

# ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ И КРИТИЧЕСКИЕ ЯВЛЕНИЯ В ДВУМЕРНОЙ ПРИМЕСНОЙ МОДЕЛИ ПОТТСА НА КВАДРАТНОЙ РЕШЕТКЕ

А. К. Муртазаев<sup>а</sup>, А. Б. Бабаев<sup>а,б\*</sup>, Г. Я. Атаева<sup>а</sup>, М. А. Магомедов<sup>а,б</sup>

<sup>а</sup> Институт физики им. Х. И. Амирханова Дагестанского федерального исследовательского центра РАН, 367003, Махачкала, Россия

<sup>б</sup> Дагестанский федеральный исследовательский центр РАН, 367000, Махачкала, Россия

Поступила в редакцию 15 марта 2022 г., апреля 2022 г.\*

Принята к публикации 06 мая 2022 г.

Методом компьютерного моделирования проведено исследование фазовых переходов и критического поведения в двумерной разбавленной модели Поттса с числом состояний спина  $q = 4$  на квадратной решетке. Рассмотрены системы с линейными размерами  $L \times L = N$ ,  $L = 10 \div 160$  при концентрации спинов  $p = 1.00, 0.95, 0.80$ . Показано, что внесение немагнитных примесей оказывает стабилизирующую роль при реализации фазового перехода второго рода в исследуемой модели Поттса. На основе теории конечно-размерного скейлинга рассчитаны статические критические индексы теплоемкости  $\alpha$ , восприимчивости  $\gamma$ , намагниченности  $\beta$  и индекса радиуса корреляции  $\nu$  в рассмотренном интервале концентраций  $p$ .

DOI: 10.31857/S0044451022090139

EDN: ELKZUY

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие компьютерных технологий и вычислительных методов исследования, привело к их превалированию над теоретическими и экспериментальными методами при изучении неупорядоченных магнитных систем. Обусловлено это тем, что в реальных системах всегда присутствуют усложняющие факторы, затрудняющие использование теоретических и экспериментальных методик [1–5]. Вмороженный беспорядок, содержащийся в реальных системах приводит к определенным трудностям при изучении их термодинамических и критических свойств на основе экспериментальных методов исследования. Имеющиеся на сегодняшний день экспериментальные результаты не позволяют сформировать цельной и непротиворечивой картины критического поведения примесных систем. Дело не только в том, что результаты экспериментальных исследований сильно зависят от метода и конкретного образца, но и от способа приготовления образ-

ца. Кроме того, практически нет экспериментальных исследований, выполненных на основе единого методического подхода на сериях однотипных образцов при строго контролируемом содержании количества примесей. Практически во всех экспериментальных исследованиях серьезной и до сих пор не решенной проблемой остается проблема достижение асимптотического критического режима [2, 4]. На этом фоне обнадеживающими представляются результаты и возможности исследования примесных систем методами Монте-Карло (МК).

К настоящему времени известно, что дефекты структуры, реализованные в виде немагнитных примесей, оказывают влияние на тепловые и магнитные характеристики спиновых систем для которых выполняется так называемый критерий Харриса [6]. Справедливость этого критерия достаточно хорошо проверена для трехмерных спиновых систем, описываемых моделью Изинга [7, 8]. В тоже время в случае двумерной модели Изинга критерий Харриса не применим в силу того, что  $\alpha = 0$ . Детальное рассмотрение этого случая [9] позволило прийти к выводу, что влияние примеси затрагивает только поведение теплоемкости, в то время как остальные термодинамические и корреляционные функции не изменяют своего критического поведения.

\* E-mail: b\_albert78@mail.ru

Примеси также могут влиять на род фазового перехода (ФП), в случае спиновых систем, испытывающих в однородном состоянии ФП первого рода [10]. На стабилизирующую роль немагнитных примесей при реализации ФП второго рода с применением теоретических методов было указано и в недавней работе [11]. Для изучения этого случая хорошо подходит модель Поттса. С одной стороны, это связано с тем, что в модели Поттса наблюдается ФП первого рода при  $q > 4$ , и ФП второго рода при  $q \leq 4$ . С другой стороны модель Поттса является теоретическим инструментом, применяемым для изучения широкого класса явлений в физике конденсированных сред [12]. Очевидно, что решеточная структура данной модели изоморфна многим таким системам как: слоистый магнетик, аэрогели, пленки жидкого гелия, сверхпроводящие пленки и т.д. [13]. Кроме того, следует отметить, что фазовые переходы в сверхструктурах с адсорбированными водородными слоями  $(2 \times 2) - 2\text{H}/\text{Ni}$  (111) на поверхности никеля Ni (111) описываются классом универсальности чистой модели Поттса с  $q = 4$  [14].

Таким образом на моделях Поттса можно проверить особенности влияния примесей на ФП и определить их роль при реализации конкретного рода фазового перехода. В соответствии с критерием Харриса [6] в случае двумерных моделей Поттса с  $q = 3$  или  $q = 4$  примеси должны повлиять и на их критическое поведение, так как для этих моделей  $\alpha = 1/3$  и  $\alpha = 2/3$  соответственно. В работе [15] для четырехкомпонентной ( $q = 4$ ) стандартной, а в [16] для вершинной модели Поттса при концентрации примесей  $c = 0.1$  ( $c = 1 - p$ ) было показано, что критическое поведение этой модели подвергается незначительному влиянию слабого беспорядка, реализованного в виде немагнитных примесей. В тоже время для модели Поттса с  $q = 4$  в литературе практически не имеются сведения о том, как влияет замороженный беспорядок на фазовые переходы, и его критическое поведение, универсальны ли новые критические индексы. Не определены значения критических температур и не выявлены особенности влияния беспорядка на термодинамические параметры такие как намагниченность  $m$ , восприимчивость  $\chi$ , энергия  $E$ , теплоемкость  $C$  и кумулянты Биндера  $U_L$  и  $V_L$ .

В связи с этим основной целью настоящей работы является изучение влияния немагнитных примесей на фазовые переходы и критическое поведение в стандартной двумерной четырехкомпонентной модели Поттса на квадратной решетке.

## 2. ДВУМЕРНАЯ ПРИМЕСНАЯ МОДЕЛЬ ПОТТСА С $Q = 4$

Приведем здесь формулировку двумерной стандартной примесной модели Поттса с числом состояний спина  $q = 4$  используемую для описания широкого ряда объектов и явлений в физике конденсированных сред. В рассматриваемой нами модели примеси распределены каноническим способом [4]. При построении такой модели необходимо иметь в виду следующие особенности:

1. В узлах квадратной решётки расположены спины  $S_i$ , которые могут ориентироваться в 4-х симметричных направлениях гипертетраэдра в пространстве размерности  $q - 1$ , так что углы между любыми двумя направлениями спинов равны (см. рис. 1). Немагнитные примеси распределены случайно и фиксированы на различных узлах решетки (*quenched disorder*).

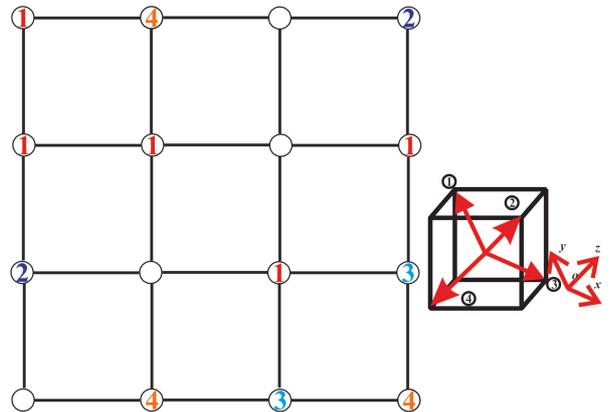


Рис. 1. Двумерная стандартная примесная модель Поттса с числом состояний спина  $q = 4$  на квадратной решетке

2. Энергия связи между двумя узлами равна нулю, если они находятся в разных состояниях (безразлично, в каких именно) или же, если хотя бы в одном узле находится немагнитный атом, и равна  $J$ , если взаимодействующие узлы находятся в одинаковых состояниях (опять же, все равно, в каких именно).

С учетом этих особенностей микроскопический гамильтониан такой системы может быть, представлен в виде [13]

$$H = -\frac{J}{2} \sum_{i,j} \rho_i \rho_j \delta(S_i, S_j), \quad S_i = 1, 2, 3, 4, \quad (1)$$

где

$$\delta(S_i, S_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } S_i = S_j; \\ 0, & \text{если } S_i \neq S_j, \end{cases}$$

$$\rho_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если в узле расположен спин;} \\ 0, & \text{если в узле расположена немагнитная примесь.} \end{cases}$$

Концентрация магнитных спинов определяется выражением:

$$p = \frac{1}{L^2} \sum_i \rho_i \delta(S_i, q). \quad (2)$$

Тогда значение  $p = 1$  соответствует чистой модели Поттса, а  $p = 0$  — пустой, чисто примесной решетке.

### 3. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Алгоритм Вольфа один из наиболее эффективных кластерных алгоритмов метода Монте-Карло на сегодняшний день [17]. Методика ее реализация подробно рассмотрена в работах [8, 18]. В данной работе этот алгоритм был использован нами в следующем виде.

1. Два случайных числа задают координаты  $i, j$  узла на решетке. Если в этом узле находится немагнитная примесь, то генерируются новые случайные числа до тех пор, пока не будут сгенерированы координаты магнитного спина  $S_i$ .

2. Рассматриваются все ближайшие соседи  $S_j$  данного спина  $S_i$ . Если соседний узел занят магнитным спином, то с вероятностью

$$p = 1 - \exp(-K), \quad (3)$$

где  $K = J/k_B T$ ,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура, активируется связь между  $S_i$  и  $S_j$ , если  $S_i$  и  $S_j$  имеют одинаковые значения при  $J > 0$ . Заметим, что в случае модели Поттса для выражения вероятности включения спина в кластер (3) показатель 2 в экспоненте характерный для соответствующей вероятности модели Изинга исчезает. Таким образом, можно утверждать, что модель Поттса с состоянием спина  $q = 2$  эквивалентна модели Изинга с точностью численного фактора 2 в обменной константе  $J$ .

3. Если связь между спинами  $S_i$  и  $S_j$  активируется, то спин в узле  $j$  включается в кластер. Следует отметить, что также, как и для модели Изинга с примесями один и тот же спин может быть включен в кластер только один раз, тогда как проверен на включение в кластер несколько раз.

4. После проверки всех ближайших соседей выбранного спина  $i$ , первый включенный в кластер спин становится «центральным», и начинается процесс активации связей этого спина с ближайшими соседями. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будут проверены все ближайшие соседи всех вошедших в кластер спинов или достигнуты границы системы.

5. Все спины, между которыми установлена связь, образуют «кластер».

6. Полученный кластер переворачивается с вероятностью равной 1. Переворот кластера в случае модели Поттса означает присвоение всем спинам вошедших в кластер новое значение спина  $S'_i$ , с равной вероятностью среди всех его состояний  $q$  которое отлично от старого значения  $S_i$ . Затем переходим к пункту 2.

Об эффективности однокластерного алгоритма Вольфа применительно к модели Поттса можно судить по критическому индексу  $z$  характеризующему эффективность используемого алгоритма. В частности исследование чистой двумерной модели Поттса с  $q = 4$  на основе однокластерного алгоритма Вольфа показало, что критический индекс  $z = 0.60 \pm 0.02$ , в то время как использование классического алгоритма Метрополиса дает значение  $z \approx 2$  [19]. По описанному выше алгоритму Вольфа [17] реализовался марковский процесс, для систем с периодическими граничными условиями. Расчеты проводились для систем с линейными размерами  $L = 10 \div 160$  и числом спинов  $p \times L \times L = N$ . Изначально конфигурации задавались таким образом, чтобы все спины были упорядочены вдоль одной из осей  $x, y$  или  $z$ . Для вывода системы в равновесное состояние отсекался неравновесный участок длиной  $\tau_0$  для системы с линейным размером  $L$ . Этот неравновесный участок отбрасывали. В каждой цепи усреднение проводилось по участку марковской цепи длиной  $\tau = 150\tau_0$ . Для самой большой системы  $L = 160$ ,  $\tau_0 = 1.8 \times 10^3$  МК-шагов/спин. Кроме того, проводилось конфигурационное усреднение по 1000 различным примесным конфигурациям.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

При проведении компьютерного моделирования вычислялись термодинамические характеристики отдельно взятого образца по следующим формулам [12, 20]:

$$U = \frac{1}{N} [\langle H \rangle], \quad (4)$$

$$m_F = \frac{(q(\frac{N_{\max}}{N}) - 1)}{q - 1}, \quad (5)$$

$$C = (NK^2)[\langle U^2 \rangle - \langle U \rangle^2], \quad (6)$$

$$\chi = (NK)[\langle m_F^2 \rangle - \langle m_F \rangle^2], \quad (7)$$

где  $K = |J|/k_B T$ ,  $N_{\max} = \max[N_1, N_2, N_3, N_4]$ ,  $N_i$  — число спинов в состоянии с  $q = i$ ,  $N = p * L^2$  — число магнитных узлов, угловые скобки обозначают термодинамическое усреднение, квадратные скобки означают усреднение по примесным конфигурациям.

На рис. 2 и 3 представлены характерные зависимости намагниченности для чистой ( $p = 1.00$ ) и разбавленной ( $p = 0.80$ ) моделей Поттса от температуры соответственно. Здесь и далее на всех рисунках погрешность данных не превышает размеров символов, используемых для построения графиков. Как видно из этих рисунков, для всех рассмотренных систем наблюдается поведение характерное для фазового перехода второго рода.

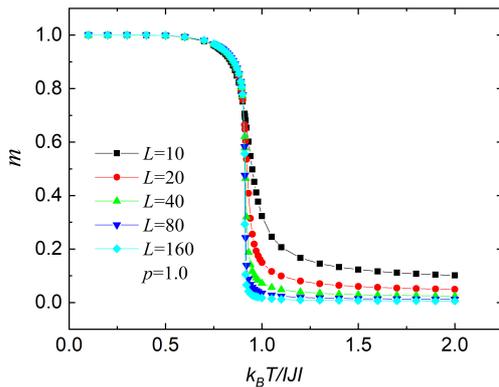


Рис. 2. Температурная зависимость намагниченности  $m_F$  для чистой модели Поттса при концентрации спинов  $p = 1.00$

Для анализа характера ФП наиболее эффективным методом зарекомендовал себя метод кумулянтов Биндера четвертого порядка [21]:

$$V_L(T, p) = 1 - \frac{\langle E^4 \rangle}{3\langle E^2 \rangle_L}, \quad (8)$$

$$U_L(T, p) = 1 - \frac{\langle m_F^4 \rangle}{3\langle m_F^2 \rangle_L}, \quad (9)$$

где  $E$  — энергия, и  $m_F$  — намагниченность системы с линейным размером  $L$ . Выражения (8) и (9) позволяют определить температуру фазового перехода  $T_l(p)$  с большой точностью в фазовых переходах

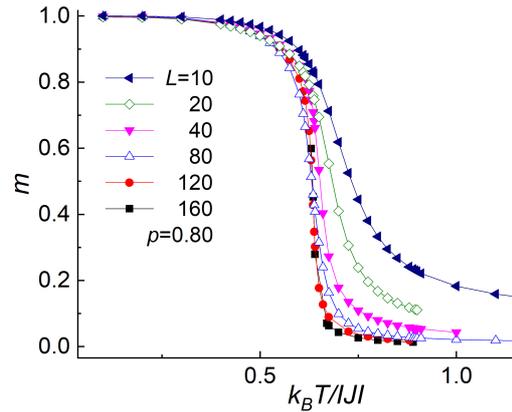


Рис. 3. Температурная зависимость намагниченности  $m_F$  для разбавленной модели Поттса при концентрации спинов  $p = 0.80$

первого и второго рода соответственно. Следует отметить, что применение кумулянтов Биндера позволяет также хорошо определить род фазового перехода в системе. Фазовые переходы второго рода характеризуются следующими отличительными особенностями [22]: усредненная величина  $V_L(T, p)$  стремится к тривиальному значению  $V^*$  согласно выражению

$$V_L(T, p) = V^* + bL^{-d}, \quad (10)$$

при  $L \rightarrow \infty$  и  $T = T_l(L)$ , где  $V^* = 2/3$ , а кривые температурной зависимости кумулянтов Биндера  $U_L(T, p)$  в критической области имеют четко выраженную точку пересечения. Указанные особенности для кумулянтов Биндера четвертого порядка  $V_L(T, p)$  и  $U_L(T, p)$  продемонстрированы на рис. 4 и 5 соответственно для ФМ модели Поттса с  $q = 4$  на квадратной решетке при отсутствии структурного беспорядка  $p = 1.00$ . Аналогичная картина наблюдается и при внесении немагнитного беспорядка концентрацией  $s = 0.2$ ,  $s = 1 - p$  (см. рис. 6 и 7). Методика определения рода фазового перехода этим методом подробно описана в работах [23–25]. Следует отметить, что температура ФП  $T_l = 0.912(2)$  полученная для чистой спиновой системы при  $p = 1.0$  достаточно хорошо согласуется с аналитическим значением полученным Бакстером [12] по формуле  $\frac{k_B T_l}{J} = \frac{1}{\ln(1+\sqrt{4})} = 0.9102\dots$

Для всех рассмотренных систем, в которых наблюдается ФП второго рода, нами на основе теории конечно-размерного скейлинга (КРС) рассчитывались статические критические индексы (КИ) намагниченности  $\beta$ , восприимчивости  $\gamma$  и теплоемкости  $\alpha$ .

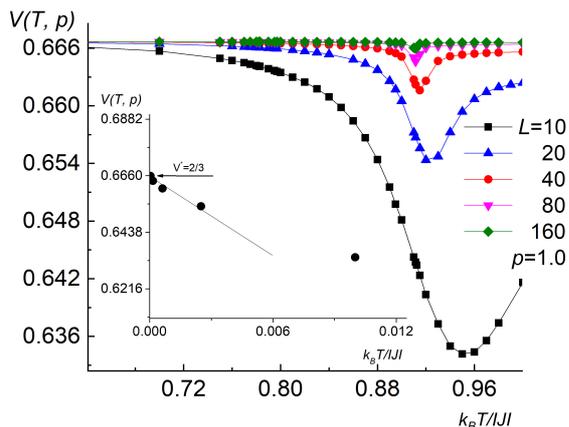


Рис. 4. Температурная зависимость кумулянтов Биндера  $V_L(T)$  для двумерной модели Поттса с числом состояний спина  $q = 4$

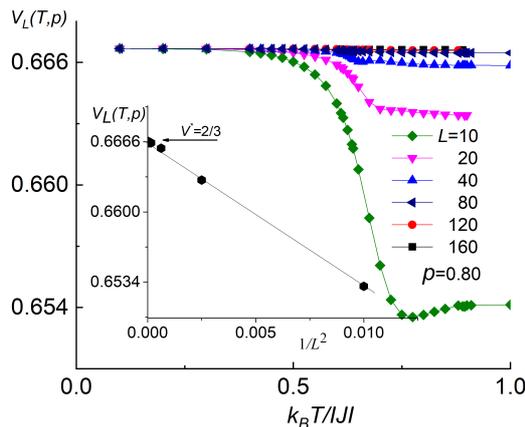


Рис. 6. Температурная зависимость кумулянтов Биндера  $V_L(T)$  для двумерной модели Поттса с числом состояний спина  $q = 4$  при  $p = 0.80$

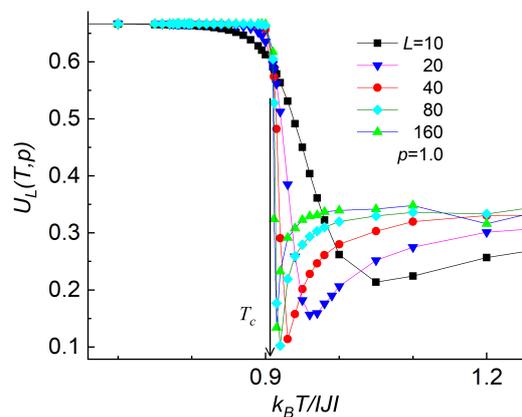


Рис. 5. Температурная зависимость кумулянтов Биндера  $U_L(T)$  для двумерной модели Поттса с числом состояний спина  $q = 4$

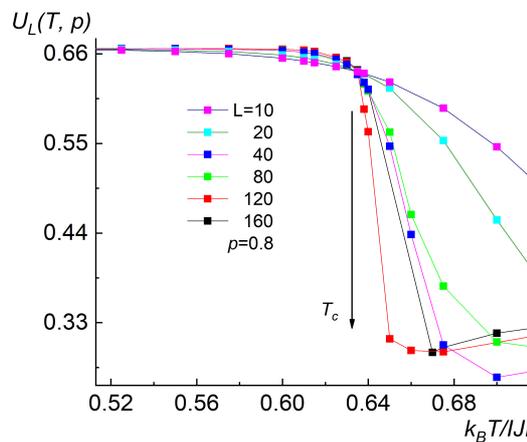


Рис. 7. Температурная зависимость кумулянтов Биндера  $U_L(T)$  для двумерной модели Поттса с числом состояний спина  $q = 4$  при  $p = 0.80$

Из соотношений этой теории следует, что для достаточно большой системы с ПГУ при температуре  $T = T_c$  намагниченность  $m$ , восприимчивость  $\chi$  удовлетворяют следующим аналитическим выражениям [26, 27]

$$m \sim L^{-\beta/\nu}, \tag{11}$$

$$\chi \sim L^{-\gamma/\nu}. \tag{12}$$

Для аппроксимации температурной зависимости теплоемкости от  $L$  как правило используются другие выражения [20], например,

$$C_{\max}(L) = C_{\max}(L = \infty) - AL^{\alpha/\nu}, \tag{13}$$

где  $A$  — некоторый коэффициент.

В соответствии с теорией КРС в точке ФП для критического индекса радиуса корреляции  $\nu$ , выполняется соотношение [27]

$$V_n = L^{1/\nu} g_{V_n}, \tag{14}$$

где  $g_{V_n}$  — некоторая постоянная, а в качестве  $V_n$  могут выступать:

$$V_i = \frac{\langle m^i E \rangle}{\langle m^i \rangle} - \langle E \rangle, \quad (i = 1, 2, 3). \tag{15}$$

Случаи магнитных систем, критическое поведение которых может описываться двумерными моделями Изинга или Поттса с  $q = 4$  относятся к мар-

гинальным. Теория критических явлений для маргинальных случаев предсказывает появление логарифмических поправок для всех выражений (11)–(14) описывающих асимптотическое поведение термодинамических функций сохраняя значения критических индексов чистой системы [9, 28]. В работах [29, 30] было показано, что выражения, приведенные выше для намагниченности, восприимчивости и теплоемкости в случае модели Поттса с  $q = 4$  (маргинальный случай) вблизи критической точки должны приобрести следующий вид:

$$m \sim \frac{L^{-\beta/\nu}}{(\ln L)^{1/16}} \left[ 1 - u \frac{\ln \ln L}{\ln L} + O\left(\frac{1}{\ln L}\right) \right], \quad (16)$$

$$\chi \sim \frac{L^{\gamma/\nu}}{(\ln L)^{1/8}} \left[ 1 - 2u \frac{\ln \ln L}{\ln L} + O\left(\frac{1}{\ln L}\right) \right], \quad (17)$$

$$C \sim \frac{L^{\alpha/\nu}}{(\ln L)^{3/2}} \left[ 1 - 24u \frac{\ln \ln L}{\ln L} + O\left(\frac{1}{\ln L}\right) \right], \quad (18)$$

где  $\beta/\nu = 1/8$ ,  $\gamma/\nu = 7/4$ , и  $\alpha/\nu = 1$ .

Выражения (16)–(18) позволяют учесть возможные вклады логарифмических поправок в асимптотическом поведении намагниченности, восприимчивости и теплоемкости. Однако в численных исследованиях не всегда удается различить поправки более высоких порядков  $\ln(\ln L)/\ln L$  и  $O(1/\ln L)$  на фоне ведущей поправки  $1/(\ln L)^n$  в выражениях (16)–(18) при  $T = T_c$  [30]. Поэтому при обработке данных выражениями КРС мы ограничились только ведущей логарифмической поправкой  $1/(\ln L)^n$ . При этом для расчета КИ  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha$  и  $\nu$  строились зависимости  $m(\ln L)^{1/16}$ ,  $\chi(\ln L)^{1/8}$ ,  $C(\ln L)^{3/2}$ , и  $V_i(\ln L)$  от  $L$ . На рис. 8,  $a-d$  в двойном логарифмическом масштабе представлены характерные зависимости этих параметров от линейных размеров решетки  $L$  для двумерной модели Поттса с  $q = 4$  на квадратной решетке при концентрации спинов  $p = 0.80$  и  $T = T_c$ .

Следует отметить, что точность критических индексов определяемые согласно выражениям теории КРС (16)–(18) в большей степени зависит от правильности учета данных для разных  $L$ . В наших расчетах строго контролировались данные для всех рассмотренных систем и при их незначительном отклонении от аппроксимирующей прямой процедура фитирования проводилась заново с отсеканием данных для  $L < L_{\min}$ . Такой отбор данных для разных  $L$  позволяет заметно уменьшить погрешность в значениях КИ, а включение в процедуру фитирования логарифмической поправки заметно их приближает к известным теоретическим значениям. Это особенно хорошо прослеживается для значений

КИ полученные при  $p = 1.00$  и  $p = 0.95$  (см. таблицу). Такая же картина наблюдалась и для вершинной модели Поттса при концентрации спинов  $p = 0.90$  в работе [16]. Как видно из таблицы внесение 20% немагнитных примесей приводит к заметному отклонению КИ от значений, полученных при  $p = 1.0$  и  $0.95$  значений. Следует отметить, что мы при аппроксимации данных выражениями теории КРС ограничивались значениями КИ с точностью до второго знака после запятой (см. таблицу). Как видно из рис. 8 численные данные для всех рассмотренных линейных размеров  $L$  достаточно хорошо укладываются на прямую. Очевидно, что использованное нами для усреднения количество различных начальных конфигураций, линейные размеры  $L > 10$  и учет логарифмической поправки в выражениях КРС позволяет достичь асимптотического критического режима.

Очень важным моментом является и то, что индекс  $\nu$  вычислялся непосредственно из результатов численного эксперимента в рамках данного исследования, тогда как во многих других работах этот индекс обычно определяется из различных скейлинговых соотношений. Анализ данных, выполненный с использованием нелинейного метода наименьших квадратов, позволил определить значения всех КИ с учетом их погрешностей. Полученные критические индексы с тщательным контролем за процедурой подгонки в пределах погрешности численного эксперимента хорошо удовлетворяют соотношениям теории КРС при учете логарифмической поправки (см. таблицу). В таблице также приведены результаты КИ, полученные на основе экспериментальных исследований [14] для сверхструктуры  $(2 \times 2)$  —  $2\text{H}/\text{Ni}$  (111) в монослоях которого случайно внесены атомы кислорода. Отметим, что в таких структурах атом кислорода можно рассматривать как замороженную примесь, и эти экспериментальные данные вполне можно сравнивать с результатами компьютерного моделирования. Как видно критические индексы, полученные на основе метода Монте-Карло для разбавленной модели Поттса при концентрации спинов  $p = 0.80$  прекрасно согласуются с результатами экспериментальных исследований, приведенных в работе [14].

Таким образом, внесение беспорядка в виде немагнитных примесей в спиновую решеточную систему, описываемую четырехкомпонентной моделью Поттса, приводит к заметному изменению критических индексов в соответствии с критерием Харриса [6]. Тем не менее для более достоверного ответа на вопрос о смене класса универсальности в двумер-

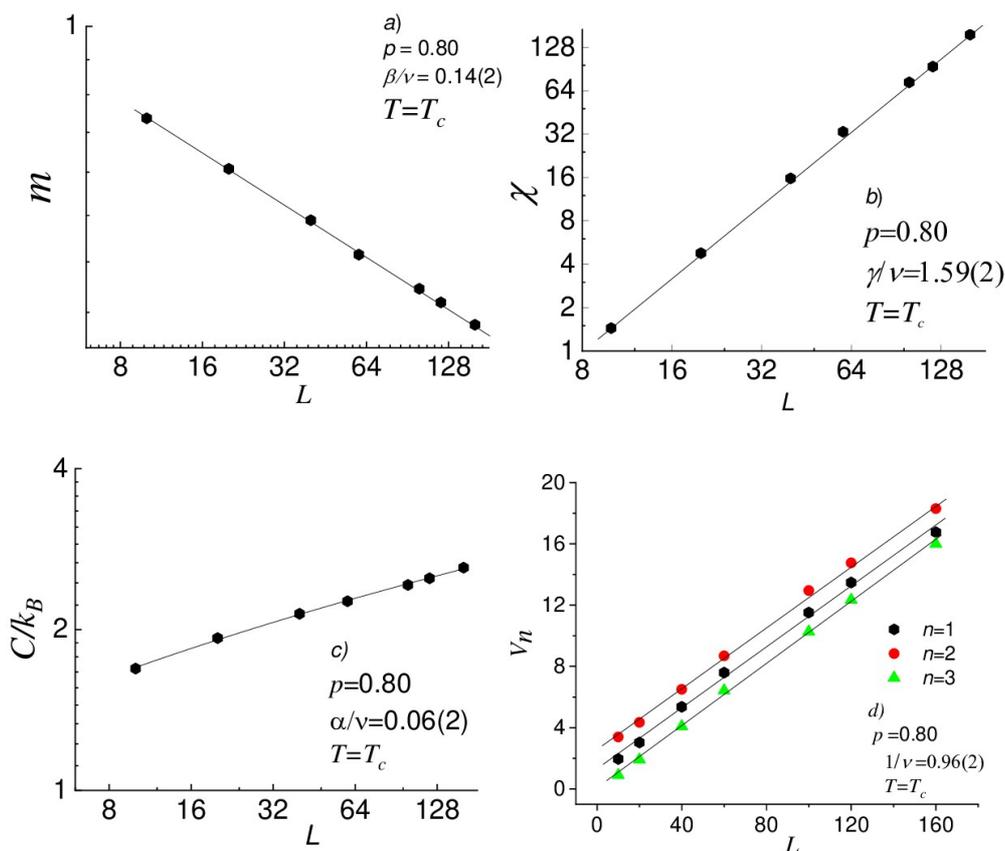


Рис. 8. Зависимость намагниченности  $m$  (а), восприимчивости  $\chi$  (б), теплоемкости  $C$  (с) и параметра  $V_n$  (д) для двумерной разбавленной модели Поттса с  $q = 4$  от линейных размеров системы  $L$  при  $T = T_c$

Таблица. Критические индексы чистой и примесной четырехкомпонентной модели Поттса

Метод	$p$	$k_B T_c / J$	$\nu$	$1/\nu$	$\alpha$	$\gamma$	$\gamma/\nu$	$\beta$	$\beta/\nu$	$\alpha + 2\beta + \gamma = 2$
Теория, [13]	1.00	$\frac{1}{\ln(1 + \sqrt{4})} = 0.9102$	2/3	3/2	2/3	7/6	7/4	1/12	1/8	1.999
Монте-Карло (наши данные)	1.00*	0.912(2)	0.65(1)	1.54(1)	0.64(1)	1.02(1)	1.50(1)	0.05(1)	0.07(1)	1.760
	1.00	0.912(2)	0.66(1)	1.52(1)	0.66(1)	1.16(1)	1.75(1)	0.08(1)	0.13(1)	1.980
	0.95	0.78(1)	0.67(1)	1.49(1)	0.67(1)	1.17(1)	1.74(1)	0.09(1)	0.13(1)	2.020
	0.80	0.63(2)	1.04(2)	0.96(2)	0.06(2)	1.65(2)	1.59(2)	0.15(2)	0.14(2)	2.010
Эксперимент, [14]			1.03(8)			1.68(15)		0.13(2)		

Примечание. Звездочкой отмечены данные без учета логарифмической поправки.

ных разбавленных структурах требуется численное исследование критического поведения в непосредственной близости к точке перколяции рассматриваемой решетки, что будет являться предметом отдельного рассмотрения.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе на основе метода Монте-Карло исследованы фазовые переходы и критическое поведение с учетом логарифмических поправок в двумерной четырехкомпонентной ферромагнитной модели Поттса в чистом и слабо разбавленном режиме. Полученные данные в результате наших исследований свидетельствуют о том, что в рассматриваемой модели Поттса на квадратной решетке наблюдается фазовый переход второго рода в соответствии с предсказаниями аналитических теорий [10]. Показано, что значения критических индексов для чистой двумерной четырехкомпонентной модели Поттса при учете логарифмических поправок лучше согласуются с теоретическими данными, чем без них. Внесение немагнитных примесей в пределах 20% приводит к заметному изменению критических индексов от соответствующих значений для чистой модели Поттса.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Н. Щур, УФН **182**, 787 (2012).
2. O. Vasilyev, B. Berche, M. Dudka and Yu. Holovatch, Phys. Rev. E **92**, 042118 (2015).
3. D. P. Landau, K. Binder, *A guide to Monte Carlo simulations in statistical physics*, Cambridge university press, (2014).
4. Р. Фольк, Ю. Головач, Т. Яворский, УФН **173**, 175 (2003).
5. В. С. Доценко, УФН **165**, 481 (1995).
6. А. В. Harris, J. Phys. C **7**, 1671 (1974).
7. А. Н. Вакилов, В. В. Прудников., Письма в ЖЭТФ **55**, 709 (1992).
8. А. В. Babaev, А. К. Murtazaev, Mathematical Models and Computer Simulations **11**, 575 (2019).
9. Vik. Dotsenko, Vl. Dotsenko, Adv. Phys. **32**, 129 (1983).
10. M. Aizenman, J. Wehr, Phys. Rev. Lett. **62**, 2503 (1989).
11. В. В. Дубс, В. В. Прудников, П. В. Прудников, Теоретическая и математическая физика **190**, 419 (2017).
12. Р. Бекстер, Точно решаемые модели в статистической механике, Мир, Москва (1985).
13. F. Y. Wu, Rev. Mod. Phys. **54**, 235 (1982).
14. L. Schwenger, K. Budde, C. Voges, H. Pfner, Phys. Rev. Lett. **73**, 296,(1994).
15. А. Б. Бабаев, А. К. Муртазаев, ФТТ **62**, 5, 757 (2020).
16. А. В. Babaev, А. К. Murtazaev, Journal of Physics: Conference Series **1389**,1,(2019).
17. U. Wolff, Phys. Lett.**62**,361,(1989).
18. А. Б. Бабаев, А. К. Муртазаев, Вестник Омского университета **25**,, 7,(2020).
19. G. T. Barkema, M.E. J. Newman, preprint cond-mat/9703179.
20. P. Peczac, A. M. Ferrenberg, D. P. Landau, Phys.Rev. B **43**, 6087 (1991).
21. K. Eichhorn, K. Binder, J. Phys.: Condens. Matter **8**, 5209 (1996).
22. D. Loison, K. D. Schotte, The European Physical Journal B **5**, 735 (1998).
23. А. К. Murtazaev, А. В. Babaev, Materials Letters **258**, 126771 (2020).
24. А. К. Murtazaev, А. В. Babaev,G. Y. Ataeva,J. Magn. Magn. Mater. **440**,101 (2017).
25. А. К. Муртазаев, А. Б. Бабаев, Письма в ЖЭТФ **99**, 618 (2014).
26. M. E. Fisher, M. N. Barber,Phys. Rev. Lett. **28**, 1516 (1972).
27. D. Loison,Phys. Lett.**257**,83 (1999).
28. B. N. Shalaev,Phys. Rep.**237**,129 (1994).
29. J. L. Cardy, M. Nauenberg, D. J. Scalpino, Phys. Rev. **22**, 2560 (1980).
30. J. S. Salas, A. D. Sokal, Journal of Statistical Physics **88**, 567 (1996).