

# СРАВНЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА В ЛИНЕЙНО И ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ГАУССОВЫХ ПОЛЯХ

А. В. Боровский<sup>а</sup>, А. Л. Галкин<sup>б\*</sup>

<sup>а</sup> Байкальский государственный университет  
664003, Иркутск, Россия

<sup>б</sup> Институт общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук  
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 11 декабря 2023 г.,  
после переработки 23 января 2024 г.  
Принята к публикации 23 января 2024 г.

Произведен сравнительный анализ излучения электрона в гауссовых полях линейной и круговой поляризации. Для короткого лазерного импульса определены локальные (мощность в телесный угол и полная мощность) и интегральные (излучаемая с траектории энергия) характеристики излучения электрона. Показано, что обнаруженный ранее закон роста пиковой угловой мощности в поле линейной поляризации распространяется и на случай поля круговой поляризации с уменьшением числового коэффициента в 2 раза вследствие уменьшения амплитуды поля в  $\sqrt{2}$  раз. При обратном рассеянии в обоих рассматриваемых случаях линейной и круговой поляризации характеристики излучения имеют степенной рост с показателями 6 (пиковая мощность в телесный угол) и 4 (мощность, излучаемая энергия) по начальной энергии электрона и значительно превосходят значения характеристик излучения с симметричных траекторий. Получена оценка излучаемой угловой мощности в направлении скорости движения.

DOI: 10.31857/S0044451024060026

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Заряженная частица испытывает максимальное воздействие со стороны электромагнитного поля в окрестности фокуса лазерного импульса. В результате спектр излучения электронов может достигать рентгеновского и гамма-диапазонов [1]. Исследование генерации излучения имеет прикладное и фундаментальное значения. Источники излучения с предсказанием пиковых значений интенсивности и распределения мощности излучения представляют интерес в биомедицине и атомной физике [2,3]. Постановки прикладных задач основываются на начальном положении «стационарного» электрона непосредственно в фокусе лазерного импульса, что приводит к излучению в виде классического томсоновского рассеяния с симметрией «вперед–назад». Излучение электрона, который вследствие взаимодействия с полем приобретает кинетическую энергию, трактуется как нелинейное томсоновского

рассеяние. В варианте встречного движения электрона по отношению к лазерному импульсу излучение электрона также укладывается в схему нелинейного томсоновского рассеяния.

С фундаментальной точки зрения представляет интерес получение максимальных характеристик излучения, а также установление особенностей излучения в связи с возможностью возникновения радиационно-доминантного режима [4, 5]. Заметный вклад радиационного трения отмечен в работах [6–8].

Различные аспекты нелинейного томсоновского рассеяния рассмотрены в работах [9–11]. Актуальна разработка методик расчета мощности излучения, альтернативных релятивистской формуле Лармора [12]. Так в работе [13] предложена методика построения диаграмм излучения электрона, позволяющая также определять интегральную по направлениям мощность излучения. Обнаружен степенной закон роста с показателем 6 угловой мощности обратного рассеяния в поле линейно поляризованного лазерного излучения по начальной кинетической энергии электрона [14].

\* E-mail: galkin@kapella.gpi.ru

Целью данной работы является сравнительный анализ излучения электрона в лазерных полях линейной и круговой поляризации.

## 2. МОДЕЛИ СФОКУСИРОВАННОГО ЛАЗЕРНОГО ПОЛЯ

При выборе модели сфокусированного лазерного поля обычно руководствуются критерием точности соответствия уравнениям Максвелла. Вторым важным критерием является непротиворечивость теории эксперименту. Также следует учитывать сложность реализации модели. Оценим модели по этим критериям.

**Модель поперечных полей с плоским фазовым фронтом и неоднородным поперечным распределением** не удовлетворяет уравнениям Максвелла [15]. Использовалась, например, в работах [6–8]. В общем случае не описывает наблюдаемый в эксперименте аксиально-симметричный выброс электронов ионизации из области взаимодействия с лазерным полем линейной поляризации [16, 17]. Описывает выброс по направлению поляризации, что по существующим представлениям не важно для решаемых в работах [6–8] задач.

**Модель гауссовых пучков с поперечно-продольными компонентами поля вследствие учета наклона фазового фронта** является решением параболического уравнения — приближения волнового уравнения — прямого следствия уравнений Максвелла в вакууме, т.е. является приближенным решением уравнений Максвелла [18]. Существует много решений в виде полей Гаусса–Лагерра. Основная мода Гаусса–Лагерра имеет экспоненциально спадающую от оси поперечную неоднородность. Это распределение полей удовлетворяет критерию аксиальной симметрии выброса электрона из области взаимодействия. Условия применимости данного приближения следующие:

$$\varepsilon = \frac{1}{k\rho_0}, \quad \delta = \frac{1}{kL}, \quad \varepsilon^2 \ll 1, \quad \delta \ll 1.$$

Здесь  $\rho_0$  — размер поперечной перетяжки лазерного импульса на полувысоте в фокальной плоскости,  $L$  — продольный размер лазерного импульса,  $k$  — волновое число лазерного излучения. Коэффициент  $\varepsilon^2$  появляется в волновом уравнении для комплексной амплитуды векторного потенциала. Отметим, что оба условия получены при применении метода разделения переменных к волновому уравнению и менее обременительны, чем в других работах. Пер-

вое условие ограничивает снизу размер пятна фокусировки. Второе условие ограничивает применение огибающей поскольку  $L = c\tau$ ,  $\tau$  — длительность импульса,  $c$  — скорость света.

### 2.1. Модели полей на основе точного решения уравнений Максвелла

Уравнения Максвелла в вакууме сводятся к волновому уравнению для векторного потенциала, которое следует решать с граничными условиями на поверхности фокусирующей линзы. Решение линейного волнового уравнения с граничными условиями может быть получено методами разделения переменных, сведения к интегралу Кирхгофа, преобразованием Фурье–Лапласа. В работе [19] приводятся некоторые точные решения уравнений Максвелла, описывающие стационарные во времени сфокусированные лазерные импульсы. В частности, лазерный импульс электрического типа с поперечным электрическим полем и поперечно-продольным магнитным полем отличается от основной моды Гаусса–Лагерра. При стремлении к дифракционному пределу решение переходит в распределение полей типа гауссова пучка, представляющее собой сложную комбинацию мод Гаусса–Лагерра. Модель применялась [20] для интерпретации экспериментов с несимметричным ускорением электронов [21]. Отметим также построение резко сфокусированных полей с помощью обобщенного интеграла Кирхгофа [18].

Таким образом, если рассматривать лазерные поля с фокусировкой, не доходящей до дифракционного предела, то наиболее подходящими являются поля основной моды Гаусса–Лагерра — гауссова пучка. В данной статье  $k\rho_0 = 26.7$ ,  $kL = 10$ . Поэтому приближение гауссова пучка является адекватным. В плане сложности реализации модели объем вычислений в данной работе на порядок превосходит объем работы [14]. Увеличение длительности импульса привело бы к нерациональному увеличению объема вычислений на удаленных от фокуса расстояниях.

Векторный потенциал лазерного поля гауссова пучка, распространяющегося вдоль оси  $z$ , в окрестности фокуса можно представить в виде

$$\mathbf{A} = A_0 \cos \sigma \exp \left( -\frac{1}{2} \rho^2 \cos^2 \sigma \right) \times \left( \mathbf{e}_x \sqrt{\frac{1+\alpha}{2}} \cos \varphi_{ph} + \mathbf{e}_y \sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} \sin \varphi_{ph} \right), \quad (1)$$

где  $A_0$  и  $\varphi_{ph}$  — амплитуда и фаза,

$$\varphi_{ph} = \omega t - kz + \sigma - \frac{1}{4}\rho^2 \sin 2\sigma,$$

$$\cos^2 \sigma = \frac{1}{1 + (z/z_R)^2}, \quad (2)$$

$$z_R = k\rho_0^2, \quad \rho = r/\rho_0,$$

$r$  — поперечная координата,  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  — единичные векторы. Линейной поляризации вдоль  $x$  и  $y$  отвечают значения  $\alpha = 1$  и  $\alpha = -1$ , циркулярной —  $\alpha = 0$ , при остальных значениях в интервале  $(-1, 1)$  поляризация эллиптическая. При этом пиковая интенсивность (усредненный по периоду колебаний модуль вектора Пойнтинга) одинакова и определяется через релятивистскую интенсивность

$$I_0 = \frac{c}{8\pi}(A_0 k)^2 = \mu I_R,$$

$$I_R = \frac{m^2 c^5 \pi}{2e^2 \lambda^2},$$

где  $m$  и  $e$  — масса покоя и заряд электрона. Если задается  $\mu$ , то определяется  $A_0$ . Поля в общем случае эллиптической поляризации определяются компонентами  $(E_x, E_y, \delta E_z, H_x, H_y, \delta H_z)$ , продольные компоненты  $\delta E_z, \delta H_z \approx \varepsilon = 1/k\rho_0$ , (в работе [22] рассматриваются выражения для полей с более высокими порядками  $\varepsilon$ , но преимущество такого разложения не обсуждается). Как следует из выражения (1), амплитуда основного (поперечного) поля в случае циркулярной поляризации ( $\alpha = 0$ ) в  $\sqrt{2}$  раз меньше амплитуды поля линейной поляризации ( $\alpha = \pm 1$ ), а максимальная амплитуда эллиптической поляризации имеет промежуточное значение, так что для числовых множителей этих амплитуд выполняются неравенства

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{|\alpha|}{2}} \leq 1.$$

При переходе от гауссова пучка к импульсу также с гауссовым распределением по времени в описании полей следует учесть временную огибающую в виде множителя

$$\exp\left(-\left(\frac{t - (z - z_d)/c}{2\tau}\right)^2\right),$$

где  $\tau$  — длительность импульса на полувысоте интенсивности,  $z_d$  — начальное расстояние от максимума временной огибающей до фокальной плоскости.

### 3. ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА В ГАУССОВЫХ ПОЛЯХ РАЗЛИЧНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Решения уравнения Лоренца с начальными условиями и полным набором компонент поля  $(E_x, E_y, \delta E_z, H_x, H_y, \delta H_z)$ ,

$$m \frac{d}{dt} \left( \frac{\frac{d\mathbf{r}}{dt}}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \right) = -e\mathbf{E} - \frac{e}{c} \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{H}, \quad (3)$$

$$\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0, \quad \mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0,$$

позволяют определить траекторию движения электрона, а также мгновенные значения компонент скорости  $\mathbf{v}$  и ускорения  $\mathbf{v}'$ .

Стандартная задача (3) трех нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка численно решается в рамках пакета Wolfram Mathematica, но требует декомпозиции релятивистской нелинейности (нужно покомпонентно раскрыть все производные и привести к нормальному виду с выделением старших производных, по этой причине такова запись (3)). Тестирование проводится путем построения симметричных траекторий: электрон первоначально покоится на оси импульса перед фокусом и после взаимодействия с импульсом останавливается на таком же расстоянии за фокусом. Подбор начальных условий обеспечивает компенсацию динамического удара при включении поля. Расчет движения первоначально покоящегося электрона, сдвинутого с оси, в поле гауссова импульса основной моды приводит к симметричному выбросу из области взаимодействия.

Рассматривается короткий импульс  $\tau c/\lambda = 1.5$ , соответствующий длительности 3.5 фс. На рис. 1 представлены симметричные траектории движения электрона в полях с параметрами  $\rho_0 = 26.7$ ,  $\tau c/\lambda = 1.5$ ,  $\mu = 5$  (размер перетяжки, длина временной огибающей в периодах осцилляций и пиковая интенсивность  $\mu$  по отношению к релятивистской) различной поляризации  $\alpha = 0(a), 1(b), -1(c)$ . Начальные данные для задачи (3):

$$x_0/\lambda = 0, \quad y_0/\lambda = 0, \quad z_0/\lambda = -1.2,$$

$$v_{0x}/c = 10^{-18}, \quad v_{0y}/c = 5 \cdot 10^{-10}, \quad v_{0z}/c = 10^{-18}.$$

Траектории  $\alpha = 1$  (рис. 1 b),  $\alpha = -1$  (рис. 1 c) совмещаются при повороте вокруг оси  $z$  на угол  $\pi/2$ , так как воздействующие поля (1) сдвинуты по фазе.

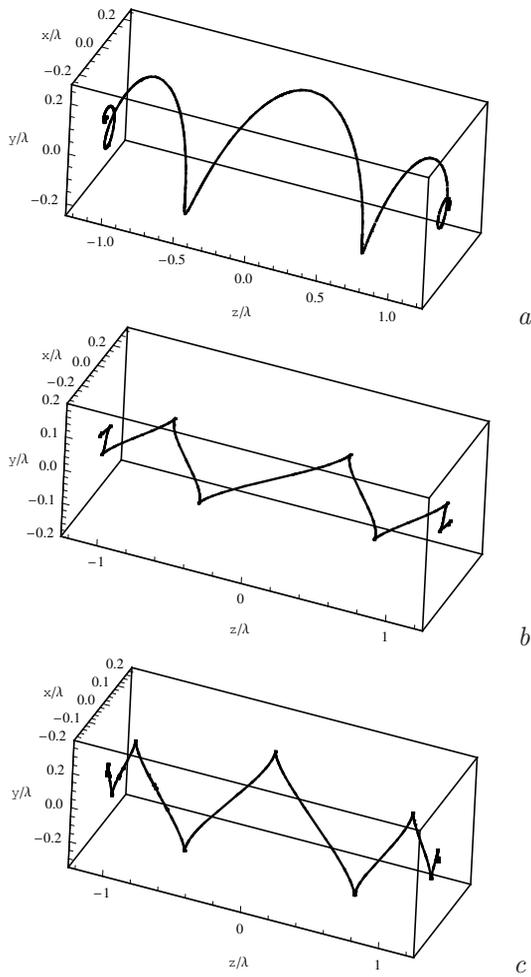


Рис. 1. Симметричные траектории электрона при  $\mu = 5$ ,  $\tau c/\lambda = 1.5$ ,  $\alpha = 0$  (a), 1 (b), -1 (c)

Для электрона, движущегося навстречу лазерному импульсу, начальная скорость связана с начальной кинетической энергией

$$\frac{W_{k_0}}{mc^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}} - 1 = p.$$

Поскольку симметричные траектории кроме тестового значения описывают максимальную энергию излучения по сравнению со всеми траекториями движения первоначально покоящегося электрона (не только на оси) при фиксированных параметрах лазерного импульса, далее будем полагать, что движение по симметричным траекториям соответствует случаю  $p = 0$ . Для  $p > 0$  считаем, что электрон проходит около фокуса в момент максимума временной огибающей. Это соответствует изменению начальных условий  $z_0 = v_{0z}(p)z_d/c$ ,  $v_{0z} = v_{0z}(p)$  — модуль встречной

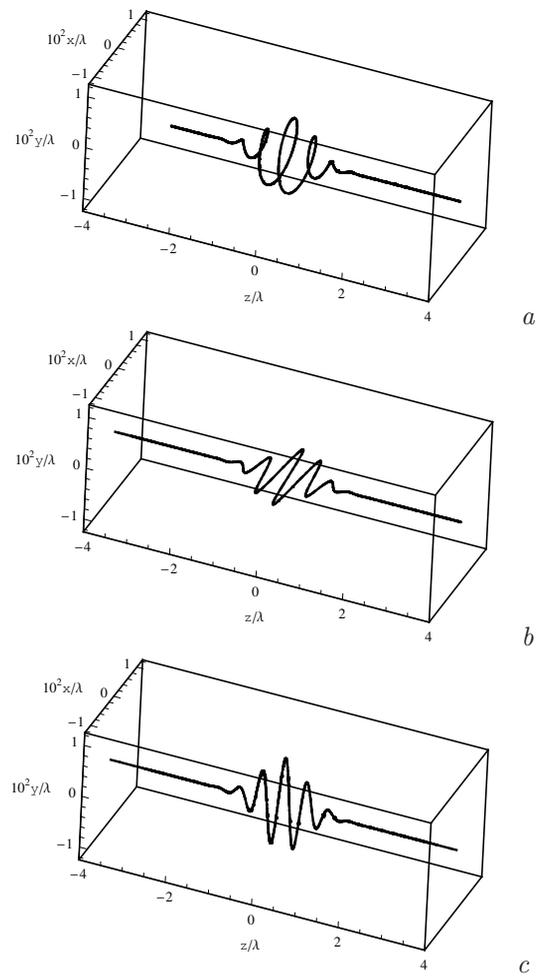


Рис. 2. Траектории движения электрона с начальной кинетической энергией  $p = 20$  навстречу лазерному импульсу с параметрами  $k\rho_0 = 26.7$ ,  $\tau c/\lambda = 1.5$ ,  $\mu = 5$  различной поляризации  $\alpha = 0$  (a), 1 (b), -1 (c)

скорости, определяемый по  $p$ . На рис. 2 представлены траектории движения электрона в полях с параметрами  $k\rho_0 = 26.7$ ,  $\tau c/\lambda = 1.5$ ,  $\mu = 5$  различной поляризации  $\alpha = 0, 1, -1$  и с начальной кинетической энергией  $p = 20$  (электрон движется в направлении уменьшения координаты  $z$ ). Поскольку  $z_d = 6\lambda$ , а  $v_{0z}(20)/c = 0.998866$ , начальные условия  $z_0/\lambda = 6$ ,  $v_{0z}/c = -0.998866$ , остальные — как для симметричных траекторий.

#### 4. ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ГАУССОВЫХ ПОЛЯХ

Движение электрона происходит под действием силы Лоренца, при этом электрон излучает электромагнитные импульсы. В модели излучения, основан-

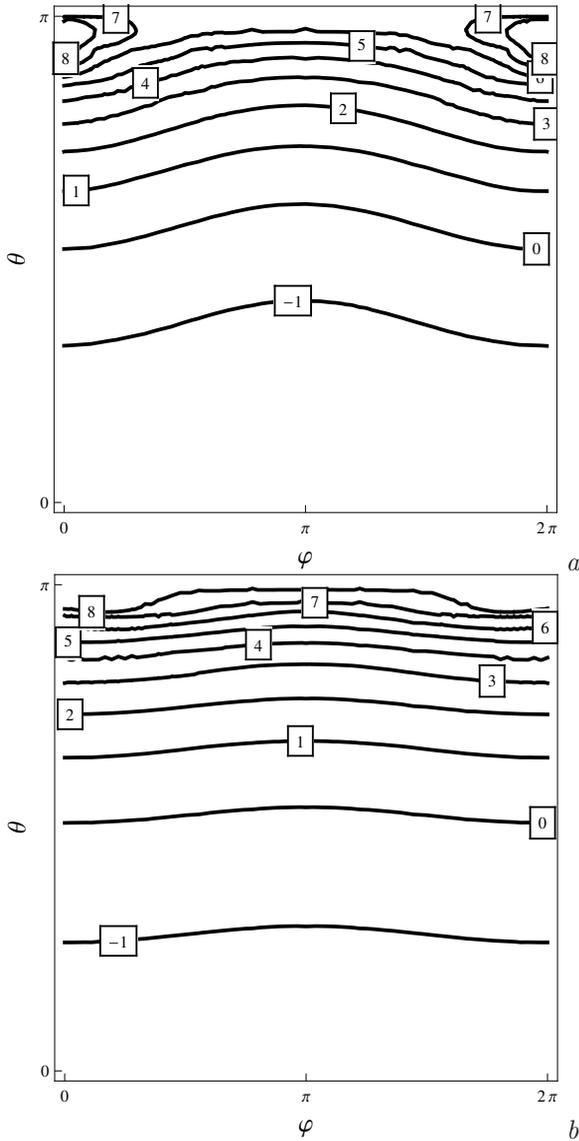


Рис. 3. Линии уровня  $\lg [I_1^{-1} dI/d\Omega(\varphi, \theta)]$  излучения электрона с начальной кинетической энергией  $p = 10$  навстречу лазерному импульсу с параметрами  $k\rho_0 = 26.7$ ,  $\tau c/\lambda = 1.5$ ,  $\mu = 5$  различной поляризации  $\alpha = 0(a)$ ,  $1(b)$

ной на потенциалах Лиенара – Вихерта, электрон излучает поле

$$\mathbf{E}_{rad} = e \frac{1 - v^2/c^2}{(R - \mathbf{R} \cdot \mathbf{v}/c)^3} \left( \mathbf{R} - \frac{\mathbf{v}}{c} R \right) + \frac{e}{c^2 (R - \mathbf{R} \cdot \mathbf{v}/c)^3} \left[ \mathbf{R} \times \left[ \left( \mathbf{R} - \frac{\mathbf{v}}{c} R \right) \times \mathbf{v}' \right] \right], \quad (4)$$

$$t_r + \frac{R(t_r)}{c} = t.$$

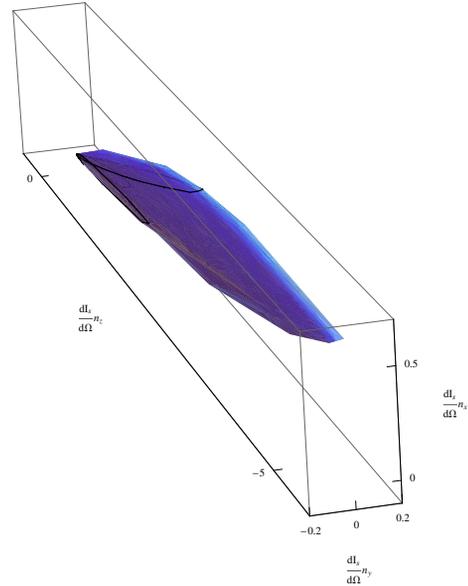


Рис. 4. Диаграмма направленности излучения электрона, построенная по распределению рис. 3 а ( $p = 10$ ,  $\alpha = 0$ )

Для  $\mathbf{R} = R\mathbf{n}$ ,  $R \sim 10^4 \lambda$  имеем

$$\mathbf{E}_{rad} = e \frac{1 - v^2/c^2}{R^2 (1 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c)^3} \left( \mathbf{n} - \frac{\mathbf{v}}{c} \right) + \frac{e}{c^2 R (1 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c)^3} \left[ \mathbf{n} \times \left[ \left( \mathbf{n} - \frac{\mathbf{v}}{c} \right) \times \mathbf{v}' \right] \right]. \quad (5)$$

Распределение мощности излучения по телесному углу  $\Omega$  в направлении  $\mathbf{n}$  (далее для краткости интенсивности),

$$\mathbf{n} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta),$$

фокус имеет координаты  $(0, 0, 0)$ ,  $\theta$  – азимутальный угол из фокуса по отношению к оси  $z$ ,  $\varphi$  – полярный угол в фокальной плоскости  $xy$ , определяется вторым (излучательным) слагаемым в (4):

$$\frac{dI}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \frac{e^2}{c^3 (1 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}/c)^6} \left| \mathbf{n} \times \left[ \left( \mathbf{n} - \frac{\mathbf{v}}{c} \right) \times \mathbf{v}' \right] \right|^2. \quad (6)$$

Для построения диаграммы направленности излучения в модели Лиенара – Вихерта необходимо вычислить распределение  $dI/d\Omega(\varphi, \theta)$  и построить поверхность  $\mathbf{n} dI/d\Omega$ . Интегрирование выражения (6) по телесному углу дает мощность, излучаемую электроном в данный момент времени. Нормировка диаграмм излучения  $\mathbf{n} dI/d\Omega$  в модели Лиенара – Вихерта производится величиной

$$I_1 = \frac{2 e^2}{3 \lambda} \frac{1}{\lambda/c}.$$

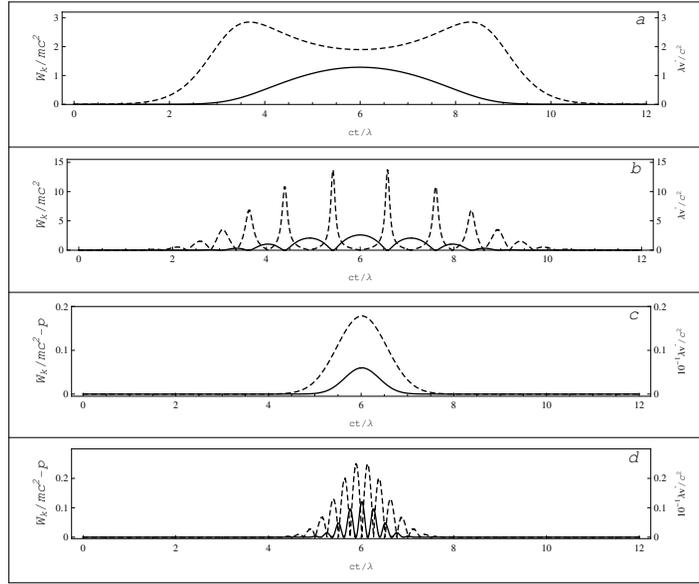


Рис. 5. Временной ход кинетической энергии  $W_k/mc^2$  (сплошная кривая) и модуля ускорения  $|\mathbf{v}'|/\lambda/c^2$  (штриховая кривая) электрона при движении по траекториям:  $\alpha = 0, p = 0$  (a);  $\alpha = 1, p = 0$  (b);  $\alpha = 0, p = 10$  (c);  $\alpha = 1, p = 10$  (d)

Определение максимального значения излучаемой мощности в телесный угол,  $dI/d\Omega$ , состоит в проведении оптимизационных расчетов. Разработана методика [23]; задача является нестандартной; программа реализована на фор-тране. На рис.3 представлены линии уровня распределений  $\lg [I_1^{-1}dI/d\Omega(\varphi, \theta)]$  максимально по времени излучения встречного электрона ( $p = 10$ ) в поле лазерного импульса с параметрами  $k\rho_0 = 26.7, \tau c/\lambda = 1.5, \mu = 5$  для круговой ( $\alpha = 0$ ) и линейной ( $\alpha = 1$ ) поляризацій. Как следует из рис.3, в случае линейно поляризованного поля обратное рассеяние происходит в узкий конус в окрестности  $\theta = \pi$  и хорошо описывается выражением [14]

$$\frac{1}{I_1} \frac{dI}{d\Omega} \Big|_{\theta=\pi} \cong \cong 6\pi\mu(p+1)^6 \left[ 1 + \sqrt{1 - \frac{1}{(p+1)^2}} \right]^4. \quad (7)$$

В случае циркулярной поляризации телесный угол излучения имеет наклон вследствие движения электрона по окружности в фокальной плоскости и сосредоточен в окрестности  $\theta = 0.95\pi$ . Диаграмма направленности излучения электрона для этого случая  $10^{-8}/I_1 (ndI/d\Omega)$  представлена на рис. 4. Максимальная угловая мощность — максимальный продольный размер диаграммы; основное излучение идет в конус; конус наклонен.

Для оценки максимальной интенсивности излучения без проведения оптимизации предлагается следующий подход. Знаменатели выражения (4) максимальны при  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{v}$ , т.е. можно положить  $\mathbf{n} = \mathbf{v}/v$ , тогда

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{n} \times \left[ \left( \mathbf{n} - \frac{\mathbf{v}}{c} \right) \times \mathbf{v}' \right] \right] &= \\ &= \left( \left( \mathbf{n} - \frac{\mathbf{v}}{c} \right) (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}') - \mathbf{v}' \left( 1 - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}}{c} \right) \right) \cong \\ &\cong \left( \left( \frac{\mathbf{v}}{v} - \frac{\mathbf{v}}{c} \right) \left( \frac{\mathbf{v}}{v} \cdot \mathbf{v}' \right) - \mathbf{v}' \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \right) = \\ &= \left( 1 - \frac{v}{c} \right) \left( \frac{\mathbf{v}}{v^2} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}') - \mathbf{v}' \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left[ \mathbf{n} \times \left[ \left( \mathbf{n} - \frac{\mathbf{v}}{c} \right) \times \mathbf{v}' \right] \right]^2 &\cong \\ &\cong \left( 1 - \frac{v}{c} \right)^2 \left( \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')^2}{v^2} + (\mathbf{v}')^2 - 2 \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')^2}{v^2} \right) = \\ &= \left( 1 - \frac{v}{c} \right)^2 \left( (\mathbf{v}')^2 - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}')^2}{v^2} \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max \left[ \frac{dI}{d\Omega} \right] &= \frac{c\mathbf{E}_{rad}^2}{4\pi} R_0^2 = \\ &= \frac{c}{4\pi} R_0^2 \frac{e^2}{c^4 R_0^2 (1-v/c)^6} \left( 1 - \frac{v}{c} \right)^2 (\mathbf{v}')^2 \sin^2(\widehat{\mathbf{v}', \mathbf{v}}) = \\ &= \frac{e^2 (\mathbf{v}')^2 \sin^2(\widehat{\mathbf{v}', \mathbf{v}})}{4\pi c^3 (1-v/c)^4}. \quad (8) \end{aligned}$$

Для характеристики скорости движения воспользуемся кинетической энергией  $W_k/mc^2$ . Временной ход кинетической энергии и модуля ускорения во времени показан на рис. 5.

## 5. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА В ГАУССОВЫХ ПОЛЯХ

Представляет интерес изучение следующих характеристик.

1. Максимальная мощность в телесный угол,  $\max[dI/d\Omega]$  с нормировкой на  $I_1$ .

2. Мощность излучения

$$I = \int \frac{dI}{d\Omega} d\Omega$$

также с нормировкой на  $I_1$ .

3. Излучаемая энергия с траектории движения

$$E = \int I dt$$

с нормировкой на

$$E_1 = \frac{2}{3} \frac{e^2}{\lambda},$$

где для  $\lambda = 800$  нм

$$E_1 \frac{1}{mc^2} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{\lambda} \frac{1}{mc^2} \approx 2.35 \cdot 10^{-9}.$$

На рис. 6 а представлен временной ход мощности излучения электрона при движении вдоль симметричных траекторий рис. 1 для  $\alpha = 0, 1, -1$ . Всплески излучения при линейной поляризации иногда превосходят значения мощности излучения при циркулярной поляризации, что связано с более высокими значениями ускорения. Энергия, излучаемая с траекторий (интеграл от мощности по времени) при  $p = 0$ , равна  $E/E_1 = 1.83 \cdot 10^3$  ( $\alpha = 0$ );  $1.01 \cdot 10^3$  ( $\alpha = 1$ );  $1.02 \cdot 10^3$  ( $\alpha = -1$ ).

На рис. 6 б представлен временной ход мощности излучения электрона с начальной кинетической энергией  $p = 20$  при движении вдоль траекторий рис. 2 для  $\alpha = 0, 1, -1$ . Энергия, излучаемая с траекторий, при  $p = 20$  возрастает на порядки и выравнивается по поляризации:  $E/E_1 = 1.03 \cdot 10^8$  ( $\alpha = 0$ );  $1.08 \cdot 10^8$  ( $\alpha = 1$ );  $1.10 \cdot 10^8$  ( $\alpha = -1$ ).

Сводная информация по зависимости характеристик излучения от начальной кинетической энергии

$p$  представлена на рис. 7. Расчетные значения изображены в виде точек черного ( $\alpha = 0$ ), синего ( $\alpha = 1$ ) и красного ( $\alpha = -1$ ) цветов. Верхняя кривая 1 (в логарифмическом масштабе это прямая) есть зависимость (7); на этой кривой в соответствии с работой [14] располагаются значения максимальной угловой мощности излучения в поле линейной поляризации,  $\alpha = \pm 1$ . Кривая 2 есть зависимость типа (7) с вдвое меньшим коэффициентом; на этой кривой располагаются значения максимальной угловой мощности излучения в поле круговой поляризации,  $\alpha = 0$ . На аппроксимационной кривой 3

$$\frac{I_{max}}{I_1} \cong 64\pi\mu(p+1)^4$$

располагаются значения максимальной мощности излучения в поле линейной поляризации,  $\alpha = \pm 1$ . На аппроксимационной кривой 4

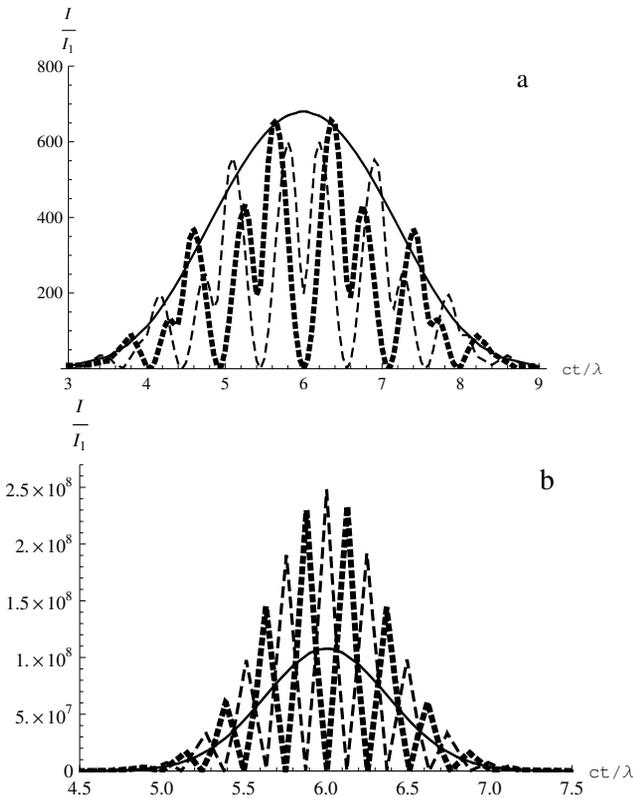
$$\frac{I_{max}}{I_1} \cong 32\pi\mu(p+1)^4$$

располагаются значения максимальной мощности излучения в поле круговой поляризации,  $\alpha = 0$ .

Зависимости энергии  $E/E_1$ , излучаемой с траекторий как при линейной, так и при круговой поляризации,  $\alpha = 0, \pm 1$ , в рассматриваемом логарифмическом масштабе и при используемом обезразмеривании с большой точностью совпадают с зависимостью  $I_{max}/I_1$  для  $\alpha = 0$  и располагаются на аппроксимирующей кривой 4.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В соответствии с оценкой (8) максимум интенсивности может достигаться при максимуме модулей скорости и ускорения, при этом  $\sin^2(\widehat{\mathbf{v}'}, \mathbf{v}) \approx 1$ . Совпадение по времени максимумов имеет место для  $\alpha = 0, p > 0$  (рис. 4 с), в этом случае приближение (8) хорошо работает. В случае  $\alpha = \pm 1, p = 0$  (рис. 4 б) имеет место разделение по времени максимумов модулей скорости и ускорения [14]. В случае  $\alpha = \pm 1, p > 0$  (рис. 4 д) обратное рассеяние происходит в направлении, противоположном оси  $z$  ( $\theta = \pi$ ), в момент времени, когда достигается максимум модуля  $v'_y$  и  $v_z = v_{0z}$ ; в этих предположениях получена оценка (7) [14]. Совпадение расчетов для циркулярной поляризации  $\alpha = 0, p > 0$  с аппроксимирующей кривой (с уменьшенным в 2 раза коэффициентом вследствие уменьшения амплитуды поля в  $\sqrt{2}$  раз) расширяет границы применимости аналитики. При

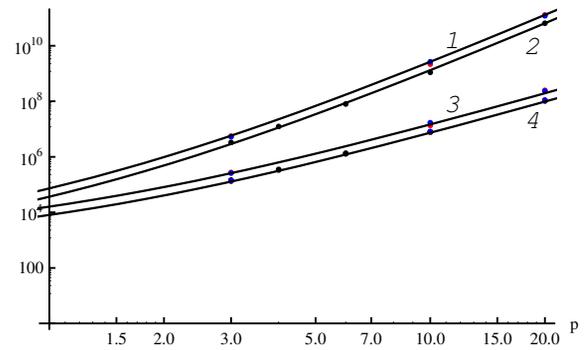


**Рис. 6.** Временной ход мощности излучения электрона при движении: *a* — вдоль симметричных траекторий рис. 1; *b* — с начальной кинетической энергией  $p = 20$  вдоль траекторий рис. 2;  $\alpha = 0$  (сплошные кривые),  $\alpha = 1$  (штриховые кривые),  $\alpha = -1$  (пунктирные кривые)

этом направление излучения максимальной интенсивности имеет наклон вследствие движения электрона по окружности в фокальной плоскости (см. рис. 3 *a* и рис. 4). Также в два раза различаются зависимости максимумов мощности излучения при линейной и круговой поляризации (зависимости 3, 4 на рис. 7).

В целом процесс рассеяния откликается на мгновенные значения интенсивности поля (модуля вектора Пойнтинга) без усреднения по периоду волны, поэтому обобщение выражения (7) для поля эллиптической поляризации состоит в добавлении множителя  $1/2 + |\alpha|/2$ . Таким образом, для поля эллиптической поляризации следует ожидать промежуточное положение между зависимостями 1, 2 для максимальной мощности в телесный угол и 3, 4 для максимальной мощности излучения с изменением относительно характеристик при линейной поляризации в  $1/2 + |\alpha|/2$  раз.

В поле линейной поляризации,  $\alpha = \pm 1$ ,  $p = 0$ , излучение с резкой кусочно-линейной симметричной



**Рис. 7.** Зависимости характеристик излучения от начальной кинетической энергией  $p$ : максимальная угловая мощность излучения в поле линейной поляризации  $\alpha = \pm 1$  (кривая 1); максимальная угловая мощность излучения в поле круговой поляризации  $\alpha = 0$  (кривая 2); мощность излучения в поле линейной поляризации  $\alpha = \pm 1$  (кривая 3); мощность излучения в поле круговой поляризации  $\alpha = 0$  и энергия, излучаемая с траекторий при линейной и круговой поляризациях  $\alpha = 0, \pm 1$  (кривая 4)

траектории (рис. 1 *b, c*) трансформируется в сглаженный временной профиль мощности излучения (рис. 3 *a*) и, наоборот, излучение со сглаженного траектории  $\alpha = \pm 1$ ,  $p > 0$  при больших значениях  $p$  (рис. 2 *b, c*) трансформируется в резкий временной профиль мощности излучения (рис. 3 *b*). На симметричных траекториях при  $\alpha = 0$ ,  $p = 0$  продольная и поперечная компоненты скорости сопоставимы, и в момент достижения максимума модуля скорости приводят к более высоким значениям мощности излучения и излучаемой с траектории энергии по сравнению со случаем  $\alpha = 1$ ,  $p = 0$ , где имеет место разделение по времени максимумов модулей скорости и ускорения. При больших значениях различие в амплитудах поля для  $\alpha = \pm 1$ ,  $p > 0$  и  $\alpha = 0$ ,  $p > 0$  приводит к двукратному различию значений максимальной мощности. В силу квазилинейного изменения мощности излучения для  $\alpha = \pm 1$ ,  $p > 0$  на периоде волны энергия излучения с траекторий совпадает с излучаемой энергией в поле круговой поляризации,  $\alpha = 0$ ,  $p > 0$ , а нормировка на  $E_1$  приводит к совпадению зависимостей 4 на рис. 7. Это совпадение случайно, поскольку только излучаемая с траектории энергия растет с ростом длительности лазерного импульса. Энергия, излучаемая с траектории, степенным образом, как  $(p + 1)^4$ , растет с ростом начальной кинетической энергии электрона, достигает значений 0.132 МэВ для  $\lambda = 800$  нм в рассматриваемом диапазоне  $p$  и для данной длительности импульса. Значительно

более высокие значения излучаемой энергии с симметричной траектории ( $p = 0$ ) в поле круговой поляризации по сравнению с излучением в поле линейной поляризации и выравнивание излучаемой энергии по поляризации при  $p = 20$  можно объяснить уменьшением радиуса орбиты электрона с ростом  $p$ . Вопрос изучения зависимости радиуса орбиты электрона в фокальной плоскости от параметров гауссова импульса циркулярной поляризации и от энергии электрона интересен для отдельного рассмотрения.

## 7. ВЫВОДЫ

Проведен сравнительный анализ излучения электрона в гауссовых полях линейной и круговой поляризации. Получена оценка излучаемой мощности в телесный угол в направлении скорости движения. Определены локальные (мощность в телесный угол и мощность) и интегральные (излучаемая с траектории энергия) характеристики излучения. При обратном рассеянии в циркулярно поляризованном поле направление излучения максимальной интенсивности имеет наклон вследствие движения электрона по окружности в фокальной плоскости, но из-за малого радиуса это не приводит к отличию энергии, излучаемой с траектории, от энергии в случае линейно поляризованного поля, как для симметричных траекторий. Показано, что обнаруженный в работе [14] закон роста пиковой интенсивности в поле линейной поляризации распространяется и на случай поля круговой поляризации. При этом числовой коэффициент уменьшается в 2 раза вследствие уменьшения амплитуды поля в  $\sqrt{2}$  раз. При обратном рассеянии в обоих рассматриваемых случаях линейной и круговой поляризации мощность излучения и излучаемая энергия растут как  $(p + 1)^4$  по начальной энергии электрона и значительно превосходят значения характеристик излучения с симметричных траекторий.

**Благодарности.** Авторы благодарят М. В. Федорова за указание на возможность интерпретации результатов к эллиптической поляризации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. L. Galkin, V. V. Korobkin, M. Yu. Romanovsky et al., Proc. SPIE **799319-1** (2011), doi:10.1117/12.880751.
2. A. Baltuka, Th. Udem, M. Uiberacker et al., Nature **421**, 611 (2003).
3. K. Lee, Y. H. Cha, M. S. Shin et al., Phys. Rev. E **6**, 026502 (2003).
4. S. V. Bulanov, T. Zh. Esirkepov, J. Koga et al., Plasma Phys. Rep. **30**, 196 (2004).
5. А. В. Башинов, А. А. Гоносков, А. В. Ким и др., КЭ **43**, 291 (2013).
6. A. Di Piazza, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, Phys. Rev. Lett. **102**, 254802 (2009).
7. А. Л. Галкин, ЖЭТФ **142**, 230 (2012).
8. C. N. Harvey, Phys. Rev. Accel. Beams **21**, 114001 (2018).
9. Ju Gao, Phys. Rev. Lett. **93**, 243001 (2004).
10. П. А. Головинский, Е. А. Михин, ЖЭТФ **140**, 627 (2011).
11. Yifan Chang, Zishuai Cai, Yuting Shen et al., Laser Phys. **32**, 035302 (2022).
12. В. В. Лидский, Краткие сообщения по физике ФИАН **36**, 31 (2009).
13. A. V. Borovskiy and A. L. Galkin, Laser Phys. **32**, 084008 (2022).
14. A. V. Borovskiy and A. L. Galkin, Laser Phys. Lett. **20**, 036002 (2023).
15. B. Quesnel and P. Mora, Phys. Rev. E **58**, 3719 (1998).
16. S. Banerjee, S. Sepke, R. Shah et al., Phys. Rev. Lett. **95**, 035004 (2005).
17. A. V. Borovskiy, A. L. Galkin, and M. P. Kalashnikov, Phys. Plasmas **22**, 043107 (2015).
18. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, *Избранные задачи лазерной физики. Вакуумное ускорение электронов. Фокусировка параболическим зеркалом. Дифракция на клине, как проблема субволновой физики*, Palmarium Acad. Publ., Saarbrucken, Deutschland (2016).
19. В. С. Попов, В. Д. Мур, Н. Б. Нарожный и др., ЖЭТФ **149**, 623 (2016).
20. N. B. Narozhny and M. S. Fofanov, Phys. Lett. A **295**, 87 (2002).
21. G. Malka, E. Lefebvre, and J. L. Miquel, Phys. Rev. Lett. **78**, 3314 (1997).
22. Qingyu Yang, Yubo Wang, Yifei Cao et al., Laser Phys. Lett. **20**, 045301(2023).
23. А. В. Боровский, А. Л. Галкин, System Analysis and Mathematical Modeling **6** (2) (2024).