 \pm \frac{\Delta E(E')}{2kT}\right\}. \quad (9)$$

В магнитном поле полоса ФЛ расщепляется на две, $I^+(E')$ и $I^-(E')$, проявляющиеся в двух круговых поляризациях, σ^+ и σ^- , при заданном направлении магнитного поля.

Для упрощения формул положим $E_0 = 0$. Положение максимумов полос излучения определяется из решения уравнения

$$\begin{aligned} [E' \pm \mu B g_{eff}(E')] \times \\ \times \left[1 \pm \mu B \frac{dg_{eff}(E')}{dE'}\right] \mp \\ \mp \frac{w^2}{2kT} \mu B \frac{dg_{eff}(E')}{dE'} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Это уравнение может иметь несколько корней. Следовательно, форма полос будет отличаться от гауссовой и может иметь несколько максимумов.

Полосы пересекаются, когда $I^+ = I^-$, т.е. когда величина зеемановского расщепления $\Delta E(E')$ в показателе экспоненты уравнения (9) обращается в нуль. В этих точках поляризация $P_{circ}(E')$ меняет знак.

Рассмотрим три возможных случая зависимости экситонного g -фактора от энергии квантования экситона.

2.2. Величина g -фактора в ансамбле не зависит от энергии

Пусть g_{eff} не зависит от энергии E' :

$$g_{eff} = g_0.$$

Тогда

1. Максимумы полос излучения в двух круговых поляризациях находятся при энергиях $E_{max}^{\pm} = \pm \mu g_0 B / 2$.

2. Отношение амплитуд этих полос равно $e^{\frac{\mu B}{kT} g_{eff}}$.

3. Более интенсивная полоса излучения по энергии ниже менее интенсивной. Это согласуется с бoльцмановским распределением экситонов по подуровням.

4. Ширина на полувысоте обеих полос равна $2w\sqrt{\ln 2}$.

5. Полосы пересекаются в точке $E' = w^2 / 2kT$. Поскольку $w \gg kT$, точка пересечения находится далеко от максимумов полос.

6. Степень поляризации не меняет знака вдоль контура полос излучения.

Спектральная зависимость интенсивности излучения в двух круговых поляризациях представлена на рис. 1. В данном случае выбор величин E_0 не играет роли, важны только отношения величин $\mu g B / w$ и kT / w . Параметры расчета следующие:

$$w = E_0, \quad 10\mu g B = kT, \quad B = 5 \text{ Тл.}$$

Так как выбор E_0 ни на что не влияет, на рис. 1 положим $E_0 = 1.0$.

2.3. Величина g -фактора линейно зависит от энергии

Предположим, что g_{eff} зависит линейно от энергии, т. е.

$$g_{eff}(E') = g_0 + \tilde{g}E'.$$

Оценим величину

$$\mu B \frac{dg_{eff}(E')}{dE'}.$$

В области 10 Тл

$$\mu B \frac{dg_{eff}(E')}{dE'} \approx 0.053 \cdot 10\tilde{g}.$$

Считаем $\mu B \ll w$. Для немагнитных материалов разумно считать, что g_{eff} может изменяться не более чем от -10 до 10 на ширине полосы излучения. Тогда

$$\mu B \frac{dg_{eff}(E')}{dE'} \ll 1$$

и в выражении (10) этим слагаемым можно пренебречь по сравнению с единицей.

Отсюда получаем следующее.

1. Максимумы полос излучения в двух круговых поляризациях находятся при энергиях

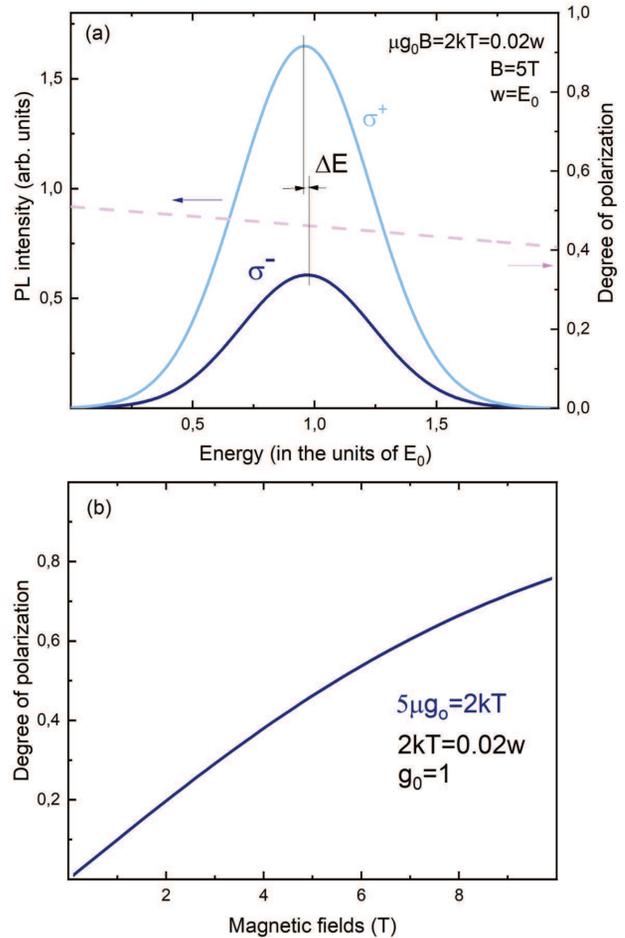


Рис. 1. *a* — Вид спектра излучения ансамбля квантовых точек в двух круговых поляризациях, σ_+ и σ_- , в некотором фиксированном магнитном поле как функция энергии квантования экситонов в точке (в единицах w в уравнении (5)) в предположении, что g -фактор не зависит от энергии квантования экситонов (сплошные линии). Параметры расчета: $w = E_0, \mu g B = kT, B = 5$ Тл. Степень круговой поляризации, индуцированной магнитным полем, как функция энергии квантования экситона (штриховая линия). *b* — Проинтегрированная по спектру зависимость степени поляризации от магнитного поля

$$E_{max}^{\pm} = \frac{\mu B \left(\mu B g_0 \tilde{g} \mp g_0 \pm \frac{w^2}{2kT} \tilde{g} \right)}{(1 \pm \mu B \tilde{g})^2}. \quad (11)$$

Заметим, что соотношение $w^2 \tilde{g} / kT$ может достигать значений $\sim 10^2 - 10^3$. Следовательно, приблизительно $E_{max}^{\pm} \approx \pm \mu B \frac{w^2}{2kT} \tilde{g}$. В этом случае расщепление полос излучения ансамбля квантовых точек может быть очень большим по сравнению с зеемановским расщеплением экситонных линий излучения в одиночной квантовой точке.

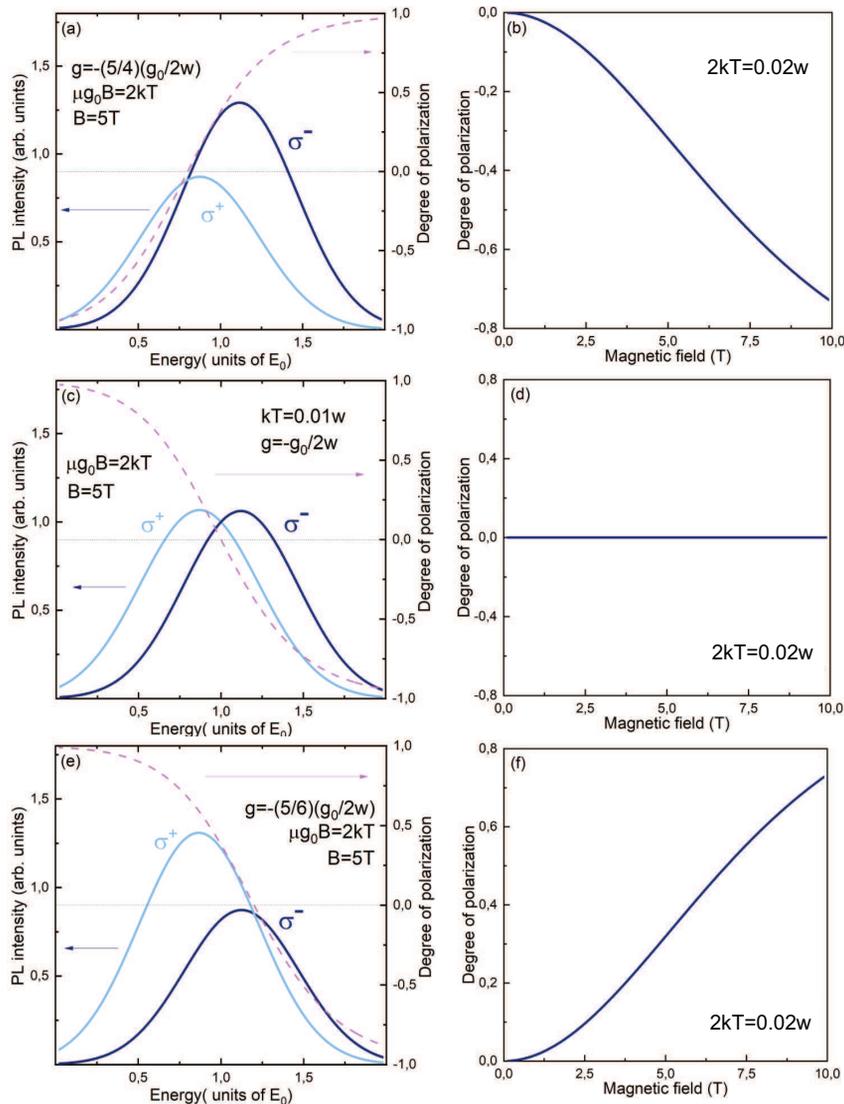


Рис. 2. Вид спектров излучения ансамбля квантовых точек в двух круговых поляризациях в фиксированном магнитном поле как функция энергии квантования экситона (в единицах w в уравнении (5)) в предположении, что g -фактор линейно зависит от энергии квантования экситона (сплошные линии). Степень круговой поляризации, индуцированной магнитным полем, как функция энергии квантования экситона (штриховые линии). Параметры расчета: $\mu g_0 B = 2kT = 0.02w$, $\tilde{g} = -\frac{5}{4} \frac{g_0}{2w}$ (a), $\tilde{g} = -\frac{g_0}{2w}$ (c), $\tilde{g} = -\frac{5}{6} \frac{g_0}{2w}$ (e). b, d, f — Соответствующие проинтегрированные по спектру зависимости степени поляризации от магнитного поля

2. Отношение амплитуд линий излучения порядка $(\mu B \tilde{g} w / kT)^2$.

3. Амплитуды этих линий составляют

$$I_{max}^{\pm} \approx \exp \left\{ -\frac{(E_{max}^{\pm})^2 \mp \frac{\mu B w^2 g_{eff}(E_{max}^{\pm})}{2kT}}{w^2} \right\}. \quad (12)$$

Видно, что отношение амплитуд полос зависит от знака g -фактора при энергии максимума полосы.

2.4. Реалистичная зависимость g -фактора от энергии

Предположим, что g_{eff} определяется по формуле

$$g_{eff}(E) = g_0 + \frac{aE'}{b(E') + R(E')}. \quad (13)$$

Здесь E' — энергия квантования экситона в локализирующем потенциале, g_0, a, b и R — некоторые параметры, зависящие от E' .

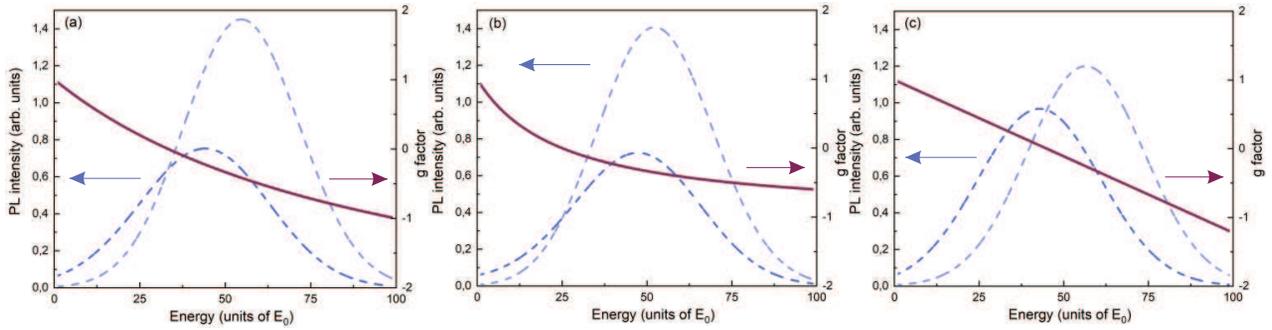


Рис. 3. Спектры излучения в двух круговых поляризациях σ_+ и σ_- (штриховые кривые). Расчетные зависимости g -фактора от энергии квантования экситона в локализирующем потенциале (13) (сплошные кривые) для различных случаев: $b(E')$ не зависит от энергии квантования, $b(E') = 0.5E_0$, $R(E') = 0.25E'$ (a); $R(E')$ не зависит от энергии квантования, $b(E') = 0.5E'$, $R(E') = 0.25E_0$ (b); $b(E')$ и $R(E')$ не зависят от энергии квантования, $b(E') = 0.45E_0$, $R(E') = 0.45E_0$ (c)

Подобная зависимость для g -фактора была получена для экситонов, локализованных в квантовых точках [28, 31, 32] и для экситонов в квантовых ямах [29, 33].

В зависимости от значений $g_0, a, b(E')$ и $R(E')$ возможны все три описанных выше случая: g -фактор меняет знак при энергии ниже максимума полосы излучения, при энергии максимума и выше максимальной энергии. Это приводит к спектрам излучения, подобным тем, что показаны на рис. 3.

Здесь возможны три случая.

1. g -фактор меняет знак при энергиях ниже максимума полосы излучения в нулевом магнитном поле. В этом случае низкоэнергетическая полоса излучения имеет меньшую интенсивность, чем высокоэнергетическая (рис. 2 a, b).

2. g -фактор меняет знак при энергии максимума полосы ФЛ в нулевом магнитном поле. Полосы излучения в обеих поляризациях имеют одинаковую амплитуду (рис. 2 c, d)

3. g -фактор меняет знак при энергии выше максимума полосы излучения в нулевом магнитном поле. Низкоэнергетическая полоса излучения более интенсивна, чем высокоэнергетическая (рис. 2 e, f).

Таким образом, получаем следующее.

1. Ширины Δ_{\pm} этих двух полос излучения равны

$$\Delta_{\pm} \approx 2w\sqrt{\ln 2}. \quad (14)$$

Менее интенсивная полоса немного шире, чем более интенсивная. Разница в ширине полос составляет менее 10 %.

2. Пересечение полос и, соответственно, обнуление степени поляризации излучения происходит при энергии, когда $g_{eff}(E') = g_0 + \tilde{g}E' = 0$.

3. Степень поляризации по контуру полосы излучения меняет знак при том значении энергии, когда $g_{eff}(E')$ меняет знак.

Спектральная зависимость интенсивности эмиссии в двух круговых поляризациях показана на рис. 2.

Очевидно, что качественно такие же зависимости получают и для любой монотонной зависимости g -фактора от энергии экситона.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Если g -фактор не меняет знака, то степень поляризации остается одного знака для всех энергий. Если g -фактор меняет знак при некоторой энергии, то степень поляризации ФЛ также меняет знак вдоль контура полосы ФЛ. Энергия, при которой поляризация меняет знак, соответствует энергии при которой g -фактор обращается в нуль.

В этом случае расщепление максимумов полос излучения описывается формулой (10) и может быть сравнимо с шириной самих полос, как если бы эффективный g -фактор экситона имел гигантскую величину $g_{eff} \sim 100$. Это выглядит очень необычно для немагнитных материалов. Этот результат определяется дисперсией g -факторов и величиной неоднородного уширения (формула (10)). В этом случае соотношение интенсивностей полос в соответствии с формулой (12) зависит от знака g -фактора.

Зависимость степени поляризации $P_{circ}(B)$ от магнитного поля также выглядит необычно. В классическом случае (3) в малых магнитных полях эта зависимость линейна по магнитному полю:

$$P_{circ}(B) \propto \mu g B / 2kT.$$

Однако в неоднородном ансамбле получаем квадратичную зависимость интегральной степени поляризации в малых полях:

$$P_{circ}(B) \propto (\mu\tilde{g}wB/2kT)^2.$$

Представленное рассмотрение проведено для равновесной ФЛ, когда термодинамическое равновесие устанавливается на зеемановских подуровнях. Отклонение от равновесного распределения учитывается в формуле (3) с помощью деполаризующего множителя

$$\frac{\tau_0}{\tau_0 + \tau_s}. \quad (15)$$

Таким образом, фактически мы предполагаем, что время спиновой релаксации τ_s намного меньше времени жизни τ_0 . В реальной ситуации полного равновесия может и не быть. Отношение населенностей зеемановских подуровней в неравновесном случае составляет

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right) + \frac{\tau_s}{\tau_0} \operatorname{ch}\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right)}{\exp\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right) + \frac{\tau_s}{\tau_0} \operatorname{ch}\left(\frac{\Delta E}{2kT}\right)}. \quad (16)$$

Очевидно, что уравнение (16) превращается в уравнение (1), если $\tau_s \ll \tau_0$. Однако учет неравновесности качественно не меняет спектральных зависимостей (рис. 2). В предельном случае отсутствия спиновой релаксации, $\tau_s \gg \tau_0$, различие спектров излучения в двух поляризациях исчезает.

Таким образом, основным фактором, влияющим на необычное поведение магнитоиндуцированной поляризованной люминесценции ансамбля квантовых точек, является зависимость экситонного g -фактора от дисперсии квантовых точек по размерам.

Зависимость g -фактора дырок от толщины квантовой ямы наблюдалась экспериментально в квантовых ямах на основе GaAs [34, 35] и InAs [33].

Для электрона g -фактор также зависит от энергии квантования [36, 37]. Эти зависимости будут либо усиливать, либо ослаблять друг друга. Но обычно g -фактор электрона меньше g -фактора дырки, таким образом, его вклад мал.

На практике значение g -фактора экспериментально определяется из расщепления максимумов полос излучения в магнитном поле, а населенность уровней — из отношения интенсивностей полос в двух круговых поляризациях. Как видно из представленной работы, это может дать сильно некорректные результаты.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе на примере ансамбля квантовых точек исследована индуцированная магнитным полем поляризованная люминесценция локализованных экситонов. Было обнаружено следующее.

1. Расщепление максимумов полос люминесценции ансамбля на несколько порядков превышает зеемановское расщепление каждого отдельного экситона.

2. Низкоэнергетическая полоса люминесценции имеет меньшую интенсивность, чем высокоэнергетическая. Это, на первый взгляд, противоречит бальмановскому распределению экситонов по зеемановским подуровням.

3. Эффекты, описанные в пунктах 1 и 2, имеют место только в том случае, если экситонный g -фактор зависит от энергии локализации и меняет знак при некоторой энергии.

4. Если изменение знака g -фактора происходит при энергиях выше максимума полос излучения, т. е. для точек малого размера, то отношение интенсивностей полос становится соответствующим распределению Больцмана.

Результаты этой работы не ограничиваются только неоднородным ансамблем квантовых точек. Линии излучения экситонов и примесных центров в кристаллах всегда неоднородно уширены. Вопрос лишь в соотношении однородной и неоднородной ширины линий излучения.

Изменение знака g -фактора в ансамбле квантовых точек может сильно повлиять на эффекты блокировки мод, спинового эха и спиновой когерентности в ансамбле квантовых точек [38].

Благодарности. Авторы благодарят Д. С. Смирнова и Т. С. Шамирзаева за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. G. Thomas and J. J. Hopfield, *Bound Exciton Complexes*, Phys. Rev. Lett. **7**, 316 (1961).
2. V. P. Kochereshko and I. N. Uraltsev, *Polarized Magnetoluminescence Study of Confinement Effects on Shallow Acceptors in: Semiconductors and Insulators: Optical and Spectroscopic Research*, Nova Sci. Publ. Inc. (1992).
3. T. S. Shamirzaev, J. Rautert, D. R. Yakovlev et al., *Spin Dynamics and Magnetic Field Induced Polarization of Excitons in Ultrathin GaAs/AlAs*

- Quantum Wells with Indirect Band Gap and Type-II Band Alignment*, Phys. Rev. B **96**, 035302 (2017).
4. T. S. Shamirzaev, J. Rautert, D. R. Yakovlev et al., *Exciton Recombination and Spin Relaxation in Strong Magnetic Fields in Ultrathin (In, Al)As/AlAs Quantum Wells with Indirect Band Gap and Type-I Band Alignment*, Phys. Rev. B **104**, 045305 (2021).
 5. E. L. Ivchenko, *Magnetic Circular Polarization of Exciton Photoluminescence*, Phys. Sol. St. **60**, 1514 (2018).
 6. D. R. Yakovlev, A. V. Platonov, E. L. Ivchenko et al., *Hidden In-Plane Anisotropy of Interfaces in Zn(Mn)Se/BeTe Quantum Wells with a Type-II Band Alignment*, Phys. Rev. Lett. **88**, 2574011 (2002).
 7. D. Andronikov, V. Kochereshko, A. Platonov et al., *Singlet and Triplet Trion States in High Magnetic Fields: Photoluminescence and Reflectivity Spectra of Modulation-Doped CdTe/Cd_{0.7}Mg_{0.3}Te Quantum Wells*, Phys. Rev. B **72**, 165339 (2005).
 8. I. N. Uraltsev, V. P. Kochereshko, V. S. Vikhnin et al., *Polarized Luminescence Study of Shallow Acceptors in Short-Period Superlattices*, Materials Science Forum **65-66** (1990), p. 111, Proc. 4 Int. Conf. Shallow Impurities in Semiconductors, London (1990).
 9. H. P. Gislason, B. Monemar, P. J. Bean et al., *Photoluminescence Studies of the 1.911-eV Cu-Related Complex in GaP*, Phys. Rev. B **26**, 827 (1982).
 10. S. Pemogorov, A. Reznitsky, S. Verbin, and V. Lysenko, *Exciton Mobility Edge in CdS_{1-x}Se_x Solid Solutions*, Sol. St. Commun. **47**, 5 (1983).
 11. D. Gammon, E. S. Snow, B. V. Shanabrook et al., *Fine Structure Splitting in the Optical Spectra of Single GaAs Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **76**, 3005 (1996).
 12. С. В. Гупалов, Е. Л. Ивченко, А. В. Кавокин, *Тонкая структура локализованных экситонных уровней в квантовых ямах*, ЖЭТФ **113**, 703 (1998).
 13. K. J. Moore, G. Duggan, P. Dawson et al., *Short-Period GaAs-AlAs Superlattices: Optical Properties and Electronic Structure*, Phys. Rev. B **38**, 5535 (1988).
 14. T. S. Shamirzaev, A. V. Nenashev, A. K. Gutakovskii et al., *Atomic and Energy Structure of InAs/AlAs Quantum Dots*, Phys. Rev. B **78**, 085323 (2008).
 15. J. Debus, T. S. Shamirzaev, D. Dunker et al., *Spin-Flip Raman Scattering of the Gamma-X Mixed Exciton in Indirect Band Gap (In,Al)As/AlAs Quantum Dots*, Phys. Rev. B **90**, 125431 (2014).
 16. R. Heitz, M. Grundmann, N. N. Ledentsov et al., *Multiphonon Relaxation Processes in Self-Organized InAs/GaAs Quantum Dots*, Appl. Phys. Lett. **68**, 361 (1996).
 17. Feng Liu, L. Biadala, A. V. Rodina et al., *Spin Dynamics of Negatively Charged Excitons in CdSe/CdS Colloidal Nanocrystals*, Phys. Rev. B **88**, 035302 (2013).
 18. B. Siebers, L. Biadala, D. R. Yakovlev et al., *Exciton Spin Dynamics and Photoluminescence Polarization of CdSe/CdS Dot-in-Rod Nanocrystals in High Magnetic Fields*, Phys. Rev. B **91**, 155304 (2015).
 19. G. Qiang, A. A. Golovatenko, E. V. Shornikova et al., *Polarized Emission of CdSe Nanocrystals in Magnetic Field: The Role of Phonon-Assisted Recombination of the Dark Exciton*, Nanoscale **13**, 790 (2021).
 20. V. P. Kochereshko, A. V. Platonov, G. V. Mikhailov et al., *Temporal Dynamics of Exciton-Trion System*, Int. J. Nanosci. **2**, 453 (2003).
 21. G. V. Astakhov, A. A. Kiselev, V. P. Kochereshko et al., *Radiative Recombination of Electrons and Holes Localized at GaAs/AlGaAs Heterointerface under Magnetic Fields* Semicond. Sci. Technol. **14**, 110 (1999).
 22. L. Kotova, T. Shamirzaev, V. Kochereshko, *Polarized Photoluminescence and g-Factor in an Ensemble of Quantum Dots in Magnetic Fields*, arXiv:f2310.02082 (2023).
 23. Ya. V. Terent'ev, S. N. Danilov, J. Loher et al., *Magneto-Photoluminescence of InAs/InGaAs/InAlAs Quantum Well Structures*, Appl. Phys. Lett. **104**, 101111 (2014).
 24. E. S. Moskalenko, L. A. Larsson, M. Larsson et al., *Comparative Magneto-Photoluminescence Study of Ensembles and of Individual InAs Quantum Dots*, Nano Lett. **9**, 353 (2009).
 25. L. M. Roth, B. Lax, and S. Zwerdling, *Theory of Optical Magneto-Absorption Effects in Semiconductors*, Phys. Rev. **114**, 90 (1959).
 26. I. A. Yugova, A. Greulich, D. R. Yakovlev et al., *Universal Behavior of the Electron g-Factor in GaAsAl_xGa_{1-x}As Quantum Wells*, Phys. Rev. B **75**, 245302 (2007).
 27. M. A. Semina, A. A. Golovatenko, and A. V. Rodina, *Influence of the Spin-Orbit Split-Off Valence Band on the Hole g-Factor in Semiconductor Nanocrystals*, Phys. Rev. B **104**, 205423 (2021).

28. M. A. Semina and R. A. Suris, *Holes Localized in Nanostructures in an External Magnetic Field: g-Factor and Mixing of States*, *Semiconductors* **49**, 797 (2015).
29. L. C. Smith, J. J. Davies, D. Wolverson et al., *Motion-Dependent Magnetic Properties of Excitons in CdTe*, *Phys. Rev. B* **78**, 085204 (2008).
30. L. C. Smith, J. J. Davies, D. Wolverson et al., *Wave-Vector Dependence of Magnetic Properties of Excitons in ZnTe*, *Phys. Rev. B* **83**, 155206 (2011).
31. Th. Wimbauer, K. Oettinger, Al. L. Efros et al., *Zeeman Splitting of the Excitonic Recombination in $In_xGa_{1-x}As/GaAs$ Single Quantum Wells*, *Phys. Rev. B* **50**, 8889 (1994).
32. D. Csontosová and P. Klenovský, *Theory of Magneto-Optical Properties of Neutral and Charged Excitons in GaAs/AlGaAs Quantum Dots*, *Phys. Rev. B* **102**, 125412 (2020).
33. P. S. Grigoryev, O. A. Yugov, S. A. Eliseev et al., *Inversion of Zeeman Splitting of Exciton States in InGaAs Quantum Wells*, *Phys. Rev. B* **93**, 205425 (2016).
34. J. J. Davies, L. C. Smith, D. Wolverson et al., *Motion-Enhanced Magnetic Moments of Excitons in ZnSe*, *Phys. Rev. B* **81**, 085208 (2010).
35. V. P. Kochereshko, A. V. Platonov, R. T. Cox et al., *Increasing of the Exciton-Polariton Zeeman Splitting Due to its Motion*, *Phys. St. Sol. (c)* **11**, 3928 (2005).
36. N. J. Traynor, R. J. Warburton, M. J. Snelling et al., *Highly Nonlinear Zeeman Splitting of Excitons in Semiconductor Quantum Wells*, *Phys. Rev. B* **55**, 15701 (1997).
37. Е. Л. Ивченко, А. А. Киселев, *Электронный g-фактор в квантовых ямах и сверхрешетках*, *ФТП* **26**, 1471 (1992).
38. A. Greilich, D. R. Yakovlev, A. Shabaev et al., *Mode Locking of Electron Spin Coherences in Singly Charged Quantum Dots*, *Science* **313**, 341 (2006).