

ВЛИЯНИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ ЯДЕРНЫХ КОЛЕБАНИЙ НА ЭКСЦЕНТРИСИТЕТЫ НАЧАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ В СТОЛКНОВЕНИЯХ Pb+Pb

Б. Г. Захаров*

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
117334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 7 декабря 2021 г.,
после переработки 7 декабря 2021 г.
Принята к публикации 8 декабря 2021 г.

В рамках Монте-Карло-модели Глаубера изучается влияние коллективных квантовых эффектов в ядре Pb на коэффициенты азимутальной анизотропии $\epsilon_{2,3}$ в столкновениях Pb+Pb при энергиях коллайдера LHC. Для учета квантовых эффектов мы изменяем генерацию положений нуклонов, применяя подходящие фильтры, которые гарантируют, что сталкивающиеся ядра имеют среднеквадратичные квадрупольные и октупольные моменты, равные извлеченным из экспериментальных квадрупольных и октупольных силовых функций для ядра Pb с помощью энергетически взвешенного правила сумм. Наша Монте-Карло-модель Глаубера с модифицированной выборкой положений нуклонов приводит к $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\} \sim 0.8$ при центральности не более 1%, что позволяет решить загадку отношения v_2/v_3 .

DOI: 10.31857/S0044451022060025
EDN: DTVKIH

зависимость спектров адронов характеризуется коэффициентами потока v_n в разложении Фурье

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время принято считать, что образование адронов при столкновениях тяжелых ионов при энергиях коллайдеров RHIC и LHC проходит через стадию кварк-глюонной плазмы (КГП). Гидродинамический анализ экспериментальных данных с коллайдеров RHIC и LHC показывает, что КГП формируется на собственных временах $\tau_0 \sim 0.5\text{--}1$ фм [1–3] после взаимодействия лоренц-сжатых ядер. Файербол КГП, образованный между удаляющимися друг от друга ядерными дисками, наследует приблизительно форму области перекрытия сталкивающихся ядер. Для нецентральных AA-столкновений область перекрытия имеет миндалевидную форму. Это может привести к значительной анизотропии в поперечном расширении КГП в более поздние времена и, в конечном счете, к азимутальной асимметрии спектров частиц [4]. При наличии флуктуаций начальной плотности КГП азимутальная асимметрия может появляться и для центральных столкновений. Азимутальная

$$\frac{dN}{d\phi} = \frac{N}{2\pi} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos[n(\phi - \Psi_n)] \right\}, \quad (1)$$

где N — это множественность адронов в определенной области p_T и области быстроты, а Ψ_n — углы плоскости реакции события. В гидродинамических моделях с гладкими начальными условиями в ряде Фурье (1) при средней скорости ($y = 0$) выживают только члены с $n = 2k$ (если адронизация происходит без флуктуаций). В этом приближении для AA-столкновений с нулевым прицельным параметром коэффициенты v_{2k} должны исчезать из-за азимутальной симметрии. Гидродинамические расчеты показывают, что для столкновений тяжелых ионов с малой центральностью в каждом событии коэффициенты потока v_n с $n \leq 3$ с хорошей точностью пропорциональны коэффициентам анизотропии ϵ_n для начального распределения энтропии [5–7]

$$v_n \approx k_n \epsilon_n. \quad (2)$$

* E-mail: bgz@itp.ac.ru

Коэффициенты ϵ_n определены как [8, 9]

$$\epsilon_n = \frac{\left| \int d\rho \rho^n e^{in\phi} \rho_s(\rho) \right|}{\int d\rho \rho^n \rho_s(\rho)}, \quad (3)$$

где $\rho_s(\rho)$ — начальная плотность энтропии файерболла, и предполагается, что ρ вычисляется в системе центра масс в поперечной плоскости, т. е.

$$\int d\rho \rho \rho_s(\rho) = 0.$$

Гидродинамические расчеты требуют начальной плотности энтропии, которая в настоящее время не может быть определена *ab initio*. В настоящее время используются несколько моделей для расчетов начального распределения энтропии при столкновениях тяжелых ионов. Наиболее широко используемым и простым феноменологическим методом для генерации начального распределения энтропии является Монте-Карло (МК)-модель Глаубера поврежденных нуклонов [10, 11], в которой плотность энтропии выражается через линейную комбинацию числа участвующих нуклонов и бинарных столкновений. В МК-модели Глаубера флуктуации плотности энтропии от события к событию представляют собой совокупный эффект флуктуаций положений нуклонов в сталкивающихся ядрах и флуктуаций производства энтропии для заданной геометрии положений нуклонов. МК-модель Глаубера оказалась весьма успешной для описания в рамках гидродинамических моделей экспериментальных данных по коэффициентам потока в AA-столкновениях, полученных на RHIC и LHC. Гидродинамическое моделирование с начальными условиями модели Глаубера показало, что КГП, рождающаяся на RHIC и LHC, имеет очень малое отношение сдвиговой вязкости к плотности энтропии, которое близко к нижней квантовой границе $1/4\pi$ [12, 13]. Другой, более поздней феноменологической МК-схемой для производства энтропии в AA-столкновениях, которая успешно использовалась в гидродинамических анализах, является модель TRENTO [14]. В модели TRENTO, аналогично МК-схеме Глаубера, флуктуации плотности энтропии происходят из флуктуаций положений нуклонов в сталкивающихся ядрах и флуктуаций производства энтропии для заданной геометрии положений участвующих нуклонов. Это отличается от КХД-моделей IP-Glasma [15] и MAGMA [16], в которых флуктуации плотности энтропии происходят только от флуктуаций положений нуклонов.

Хотя гидродинамические модели могут воспроизводить обширный набор данных по столкновениям тяжелых ионов на RHIC и LHC, в последние го-

ды было установлено, что в них имеется проблема с описанием отношения $v_2\{2\}$ к $v_3\{2\}$ в ультрацентральном ($c \rightarrow 0$) столкновениях Pb+Pb при энергиях LHC (так называемая загадка v_2 -to- v_3). Измерения коэффициентов потока в ультрацентральных Pb+Pb-столкновениях с энергиями 2.76 ТэВ [17] и 5.02 ТэВ [18] показывают, что $v_2\{2\}$ и $v_3\{2\}$ близки друг к другу. Это противоречит гидродинамическим расчетам с начальными условиями в МК-модели Глаубера и TRENTO, которые дают $v_2\{2\}/v_3\{2\} \sim 1.25$ – 1.4 [19, 20]. Это предсказание в основном связано с тем фактом, что для эллиптического потока коэффициент k_2 в соотношении линейного отклика (2) больше, чем коэффициент k_3 для треугольного потока (например, для идеальной гидродинамики расчеты, выполненные в [19], дают $k_2/k_3 \sim 1.35$ для Pb+Pb-столкновений с энергией 2.76 ТэВ в интервале центральности 0–0.2% для $0.3 < p_T < 3$ ГэВ, причем отношение k_2/k_3 растет с увеличением сдвиговой вязкости КГП [6, 19]). Моделирование начального распределения энтропии при нулевом прицельном параметре в МК-модели Глаубера и модели TRENTO дает эллиптичность $\epsilon_2\{2\}$ и треугольность $\epsilon_3\{2\}$, которые близки друг к другу (здесь, как обычно, $\epsilon_n\{2\} = \sqrt{\langle \epsilon_n^2 \rangle}$) является квадратным корнем от среднеквадратичного (RMS) эксцентриситета). Следовательно, для $k_2/k_3 > 1$ соотношение линейного отклика (2) приводит к $v_2\{2\}/v_3\{2\} > 1$. Проблема с воспроизведением экспериментального отношения $v_2\{2\}/v_3\{2\}$ в ультрацентральных столкновениях Pb+Pb, безусловно, является серьезной проблемой для гидродинамической парадигмы столкновений тяжелых ионов, потому что предсказание, что $k_2 > k_3$, кажется вполне надежным.

В последние годы было предпринято несколько попыток объяснить, почему в ультрацентральных столкновениях Pb+Pb $v_2\{2\}/v_3\{2\} > 1$. В [19] коэффициенты потока в ультрацентральных столкновениях Pb+Pb были рассмотрены с использованием начальных условий для моделей МК Глаубера и MC-KLN [21, 22]. Было обнаружено, что как модель МК Глаубера, так и модель KLN не воспроизводят отношение $v_2\{2\}/v_3\{2\}$. Авторы [19] пришли к выводу, что наблюдаемое отношение $v_2\{2\}/v_3\{2\} \approx 1$ в ультрацентральных столкновениях Pb+Pb требует $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\} \sim 0.5$ – 0.7 , что не согласуется как с предсказанием модели МК Глаубера, так и MC-KLN. В работе [23] было исследовано влияние объемной вязкости на коэффициенты потока в ультрацентральных столкновениях Pb+Pb. Было показано, что для начальных условий модели IP-Glasma вклю-

чение объемной вязкости может несколько снизить отношение $v_2\{2\}/v_3\{2\}$. Хотя эффект недостаточно сильный, чтобы хорошо воспроизвести экспериментальное $v_2\{2\}/v_3\{2\}$. В работе [24] было исследовано влияние КХД уравнения состояния на $v_2\{2\}/v_3\{2\}$ для начальных условий модели TRENTO. Авторы обнаружили, что в ультрацентральных столкновениях Pb+Pb $v_2\{2\}/v_3\{2\} \gtrsim 1.2$, и пришли к выводу, что изменение уравнения состояния не позволяет решить загадку v_2 -to- v_3 .

В работах [19, 23, 24] предполагалось, что ядро ^{208}Pb имеет сферическую форму. Сценарий с октупольной (грушевидной) деформацией ядра ^{208}Pb был рассмотрен в работе [20] для начальных условий TRENTO. Этот сценарий кажется привлекательным в контексте проблемы v_2 -to- v_3 , так как для заданного отношения k_2/k_3 имеем $v_2\{2\}/v_3\{2\} \propto \epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\}$. Таким образом, можно ожидать, что грушевидная деформация ядра ^{208}Pb должна несколько увеличивать $\epsilon_3\{2\}$ (без значительной модификации $\epsilon_2\{2\}$) и, следовательно, должна уменьшать $v_2\{2\}/v_3\{2\}$. На возможность грушевидной формы ядра ^{208}Pb указывают результаты работы [25], в которой в рамках расширения метода Хартри–Фока–Боголюбова для генерирующих координат авторы получили октупольный параметр деформации $\beta_3 \sim 0.0375$ для основного состояния. Однако в этой же работе значение $\beta_3 = 0$ было найдено в рамках обычного метода Хартри–Фока–Боголюбова. Совсем недавно в работе [26] значение $\beta_3 = 0$ для основного состояния ядра ^{208}Pb также было получено в рамках ковариантной теории функционала плотности. Результаты [20] показывают, что при разумных значениях β_3 сценарий с октупольной деформацией ^{208}Pb не приводит к значительному улучшению описания отношения $v_2\{2\}/v_3\{2\}$ в ультрацентральных столкновениях Pb+Pb.

В работах [19, 20, 23, 24] начальные условия были сгенерированы с использованием МК-генерации положений нуклонов для ядерного распределения Вудса–Саксона (WS). Фактически, в настоящее время этот метод является стандартным подходом для МК-расчетов начальных условий при столкновениях тяжелых ионов. Одним из очевидных недостатков МК-генерации позиций нуклонов для WS-распределения является то, что этот подход полностью игнорирует коллективные динамические эффекты для флуктуаций позиций нуклонов на больших расстояниях (которые особенно важны для расчетов коэффициентов азимутальной анизотропии ϵ_n). Действительно, хорошо известно, что флуктуации ядерной плотности на больших расстояни-

ях имеют коллективную природу [27, 28]. Коллективные эффекты проявляются в присутствии гигантских резонансов/колебаний, которые соответствуют когерентным колебаниям нуклонов [27, 28] (более поздние обзоры см. [29, 30]). Поскольку коллективные эффекты на больших расстояниях игнорируются при МК-генерации положений нуклонов для WS-распределения, нет никакой гарантии, что этот подход может имитировать истинные флуктуации ядерной плотности на больших расстояниях. Можно ожидать, что в контексте коэффициентов анизотропии ϵ_2 и ϵ_3 для ультрацентральных столкновений Pb+Pb, наиболее важными модами гигантских колебаний являются квадрупольная и октупольная. В нашей предыдущей работе [31] мы исследовали возможное влияние изосинглетной квадрупольной гигантской вибрационной моды на отношение $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\}$. Анализ [31] был мотивирован тем фактом, установленным в [32], что МК-генерация положений нуклонов для WS-распределения приводит к значительному завышению среднеквадратичного квадрупольного момента ядра ^{208}Pb по сравнению с его значением, полученным с помощью экспериментальных параметров изосинглетного гигантского квадрупольного резонанса (ISGQR). Квантовый расчет с помощью энергетически взвешенного правила сумм (EWSR) для квадрупольной силовой функции (см., например, обзор [33]) дает среднеквадратичный квадрупольный момент, который меньше, чем рассчитанный с ядерной плотностью WS, на множитель порядка 2.2 [31] (после исправления ошибки, допущенной в [32]). Это означает, что вытянутые и сплюснутые эллиптические флуктуации ядра ^{208}Pb значительно слабее, чем предсказывает МК-выборка положений нуклонов для WS-распределения. По этой причине можно ожидать, что истинная ядерная многочастичная плотность должна давать меньшую эллиптичность ϵ_2 , чем МК-моделирование со стандартной ядерной плотностью WS. Для количественного изучения этого эффекта в [31] мы выполнили в МК-модели Глаубера расчеты коэффициентов анизотропии $\epsilon_{2,3}$ для центральных столкновений Pb+Pb, используя модифицированный МК-метод генерации положений нуклонов, который гарантирует, что усредненные по всем столкновениям квадрупольные моменты сталкивающихся ядер совпадают со среднеквадратичным квадрупольным моментом ядра ^{208}Pb , полученным с использованием EWSR. Результаты работы [31] показывают, что модифицированная МК-генерация с фильтрацией положений нуклонов по значению квадрупольного мо-

мента приводит к заметному уменьшению эллиптичности ϵ_2 . Было обнаружено, что фильтрация по квадрупольному моменту практически не изменяет предсказания для триангулярности ϵ_3 . Мы получили, что МК-модель Глаубера с фильтрацией по квадрупольному моменту положений нуклонов дает $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\} \approx 0.8$ для энергий 2.76 ТэВ и 5.02 ТэВ центральных столкновений Pb+Pb. Затем, используя коэффициенты гидродинамического линейного отклика $k_{2,3}$ из работ [19, 20, 34, 35]), мы получили $v_2\{2\}/v_3\{2\} \approx 0.96 - 1.12$, что разумно согласуется с данными ALICE [18].

Одним из недостатков анализа [31] является то, что центральные столкновения Pb+Pb рассматривались как столкновения при нулевом прицельном параметре, т.е. вычисления работы [31] соответствуют b -центральности, в работе [36] определяемой в терминах прицельного параметра b ($c = \pi b^2/\sigma_{in}^{AA}$ [37]). Однако экспериментально центральность столкновения обычно определяется через множественность заряженных частиц N_{ch} в определенной кинематической области. Эта n -центральность определяется как [36, 37]

$$c(N_{ch}) = \sum_{N=N_{ch}}^{\infty} P(N), \quad (4)$$

где $P(N)$ есть вероятность наблюдения множественности N . Из-за флуктуаций множественности (при заданном прицельном параметре) существует некоторое несоответствие между b - и c -центральностями [36, 37]. По этой причине можно обоснованно беспокоиться о влиянии этого несоответствия на результаты работы [31], где эффект размазывания n -центральности при заданной b -центральности был проигнорирован. Поэтому крайне желательно расширить вычисления [31] на случай n -центральности. Это наша главная цель в настоящей статье. Кроме того, мы расширим анализ [31] на случай октупольных флуктуаций. Исследование роли фильтрации положений нуклонов по октупольному моменту в МК-моделировании столкновений Pb+Pb представляет интерес, поскольку коллективные флуктуации грушевидной формы потенциально могут повлиять на триангулярность ϵ_3 файерболла. Из имеющихся экспериментальных данных можно сделать вывод, что для флуктуаций октупольной формы среднеквадратичный октупольный момент ядра ^{208}Pb может быть несколько больше, чем тот, который получается из МК-расчетов для модели WS (см. Приложение). Последняя возможность представляется очень интересной в контексте загадки v_2 -to- v_3 , по-

тому что она должна приводить к увеличению ϵ_3 (аналогично случаю с деформацией грушевидной формы основного состояния [20]) и, следовательно, к меньшему значению отношения $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\}$. Отметим, что в отличие от анализа [31], в настоящей работе мы выполняем расчеты для всего диапазона центральности. Как и в [31], мы используем МК-модель Глаубера, разработанную в [38, 39], которая позволяет учитывать наличие мезон-барионной компоненты в волновой функции нуклона на световом конусе.

План статьи следующий. В разд. 2 обсуждается теоретическая схема. В разд. 3 мы представляем численные результаты. Выводы приведены в разд. 4. В Приложении мы обсуждаем расчеты среднеквадратичных квадрупольного и октупольного моментов ядра ^{208}Pb с использованием модели EWSR.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ СХЕМА

В настоящем анализе для получения начальной плотности энтропии мы используем МК-подход Глаубера, разработанный в [38, 39]. Эта модель позволяет выполнять расчеты производства энтропии стандартным способом, когда каждый нуклон рассматривается как одночастичное состояние, а также с учетом наличия мезонного облака нуклона, когда волновая функция на световом конусе физического нуклона включает голый нуклон и мезон-барионные фоковские состояния. Результаты наших предыдущих анализов [39, 40] показывают, что для обеих версий предсказания этой модели для зависимости от центральности плотности заряженной множественности в центральной области быстрот очень хорошо согласуются с экспериментальными данными для столкновений Au+Au при энергии 0.2 ТэВ на RHIC и при энергиях 2.76 ТэВ, 5.02 ТэВ столкновений Pb+Pb и при энергии 5.44 ТэВ столкновений Xe+Xe на LHC.

2.1. Обзор МК-схемы Глаубера

В этом разделе мы кратко обрисовываем алгоритм, используемый в нашей МК-модели Глаубера для версии без мезон-барионной компоненты (в этом случае наша схема аналогична МК-генератору Глаубера GLISSANDO [11]). Генерация энтропии происходит через поврежденные нуклоны (WN) и через жесткие бинарные столкновения (BC). Мы предполагаем, что для каждой пары сталкивающихся нуклонов поперечное сечение жесткого бинарного

столкновения подавляется множителем α [41]. Полная плотность энтропии в поперечной плоскости записывается как (мы рассматриваем центральную область быстрот)

$$\rho_s(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^{N_{wn}} S_{wn}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_i) + \sum_{i=1}^{N_{bc}} S_{bc}(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'_i), \quad (5)$$

где члены S_{wn} соответствуют источникам WN, а члены S_{bc} источникам BC, N_{wn} и N_{bc} это соответственно числа WN и BC. Мы записываем S_{wn} и S_{bc} как

$$S_{wn}(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1 - \alpha}{2} s(\boldsymbol{\rho}), \quad S_{bc}(\boldsymbol{\rho}) = s(\boldsymbol{\rho}), \quad (6)$$

где $s(\boldsymbol{\rho})$ есть распределение для источника энтропии. Мы используем для $s(\boldsymbol{\rho})$ гауссовскую форму

$$s(\boldsymbol{\rho}) = s_0 \exp(-\boldsymbol{\rho}^2/\sigma^2)/\pi\sigma^2, \quad (7)$$

где s_0 дает полную энтропию источника, а σ — ширину источника. Мы предполагаем, что центр каждого источника энтропии WN совпадает с положением WN, а для каждого BC центр источника энтропии расположен посередине между сталкивающимися нуклонами.

Для каждого источника энтропии мы рассматриваем s_0 как случайную величину. Мы предполагаем, что расширение КГП является изэнтропийным. В этом приближении мы можем рассматривать каждый источник энтропии как источник заряженной множественности $n = as_0$ в единичном интервале псевдобыстроты $|\eta| < 0.5$ с $a \approx 7.67$ [42]. Мы описываем флуктуации n гамма-распределением

$$\Gamma(n, \langle n \rangle) = \left(\frac{n}{\langle n \rangle} \right)^{\kappa-1} \frac{\kappa^\kappa \exp[-n\kappa/\langle n \rangle]}{\langle n \rangle \Gamma(\kappa)} \quad (8)$$

с параметрами $\langle n \rangle$ и κ , подобранными для согласия с экспериментальной средней зарядовой множественностью и ее дисперсией в окне единичной псевдобыстроты $|\eta| < 0.5$ для столкновений pp .

Как и в анализах [39, 40], в версии с мезон-барионной компонентой нуклона для общего веса MB-состояний в физическом нуклоне мы берем 40%, что позволяет описать данные DIS о нарушении правила суммы Готфрида [43]. В смысле источников энтропии расчет начальной плотности энтропии в этой версии аналогичен расчету для версии без MB-компоненты. Однако в этом случае источники энтропии могут рождаться в BB-, MB- и MM-столкновениях. Результаты работ [39, 40] показывают, что обе версии дают аналогичные предсказания для плотности заряженной множественности при средних быстротах

$dN_{ch}/d\eta$. Однако версия с компонентой MB требует несколько меньшего значения параметра α , чтобы соответствовать измеренной $dN_{ch}/d\eta$ в центральной области быстрот. В настоящем анализе мы используем значения $\alpha = 0.14(0.09)$ для версий без(с) мезон-барионной компонентой нуклона. Эти значения позволяют очень хорошо воспроизвести данные о зависимости от центральности $dN_{ch}/d\eta$ при $\eta = 0$ для столкновений Pb+Pb при энергиях 2.76 ТэВ и 5.02 ТэВ. Более подробную информацию о нашей МК-схеме Глаубера можно найти в работах [39, 40].

2.2. Генерация позиций нуклонов

МК-модель Глаубера дает алгоритм расчета распределения энтропии при каждом AA-столкновении для заданных положений нуклонов в сталкивающихся ядрах. Она должна быть дополнена предписанием для МК-генерации положений нуклонов. Обычно при последовательном моделировании столкновений тяжелых ионов позиции нуклонов генерируются с использованием некоррелированного распределения WS (или распределения WS с ограничением на минимальное расстояние между двумя нуклонами [11, 44] для моделирования жесткого NN-кора). Однако эта процедура полностью игнорирует коллективный характер дальнедействующих флуктуаций ядерной плотности и может привести к неправильному описанию 3D-флуктуаций многочастичной плотности сталкивающихся ядер. Это может привести к неправильным предсказаниям для флуктуаций начального распределения энтропии в AA-столкновениях. Как уже упоминалось во Введении, с точки зрения столкновений тяжелых ионов наиболее важные коллективные флуктуации связаны с квадрупольными и октупольными модами колебаний. Их величина может быть охарактеризована квадратом L -мультипольного момента (мы обозначаем его как Q_L^2) для $L = 2$ и 3 , определенных с помощью сферических гармоник (см. Приложение). В [31] мы предложили простой систематический метод вычисления среднеквадратичных мультипольных моментов, $\langle Q_L^2 \rangle$, для произвольного L из экспериментальных силовых функций с использованием EWSR (для полноты изложения в Приложении мы описываем это). Для моды $L = 2$ этот метод дает среднеквадратичный квадрупольный момент ядра ^{208}Pb , который меньше, чем предсказывается МК-моделированием с ядерной плотностью WS, на коэффициент $r_2 \approx 2.25$ (см. Приложение). Можно ожидать, что завышение предсказаний для флуктуаций ядерной плотности

^{208}Pb с $L = 2$ может привести к завышению предсказаний эллиптичности ϵ_2 в МК-моделировании ультрацентральных столкновений Pb+Pb. В работе [31] мы предложили простой метод решения этой проблемы, выполняя МК-генерацию положений нуклонов с подходящим фильтром Q_2^2 , который должен гарантировать истинное значение $\langle Q_2^2 \rangle$ для окончательного набора положений нуклонов. В работе [31] мы выполнили вычисления, используя два разных фильтра Q_2^2 с плавной и резкой фильтрациями. В гладкой версии мы использовали фильтр Q_2^2 , который генерирует набор позиций нуклонов с распределением по Q_2^2 , которое равно масштабированному на коэффициент r_2 распределению по Q_2^2 для ядерной плотности WS. Во втором методе мы просто отбирали только конфигурации нуклонов с $Q_2^2 < Q_{2max}^2$ с Q_{2max}^2 подобраным так, чтобы обеспечить для МК-выборки $\langle Q_2^2 \rangle$ равного его правительному EWSR-значению. Было обнаружено, что эти два очень разных фильтра дают практически одинаковые результаты для $\epsilon_{2,3}$ [2].

Как и в работе [31], в настоящем анализе мы выполняем вычисления, используя плавные и разрывные Q_2^2 -фильтрации положений нуклонов. В первом случае мы используем в МК-генерации позиций нуклонов гладкий Q_2^2 -фильтр, который генерирует позиции нуклонов с распределением Q_2^2 , заданном формулой

$$P(Q_2^2) = C \exp(-(Q_2^2/a_2)^2) P_{WS}(Q_2^2), \quad (9)$$

где P_{WS} есть распределение Q_2^2 для обычной нефильтрованной МК-выборки WS позиций нуклонов, C — константа нормировки, а a_2 — параметр, подобраный так, чтобы иметь $\langle Q_2^2 \rangle = \langle Q_2^2 \rangle_{WS}$. С точки зрения численных вычислений, анзац (9) с гауссовским коэффициентом подавления $\exp(-(Q_2^2/a_2)^2)$ проще, чем метод [31] с масштабированием исходного WS-распределения $P_{WS}(Q_2^2)$. Во втором способе, как и в [31], мы используем резкий фильтр с обрезанием $Q_2^2 < Q_{2max}^2$ с Q_{2max}^2 подобраным так, чтобы иметь $\langle Q_2^2 \rangle = \langle Q_2^2 \rangle_{WS}/r_2$. Как и в [31], мы обнаружили, что предсказания для $\epsilon_{2,3}$, полученные для гладких и резких Q_2^2 -фильтров, практически неразличимы.

В настоящем анализе в дополнение к влиянию квадрупольных колебаний, рассмотренных в [31], мы также изучаем влияние на коэффициенты анизотропии $\epsilon_{2,3}$ октупольных ($L = 3$) колебаний ядра ^{208}Pb . Аналогично случаю квадрупольных флуктуаций 3D-плотности ядра, неправильное описание октупольных 3D-флуктуаций плотности ядра в МК-выборке положений нуклонов WS-распреде-

ления может вести к неправильным предсказаниям для 2D-флуктуаций начальной энтропии при столкновениях Pb+Pb. Разумно ожидать, что для ультрацентральных столкновений Pb+Pb изменения в октупольных 3D-флуктуациях плотности ядра в основном повлияют на триангулярность ϵ_3 .

К сожалению, в экспериментальных данных по октупольной силовой функции для ядра ^{208}Pb имеются довольно большие неопределенности (см. Приложение), которые приводят к значительным неопределенностям в значении среднеквадратичного октупольного момента, получаемого с использованием EWSR. Расчеты с использованием EWSR и доступных данных по октупольной силовой функции ядра ^{208}Pb показывают, что отношение среднеквадратичного октупольного момента, предсказываемого ядерной плотностью WS ^{208}Pb , к истинному, скорее всего, должно находиться в диапазоне $0.7 < r_3 < 0.84$ (см. Приложение). Таким образом, в отличие от ситуации с квадрупольной модой, возможно, что ядерная плотность WS несколько недооценивает октупольные 3D-флуктуации для ядра ^{208}Pb . Чтобы смоделировать влияние возможного усиления октупольных флуктуаций для ядра ^{208}Pb на начальное распределение энтропии, мы используем, как и в случае квадрупольной моды, два типа фильтров при генерации положений нуклонов. В первом методе мы используем гладкий фильтр Q_3^2 , который генерирует позиции нуклонов с распределением по Q_3^2 , заданным формулой

$$P(Q_3^2) = C [1 - \exp(-(Q_3^2/a_3)^2)] P_{WS}(Q_3^2). \quad (10)$$

Во втором методе мы используем резкий фильтр, который отбирает только конфигурации с $Q_3^2 > Q_{3min}^2$. Значения a_3 и Q_{3min}^2 подбираются так, чтобы иметь $\langle Q_3^2 \rangle = \langle Q_3^2 \rangle_{WS}/r_3$. Оба эти рецепта подталкивают $\langle Q_3^2 \rangle$ к более высоким значениям. Как и для моды $L = 2$, мы обнаружили, что предсказания для $\epsilon_{2,3}$, полученные для гладких и резких Q_3^2 -фильтров, практически идентичны. Стоит отметить, что, хотя наши $Q_{2,3}^2$ -фильтры дают значительные изменения в распределениях по $Q_{2,3}^2$ для сгенерированных наборов положений нуклонов, они оказывают практически нулевое влияние на распределение плотности для одного нуклона (т.е. после $Q_{2,3}^2$ -фильтрации мы получаем то же самое распределение плотности WS).

На рис. 1a показано распределение для квадрата $L = 2$ мультипольного момента, полученное для МК-генерации положений нуклонов для некоррелированной плотности WS ядра ^{208}Pb без и с

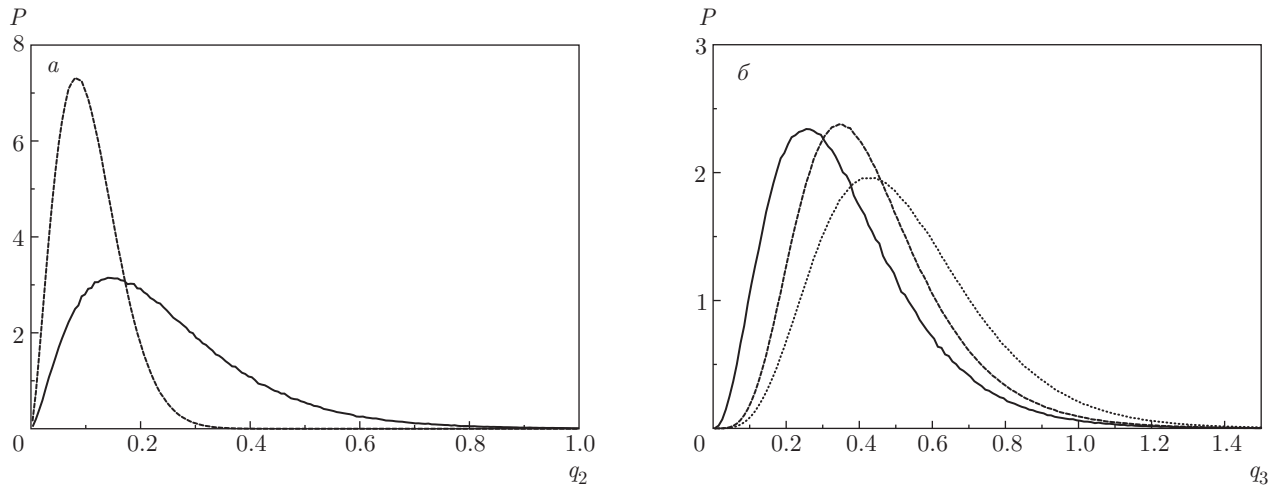


Рис. 1. *а)* Распределение квадрата квадрупольного момента в терминах безразмерной переменной $q_2 = Q_2^2/AR_A^4$ для ядра ^{208}Pb , полученное с использованием обычной МК-генерации положений нуклонов для плотности ядра WS (сплошная кривая) и с фильтрацией положений нуклонов (штриховая кривая), которая дает среднеквадратическое значение квадрупольного момента, уменьшенное на коэффициент $r_2 \approx 2.25$. *б)* Распределение квадрата октупольного момента в терминах безразмерной переменной $q_3 = Q_3^2/AR_A^6$ для ядра ^{208}Pb , полученное с использованием обычной МК-генерации положений нуклонов для плотности ядра WS (сплошная) и с фильтрацией положений нуклонов, которая дает среднеквадратичный октупольный момент, увеличенный на коэффициент $1/r_3$ для $r_3 = 0.84$ (штриховая кривая) и 0.7 (пунктир)

Q_2^2 -фильтрованием (для гладкого Q_2^2 -фильтра, который соответствует $r_2 = 2.25$). На рис. 1б показаны аналогичные результаты для моды $L = 3$. Для этой моды представлены результаты для двух отфильтрованных распределений для $r_3 = 0.84$ и 0.7 . На рис. 1 использованы безразмерные переменные $q_L = Q_L^2/AR_A^{2L}$, где R_A — радиус ядра в параметризации ядерной WS-плотности ^{208}Pb (A.1).

Стоит отметить, что наши численные расчеты показывают, что $Q_2^2(Q_3^2)$ -фильтрация практически не влияет на распределение по $Q_{2,3}^2(Q_2^2)$. Это происходит потому, что с очень хорошей точностью исходное двумерное распределение по $Q_{2,3}^2$ для МК-выборки позиций нуклонов WS может быть записано в факторизованной форме:

$$P_{WS}(Q_2^2, Q_3^2) \approx P_{WS}(Q_2^2)P_{WS}(Q_3^2). \quad (11)$$

При этом, как и в тех случаях, когда Q_2^2 - и Q_3^2 -фильтры применяются отдельно, наши численные расчеты показывают, что для одновременного использования Q_2^2 - и Q_3^2 -фильтров предсказания для $\epsilon_{2,3}$ оказываются практически идентичными для плавного и резкого фильтров.

Мы также исследовали влияние изменения распределения по изовекторному дипольному моменту. Для изовекторных дипольных флуктуаций МК-генерация ядерных конфигураций для ядерной WS-плотности приводит к среднеквадратичному

дипольному моменту, который в 5–6 раз больше, чем полученный из параметров изовекторного дипольного резонанса [32, 45]. Изовекторный гигантский дипольный резонанс соответствует коллективным колебаниям протонов и нейтронов в противоположных направлениях [27, 28]. Эта мода может привести к удлинённой форме распределения нуклонов (т.е. оно генерирует некоторый квадрупольный момент), и, в принципе, неадекватное описание этой моды может повлиять на геометрию распределения энтропии при столкновениях Pb+Pb. Однако мы обнаружили, что влияние модификации МК-генерации положений нуклонов для изовекторной дипольной моды (так же, как мы делаем это для изосинглетной квадрупольной моды) на результаты для $\epsilon_{2,3}$ оказывается практически пренебрежимо малым. Физически это связано с очень малым статистическим весом (среди квадрупольных флуктуаций) флуктуаций с коллективным смещением всех протонов и всех нейтронов в противоположных направлениях. Поэтому изменение распределения по изовекторному дипольному моменту при МК-генерации нуклонных позиций дает для $\epsilon_{2,3}$ почти нулевой эффект.

Стоит отметить, что отбор положений нуклонов для WS-плотности ядра приводит к некоторому завышению чисто радиальных флуктуаций, соответствующих монопольной ($L = 0$) колебательной мо-

де, по сравнению с предсказанием EWSR на основе экспериментальной монополюсной силовой функции (см. Приложение). Однако интуитивно можно было бы ожидать, что влияние радиальных колебаний должно быть несущественным для эксцентриситетов $\epsilon_{2,3}$ (особенно при небольших центральных), и расхождение между моментом $L = 0$ для WS-выборки положений нуклонов с моментом, полученным из EWSR, не должны быть важными. Наши расчеты подтверждают это, мы действительно обнаружили, что добавление фильтрации для моды $L = 0$ практически не влияет на азимутальные коэффициенты $\epsilon_{2,3}$, поэтому мы не использовали никакого фильтра для моды $L = 0$.

Наконец, мы хотели бы подчеркнуть, что тот факт, что все наши предсказания для $\epsilon_{2,3}\{2\}$ для гладких и резких фильтров практически одинаковые, весьма обнадеживает с точки зрения нашей стратегии по имитации коллективных эффектов путем простых $Q_{2,3}^2$ -фильтраций для позиций нуклонов. Действительно, наши плавные и резкие фильтры приводят к радикально различным распределениям по Q_2^2 и Q_3^2 . Ясно, что многочастичные плотности для этих фильтров также радикально различаются. Тем не менее мы получаем практически идентичные $\epsilon_{2,3}\{2\}$, если обе версии приводят к одинаковым значениям $\langle Q_2^2 \rangle$ и $\langle Q_3^2 \rangle$, а различие в других характеристиках (скажем, разница в значениях $\langle (Q_{2,3}^2)^2 \rangle$) оказывает незначительное влияние на $\epsilon_{2,3}\{2\}$ ¹⁾. Эта особенность предсказаний модели Глаубера для $\epsilon_{2,3}\{2\}$ позволяет ожидать, что наши результаты для $\epsilon_{2,3}\{2\}$ должны быть близки к тем, к которым приводит истинная многочастичная плотность при условии, что мы используем $Q_{2,3}^2$ -фильтры, обеспечивающие правильные значения $\langle Q_2^2 \rangle$ и $\langle Q_3^2 \rangle$.

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДЛЯ $\epsilon_2\{2\}$ И $\epsilon_3\{2\}$

В этом разделе представлены наши численные результаты для RMS эллиптичности $\epsilon_2\{2\}$ и триангулярности $\epsilon_3\{2\}$ для энергии 5.02 ТэВ столкновений Pb+Pb²⁾. Результаты для энергии 2.76 ТэВ

¹⁾ Причина этого свойства $\epsilon_{2,3}\{2\}$ неясна. Это может быть связано с тем, что в модели Глаубера поврежденных нуклонов дисперсия ϵ_n (как и $\langle Q_{2,3}^2 \rangle$) зависит только от двухнуклонных корреляторов для сталкивающихся ядер. В то время как $\langle (Q_{2,3}^2)^2 \rangle$ зависят также и от четырехнуклонных корреляторов, которые вообще не важны для дисперсии ϵ_n .

²⁾ Отметим, что наши расчеты показывают, что Q_2^2 - и Q_3^2 -фильтрации дают почти нулевой эффект для высших гармоник ϵ_4 и ϵ_5 , и поэтому мы их не показываем.

столкновений Pb+Pb очень близки к таковым для энергии 5.02 ТэВ, и поэтому мы их не показываем. Для версий с $Q_{2,3}^2$ -фильтрацией мы представляем результаты, полученные с помощью гладких фильтров (как мы уже говорили, результаты для версий с гладкими и резкими $Q_{2,3}^2$ -фильтрами практически неразличимы). Результаты были получены путем генерации примерно $6 \cdot 10^6$ столкновений Pb+Pb, т.е. мы имеем около $6 \cdot 10^4$ событий в области $c \lesssim 1\%$, которая наиболее интересна в контексте загадки v_2 -to- v_3 . Проведены расчеты для схем Глаубера с мезон-барионной компонентой нуклона и без нее. Представлены результаты, полученные для источников энтропии с параметром ширины Гаусса $\sigma = 0.4$ фм. В области малых центральных (не более 5–10%), которая интересна в контексте загадки v_2 -to- v_3 , предсказания для $\epsilon_{2,3}\{2\}$ обладают очень низкой чувствительностью к значению σ . Мы проверили это, выполнив вычисления для значения $\sigma = 0.7$ фм. В этом случае $\epsilon_{2,3}\{2\}$ становятся несколько меньше для больших центральных (примерно на 5–7% при $c \sim 50\%$), но при центральных не более 5–10% результаты очень близки к таковым для $\sigma = 0.4$ фм.

На рис. 2 представлены результаты для зависимости $\epsilon_{2,3}\{2\}$ от центральности для обычной МК-выборки WS-позиций нуклонов (т.е. без применения каких-либо $Q_{2,3}^2$ -фильтров). На рис. 2 видно, что результаты для $\epsilon_{2,3}\{2\}$ в версиях без и с мезон-барионной компонентой очень похожи. Для кривых, показанных на рис. 2, мы имеем в среднем $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\} \approx 0.94\text{--}0.95$ при $c \lesssim 1\%$. На рис. 3 представлены $\epsilon_{2,3}\{2\}$, полученные с помощью МК-генерации позиций нуклонов с применением плавного Q_2^2 -фильтра, который дает для сталкивающихся ядер $\langle Q_2^2 \rangle = \langle Q_2^2 \rangle_{WS}/r_2$ с $r_2 = 2.25$, т.е. среднеквадратичный квадрупольный момент, соответствующий предсказываемому EWSR. Из сравнения результатов, показанных на рис. 2 и 3, видно, что наличие Q_2^2 -фильтра заметно уменьшает $\epsilon_2\{2\}$, но почти не влияет на $\epsilon_3\{2\}$. Для кривых, показанных на рис. 3, мы имеем в среднем $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\} \approx 0.82\text{--}0.84$ при $c \lesssim 1\%$. Обратим внимание, что значение отношения $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\}$ при $c \lesssim 0.1\%$ для кривых, показанных на рис. 3, всего лишь примерно на 2% больше, чем значение, полученное в работе [31] в аналогичных расчетах для нулевого прицельного параметра.

На рис. 4 показаны $\epsilon_{2,3}\{2\}$, полученные с помощью МК-генерации положений нуклонов с одновременным применением гладких фильтров по Q_2^2 и Q_3^2 , которые дают для сталкивающихся ядер $\langle Q_{2,3}^2 \rangle =$

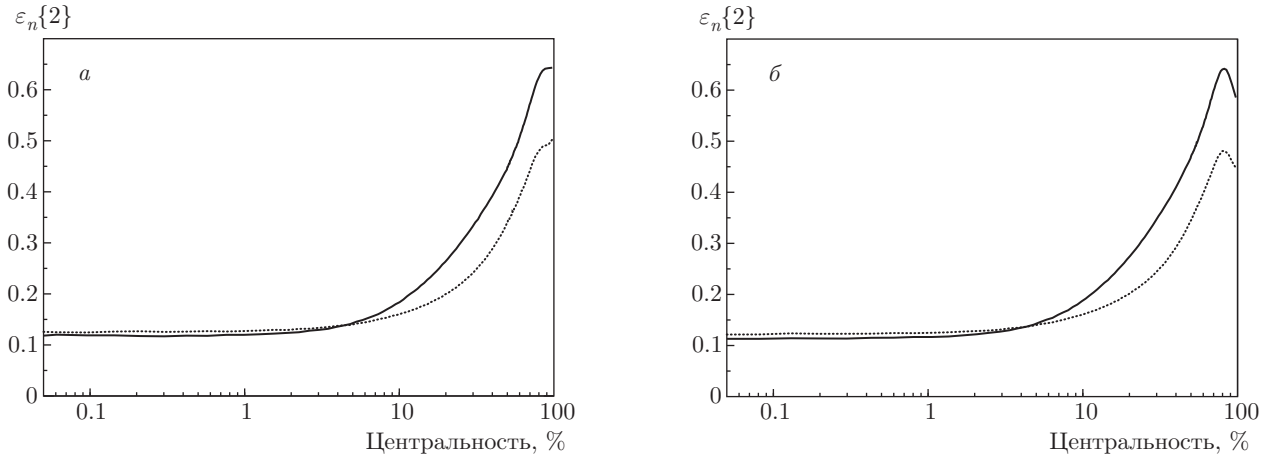


Рис. 2. Азимутальные RMS-коэффициенты $\epsilon_2\{2\}$ (сплошная) и $\epsilon_3\{2\}$ (пунктир) в зависимости от центральности для столкновений Pb+Pb с энергией 5.02 ТэВ, полученные в рамках МК-модели Глаубера без (а) и с (б) мезон-барионной компонентой нуклона с использованием обычной МК-генерации положений нуклонов WS

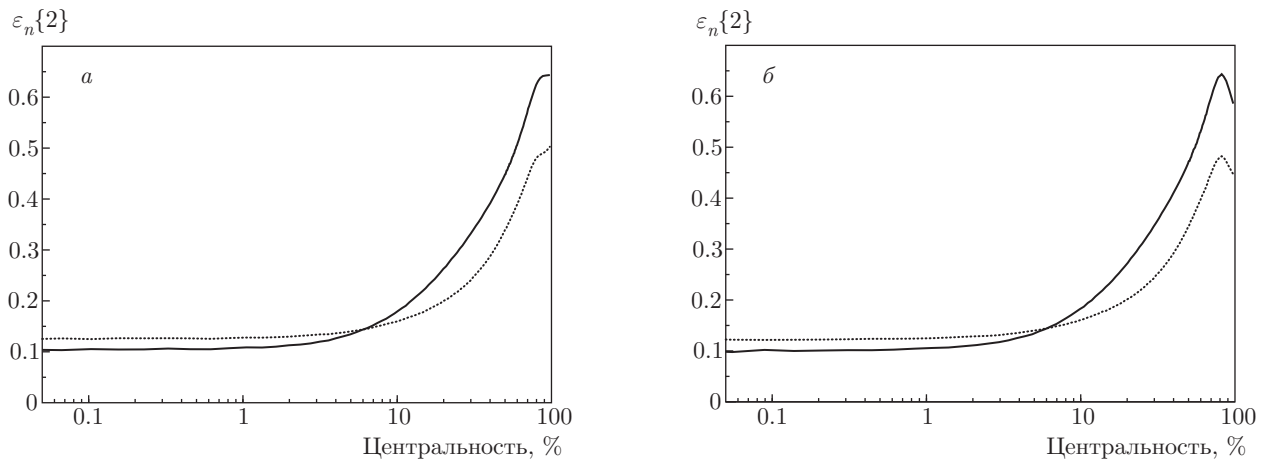


Рис. 3. Азимутальные RMS-коэффициенты $\epsilon_2\{2\}$ (сплошная) и $\epsilon_3\{2\}$ (пунктир) в зависимости от центральности для столкновений Pb+Pb с энергией 5.02 ТэВ, полученные в рамках модели МК Глаубера без (а) и с (б) мезон-барионной компонентой нуклона с использованием МК-генерации положений нуклонов WS с плавным Q_2^2 -фильтром, который приводит к $\langle Q_2^2 \rangle = \langle Q_2^2 \rangle_{WS} / r_2$ с $r_2 = 2.25$

$= \langle Q_{2,3}^2 \rangle_{WS} / r_{2,3}$ с $r_2 = 2.25$ и $r_3 = 0.84$. Добавление Q_3^2 -фильтрации для $r_3 = 0.84$ увеличивает $\epsilon_3\{2\}$ примерно на 2% при $c \lesssim 1\%$, так что в этой области центральностей мы имеем в среднем $\epsilon_2\{2\} / \epsilon_3\{2\} \approx 0.8 - 0.82$. На рис. 5 представлены результаты, аналогичные показанным на рис. 4, но для $r_3 = 0.7$. В этой версии при $c \lesssim 1\%$ мы имеем в среднем $\epsilon_2\{2\} / \epsilon_3\{2\} \approx 0.78 - 0.81$. Из сравнения результатов, показанных на рис. 3, с теми, что показаны на рис. 4 и 5, можно видеть, что Q_3^2 -фильтрация немного увеличивает $\epsilon_3\{2\}$, без заметного эффекта для значения $\epsilon_2\{2\}$. Результаты, показанные на рис. 3, 4, 5, демонстрируют, что влияние $Q_{2,3}^2$ -фильтров ста-

новится заметным только при $c \lesssim 10\%$. На рис. 3, 4, 5 можно видеть, что в наиболее интересной (в контексте загадки v_2 -to- v_3) области малых центральностей не более 1%, модификация МК-отбора нуклонных позиций с Q_2^2 - и Q_3^2 -фильтрами увеличивает разницу $\epsilon_3\{2\} - \epsilon_2\{2\}$ на коэффициент, равный примерно трем. Обратим внимание, что наши значения для отношения $\epsilon_2\{2\} / \epsilon_3\{2\}$ при $c \lesssim 1\%$ для версий с $Q_{2,3}^2$ -фильтрацией меньше на 15–20%, чем те, которые были получены в модели MC-KLN в работе [19], и примерно на 10–15%, чем полученные в схеме TRENTO в работе [20] (для октаупольного параметра деформации $\beta_3 \sim 0 - 0.0375$). По сравнению с рас-

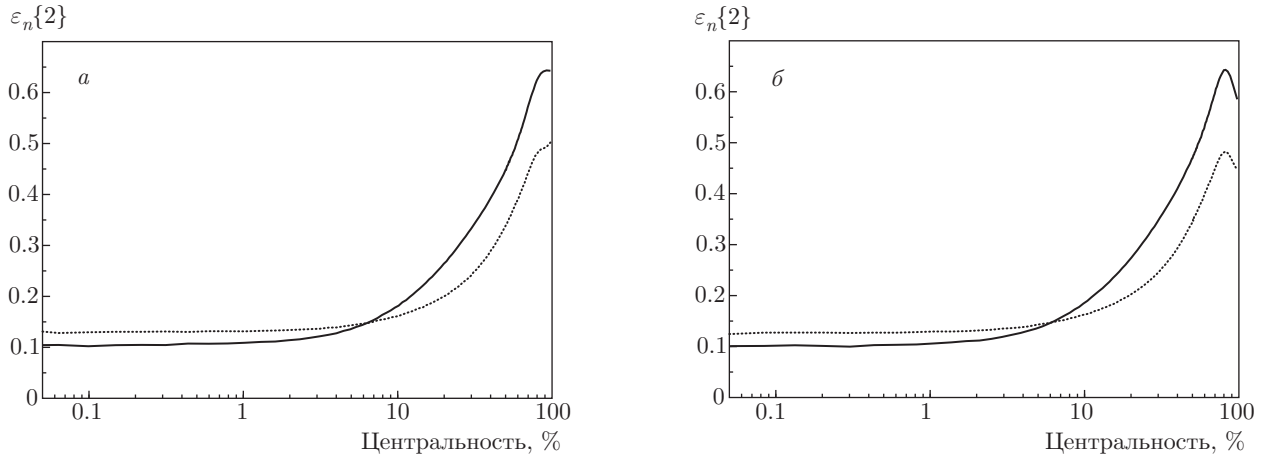


Рис. 4. Азимутальные RMS-коэффициенты $\epsilon_2\{2\}$ (сплошная) и $\epsilon_3\{2\}$ (пунктир) в зависимости от центральности для столкновений Pb+Pb с энергией 5.02 ТэВ, полученные в рамках МК-модели Глаубера без (а) и с (б) мезон-барионной компонентой нуклона с использованием МК-генерации положений нуклонов WS с плавным Q_2^2 -фильтром, который приводит к $\langle Q_2^2 \rangle = \langle Q_2^2 \rangle_{WS}/r_2$ с $r_2 = 2.25$ и $\langle Q_3^2 \rangle = \langle Q_3^2 \rangle_{WS}/r_3$ с $r_3 = 0.84$

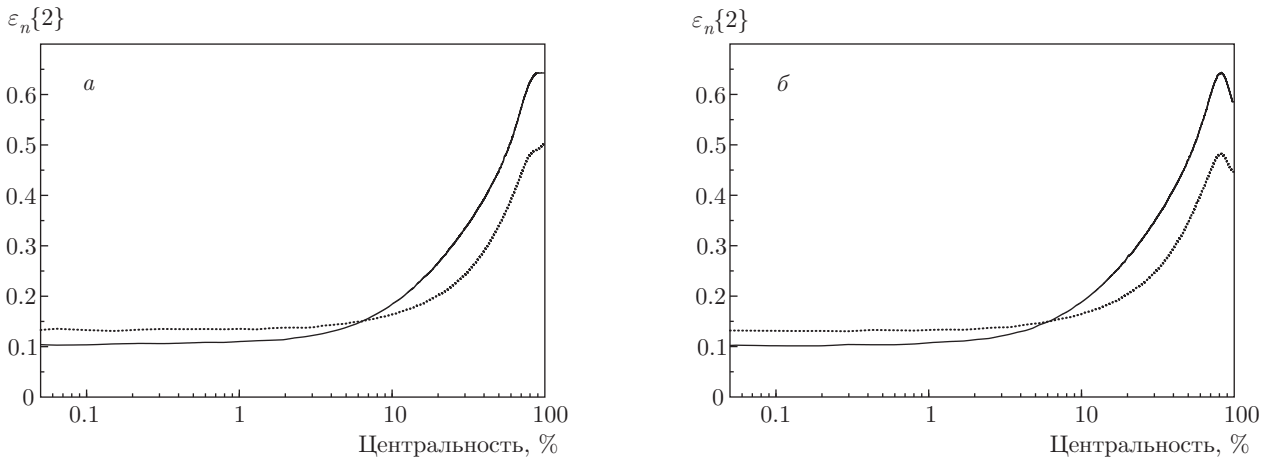


Рис. 5. То же самое что и на рис. 4, но для $r_3 = 0.7$

четами работы [46] в рамках модели MAGMA, наши значения отношения $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\}$ меньше на коэффициент примерно 1.65.

С точки зрения загадки v_2 -to- v_3 , интересно знать, каково отношение $k_2\epsilon_2\{2\}/k_3\epsilon_3\{2\}$. Гидродинамическое моделирование столкновений Pb+Pb при энергиях ЛНС дает $k_2/k_3 \approx 1.2 - 1.4$ [19, 20, 34, 35] для малых центральностей ($c \lesssim 2\%$). Наши результаты, показанные на рис. 4 и 5, с МК-генерацией позиций нуклонов с одновременным Q_2^2 -фильтрованием (c $r_2 = 2.25$) и Q_3^2 -фильтрованием для центральности примерно 0.1–0.2% дают $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\} \approx 0.8(0.78)$ при $r_3 = 0.84(0.7)$. Эти значения $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\}$ приводят к $0.96(0.94) <$

$< k_2\epsilon_2\{2\}/k_3\epsilon_3\{2\} < 1.12(1.1)$ для $r_3 = 0.84(0.7)$ и $1.2 < k_2/k_3 < 1.4$. Это разумно согласуется с результатом измерений ALICE [18] для энергий 2.76 ТэВ и 5.02 ТэВ соударений Pb+Pb, которые дают $v_2\{2\}/v_3\{2\} \approx 1.08 \pm 0.05$ при $c \rightarrow 0$.

Приведенные выше результаты были получены для некоррелированной WS-плотности ядра. Мы также выполнили расчеты, заменив ее ядерной WS-плотностью с жестким NN-отталкиванием для радиуса отталкивания $r_c = 0.9$ фм [44] и $r_c = 0.6$ фм [47]. Мы обнаружили, что твердый NN-кор немного изменяет значения $\epsilon_{2,3}$ для МК-моделирования без $Q_{2,3}^2$ -фильтрации. Однако для версии с одновременным $Q_{2,3}^2$ -фильтрованием предсказания для

$\epsilon_{2,3}\{2\}$ очень близки к таковым для некоррелированной ядерной плотности WS. Этот факт показывает, что предсказания для $\epsilon_{2,3}\{2\}$ зависят в основном от крупномасштабных ($L \sim R_A$) свойств многочастичного распределения ядра, а его свойства на малых расстояниях ($L \sim r_c \ll R_A$) имеют второстепенное значение. Это можно рассматривать как еще один аргумент в пользу нашей основной идеи моделирования коллективных эффектов в ядре ^{208}Pb путем применения подходящих $Q_{2,3}^2$ -фильтрований положений нуклонов в МК-моделировании, которые гарантируют, что выбранный набор положений нуклонов воспроизводит предсказания EWSR для $\langle Q_{2,3}^2 \rangle$.

В связи с моделированием эффекта жесткого NN -кора при МК-моделировании AA -столкновений стоит отметить, что неочевидно, что модели с исключенным объемом физически лучше обоснованы, чем моделирование с некоррелированной ядерной плотностью WS. Дело в том, что вполне возможно, что на самом деле «исключенный объем» не пуст. Действительно, короткодействующее NN -взаимодействие может быть успешно описано в дибарионной модели (см. обзоры [48, 49]), в которой область вытеснения не пуста, а занята $6q$ -кластером. В этом случае, аналогично hD -рассеянию [50], $6q$ -кластеры должны участвовать в обмене t -канальными глюонами между сталкивающимися ядрами и вносить вклад в производство энтропии при AA -столкновениях. Очевидно, что в этом сценарии использование некоррелированной ядерной WS-плотности более адекватно для моделирования начальных условий при столкновениях тяжелых ионов.

4. ВЫВОДЫ

Настоящее исследование является продолжением нашего предыдущего [31] анализа влияния коллективных квантовых эффектов в многочастичном распределении ядра на коэффициенты анизотропии $\epsilon_{2,3}$ в $\text{Pb}+\text{Pb}$ -столкновениях при энергиях ЛНС, мотивированного загадкой v_2 -to- v_3 в ультрацентральных $\text{Pb}+\text{Pb}$ -столкновениях. В отличие от наших предыдущих расчетов [31], где изучались только столкновения при нулевом прицельном параметре, мы выполняем вычисления для n -центральности и во всем диапазоне центральности. Моделируются коллективные эффекты в сталкивающихся ядрах Pb путем модификации МК-генерации положений нуклонов с помощью подходящих фильтров, которые гарантируют, что среднеквадратичные квадратурные и октапольные моменты совпадают с те-

ми, которые получены с использованием EWSR из данных о квадратурных и октапольных силовых функциях ядра ^{208}Pb . Мы обнаружили, что EWSR и экспериментальные данные ISGQR для ядра ^{208}Pb приводят к среднеквадратичному квадратурному моменту, который меньше, чем для некоррелированной ядерной WS-плотности, на множитель $r_2 \approx 2.25$. Для октапольной моды имеющиеся экспериментальные данные о силовой функции указывают на то, что отношение между среднеквадратичным октапольным моментом для некоррелированной ядерной плотности WS и значением, полученным с помощью EWSR, должно быть примерно 0.7–0.84.

Выполнены расчеты по МК-модели Глаубера с применением плавного и резкого $Q_{2,3}^2$ -фильтров для генерации выборки положений нуклонов. Мы обнаружили, что результаты для $\epsilon_{2,3}\{2\}$, полученные с помощью гладкой и резкой $Q_{2,3}^2$ -фильтрации, практически идентичны. Наши численные результаты показывают, что влияние $Q_{2,3}^2$ -фильтрации позиций нуклонов на значения $\epsilon_{2,3}\{2\}$ становится заметным при $c \lesssim 10\%$. Для центральностей $c \sim 0.1$ – 1% наша МК-модель Глаубера с модифицированной выборкой положений нуклонов дает $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\} \sim 0.8$, что на коэффициент примерно 1.2 меньше, чем для обычной МК-выборки позиций нуклонов для некоррелированной ядерной плотности WS. Такое значение соотношения $\epsilon_2\{2\}/\epsilon_3\{2\}$ позволяет достичь разумного согласия с отношением $v_2\{2\}/v_3\{2\} \approx 1.08 \pm 0.05$ при $c \rightarrow 0$, полученным для энергий 2.76 ТэВ и 5.02 ТэВ столкновений $\text{Pb}+\text{Pb}$ коллаборацией ALICE [18] для отношения $k_2/k_3 \approx 1.35$, которое принадлежит интервалу $1.2 < k_2/k_3 < 1.4$, получаемому в гидродинамических расчетах [19, 20, 34, 35].

Хотя наш анализ демонстрирует важность коллективных эффектов для начальной геометрии фэйрбола КГП для сферических ядер, можно ожидать, что коллективные эффекты могут быть важны и для столкновения несферических ядер (например, для соударений $^{197}\text{Au}+^{197}\text{Au}$ и $^{238}\text{U}+^{238}\text{U}$). Коллективные эффекты могут быть важны и для исследования формы ядер [51] и для интерпретации результатов отбора формы событий [52–54] в AA -столкновениях при энергиях RHIC и ЛНС и в области энергии NICA, где эффекты критической точки могут повлиять на расширение среды, и учет подавления квадратурных флуктуаций для ядра Au особенно важен.

Благодарности. Я благодарен С. П. Камерджиеву за полезные обсуждения физики гигант-

ских резонансов и нашего метода расчета квадратов L -мультипольных моментов.

Финансирование. Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 18-02-40069mega).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Вычисление среднеквадратичных мультипольных моментов ядра ^{208}Pb

Для полноты изложения мы кратко обсуждаем метод работы [31] вычисления среднеквадратичных мультипольных моментов ядра ^{208}Pb с помощью EWSR [27, 33] и приводим отношения между среднеквадратичными мультипольными моментами, получаемыми с использованием обычного МК-отбора позиций нуклонов WS и рассчитанными с использованием EWSR.

Предполагается, что в основном состоянии ядро ^{208}Pb сферичное. Запишем ядерную плотность в WS-форме:

$$\rho_A(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_A)/d]} \quad (\text{A.1})$$

с $R_A = 6.62$ фм и $d = 0.546$ фм [55, 56]. Определим квадрупольный и октупольный моменты через шаровые функции, Y_{Lm} , с $L = 2$ и 3. Необходимый нам изосинглетный L -мультипольный оператор имеет вид (см., например, [27, 28, 30])

$$F_L = \sum_{i=1}^A r_i^L Y_{Lm}(\mathbf{n}_i), \quad (\text{A.2})$$

где $\mathbf{n}_i = \mathbf{r}_i/|\mathbf{r}_i|$. Среднеквадратичный L -мультипольный момент $\langle Q_L^2 \rangle$ ядра в основном состоянии может быть определен квантово-механически как

$$\langle Q_L^2 \rangle = \langle 0|F_L^+ F_L|0 \rangle. \quad (\text{A.3})$$

Классический расчет $\langle Q_L^2 \rangle$ для некоррелированной ядерной плотности WS дает³⁾

$$\langle Q_L^2 \rangle_{WS} = \langle F_L^+ F_L \rangle_{WS} = \frac{A(2L+1)\langle r^{2L} \rangle}{4\pi}. \quad (\text{A.4})$$

Конечно, эта формула становится несправедлива при учете корреляций малого радиуса от жесткого NN -кора. Но их эффект не очень велик (см. ниже). Для выполнения квантового вычисления $\langle Q_L^2 \rangle$ для

³⁾ В этом Приложении мы игнорируем очень малый эффект от нуклонных корреляций центра масс. Однако в наших численных расчетах они учитывались точно.

ядра ^{208}Pb мы используем EWSR (см. обзор [33]) для силовой функции $S(\omega)$ оператора F_L . Она определяется как

$$S(\omega) = \sum_n |\langle n|F_L|0 \rangle|^2 \delta(\omega - \omega_n), \quad (\text{A.5})$$

где $\omega_n = E_n - E_0$ и E_n — энергии состояний ядра. В терминах моментов силовой функции, определяемых как

$$m_k = \int_0^\infty d\omega \omega^k S(\omega), \quad (\text{A.6})$$

можно написать $\langle 0|F_L^+ F_L|0 \rangle = m_0$. Удобно переписать это в виде

$$\langle 0|F_L^+ F_L|0 \rangle = m_1/E_c, \quad (\text{A.7})$$

где

$$E_c = m_1/m_0 \quad (\text{A.8})$$

— так называемая центральная энергия E_c , которую можно рассматривать как типичную энергию возбуждения для оператора F_L , действующего на основное состояние. Представление (A.7) более удобно, чем представление через m_0 , потому что экспериментальные ошибки в нормировке силовой функции не важны для отношения m_1/m_0 , а момент m_1 может быть точно рассчитан с помощью EWSR, которое для $L \geq 2$ [27, 30, 33] дает

$$m_1 = \frac{AL(2L+1)^2 \langle r^{2L-2} \rangle}{8\pi m_N}, \quad (\text{A.9})$$

где m_N — масса нуклона. Таким образом, мы получаем

$$\langle Q_L^2 \rangle_{EWSR} = \frac{AL(2L+1)^2 \langle r^{2L-2} \rangle}{8\pi m_N E_c}. \quad (\text{A.10})$$

Сравнивая (A.10) с (A.4), мы видим, что отношение между среднеквадратичными мультипольными моментами для обычной МК-выборки положений нуклонов и для квантового расчета с помощью EWSR есть

$$r_L = \frac{\langle Q_L^2 \rangle_{WS}}{\langle Q_L^2 \rangle_{EWSR}} = \frac{2m_N E_c \langle r^{2L} \rangle}{L(2L+1) \langle r^{2L-2} \rangle}. \quad (\text{A.11})$$

Центральная энергия вычисляется с помощью параметризации Брейта–Вигнера силовой функции. Поскольку силовая функция пропорциональна мнимой части поляризуемости (восприимчивости) α (которая, как обычно, должна удовлетворять соотношению $\alpha(-\omega^*) = \alpha^*(\omega)$ [57]) для оператора F_L , то для каждого резонанса должна использоваться

параметризация Брейта–Вигнера с двумя полюсами (с одинаковыми вычетами) в точках $\pm\omega_R - i\Gamma/2$ (см. формулу (20) в [32]). Для N -резонансов это дает

$$E_c = \left[\sum_{i=1}^N \frac{2f_i}{\pi\omega_i} \arctg 2\omega_i/\Gamma_i \right]^{-1}, \quad (\text{A.12})$$

где f_i — относительная доля вклада резонанса i в EWSR.

Для изоскалярного оператора F_2 для ядра ^{208}Pb EWSR практически исчерпывается изоскалярным гигантским квадрупольным резонансом с $\omega \approx 10.89$ МэВ и $\Gamma \approx 3$ МэВ [58]. Формула (A.12) с этими параметрами дает $E_c \approx 11.9$ МэВ, тогда из (A.11) можно получить $r_2 \approx 2.25$. Таким образом, мы видим, что вероятностная трактовка ядра ^{208}Pb с WS-плотностью ядра переоценивает квадрупольные 3D-флуктуации. Понятно, что это может приводить также к неверным предсказаниям для 2D-флуктуаций начального файерболла КГП в АА-столкновениях. Как и в [31], наша стратегия решения этой проблемы заключается в изменении МК-генерации положений нуклонов путем применения подходящего фильтра, который генерирует ядерные конфигурации со среднеквадратичным квадрупольным моментом, соответствующим EWSR.

Для вычисления r_3 нам необходима силовая функция для F_3 . Для ядра ^{208}Pb функция $S(\omega)$ для оператора F_3 распределена в широкой области ω . Имеются несколько очень узких пиков в области низких энергий, $\omega \lesssim 7$ МэВ [59–61], в которой низколежащее 3^- -состояние с $\omega \approx 2.615$ МэВ поглощает около 20–25 % от EWSR [59–61] и еще несколько состояний в области $4.7 \lesssim \omega \lesssim 7$ МэВ (так называемая область низкоэнергетического октупольного резонанса (LEOR)), которая поглощает около 8–13 % от EWSR [59, 60]. В области высоких энергий имеется широкий резонанс при $\omega \sim 16 - 20$ МэВ с $\Gamma \sim 5-8$ МэВ [58, 61–65]. Измеренная доля высокоэнергетичного октупольного резонанса (HEOR) в EWSR варьируется примерно от 20–50 % [63, 64] до 60–90 % [58, 61, 62, 65]. Используя данные работы [60], где вклад в EWSR от 3^- -состояния с энергией 2.615 МэВ составляет 21 % и от LEOR-области 8.3 %, вместе с параметрами HEOR из работы [58] ($\omega \approx 19.6 \pm 0.5$ МэВ, $\Gamma \approx 7.4 \pm 0.6$ МэВ с долей в EWSR 70 ± 14 %) мы получаем $r_3 \approx 0.84$. Однако, если мы используем 25 % для вклада в EWSR от состояния с энергией 2.615 МэВ, как было получено в [61], и параметры HEOR, полученные в [63] ($\omega = 16$ МэВ, $\Gamma = 6$ МэВ), тогда мы получаем

$r_3 \approx 0.7$. Таким образом, мы видим, что экспериментальные данные по октупольной силовой функции ядра ^{208}Pb свидетельствуют в пользу $r_3 \lesssim 1$. Но из-за неопределенности в экспериментальных данных для октупольной силовой функции имеется неопределенность в значениях r_3 около 15–20 %. В данном анализе мы выполняем расчеты для двух значений: $r_3 = 0.84$ и $r_3 = 0.7$.

Приведенные выше значения множителей r_2 и r_3 соответствуют МК-выборке положений нуклонов для некоррелированной ядерной плотности WS. Расчеты с использованием распределения WS с ограничением на минимальное расстояние между нуклонами для имитации жесткого NN -кора дают несколько иные значения $r_{2,3}$. Однако влияние жесткого NN -кора на $r_{2,3}$ относительно невелико: мы получили уменьшение r_2 на коэффициент 0.78(0.926) и уменьшение r_3 на коэффициент 0.81(0.928) для радиуса кора $r_c = 0.9(0.6)$ фм.

В настоящем анализе мы модифицируем МК-генерацию положений нуклонов только с помощью фильтров для изоскалярных моментов $L = 2$ и 3 , которые соответствуют колебаниям формы ядра. Мы не используем фильтрацию для моды $L = 0$, которая соответствует чисто радиальным колебаниям. Радиальные колебания могут характеризоваться квадратом момента для монополярного изоскалярного оператора

$$F_0 = \sum_{i=1}^A (r_i^2 - \langle r^2 \rangle).$$

EWSR для этого оператора дает $m_1 = 2\langle r^2 \rangle/m_N$ [66]. Используя эту формулу для некоррелированной ядерной плотности WS, мы получаем для аналога (A.11) в случае моды $L = 0$

$$r_0 = \frac{m_N E_c}{2} \left[\frac{\langle r^4 \rangle}{\langle r^2 \rangle} - \langle r^2 \rangle \right]. \quad (\text{A.13})$$

Для изоскалярной моды $L = 0$ EWSR практически исчерпывается изоскалярным гигантским монополярным резонансом с $\omega \approx 13.6-13.9$ МэВ и $\Gamma \approx 3$ МэВ [58, 67]. Эти параметры дают $E_c \approx 15$ МэВ, а расчет с использованием (A.13) для распределения WS (A.1) дает $r_0 \sim 1.6$. Это означает, что для МК-выборки ядерных конфигураций с некоррелированной ядерной плотностью WS величина чисто радиальных флуктуаций несколько завышена по сравнению с величиной, получаемой из экспериментальной монополярной силовой функции. Однако мы обнаружили, что добавление фильтрации для моды $L = 0$, которая уменьшает среднеквадратичный

момент $L = 0$ до его значения предсказываемого EWSR, практически не влияет на азимутальные коэффициенты $\epsilon_{2,3}$. Поэтому мы не используем фильтрование для флуктуаций $L = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Hirano, P. Huovinen, K. Murase, and Y. Nara, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **70**, 108 (2013) [arXiv:1204.5814].
2. R. Derradi de Souza, T. Koide, and T. Kodama, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **86**, 35 (2016) [arXiv:1506.03863].
3. P. Romatschke and U. Romatschke, arXiv:1712.05815.
4. J.-Y. Ollitrault, *Phys. Rev. D* **46**, 229 (1992).
5. F. G. Gardim, F. Grassi, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, *Phys. Rev. C* **85**, 024908 (2012) [arXiv:1111.6538].
6. H. Niemi, G. S. Denicol, H. Holopainen, and P. Huovinen, *Phys. Rev. C* **87**, 054901 (2013) [arXiv:1212.1008].
7. M. Luzum and H. Petersen, *J. Phys. G* **41**, 063102 (2014) [arXiv:1312.5503].
8. D. Teaney and L. Yan, *Phys. Rev. C* **83**, 064904 (2011) [arXiv:1010.1876].
9. E. Retinskaya, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, *Nucl. Phys. A* **926**, 152 (2014) [arXiv:1401.3241].
10. M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, and P. Steinberg, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **57**, 205 (2007) [nucl-ex/0701025].
11. M. Rybczynski, G. Stefanek, W. Broniowski, and P. Bozek, *Comput. Phys. Commun.* **185**, 1759 (2014) [arXiv:1310.5475].
12. G. Policastro, D.T. Son, and A. O. Starinets, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 081601 (2001) [hep-th/0104066].
13. G. Policastro, D. T. Son, and A. O. Starinets, *JHEP* **09**, 043 (2002) [hep-th/0205052].
14. J. S. Moreland, J. E. Bernhard, and S. A. Bass, *Phys. Rev. C* **92**, 011901 (2015) [arXiv:1412.4708].
15. B. Schenke, P. Tribedy, and R. Venugopalan, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 252301 (2012) [nucl-th/1202.6646].
16. F. Gelis, G. Giacalone, Pablo Guerrero-Rodríguez, C. Marquet, and J.-Y. Ollitrault, arXiv:1907.10948.
17. S. Chatrchyan et al. [CMS Collaboration], *JHEP* **1402**, 088 (2014) [arXiv:1312.1845].
18. S. Acharya et al. [ALICE Collaboration], *JHEP* **1807**, 103 (2018) [arXiv:1804.02944].
19. C. Shen, Z. Qiu, and U. Heinz, *Phys. Rev. C* **92**, 014901 (2015) [arXiv:1502.04636].
20. P. Carzon, S. Rao, M. Luzum, M. Sievert, and J. Noronha-Hostler, arXiv:2007.00780.
21. D. Kharzeev and E. Levin, *Phys. Lett. B* **523**, 79 (2001) [arXiv:nucl-th/0108006].
22. D. Kharzeev, E. Levin, and M. Nardi, *Nucl. Phys. A* **747**, 609 (2005) [arXiv:hep-ph/0408050].
23. J.-B. Rose, J.-F. Paquet, G. S. Denicol, M. Luzum, B. Schenke, S. Jeon, and C. Gale, *Nucl. Phys. A* **931**, 926 (2014) [arXiv:1408.0024].
24. P. Alba, V. Mantovani Sarti, J. Noronha, J. Noronha-Hostler, P. Parotto, I. Portillo Vazquez, and C. Ratti, *Phys. Rev. C* **98**, 034909 (2018) [arXiv:1711.05207].
25. L. M. Robledo and G. F. Bertsch, *Phys. Rev. C* **84**, 054302 (2011) [1107.3581].
26. S. E. Agbemava, A. V. Afanasjev, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **93**, 044304 (2016) [1603.03414].
27. A. Bohr and B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. II, W. A. Benjamin, Inc., New York (1975).
28. W. Greiner and J. A. Maruhn, *Nuclear Models*, Springer, Berlin (1996).
29. S. Kamedzhiev, J. Speth, and G. Tertychny, *Phys. Rep.* **393**, 1 (2004) [nucl-th/0311058].
30. X. Roca-Maza and N. Paar, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **101**, 96 (2018) [1804.06256].
31. B. G. Zakharov, *JETP Lett.* **112**, 393 (2020) [2008.07304].
32. B. G. Zakharov, *JETP Lett.* **108**, 723 (2018) [arXiv:1810.08942].
33. E. Lipparini and S. Stringari, *Phys. Rep.* **175**, 103 (1989).
34. G. Giacalone, J. Noronha-Hostler, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, *Phys. Rev. C* **97**, 034904 (2018) [arXiv:1711.08499].
35. J. Noronha-Hostler, Li Yan, F. G. Gardim, and J.-Y. Ollitrault, *Phys. Rev. C* **93**, 014909 (2016) [arXiv:1511.03896].
36. S. J. Das, G. Giacalone, P.-A. Monard, and J.-Y. Ollitrault, *Phys. Rev. C* **97**, 014905 (2018) [arXiv:1708.00081].

37. W. Broniowski and W. Florkowski, *Phys. Rev. C* **65**, 024905 (2002) [nucl-th/0110020].
38. B. G. Zakharov, *JETP Lett.* **104**, 6 (2016) [arXiv:1605.06012].
39. Б. Г. Захаров, *ЖЭТФ* **151**, 1011 (2017) [arXiv:1611.05825].
40. B. G. Zakharov, *Eur. Phys. J. C* **78**, 427 (2018) [arXiv:1804.05405].
41. D. Kharzeev and M. Nardi, *Phys. Lett. B* **507**, 121 (2001) [nucl-th/0012025].
42. B. Müller and K. Rajagopal, *Eur. Phys. J. C* **43**, 15 (2005) [arXiv:hep-ph/0502174].
43. J. Speth and A. W. Thomas, *Adv. Nucl. Phys.* **24**, 83 (1997).
44. W. Broniowski and M. Rybczynski, *Phys. Rev. C* **81**, 064909 (2010) [arXiv:1003.1088].
45. B. G. Zakharov, *JETP Lett.* **105**, 785 (2017) [arXiv:1703.04271].
46. G. Kh. Eyyubova, V. L. Korotkikh, A. M. Snigirev, and E. E. Zabrodin, *J. Phys. G* **48**, 095101 (2021) [arXiv:2107.00521].
47. K. A. Bugaev, A. I. Ivanytskyi, V. V. Sagun, B. E. Grinyuk, D. O. Savchenko, G. M. Zinovjev1, E. G. Nikonov, L. V. Bravina, E. E. Zabrodin, D. B. Blaschke, A. V. Taranenko, and L. Turko, *Universe* **5**, 63 (2019) [arXiv:1810.00486].
48. M. I. Krivoruchenko, D. K. Nadyozhin, T. L. Rasin-kova, Yu. A. Simonov, M. A. Trusov, and A. V. Yudin, *Phys. Atom. Nucl.* **74**, 371 (2011), and references therein. [arXiv:1006.0570].
49. V. I. Kukulín, *Phys. Atom. Nucl.* **74**, 1567 (2011), and references therein.
50. B. G. Zakharov and B. Z. Kopeliovich, *Sov. J. Nucl. Phys.* **42**, 677 (1985).
51. J. Jia, 2106.08768.
52. J. Schukraft, A. Timmins, and S. A. Voloshin, *Phys. Lett. B* **719**, 394 (2013) [arXiv:1208.4563].
53. L. Adamczyk, J. K. Adkins, G. Agakishiev et al. [STAR Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* **115**, 222301 (2015) [arXiv:1505.07812].
54. A. Goldschmidt, Z. Qiu, C. Shen, and U. Heinz, *Phys. Rev. C* **92**, 044903 (2015) [arXiv:1507.03910].
55. B. Alver, M. Baker, C. Loizides, and P. Steinberg, arXiv:0805.4411.
56. H. De Vries, C.W. De Jager, and C. De Vries, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **36**, 495 (1987).
57. L. D. Landau and E. M. Lifshits, *Statistical Physics Part 1 (Landau Course of Theoretical Physics Vol. 5)*, Oxford, Pergamon Press (1980).
58. D. H. Youngblood, Y. W. Lui, H. L. Clark, B. John, Y. Tokimoto, and X. Chen, *Phys. Rev. C* **69**, 034315 (2004).
59. M. N. Harakeh, B. Van Heyst, K. Van Der Borg, and A. Van Der Woude, *Nucl. Phys. A* **327**, 373 (1979).
60. Y. Fujita, T. Shimoda, H. Miyatake, N. Takahashi, and M. Fujiwara, *Phys. Rev. C* **45**, 993 (1992).
61. T. Yamagata, S. Kishimoto, K. Yuasa, K. Iwamoto, B. Saeki, M. Tanaka, T. Fukuda, I. Miura, M. Inoue, and H. Ogata, *Phys. Rev. C* **23**, 937 (1981) [Erratum: *Phys. Rev. C* **23**, 2798 (1981)].
62. R. Pitthan, F. R. Buskirk, E. B. Dally, J. N. Dyer, and X. K. Maruyama, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 849 (1974) [Erratum *Phys. Rev. Lett.* **34**, 848 (1975)].
63. M. Sasao and Y. Torizuka, *Phys. Rev. C* **15**, 217 (1977).
64. T. A. Carey, W. D. Cornelius, N. J. Digiacomio, J. M. Moss, G. S. Adams et al., *Phys. Rev. Lett.* **45**, 239 (1980).
65. B. F. Davis, U. Garg, W. Reviol, M. N. Harakeh, A. Bacher et al., *Phys. Rev. Lett.* **79**, 609 (1997).
66. J. P. Blaizot, *Phys. Rep.* **64**, 171 (1980).
67. D. Patel, U. Garg, M. Itoh, H. Akimune, G. P. A. Berg et al., *Phys. Lett. B* **735**, 387 (2014) [1406.6905].