ЖЭТФ, 2023, том 164, вып. 6 (12), стр. 942–954

УЛУЧШЕННЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ДЛЯ СЦЕНАРИЕВ СМЕШИВАНИЯ ТРЕХ ПОКОЛЕНИЙ СТЕРИЛЬНЫХ НЕЙТРИНО

М. Н. Дубинин [a*], *Д. М. Казаркин* [b**]

[a] *Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцина Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова 119991, Москва, Россия*

[b] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Физический факультет 119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 1 сентября 2022 г.,
после переработки 19 июля 2023 г.
Принята к публикации 11 сентября 2023 г.

Рассматривается калибровочная $SU(2)_L \times U(1)$ модель с расширением лептонного сектора тремя правыми майорановскими стерильными нейтрино. Проведена диагонализация полной массовой матрицы 6×6 активных и стерильных нейтрино. Получены космологические ограничения, вытекающие из времени жизни стерильных нейтрино и доли энергии, переносимой стерильной нейтринной темной материей. Рассмотрены отклонения от сценария «тонкой настройки» смешивания, чувствительного к массе наиболее легкого стандартного (активного) нейтрино и выделены соответствующие этим отклонениям области пространства параметров модели.

DOI: 10.31857/S0044451023120088
EDN: MWZWGJ

1. ВВЕДЕНИЕ

Стандартная модель (СМ) физики элементарных частиц, подтвержденная с высокой точностью в экспериментах, не объясняет ряд наблюдаемых явлений, одним из которых являются нейтринные осцилляции, выявленные в многочисленных экспериментах [1] и свидетельствующие о существовании масс нейтрино и смешиваний между тремя поколениями нейтрино. Имеющиеся данные согласуются с осцилляциями между ν_e, ν_μ и ν_τ, расщепление значений масс которых зависит от иерархического спектра. В случае нормальной иерархии $m_1 \ll m_2 < m_3$, $m_2 \simeq \sqrt{\Delta m_{21}^2} \sim 8.6 \cdot 10^{-3}$ эВ, $m_3 \simeq \sqrt{\Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2} \sim 0.05$ эВ [2]. Наиболее простой и естественной возможностью добавления нейтринных масс является расширение СМ тремя правыми майорановскими фермионами, синглетами относительно калибровочной группы $SU(2)_L \times U(1)$, [3, 4]. Соответствующий лагранжиан расширения имеет вид

$$\mathcal{L} \supset i\overline{\nu_R}\gamma^\mu \partial_\mu \nu_R - \\ - \left(F\overline{L_l}\tilde{\Phi}\nu_R + \frac{1}{2}M_M \overline{\nu_R^c}\nu_R + \text{H.}c. \right), \quad (1)$$

где $L^T = (\nu_l, l)_L$, $l = e, \mu, \tau$ — левый дублет СМ, $\tilde{\Phi}$ — сопряженный дублет Хиггса, F — матрица 3×3 юкавских констант. где $M_D = vF$ — 3×3 матрица юкавских членов после спонтанного нарушения симметрии (или матрица дираковских массовых членов), M_M — 3×3 массовая матрица трех майорановских тяжелых нейтральных лептонов (HNL), $v = \sqrt{2}\langle\Phi\rangle$.

Активные нейтрино приобретают относительно небольшие массы, если собственные значения $M_M \gg M_D$, где массы ненаблюдаемых экспериментально HNL могут сильно варьироваться. Например, для констант Юкавы $F \sim 10^{-7} - 1$ для массы HNL $\sim 10^2 - 10^{15}$ ГэВ $m_\nu \sim 10^{-2}$ эВ. Методы

* E-mail: dubinin@theory.sinp.msu.ru
** E-mail: kazarkin.dm17@physics.msu.ru

экспериментального обнаружения HNL различаются в зависимости от масштаба их масс, например, ГэВ или кэВ. Сложности в выделении сигналов на коллайдерах могут быть преодолены в таких экспериментах, как SHiP [8].

Случай с параметром массы M_{HNL} порядка кэВ представляет интерес, так как такой наиболее легкий HNL может быть хорошим кандидатом на роль темной материи [9]. Прямые астрофизические ограничения на γ-излучение при радиационных распадах HNL согласуются с $M_{HNL} \sim 10$ кэВ [10, 11]. Минимальное расширение лептонного сектора Стандартной модели, модель νMSM [12, 13], включает в себя три стерильных нейтрино, одно из которых является кандидатом на роль темной материи с массовым масштабом $\sim$кэВ, в то время как два более тяжелых HNL обеспечивают малые массы активных нейтрино за счет see-saw механизма. Значительные ограничения пространства параметров модели могут быть наложены космологическими наблюдениями, которые приводят к числу HNL не менее трех [12] и устанавливают строгий верхний предел массы самого легкого активного нейтрино. Эксперименты по нейтринным осцилляциям дают разности квадратов масс активных нейтрино, а не абсолютные значения их масс, поэтому для трех поколений лептонов имеется 18 очень слабо ограниченных параметров модели (3 параметра массового члена Дирака, 3 параметра массы Майораны, 6 углов смешивания и 6 фаз) для случая независимого смешивания в секторах активного нейтрино и HNL, 9 из которых (параметры PMNS и три массы m_i активных нейтрино) могут быть определены экспериментально. Массы активных нейтрино ограничены наблюдениями крупномасштабной структуры [14], которые дают верхний предел для суммы $\sum m_i$ и устанавливают верхнюю границу $\Omega_\nu h^2$ для доли энергии активных нейтрино во Вселенной $\Omega_{DM} h^2 = 0.1186 \pm 0.0020$ [2]

В дальнейшем рассматривается общий случай диагонализации [15, 16] лептонного сектора модели для трех поколений HNL. В этом смысле рассматриваемая модель является обобщением νMSM на случай произвольной недиагональной матрицы смешивания в секторе тяжелых нейтральных лептонов.

2. МАССОВЫЕ СОСТОЯНИЯ И СМЕШИВАНИЕ НЕЙТРИНО

Полная массовая матрица 6×6, описываемая лагранжианом (1) является комплексной симметричной матрицей и может быть представлена как $\mathcal{M} = \mathcal{U}\mathcal{D}\mathcal{U}^T$ (так называемая факторизация Такаги), где $\mathcal{M}$ — массовая матрица, $\mathcal{U}$ — унитарная матрица, $\mathcal{D}$ — диагональная неотрицательная матрица

$$\mathcal{U}^\dagger \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_M \end{pmatrix} \mathcal{U}^* = \begin{pmatrix} \hat{m} & 0 \\ 0 & \hat{M} \end{pmatrix},$$

где $M_M^T = M_M$, $\hat{m} = diag(m_1, m_2, m_3)$ — диагональная матрица масс активных нейтрино, $\hat{M} = diag(M_1, M_2, M_3)$ — диагональная матрица масс для HNL-состояний N_i. Выберем $\mathcal{U}$ в виде

$$\mathcal{U} = \mathcal{W} \begin{pmatrix} U_\nu & 0 \\ 0 & U_N^* \end{pmatrix}.$$

Из условия унитарности для $\mathcal{U}$ следует, что $\mathcal{W}, U_\nu$ и U_N — унитарные матрицы, вследствие чего

$$\mathcal{W}^\dagger \begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M_D^T & M_M \end{pmatrix} \mathcal{W}^* = \begin{pmatrix} U_\nu \hat{m} U_\nu^T & 0 \\ 0^T & U_N^* \hat{M} U_N^\dagger \end{pmatrix}.$$

Следуя [15], выберем $\mathcal{U}$ в виде экспоненты от некоторой антиэрмитовой (в силу унитарности $\mathcal{U}$) матрицы

$$\mathcal{W} = exp \begin{pmatrix} 0 & \theta \\ -\theta^\dagger & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}\theta\theta^\dagger & \theta \\ -\theta^\dagger & 1 - \frac{1}{2}\theta^\dagger\theta \end{pmatrix} + O(\theta^3), \quad (2)$$

где θ — комплексная матрица 3×3. Будем предполагать, что собственные значения θ малы. Матрица U_ν определена в секторе активных нейтрино, $U_\nu^* \hat{m} U_\nu^\dagger \equiv m_\nu$, а в секторе заряженных лептонов определен базис с каноническим упорядочением и аналогичная матрица $U_l = I$ (единичная) [1]. В данной параметризации связь между калибровочным (ν_{α_L}, $\nu_{I_R}^c$) и массовым (ν_i, N_I) базисом ($\alpha = e, \mu, \tau$, $i, I = 1, 2, 3$) имеет вид

$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ \nu_R^c \end{pmatrix} = P_L \mathcal{U} \begin{pmatrix} \nu \\ N \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где P_L — левокиральный проектор. Из выражений (2) и (3) следует связь U_ν с неунитарной матрицей PMNS $U_{\text{PMNS}} = \left(1 + \eta + O(\theta^4)\right) U_\nu$. Параметр $\eta = -\frac{1}{2}\theta\theta^\dagger$ характеризует отклонение PMNS матрицы от унитатрности. Заряженные и нейтральные токи активных нейтрино и HNL имеют вид

[1] В случае неканонического упорядочения заряженных лептонов эта матрица должна быть взята как матрица перестановки $U_l = P_{3\times3}$, как, например, в работе [17].

$$\mathcal{L}^{\nu}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{l}_L\gamma_\mu U_{\mathrm{PMNS}}\ \nu_{i_L}W^\mu + \text{H.c.}, \quad (4a)$$

$$\mathcal{L}^{\nu}_{NC} = -\frac{g}{2c_W}\bar{\nu}_{i_L}\gamma_\mu U^\dagger_{\mathrm{PMNS}}U_{\mathrm{PMNS}}\nu_{j_L}Z^\mu + \text{H.c.}, \quad (4b)$$

$$\mathcal{L}^{N}_{CC} = -\frac{g}{\sqrt{2}}\bar{l}\gamma_\mu\theta U^*_N N_{k_L}W^\mu + \text{H.c.}, \quad (4c)$$

$$\mathcal{L}^{N}_{NC} = -\frac{g}{2c_W}\bar{N}_{i_L}\gamma_\mu U^T_N\theta^\dagger\theta U^*_N N_{j_L}Z^\mu + \left(-\frac{g}{2c_W}\bar{\nu}_{i_L}\gamma_\mu U^\dagger_{\mathrm{PMNS}}\theta U^*_N N_{j_L}Z^\mu + \text{H.c.},\right), \quad (4d)$$

где $\nu_{i_L} \equiv P_L\nu_i$ и $N_{k_L} \equiv P_L N_k$, ν_i — массовые состояния активных нейтрино, N_k — массовые состояния HNL, W и Z — поля векторных бозонов СМ. Матричные индексы у матрицы смешивания мы явно не выписываем. Таким образом, смешивание HNL и левых активных нейтрино характеризуется матрицей $\Theta \equiv \theta U^*_N$. В дальнейшем предполагается, что N_i имеют достаточно большие массы, так что собственные значения M_M больше, чем M_D. Используя матричное разложение $\mathcal{U}$ до членов второго порядка по θ, можно явно записать набор уравнений для диагонализации массовой матрицы:

$$\begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}\theta\theta^\dagger & -\theta \\ \theta^\dagger & 1-\frac{1}{2}\theta^\dagger\theta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & M_D \\ M^T_D & M_M \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}\theta^*\theta^T & \theta^* \\ -\theta^T & 1-\frac{1}{2}\theta^T\theta^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_\nu\hat{m}U^T_\nu & 0 \\ 0^T & U^*_N\hat{M}U^\dagger_N \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$M_D - \theta M_M + O(\theta^2) \simeq 0, \quad (6a)$$

$$-M_D\theta^T - \theta M^T_D + \theta M_M\theta^T + O(\theta^3) \simeq U_\nu\hat{m}U^T_\nu \equiv m_\nu, \quad (6b)$$

$$M_M + \theta^\dagger M_D + M^T_D\theta^* + O(\theta^2) \simeq U^*_N\hat{M}U^\dagger_N \equiv M_N, \quad (6c)$$

откуда следует

$$\theta \simeq M_D M^{-1}_M, \quad (7)$$

$$m_\nu = -\theta M_M\theta^T, \quad (8)$$

$$M_N \simeq M_M, \quad (9)$$

что приводит к известной формуле

$$m_\nu = -M_D\, M^{-1}_M\, M^T_D. \quad (10)$$

Уравнения (8) и (9) могут быть использованы для получения ограничений на элементы матрицы $\Theta = \theta U^*_N$, если использовать экспериментальные ограничения на массы активных нейтрино:

$$\sum_k |\Theta_{l'k}M_k\Theta^T_{kl}| \leq (m_\nu)_{l'l}, \quad l', l = e, \mu, \tau, \quad (11)$$

Переписывая (10) с учетом (9), получаем

$$U^*_N\hat{M}U^\dagger_N \simeq M_M = -M^T_D m^{-1}_\nu M_D \simeq \simeq -M^T_D U^*_\nu\hat{m}^{-1}U^\dagger_\nu M_D. \quad (12)$$

Отсюда можно получить условие ортогональности

$$I = A^T A = [-i\sqrt{\hat{m}^{-1}}U^\dagger_\nu M_D U^*_N\sqrt{\hat{M}^{-1}}]^T \times [-i\sqrt{\hat{m}^{-1}}U^\dagger_\nu M_D U^*_N\sqrt{\hat{M}^{-1}}], \quad (13)$$

в котором A обозначает произвольную ортогональную матрицу ($A \in O(3)$), которую можно представить как $A = P\Omega$, где $P = \mathrm{diag}(\pm1, \pm1, \pm1)$ — матрица отражений, $\Omega \in SO(3)$ — матрица поворота. Для параметризации матрицы Ω для 3 поколений HNL можно использовать 3 угла Эйлера, вообще говоря, комплексных. Для компонент матрицы смешивания Θ далее выписана форма (17), откуда видно, что смешивание для HNL I-го поколения определяется I-ым столбцом матрицы Ω. Поскольку любая матрица трехмерных вращений может быть представлена в виде произведения трех матриц последовательных вращений, выберем такую параметризацию, которая имеет наиболее простой вид для 1-го столбца, так как далее мы считаем HNL первого поколения (I=1) кандидатом на роль темной материи

$$\Omega = \mathbf{X}_1\mathbf{Z}_2\mathbf{X}_3 = \begin{pmatrix} c_2 & -c_3s_2 & s_2c_3 \\ c_1s_2 & c_1c_2c_3 - s_1s_3 & -c_3s_1 - c_1c_2s_3 \\ s_1s_2 & c_1s_3 + c_2c_3s_1 & c_1c_3 - c_2s_1s_3 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Здесь $\mathbf{X}_1$ — матрица вращения вокруг оси X на угол ω_1, аналогичным образом определяются и оставшиеся две матрицы вращения $\mathbf{Z}_2$ и $\mathbf{X}_3$, $c_j = \cos\omega_j$ и $s_j = \sin\omega_j$, а углы Эйлера, вообще говоря, комплексные $\omega_j = \alpha_j + i\beta_j$, $j = 1, 2, 3$. В дальнейшем будем считать, что $0 \leq \mathrm{Re}\,\omega < \pi$, а вся неопределенность знаков в матрице A связана с выбором матрицы отражений P. Тогда дираковская массовая матрица имеет вид

$$M_D = iU_\nu\sqrt{\hat{m}}P\Omega\sqrt{\hat{M}}U^\dagger_N. \quad (15)$$

При этом наблюдаемые величины, а именно, время жизни и доля энергии, рассмотренные далее в разд. 3, содержат компоненты матрицы $\Theta = \theta U_N^*$ и не зависят от выбора U_N, так как

$$\Theta = M_D M_M^{-1} U_N^* \simeq M_D M_N^{-1} U_N^* = \\ = iU_\nu \sqrt{\hat{m}}\Omega\sqrt{\hat{M}} U_N^\dagger \cdot U_N \hat{M}^{-1} U_N^T \cdot U_N^* = \\ = iU_\nu\sqrt{\hat{m}}\Omega\sqrt{\hat{M}^{-1}}. \quad (16)$$

Компоненты матрицы смешивания Θ имеют вид

$$\Theta_{\alpha I} = i\frac{\sum_k \sqrt{m_k}\,(U_\nu)_{\alpha k}\Omega_{kI}}{\sqrt{M_I}}, \quad (17)$$

где $\alpha = e, \mu, \tau$, $I = 1, 2, 3$ — номер поколения HNL.

Предполагая, что все углы матрицы Ω вещественны, из (17) получаем оценку сверху для физических наблюдаемых. Если все компоненты U_{PMNS} и Ω-матриц ограничены сверху, а именно $|U_{\alpha k}| \le 1$, $|\Omega_{kI}| \le 1$, тогда с учетом

$$\sqrt{m_i} < \sqrt{\sum_{k=1}^{3} m_k}$$

получаем

$$\sum_\alpha |\Theta_{\alpha I}|^2\Big|_{\Omega\text{-real}} < \sum_\alpha\left(\frac{\sum_k\sqrt{\Sigma_i m_i}}{\sqrt{M_I}}\right)^2 = \\ = 27\frac{\sum_i m_i}{M_I} < 27\cdot 10^{-3}\ \left(\frac{\Sigma m}{1\ \text{эВ}}\right)\left(\frac{M_I}{1\ \text{кэВ}}\right)^{-1}, \quad (18)$$

Отметим, что элементы матрицы Ω_{kI} вместе с матрицей PMNS представляются «весами» вкладов от масс каждого из трех активных нейтрино в компоненты матрицы смешивания стерильных нейтрино, см. (17). Для стандартной параметризации матрицы PMNS будем использовать следующий набор, соответствующий средним значениям параметров матрицы смешивания [2] (η_1, η_2 — майорановские фазы):

Параметры	Значение
ϑ_{13}	48°
ϑ_{23}	8°
ϑ_{12}	34°
δ_{CP}	238°
η_1	0
η_2	0

В ряде случаев можно установить взаимосвязь между параметризующей матрицей Ω и упорядочением HNL-мультиплета. $N_I' = VN_I$. Тождественное преобразование выражения (15) дает

$$M_D = iU_\nu\sqrt{\hat{m}}\Omega\underbrace{U_N^\dagger U_N}_{=I}\sqrt{\hat{M}}U_N^\dagger = \\ = iU_\nu\sqrt{\hat{m}}\widetilde{\Omega}\widetilde{\sqrt{M}}, \quad (19)$$

где введены обозначения

$$\widetilde{\sqrt{M}} = U_N\sqrt{\hat{M}}U_N^\dagger, \quad \widetilde{\Omega} = \Omega U_N^\dagger.$$

В тех случаях, когда $\widetilde{\sqrt{M}}$ тоже является диагональной и не тождественной $\sqrt{\hat{M}}$, видно, что одной и той же матрице M_D соответствует различный набор упорядочений масс HNL и Ω матриц.

Обсуждение неоднозначности выбора матрицы Ω в случае суперсимметричных моделей можно найти в [16]. В СМ с безмассовым нейтрино матрица Юкавы в секторе заряженных лептонов и матрица калибровочных взаимодействий бозонов с фермионами диагональны, поэтому лептонный аромат сохраняется. Ненулевые массы нейтрино и смешивание нейтрино приводят к нарушению лептонного аромата (LFV) по аналогии со смешиванием СКМ для кварков. Полностью ненаблюдаемый уровень LFV в СМ с расширенным лептонным сектором из-за малых масс нейтрино [18] может быть усилен членами мягкого нарушения суперсимметрии, обеспечивающими новые вклады в процессы LFV, такие как $\mu \to e\gamma$. Суперсимметричный механизм see-saw стабилен по отношению к радиационным поправкам из-за присутствия правых нейтрино, которые подавляют большие поправки HNL к массе бозона Хиггса, однако остается большая степень свободы для определения матриц Юкавы в секторах нейтрино и заряженных лептонов, которые позволили бы однозначно вычислить каналы распадов, идущих с нарушением лептонного аромата. Нет никаких оснований предполагать, что матрицы Юкавы для заряженных лептонов и M_D для сектора нейтрино одновременно диагональны. В базисе, где матрица Юкавы заряженных лептонов и калибровочные взаимодействия бозонов являются диагональными, можно использовать (15), зависящее от экспериментально измеряемых параметров для активных нейтрино, трех масс тяжелых нейтральных лептонов и трех параметров, определяющих Ω, вообще говоря, комплексных.

Наиболее простой выбор $\Omega = I$, не вносящий дополнительные параметры, подразумевает, что мы можем работать в базисе, где M_D и M_N одновременно являются диагональными [19]. Можно заметить, глядя на (1) и (15), что такой базис может быть построен путем поворота левых заряженных лептонов матрицей U_{PMNS}, тогда LFV происходит в заряженном секторе. Альтернативный выбор Ω-матрицы, частный случай которого описан выше, использует форму $M_D = X\hat{N}$, где X — унитарная матрица, а $\hat{N}$ — диагональная [16]. В этом случае из (10) следует, что

$$\hat{M}_N = -\hat{N}X^T m_\nu^{-1} X\hat{N}.$$

Это позволяет одновременно диагонализировать секторы активных нейтрино и заряженных лептонов, когда базис N_i правых (стерильных) нейтрино повернут X-матрицей. Массовая матрица M_N стерильных нейтрино в этом случае недиагональна. Такой выбор Ω может описывать сценарии, в которых LFV происходит в секторе HNL. Упомянутые случаи не исчерпывают все возможные варианты выбора Ω.

Для контроля численной стабильности процедуры диагонализации удобно переписать модель в формате LanHEP [20]. Для заданных физических масс пакет LanHEP вычисляет массовые параметры в лагранжиана аналитически, а матрица масс диагонализуется ортогональным преобразованием с помощью численных методов [2)]. Например, для масс HNL $M_1 = 10$ кэВ, $M_2 = 400$ МэВ, $M_3 = 420$ МэВ с большим расщеплением, соответствующим контурам исключения для экспериментов на коллайдерах [21] недиагональные элементы матрицы масс меньше 10^{-6} МэВ, в то же время заданные массы и вычисленные численно совпадают с высокой точностью.

3. ОБЩИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ ДЛЯ ЛЕГКОГО HNL

В дальнейшем предполагаем, что тяжелые нейтральные лептоны $N_{1,2,3}$ упорядочены по массе, а N_1 — самый легкий из них. На масштабе M_1 порядка кэВ основной канал распада HNL–распад в три нейтрино $N_1 \to \nu\nu\nu$, ширина распада, соответствующая эффективной четырехфермионной амплитуде, определяемой (4), может быть записана как

$$\Gamma\Big(N_1 \to \sum_{\alpha,\beta} \nu_\alpha, \nu_\beta, \overline{\nu_\beta}\Big) = \frac{G_F^2 M_1^5}{192\pi^3} \sum_\alpha |\Theta_{\alpha 1}|^2, \quad (20)$$

[2)] С использованием процедуры, содержащейся в CERNlib 202.

где $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$. С учетом того, что HNL — это фермион Майорана, нужно учесть вклад от сопряженной моды распада

$$\Gamma_{N_1\to\nu\nu\nu} = \Gamma\Big(N_1 \to \sum_{\alpha,\beta} \nu_\alpha, \nu_\beta, \overline{\nu_\beta}\Big) + \\ +\Gamma\Big(N_1 \to \sum_{\alpha,\beta} \overline{\nu_\alpha}, \overline{\nu_\beta}, \nu_\beta\Big). \quad (21)$$

Везде далее учитываем оценку 0.4 кэВ снизу на массу HNL, так как распределение HNL как фермионной темной материи в фазовом пространстве галактики ограничено распределением для вырожденного ферми-газа (ограничение Тремэйна – Ганна, [22]).

Очевидно, что стерильное нейтрино — кандидат на роль темной материи — не распадается на космологических временных масштабах порядка возраста Вселенной, что означает $\tau_{N_1} \geq 4 \cdot 10^{17}$ с. Ширина неосновного радиационного однопетлевого распада $N \to \gamma, \nu$, который может быть отличительным сигналом с энергией фотона $E_\gamma = M_1/2$, имеет вид

$$\Gamma\Big(N_1 \to \gamma, \nu\Big) = \frac{9\alpha_{EM} G_F^2 M_1^5}{256\pi^4} \sum_\alpha |\Theta_{\alpha 1}|^2. \quad (22)$$

Хотя

$$\Gamma_{N\to\nu\nu\nu}/\Gamma_{N\to\gamma\nu} \equiv k_{rad} = \frac{8\pi}{27\alpha_{EM}} \approx 128$$

и радиационный распад не вносит существенных поправок к времени жизни, при изменении его в $k_{rad}/(1+k_{rad}) \sim 1$ раз ограничение на время жизни может усиливаться на 8 порядков за счет специфики данных гамма-астрономических наблюдений, см. [23–26]. В данной работе мы будем использовать оценку $\tau_{N_1} > 10^{25}$ с. Введем обозначение

$$(m_D)_{\alpha I} = \Big|\sum_k \sqrt{m_k}\, U_{\alpha k}\Omega_{kI}\Big|^2. \quad (23)$$

Тогда время жизни в секундах приобретает вид

$$\tau_{N_1} = 3 \cdot 10^{22} \left(\frac{M_1}{1\text{ кэВ}}\right)^{-4} \Big(\sum_\alpha \frac{(m_D)_{\alpha 1}}{1\text{ эВ}}\Big)^{-1} \text{ с}, \quad (24)$$

а гамма-астрономическое ограничение для величины (23), просуммированной по флэйворам дает

$$\overline{(m_D)}_{\text{X-ray}} \equiv 3 \cdot 10^{-3} \left(\frac{M_1}{1\text{ кэВ}}\right)^{-4} \text{ эВ}, \quad (25)$$

где взята универсальная оценка $\tau_X = 10^{25}$ с. Эта оценка изображена сплошной синей линией на рис. 1.

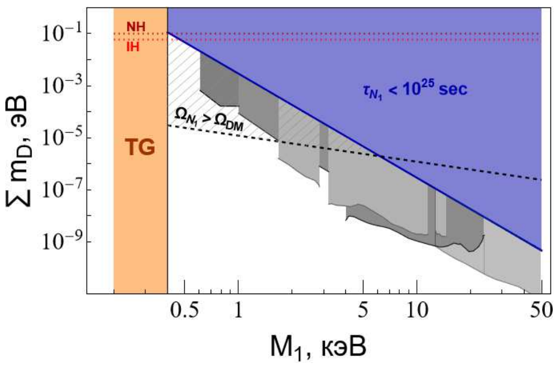

Рис. 1. Ограничения для параметра (23), просуммированного по флэйворам, в зависимости от массы HNL–частицы темной материи. Синяя область показывает универсальное ограничение из гамма астрономических наблюдений $\tau_N > 10^{25}$ с. Серые области показывают уточненные контуры из данных HEAO-1, XMM и Chandra и соответствуют работе [24]. Оранжевая область исключена ограничением Тремэйна–Ганна (TG). Красная и темно-красная горизонтальные пунктирные линии соответствуют значениям $\sum m_i$ из данных по нейтринным осцилляциям в случае прямой (NH) и обратной (IH) иерархии масс активных нейтрино. Пунктирная линия обозначает границу области $\Omega_{N_1} h^2 = 0.12$, в которой плотность темной материи реализуется механизмом Додельсона–Уидроу [27]. Заштрихованная исключенная область соответствует плотности стерильных нейтрино больше наблюдаемого значения для темной материи

Космологическое ограничение в секторе HNL для плотности темной материи во Вселенной появляется в рамках картины, где смешивание активных и стерильных нейтрино Θ достаточно мало, а стерильное нейтрино никогда не находилось в тепловом равновесии. Доминирующий механизм образования стерильных нейтрино (механизм Додельсона-Видроу [27], также [28]) возникает из-за осцилляций активных и стерильных нейтрино. Доля энергии во Вселенной в случае нерезонансного рождения [29,30] задается формулой

$$\Omega_N h^2 \simeq 0.1 \sum_{I=1}^{3} \sum_{\alpha=e,\nu,\tau} \left(\frac{|\Theta_{\alpha I}|^2}{10^{-8}} \right) \left(\frac{M_I}{1 \text{ кэВ}} \right)^2. \quad (26)$$

В частности, компонента плотности частиц N_1 с учетом (23) приобретает вид

$$\Omega_{N_1} h^2 \simeq \left(\frac{\sum_\alpha (m_D)_{\alpha 1}}{10^{-4} \text{ эВ}} \right) \left(\frac{M_1}{1 \text{ кэВ}} \right). \quad (27)$$

Отсюда, в частности, можно получить еще одну оценку сверху на величину (23), просуммированную по флэйворам

$$\overline{(m_D)}_{\text{DM}} = 10^{-5} \left(\frac{M_1}{1 \text{ кэВ}} \right)^{-1} \text{ эВ}. \quad (28)$$

На рис. 1 показана заштрихованная область, где $\Omega_N > \Omega_{DM}$. Объединяя полученные ограничения (25) и (28) получаем

$$\sum_\alpha (m_D)_{\alpha 1} < \overline{m_D} \equiv \min \left(\overline{(m_D)}_{\text{DM}}, \overline{(m_D)}_{\text{X-ray}} \right). \quad (29)$$

4. ОГРАНИЧЕНИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМ СМЕШИВАНИЯ

4.1. Сценарий 1: тонкая настройка

В данном разделе рассматриваются матрицы Ω следующего блочного вида для прямой/обратной иерархии масс активных нейтрино

$$\Omega_{\text{NH}}^{(FT)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \quad 0 \\ 0 & \multirow{2}{*}{$\Omega_{2\times 2}$} \\ 0 & \end{pmatrix}, \quad (30)$$

$$\Omega_{\text{IH}}^{(FT)} = \begin{pmatrix} 0 & \multirow{2}{*}{$\Omega_{2\times 2}$} \\ 0 & \\ 1 & 0 \quad 0 \end{pmatrix}, \quad (31)$$

где $\Omega_{2\times 2}$ — некоторая ортогональная 2×2 матрица. В рассматриваемом сценарии смешивания ограничение накладывается непосредственно на массу самого легкого активного нейтрино m_{light} (m_1 для NH, m_3 для IH), поэтому в данной форме матрицы смешивания присутствует «тонкая настройка», выделяющая ненулевую массу самого легкого активного нейтрино, в отличии от сценариев, рассмотренных далее, где малое конечное численное значение этой массы не так существенно,

$$\sum_\alpha (m_D)_{\alpha 1} = \sum_{\alpha,k} |\sqrt{m_k} U_{\alpha 1} \delta_{k1(k3)}|^2 = m_{1(3)}. \quad (32)$$

Здесь мы использовали свойство унитарности матрицы PMNS, допуская, что $U_\nu \simeq U_{\text{PMNS}}$ с точностью до $\mathcal{O}(\theta^2)$. Данный случай включает в себя оценку, полученную в работе [12], где не используется формализм параметризующей матрицы Ω, но рассматривается модель с фиксированным базисом HNL ($U_N = I$). Детали приводятся в Приложении. Отметим, что малый масштаб массы m_1 (m_3) в случае нормальной (обратной) массовой иерархии не фиксируется данными нейтринных осцилляций.

4.2. Сценарий 2: Ω — вещественная матрица поворота

Будем полагать, что $\Omega \in SO(3, \mathbb{R})$ и параметризуется тремя вещественными углами Эйлера α_j, см. (14). Существенное отличие от сценария 1 возникает при ненулевых элементах Ω_{21} и Ω_{31}, так как в смешивании появляются вклады более массивных активных нейтрино. В этом случае анализируется наибольшее возможное отклонение матрицы от сценария 1, поэтому будем считать самое легкое активное нейтрино безмассовым. В качестве оценки для масс оставшихся активных нейтрино используем данные для разностей квадратов масс из экспериментов по нейтринным осцилляциям [2]:

	NH	IH
m_1	0	$\sqrt{\Delta m_{31}^2} \simeq 0.049$ эВ
m_2	$\sqrt{\lvert\Delta m_{21}^2\rvert} \simeq 0.009$ эВ	$\sqrt{\Delta m_{32}^2} \simeq 0.050$ эВ
m_3	$\sqrt{\Delta m_{31}^2} \simeq 0.049$ эВ	0

При этом

$$\sum_\alpha (m_D)_{\alpha 1}^{\rm NH} = |\Omega_{21}|^2 |U_{\alpha 1}|^2 m_2 + |\Omega_{31}|^2 |U_{\alpha 3}|^2 m_3 + \\ +2\,\mathrm{Re}\{\Omega_{21}^* \Omega_{31} U_{\alpha 2}^* U_{\alpha 3}\} \sqrt{m_2 m_3}, \quad (33)$$

$$\sum_\alpha (m_D)_{\alpha 1}^{\rm IH} = |\Omega_{11}|^2 |U_{\alpha 1}|^2 m_1 + |\Omega_{21}|^2 |U_{\alpha 2}|^2 m_2 + \\ +2\,\mathrm{Re}\{\Omega_{11}^* \Omega_{21} U_{\alpha 1}^* U_{\alpha 2}\} \sqrt{m_1 m_2}, \quad (34)$$

где элементы параметризующей матрицы Ω выбраны согласно параметризации (14)

$$\begin{aligned} &\Omega_{11} = \cos\alpha_2, \\ &\Omega_{21} = \cos\alpha_1 \sin\alpha_2 \\ &\Omega_{31} = \sin\alpha_1 \sin\alpha_2. \end{aligned} \quad (35)$$

Так как ограничение $\overline{m_D}$ не превосходит 10^{-5} эВ, то ненулевые вклады масс активных нейтрино $\sim\ 10^{-2}$ эВ должны быть подавлены малыми значениями соответствующих компонент параметризующей матрицы Ω. Для прямой иерархии масс активных нейтрино подавление реализуется при $\alpha_2 \simeq 0$, а для обратной иерархии при значения обоих углов $\alpha_1 \simeq \alpha_2 \simeq \pi/2$. Значения величины $\sum_\alpha (m_D)_{\alpha 1}$ в зависимости от вещественных параметров α_1, α_2 изображены в виде поверхности на рис. 2.

Контуры для малых отклонений углов $\alpha_{1,2}$ от вышеприведенных значений: для прямой иерархии $\alpha_2 = 0 + \delta_2$, для обратной иерархии $\alpha_1 = \pi/2 + \delta_1$ и $\alpha_2 = \pi/2 + \delta_2$ изображены на рис. 3.

Отметим, что данные ограничения затрагивают только два угла Эйлера и, вообще говоря, справедливы и для случая, когда третий угол ω_3 — комплексный параметр.

4.3. Сценарий 3: Ω — комплексная специальная ортогональная матрица

Для матриц $\Omega \in SO(3, \mathbb{C})$ справедлив вид параметризации (14), где аналогами углов Эйлера являются комплекснозначные параметры $\omega_j = \alpha_j + i\beta_j$. Тогда фактор смешивания в ширине распада N_1 будет функцией пяти вещественных переменных: 4 вещественных параметров для двух комплексных углов Эйлера ω_1 и ω_2 и массы M_1, что затрудняет полный анализ допустимых значений всех параметров.

Для обеспечения малости величины $\sum_\alpha (m_D)_{\alpha 1}$ вклады двух ненулевых (так как $m_{\rm light} = 0$ в рассматриваемом сценарии) масс нейтрино должны умножаться на малые компоненты матрицы Ω, что обеспечивается только факторами $\mathrm{sh}\,\beta_i$, где $i = 1$ или 2. ($\mathrm{ch}\,\beta_i > 1$ по определению). Выделим этот случай благодаря выбору вещественных частей углов Эйлера, а именно $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ для прямой иерархии, $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$ для обратной иерархии. Тогда вид рассматриваемых матриц сводится к

$$\Omega_{\rm NH}^{(III)} = \begin{pmatrix} C_2 & -iS_2 & 0 \\ iC_1 S_2 & C_1 C_2 & -iS_1 \\ -S_1 S_2 & iS_1 C_2 & C_1 \end{pmatrix} \Omega_{\rm NH}^{(FT)}, \quad (36)$$

$$\Omega_{\rm IH}^{(III)} = \begin{pmatrix} -iS_2 & -C_2 & 0 \\ -iS_1 C_2 & -S_1 S_2 & -C_1 \\ C_1 C_2 & -iC_1 S_2 & -iS_1 \end{pmatrix} \Omega_{\rm IH}^{(FT)}, \quad (37)$$

где $C_i = \mathrm{ch}\,\beta_i$, $S_i = \mathrm{sh}\,\beta_i$, $i = 1, 2$. При этом будем считать, что β_1 и β_2 отличны от нуля и положительны. При переходе к вещественному пределу ($\beta_{1,2} \to 0$) сценарий 3 переходит в сценарий 1 «тонкой настройки». Из ограничения (29) получаем контуры в пространстве параметров (β_1, β_2), изображенные на рис. 4.

4.4. Ограничения, полученные в экспериментах

В заключение настоящего раздела упомянем результаты экспериментов по поиску HNL второго и

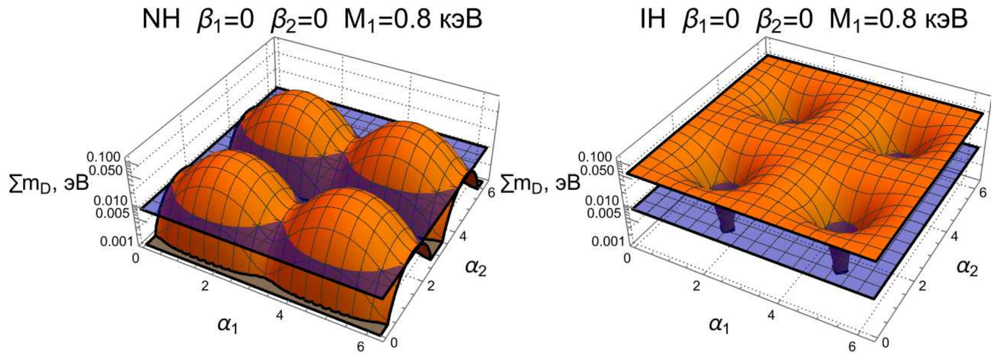

Рис. 2. Поверхности, иллюстрирующие масштаб величины $\sum_\alpha (m_D)_{\alpha 1}$ в зависимости от углов α_1 и α_2, параметризующих вещественную ортогональную матрицу Ω для случаев прямой иерархии масс активных нейтрино (левая панель) и обратной (правая панель). Синяя плоскость — верхняя граница $\overline{(m_D)}_{\rm X-ray}$ (см. (25)), полученная из ограничений на время жизни $\tau_{N_1} > 10^{25}$ с [24] и взятая при массе стерильного нейтрино темной материи $M_1 = 0.8$ кэВ

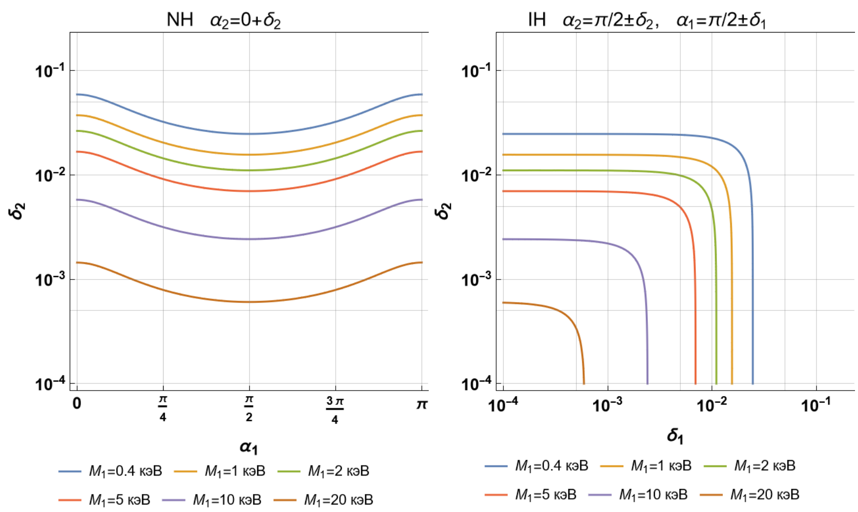

Рис. 3. Контуры исключения для углов Эйлера α_1 и α_2 вещественной ортогональной матрицы Ω (сценарий 2) при различных массах M_1 стерильного нейтрино темной материи для случаев прямой (левая панель) и обратной (правая панель) иерархии масс активных нейтрино, полученные на основе комбинированных ограничений на HNL темной материи

третьего поколения на выведенных пучках и коллайдерах, современные результаты которых содержатся в обзоре [32]. Основные результаты оформлены в виде контуров исключения на плоскости $|U_{lN}|^2$-m_N и имеют вид прямоугольников с разрешенными и запрещенными областями. Наиболее сильные ограничения получены для экспериментов на выведенных пучках с реконструкцией потерянной энергии (TRIUMPH [33], PIENU [34] (π decay), NA62 [35], E949 [36], KEK [37] (K decay)) и экспериментов по поиску смещенных вершин распада (DELPHI [38], PS-191 [39], CHARM [40], NuT эВ [41]) в области масс HNL меньше нескольких ГэВ, когда верхняя допустимая граница для квадрата смешивания достигает величин порядка 10^{-9} при m_N порядка 0.1 ГэВ (эксперименты PIENU и NA62). Ограничения при массах HNL порядка 10–100 ГэВ и более, полученные на коллайдерах LEP2 и LHC, существенно хуже с верхней границей порядка 10^{-2} для квадрата смешивания. Комбинированные ограничения демонстрируют довольно обширные разрешенные области, начиная со значений масс M_N порядка 10 МэВ. В литературе упоминается сильная зависимость ограничений от теоретико-полевой модели, в рамках которой они были получены, вследствие чего для комбинации результатов экспериментов используется так называемый «модельно-независимый подход» (см. [8], соответствующая модель известна как «феноменологическая type I seesaw model»), в рамках которой параметр сме-

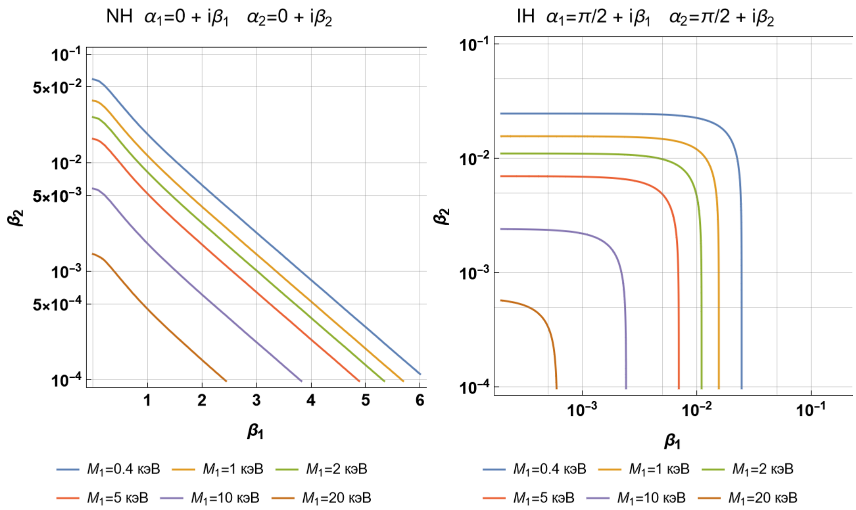

Рис. 4. Контуры исключения для мнимых частей β_1 и β_2 углов Эйлера ω_1 и ω_2 в параметризации (14) комплексной ортогональной матрицы Ω (сценарий 3) при зафиксированных вещественных частях α_1 и α_2 для случаев прямой (левая панель) и обратной (правая панель) иерархии масс активных нейтрино, полученные из комбинированных ограничений на HNL темной материи

шивания и масса HNL независимые переменные, а число поколений HNL n =1 (т. е. все прочие стерильные нейтрино «отщеплены» и не влияют на реконструкции [3)]). Имеются исключения из модельно-независимого анализа для случая двух поколений HNL и выделенного выше сценария 3, рассматриваемого на безальтернативной основе [42]. Результаты экспериментальных коллабораций, взятые в совокупности, сложно сопоставить однозначному выбору какого-либо массового базиса в лептонном секторе, что затрудняет их количественную интерпретацию в рамках теоретико-полевой схемы с тремя поколениями стерильных нейтрино. Сильное ограничение

$$\left|\sum_i U_{eN_i}^2/M(N_i)\right| \le 1.8\cdot 10^{-8}\,\text{ГэВ}^{-1},$$

полученное из экспериментов по двойному безнейтринному бета-распаду [44], неоднозначно по отношению к выбору фаз матрицы PMNS [45]. Ограничения для теоретико-полевой модели с шестью майорановскими нейтрино были рассмотрены авторами в работе [46].

Таким образом, полученные на ускорителях ограничения относятся в основном к $\Omega_{2\times2}$ (см. (30)) и требуют «перевода» с языка «модельно-независимого подхода» на язык определенного сценария смешивания трех поколений.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный анализ трех сценариев смешивания в лептонном секторе СМ, расширенном тремя поколениями стерильных майорановских нейтрино, показывает допустимые области значений параметров смешивания, непротиворечивым образом реализующих механизм seesaw типа I в соответствии с имеющимися экспериментальными данными по осцилляциям активных нейтрино. Существует определенная свобода выбора параметров смешивания, вообще говоря, комплексных, которые заключены в ортогональной матрице Ω, возникающей при диагонализации массового члена лагранжиана, выбор вида которой фиксирует в рамках того или иного сценария неоднозначную связь между дираковской матрицей, матрицей смешивания PMNS, массовой матрицей сектора HNL и величинами масс активных и стерильных нейтрино.

Если самый легкий HNL N_1 является темной материей, то экспериментальные следствия осцилляций для разности квадратов масс активных нейтрино Δm_{ij}^2 накладывают сильные ограничения на свободные параметры смешивания. Определенный выбор параметризующей матрицы Ω, который в данной работе назван «тонкой настрой-

[3)] Давно известно, см., например, [43], что для одного поколения стерильных нейтрино $U = \sqrt{m_\nu M_N}/(m_\nu + M_N)$, вследствие чего отображение m_ν, M_N на плоскость масса HNL-$|\mathrm{U}|^2$ при малых m_ν является треугольником.

кой» (сценарий 1) позволяет «отвязать» ограничения, связанные с экспериментально полученными масштабами Δm_{ij}^2 от смешивания стерильного нейтрино темной материи. В таком сценарии малость фактора смешивания зависит только от малости массы наиболее легкого активного нейтрино m_{light} и массы HNL темной материи. Имеющиеся космологические и гамма-астрономические ограничения дают в рамках такого сценария верхнюю границу для массы вида

$$\left(\frac{m_{\text{light}}}{10^{-3}\,\text{эВ}}\right) < \\ < \min\left\{10^{-2}\left(\frac{M_1}{1\,\text{кэВ}}\right)^{-1}; \left(\frac{M_1}{1\,\text{кэВ}}\right)^{-4}\right\}. \quad (38)$$

В качестве альтернативных сценариев 2 и 3 рассмотрены отклонения матрицы Ω от вида «тонкой настройки» $\Omega^{(FT)}$. Удобно анализировать отклонения, используя факторизованную форму

$$\Omega = \Omega_\delta\, \Omega_{\text{NH}}^{(FT)}, \quad (39)$$

где Ω_δ — матрица малых поворотов, меняющая смешивание для стерильного нейтрино темной материи (т. е. углы ω_1 и ω_2 в параметризации (14)). Сценарию 1 соответствуют матрицы $\Omega_{\delta\ NH} = I$ для нормальной иерархии и

$$\Omega_{\delta\ IH} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (40)$$

для обратной иерархии. Если реализуется сценарий 2, то матрица Ω_δ имеет следующий вид:

$$\Omega_{\delta\ \text{NH}} \simeq \begin{pmatrix} \lesssim 1 & -\delta & 0 \\ \delta\cos\alpha_1 & \sim\cos\alpha_1 & -\sin\alpha_1 \\ \delta\sin\alpha_1 & \sim\sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 \end{pmatrix}, \quad (41)$$

$$\Omega_{\delta\ \text{IH}} \simeq \begin{pmatrix} -\delta & \gtrsim -1 & 0 \\ -\delta & \delta^2 & \gtrsim -1 \\ \lesssim 1 & -\delta & -\delta \end{pmatrix}, \quad (42)$$

где $\delta < 0.1$ и сильно зависит от массы стерильного нейтрино темной материи (см. рис. 3), где $\delta \equiv \delta_2$ для NH, а для IH можно взять $\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2}$. Если реализуется сценарий 3, то матрица $\Omega_{\delta\ \text{IH}}$ для обратной иерархии имеет вид (42), где нужно заменить $\delta \to i\delta$. В случае нормальной иерархии эта матрица имеет вид

$$\Omega_{\delta\ \text{NH}} \simeq \begin{pmatrix} \text{ch}(\beta_1) & -i\,\text{sh}(\beta_1) & 0 \\ i\,\text{sh}(\beta_1) & \text{ch}(\beta_1) & -i\delta \\ -\delta\,\text{sh}(\beta_1) & i\delta\,\text{ch}(\beta_1) & \gtrsim 1 \end{pmatrix}, \quad (43)$$

см. контуры на рис. 4.

Рассмотренный анализ основан на разложении матрицы $\mathcal{W}$, см. (2), диагонализующей массовый член лагранжиана, до членов второго порядка по матрице смешивания θ для активных нейтрино и HNL. Естественный вопрос о вкладах членов высшего порядка по θ рассмотрен в работе [47], где показано, что полученные результаты устойчивы к «неминимальному приближению» в рамках механизма see-saw трех поколений. Устойчивость рассматриваемого случая по отношению к радиационным поправкам, по всей видимости, достаточно высока для модели νMSM со слабым расщеплением масс на масштабе кэВ, когда ренормгрупповые поправки не критичны по сравнению с моделями, обладающими выраженной иерархией масс тяжелых нейтральных лептонов. В этой связи в литературе подробно рассматривался суперсимметричный see-saw механизм, обеспечивающий стабильность по отношению к радиационным поправкам для выраженной иерархии масс, но приводящий к большим парциальным вероятностям для распадов с нарушением лептонного числа (LFV), таким как $\mu \to e\gamma$ [16, 19, 48–52]. Наблюдение LFV или его отсутствие приводит к трем сценариям смешивания в расширениях лептонного сектора: (1) существует базис состояний лептонов, где матрица Юкавы активных нейтрино M_D и матрица майорановских нейтрино M_N одновременно диагональны, матрица сектора заряженных лептонов недиагональна, он и отвечает за процессы LFV, (2) одновременно диагональны матрица Юкавы заряженных лептонов и активных нейтрино, LFV происходит за счет сектора стерильных нейтрино (3) активные нейтрино не имеют выраженной иерархии масс, подавление процесса $\mu \to e\gamma$ и аналогичных ему достигается за счет механизма, аналогичного механизму Глэшоу – Илиопулоса – Майани (GIM). Случай (1) соответствует Ω =1 и может приводить к существенным сигналам $\mu \to e\gamma$, сравнимым с имеющимися экспериментальными ограничениями.

Благодарности. М.Д. выражает благодарность М. Шапошникову за полезное обсуждение. Работа М.Д. выполнена за счет гранта Российского научного фонда, грант № 22-12-00152.

ПРИЛОЖЕНИЕ

В этом приложении мы воспроизводим в деталях ограничение на число HNL темной материи и ограничение на массу самого легкого нейтрино согласно работе [12]. Здесь используется предположение $M_N = \hat{M}$ ($U_N = I$), но явный вид матрицы Ω не конкретизируется. Можно записать диагональную see-saw матрицу в виде следующей суммы

$$\hat{m} = S_1 + S_2 + S_3, \tag{44}$$

где S_I параметризуются как

$$(S_I)_{ij} = X_{Ii}X_{Ij} = \begin{pmatrix} X_{11}^2 & X_{11}X_{12} & X_{11}X_{13} \\ X_{12}X_{11} & X_{12}^2 & X_{12}X_{13} \\ X_{13}X_{11} & X_{13}X_{12} & X_{13}^2 \end{pmatrix},$$

$$X_{Ii} = \frac{(M_D U)_{Ii}}{\sqrt{M_I}}. \tag{45}$$

Непосредственно из построения видно, что $\det S_I = 0$. Тогда в терминах X-матрицы условие (26) запишется как

$$\sum_{I,\alpha} \frac{M_I}{M_1} |X_{I\alpha}|^2 = \frac{m_0^2}{M_1} \equiv m_\nu^{dm}, \tag{46}$$

где $m_0 \sim 0.1$ эВ. Тогда, если M_1 порядка кэВ, то параметр темной материи $m_\nu^{dm} = \mathcal{O}(10^{-5}$ эВ). Эта граница не зависит от явного вида смешивания, но зависит от масштаба массы M_1. В случае $\mathcal{N} = 3$ тяжелых нейтральных лептона, взятие следа от (44) приводит к следующему выражению:

$$m_1 + m_2 + m_3 = \sum_{I=1}^{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{3} \mathrm{Re}[X_{Ii}X_{Ii}] \leq$$
$$\leq \sum_{I=1}^{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{3} |X_{Ii}|^2 \leq \sum_{I=1}^{\mathcal{N}} \sum_{i=1}^{3} \frac{M_I}{M_1} |X_{I\alpha}|^2 = m_\nu^{dm},$$

где мы учли, что $M_1 < M_2, M_3$, и очевидно, что для любого комплексного x

$$\mathrm{Re}[x^2] \leq |x|^2.$$

Отсюда следует, что в случае $\mathcal{N} = 3$ HNL

$$m_1 + m_2 + m_3 \leq m_\nu^{dm} = \mathcal{O}(10^{-5} \text{ эВ}), \tag{47}$$

что очевидно исключается данными о разности квадратов масс нейтрино из осцилляций. В случае когда только N_1 и N_2 являются частицами темной материи, имеем

$$m_1 + m_2 + m_3 \leq m_\nu^{dm} + \sum_{i=1}^{3} \mathrm{Re}[X_{3i}]. \tag{48}$$

Отсюда можно показать, что

$$\sum_{i=1}^{3} \mathrm{Re}[X_{3i}] > m_3.$$

Используя

$$\det(S_1 + S_2) = \det(\hat{m} - S_3) = 0,$$

мы можем записать покомпонентно:

$$\det \begin{pmatrix} m_1 - X_{31}^2 & -X_{31}X_{32} & -X_{31}X_{33} \\ -X_{31}X_{32} & m_2 - X_{32}^2 & -X_{32}X_{33} \\ -X_{31}X_{33} & -X_{32}X_{33} & m_3 - X_{33}^2 \end{pmatrix} =$$
$$= m_1m_2m_3 - m_1m_2X_{33}^2 - m_1m_3X_{32}^2 - m_2m_3X_{31}^2 = 0.$$

Взяв действительную часть от правой и левой части, получаем

$$1 = \frac{\mathrm{Re}[X_{33}^2]}{m_3} + \frac{\mathrm{Re}[X_{32}^2]}{m_2} + \frac{\mathrm{Re}[X_{31}^2]}{m_1} > \frac{\sum X_{3i}^2}{m_3} > 1.$$

Таким образом случай двух HNL темной материи также не удовлетворяет (26). Остается только случай, когда один HNL N_1 из трех является частицей темной материи. Из $\det(\hat{m} - S_1) = 0$ следует что

$$m_1 = X_{11}^2 + \frac{m_1}{m_2} X_{12}^2 + \frac{m_1}{m_3} X_{13}^2 < \sum_i X_{1i}^2,$$

$$m_1 < \sum_i \mathrm{Re}(X_{1i}^2) < \sum_i |X_{1i}|^2 <$$
$$< \sum_i \frac{M_I}{M_1} |X_{1i}|^2 = m_\nu^{dm},$$

и, окончательно, мы получаем

$$m_1 < m_\nu^{dm} = \mathcal{O}(10^{-5} \text{ эВ}). \tag{49}$$

.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Bellini, L. Ludhova, G. Ranucci, and F. Villante, *Neutrino Oscillations*, Adv. High Energy Phys. **2014**, 191960 (2014), arXiv:1310.7858.

2. P.A. Zyla et al., Particle Data Group, Prog. Theor. Exp. Phys., 083C01, 2020.

3. R. N. Mohapatra and G. Senjanovic, *Neutrino Mass and Spontaneous Parity Violation*, Phys. Rev. Lett. **44**, 912 (1980).

4. J. Schechter and J. W. F. Valle, *Neutrino Masses in SU(2) × U(1) Theories*, Phys. Rev. D **22**, 2227 (1980).

5. Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata, *Remarks on the Unified Model of Elementary Particles*, Prog. Theor. Phys. **28** , 870 (1962).

6. T. Yanagida, *Horizontal Symmetry and Masses of Neutrinos*, Prog. Theor. Phys. **64**, 1103 (1980).

7. R. Mohapatra, *Mechanism for Understanding Small Neutrino Mass in Superstring Theories*, Phys. Rev. Lett. **56**, 561 (1986).

8. S. Alekhin et al., *A facility to Search for Hidden Particles at the CERN SPS: the SHiP Physics Case*, Rep. Prog. Phys. **79**, 124201 (2016), arXiv: 1504.04855 [hep-ph].

9. R. Adhikari et al., *White Paper on KэB Sterile Neutrino Dark Matter*, JCAP **01**, 025 (2017), arXiv:1602.04816 [hep-ph].

10. A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, and M. Shaposhnikov, *The Role of Sterile Neutrinos in Cosmology and Astrophysics*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **59**, 191 (2009), arXiv:0901.0011.

11. A. Merle, *KeV Neutrino Model Building*, Int. J. Mod. Phys. D **22**, 1330020 (2013), arXiv:1302.2625.

12. T. Asaka, S. Blanchet, and M. Shaposhnikov, *The nuMSM, Dark Matter and Neutrino Masses*, Phys. Lett. B **631**, 151 (2005), hep-ph/0503065.

13. M. Shaposhnikov, *A Possible Symmetry of the nuMSM*, Nucl. Phys. B **763**, 49 (2007), hep-ph/0605047.

14. U. Seljak et al., *Cosmological Parameter Analysis Including SDSS Ly-alpha Forest and Galaxy Bias: Constraints on the Primordial Spectrum of Fluctuations, Neutrino Mass, and Dark Energy 2004*, Phys. Rev. D **71**, 103515 (2005), astro-ph/0407372.

15. A. Ibarra, E. Molinaro, and S. Petcov, *TeV Scale See-Saw Mechanisms of Neutrino Mass Generation, the Majorana Nature of the Heavy Singlet Neutrinos and* $\beta\beta)_{0\nu}$ *Decay*, J. High Energ. Phys. **09**, 108 (2010), arXiv:1007.2378 [hep-ph].

16. J. Casas and A. Ibarra, *Oscillating Neutrinos and* $\mu \to e, \gamma$, Nucl.Phys. B **618**, 171 (2001), arXiv: hep-ph/0103065.

17. C. Hagedorn and E. Molinaro, *Flavor and CP ymmetries for Leptogenesis and 0* $\nu\beta\beta$ *Decay*, Nucl. Phys. B **919**, 404 (2017), arXiv:1602.04206 [hep-ph].

18. S. Bilenky, S. Petcov, and B. Pontecorvo, *Lepton Mixing,* $\mu \to e\gamma$ *Decay and Neutrino Oscillations*, Phys. Lett. B **67**, 309 (1977).

19. J. Hisano and D. Nomura, *Solar and Atmospheric Neutrino Oscillations and Lepton Flavor Violation in Supersymmetric Models with the Right-Handed Neutrinos*, Phys. Rev. D **53**, 116005 (1999), arXiv: hep-ph/9810479.

20. A. Semenov, *LanHEP — A Package for Automatic Generation of Feynman Rules from the Lagrangian. Version 3.2*, Comput. Phys. Commun.**201**, 167 (2016), arXiv: 1412.5016 [physics.comp-ph].

21. K. Bondarenko, A. Boyarsky D. Gorbunov, and O. Ruchayskiy, *Phenomenology of GeV-scale Heavy Neutral Leptons*, J. High Energy Phys. **11**, 032 (2018), arXiv:1805.08567 [hep-ph].

22. S. Tremaine and J. E. Gunn, *Dynamical Rof Light Neutral Leptons in Cosmology*, Phys. Rev. Lett. **42**, 407 (1979).

23. Т. М. Алиев, М. И. Высоцкий, *О возможности регистрации фотонов от распада реликтовых нейтрино во Вселенной*, УФН **135**, 709 (1981), https://ufn.ru/ru/articles/1981/12/f/.

24. A. Boyarsky and O. Ruchayskiy, *Bounds on Light Dark Matter*, arXiv:0811.2385 [astro-ph].

25. A. Boyarsky, A. Neronov, O. Ruchayskiy, and M. Shaposhnikov, *Constraints on Sterile Neutrino as a Dark Matter Candidate from the Diffuse X-Ray Background*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **370**, 213 (2006), arXiv:astro-ph/0512509 [astro-ph].

26. A. Boyarsky, A. Neronov, O. Ruchayskiy, M. Shaposhnikov, and I. Tkachev, *Where to Find a Dark Matter Sterile Neutrino?*, Phys. Rev. Lett. **97**, 261302 (2006), arXiv:astro-ph/0603660 [astro-ph].

27. S. Dodelson and L. M. Widrow, *Sterile-Neutrinos as Nark Matter*, Phys. Rev. Lett. **72**, 17 (1994).

28. A. Dolgov and S. Hansen, *Massive Sterile Neutrinos as Warm Dark Matter*, Astropart. Phys. **16**, 339 (2002), arXiv: hep-ph/0009083.

29. K. Abazajian, G. M. Fuller, and M. Patel, *Sterile Neutrino Hot, Warm, and Cold Dark Matter*, Phys. Rev. D **64**, 023501 (2001), arXiv: astro-ph/0101524.

30. M. Viel, J. Lesgourgues, M. Haehnelt, S. Matarrese, and A. Riotto, Phys. Rev. D **71**, 063534 (2005), arXiv:astro-ph/0106108.

31. A. Boyarsky, O. Ruchayskiy, and D. Iakubovskyi, *A Lower Bound on the Mass of Dark Matter Particles*, JCAP **03**, 005 (2009).

32. A. Abdullahi et al., *The Present and Future Status of Heavy Neutral Leptons*, Proc. of Snowmass 2021, arXiv:2203.08039 [hep-ph].

33. D. Britton et al., *Improved Search for Massive Neutrinos in pi+ → e+ Neutrino Decay*, Phys. Rev. D **46**, 885 (1992).

34. A. Aguilar-Arevalo et al., *Improved Search for Heavy Neutrinos in the Decay* $\pi \to e\nu$, Phys. Rev. D **97**, 072012 (2018), arXiv:1712.03275[hep-ph].

35. E. Cortina Gil et al., *Search for Heavy Neutral Lepton Production in K+ Decays to Positrons*, Phys. Lett. B **807**, 135599 (2020), arXiv:2005.09575[hep-ph].

36. A. Artamonov et al., *Search for Heavy Neutrinos in* $K \to \mu\nu$ *Decays*, Phys. Rev. D **91**, 052001 (2015), arXiv:1411.3963[hep-ph], erratum: Phys. Rev. D **91**, 059903 (2015).

37. T. Yamazaki et al., *Search for Heavy Neutrinos in Kaon Decay*, Conf. Proc. C **840719**, 262 (1984).

38. P. Abreu et al., *Search for Neutral Heavy Leptons Produced in Z Decays*, Z. Phys. C **74**, 57 (1997), erratum: Z. Phys. C **75**, 580 (1997).

39. G. Bernardi et al., *Search for Neutrino Decay*, Phys. Lett. B **166**, 479 (1986); G. Bernardi et al., *Further Limits on Heavy Neutrino Couplings*, Phys. Lett. B **203**, 332 (1988).

40. F. Bergsma et al., *A Search for Decays of Heavy Neutrinos in the Mass Range 0.5 GeV to 2.8 GeV*, Phys. Lett. B **166**, 473 (1986).

41. A. Vaitaitis et al., *Search for Neutral Heavy Leptons in a Yigh-Energy Neutrino Beam*, Phys. Rev. Lett. **83**, 4943 (1999), arXiv:hep-ex/9908011.

42. T. Asaka, S. Eijima, and K. Takeda, *Lepton Universality in the* ν*MSM*, Phys. Lett.B **742**, 303 (2015), arXiv:1410.0432 [hep-ph].

43. M. Gronau, C. Leung, and J. Rosner, *Extending Limits on Neutral Heavy Leptons*, Phys. Rev. D **29**, 2539 (1984).

44. W. Rodejohann, *Neutrino-less Double Beta Decay and Particle Physics*, Int. J. Mod. Phys. E **20**, 1833 (2011), arXiv:1106.1334.

45. T. Asaka and T. Tsuyuki, *Seesaw Mechanism at Electron-Electron Colliders*, Phys. Rev. D **92**, 094012 (2015), arXiv:1508.04937 [hep-ph].

46. M.N. Dubinin and D.M. Kazarkin, arXiv:2212.11310 [hep-ph].

47. M.N. Dubinin and E.Yu. Fedotova, Symmetry **15**, 679 (2023), arXiv:2303.06680 [hep-ph].

48. J. Ellis, M. E. Gomez, G. K. Leontaris, S. Lola, and D. V. Nanopoulos, *Charged Lepton Fviolation in the Light of the Super-Kamiokande Data*, Eur. Phys. J. C **14**, 319 (2000), arXiv:hep-ph/9911459.

49. J. L. Feng, Y. Nir, and Y. Shadmi, *Neutrino Parameters, Abelian Flavor Symmetries, and Charged Lepton Flavor Violation*, Phys. Rev. D **61**, 113005 (2000), arXiv:hep-ph/9911370.

50. W. Buchmuller, D. Delepine, and L. T. Handoko, *Neutrino Mixing and Flavor Changing Processes*, Nucl. Phys. B **576**, 445 (2000), arXiv:hep-ph/9912317 .

51. S. F. King and M. Oliveira, *Lepton Flavor Violation in String Inspired Models*, Phys. Rev. D **60**, 035003 (1999), arXiv:hep-ph/9804283.

52. R. Barbieri, L. Hal,l and A. Strumia, *Violations of Lepton Flavor and CP in Supersymmetric Unified Theories*, Nucl. Phys. B **445**, 219 (1995), arXiv:hep-ph/9501334.