

АСИММЕТРИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛЕВОПОЛЯРИЗОВАННЫХ НЕЙТРИНО В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*А. Е. Лобанов**, *А. В. Чухнова***

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 11 мая 2021 г.,
после переработки 5 июня 2021 г.
Принята к публикации 7 июня 2021 г.

Исследуется эволюция нейтрино в неоднородном электромагнитном поле. На основании точных решений уравнения, которое описывает как флейворные осцилляции, так и поворот спина, получены вероятности спин-флейворных переходов нейтрино. Детально рассмотрен случай распространения нейтрино в поле точечного магнитного диполя. Для этого случая показано, что полная вероятность поворота спина зависит от угла между направлением скорости нейтрино и осью диполя. Из полученных результатов следует, что эффективное уменьшение потока левых нейтрино от астрофизического объекта с высоким магнитным полем или на финальной стадии коллапса сверхновой может быть вызвано поворотом спина как в области с высокой плотностью вещества, так и при дальнейшем распространении нейтрино в окружающем объект поле.

DOI: 10.31857/S0044451021100163

1. ВВЕДЕНИЕ

Предложенная Понтекорво [1] идея осцилляций нейтрино существенно изменила наши представления о поведении фундаментальных частиц. На основе этой идеи была развита феноменологическая теория осцилляций, в которой флейворное состояние нейтрино описывается как суперпозиция массовых состояний. Эта теория позволяет рассматривать также и распространение нейтрино в фермионной среде с помощью эффективного потенциала, предложенного Вольфенштейном [2]. Важным следствием такого подхода явилось открытие эффекта резонансного поведения вероятностей флейворных переходов нейтрино при определенной плотности вещества, называемого эффектом Михеева – Смирнова – Вольфенштейна [3].

Однако обобщение феноменологического подхода, который использует эффективное уравнение типа уравнения Шредингера, на случай движущейся среды или наличия внешнего электромагнитного поля затруднено. Действительно, поскольку нейтрино — массивная частица, то в этом случае необходи-

мо учитывать не только флейворные осцилляции, но и эволюцию спина, для корректного описания которой необходимо использовать явно релятивистское уравнение. Если нейтрино распространяется вдоль направления магнитного поля или в неподвижной среде, то спиральность нейтрино не изменяется, и достаточно рассматривать осцилляции нейтрино с определенной спиральностью аналогично тому, как это делается при изучении распространения нейтрино в вакууме. Однако в общем случае наличие электромагнитного поля [4, 5], а также движущейся или поляризованной среды [6] (см. также [7]), приводит к изменению ориентации спина. При этом вследствие корреляций между осцилляциями нейтрино и поворотом спина эти процессы необходимо рассматривать одновременно, что может иметь важное значение для астрофизики [8–16]. В указанных работах исследовались особенности поведения нейтрино и был получен ряд интересных результатов, в том числе с использованием квантово-полевых методов. При этом, как и в феноменологической теории осцилляций, флейворное состояние нейтрино в этих работах рассматривалось как суперпозиция массовых. Альтернативный подход для описания осцилляций в рамках квантовой теории поля предложен в работе [17].

* E-mail: lobanov@phys.msu.ru

** E-mail: av.chukhnova@physics.msu.ru

Отметим, что исследование возможности построения флейворных состояний как суперпозиции массовых с точки зрения квантовой теории поля проводилось неоднократно (см., например, [18, 19]). Однако непротиворечивое квантовополевое описание суперпозиции состояний с различными массами сопряжено с существенными математическими сложностями [20]. В работах [21, 22] было показано, что эту проблему можно обойти, если работать в рамках модификации Стандартной модели, в которой фермионы с разными электрослабыми квантовыми числами объединены в мультиплеты. Такое описание позволяет построить пространство Фока для произвольной суперпозиции массовых состояний нейтрино и соответствующие операторы рождения и уничтожения, что дает возможность описывать осцилляции нейтрино в рамках S -матричного подхода. Поскольку волновое уравнение для мультиплета нейтрино в данном подходе становится 12-компонентным, в его решениях содержится информация как о флейворе, так и о поляризации нейтрино. Это уравнение может быть обобщено на случай взаимодействия нейтрино со средой и электромагнитным полем.

Именно такой подход был использован нами в работах [23, 24], в которых были получены и исследованы вероятности спин-флейворных переходов для нейтрино, взаимодействующего с движущейся средой постоянной плотности через нейтральные и заряженные токи или взаимодействующего с постоянным однородным электромагнитным полем. В [25] мы обобщили результаты, полученные в [24], на случай неоднородного магнитного поля и показали в адиабатическом приближении, что не только в плотной среде, но и в магнитном поле может иметь место резонансное поведение вероятности флейворного перехода. Этот резонанс в определенной степени аналогичен резонансу Михеева–Смирнова–Вольфенштена и обусловлен наличием у нейтрино переходных магнитных моментов.

В наших работах [23–25], как и в других статьях, посвященных исследованию спин-флейворных переходов в магнитном поле (см., например, [26, 27]), использовалось приближение двух флейворов. В этом приближении результаты получаются более наглядными. К сожалению, имеет место и другая причина — получить в модели трех флейворов явное аналитическое выражение для вероятностей переходов в общем случае не представляется возможным. Однако в некоторых частных случаях в реалистичной модели трех флейворов можно получить точные решения уравнения эволюции и соответствующие вероятности переходов даже в случае перемен-

ных характеристик внешнего поля. В настоящей работе в модели трех флейворов изучаются вероятности спин-флейворных переходов дираковских нейтрино в неоднородном магнитном поле. В качестве примера мы детально рассматриваем нейтрино в поле точечного диполя. Полученные результаты применяются для исследования возможного поведения спина нейтрино от астрофизических объектов, характеризующихся сильным магнитным полем.

2. ВЕРОЯТНОСТИ СПИН-ФЛЕЙВОРНЫХ ПЕРЕХОДОВ НЕЙТРИНО В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В работах [23–25] эволюция нейтрино была исследована в квазиклассическом приближении, которое применимо для нейтрино ультрарелятивистских энергий \mathcal{E}_ν и позволяет удерживать члены порядка m_ν/\mathcal{E}_ν . При таком рассмотрении 4-скорость нейтрино u^μ можно считать постоянной. Действительно, в работе [22] показано, что существуют решения 12-компонентного уравнения Дирака в вакууме, такие что все массовые состояния распространяются с одной скоростью. В настоящей работе мы также ограничиваемся исследованием нейтрино в квазиклассическом приближении.

Квазиклассическое уравнение эволюции для нейтрино в электромагнитном поле имеет вид (см. [24])

$$\left(i \frac{d}{d\tau} \mathbb{I} - \mathbb{M} - \mu_0 \mathbb{M} \gamma^5 \gamma^\mu {}^*F_{\mu\nu} u^\nu - \mathbb{M}_h \gamma^5 \gamma^\mu {}^*F_{\mu\nu} u^\nu - \mathbb{M}_{ah} \gamma^5 \gamma^\mu F_{\mu\nu} u^\nu \right) \Psi(\tau) = 0, \quad (1)$$

где τ — собственное время нейтрино, а $\Psi(\tau)$ представляет собой 12-компонентную квазиклассическую волновую функцию нейтрино, которая удовлетворяет условию

$$\gamma^\mu u_\mu \Psi(\tau) = \Psi(\tau).$$

Собственное время связано с длиной пробега нейтрино L соотношением $\tau = L/|\mathbf{u}|$. В уравнении (1) \mathbb{I} — единичная матрица 3×3 , \mathbb{M} — массовая матрица нейтрино,

$${}^*F^{\mu\nu} = -\frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\lambda} F_{\rho\lambda}$$

— тензор, дуальный тензору электромагнитного поля $F^{\mu\nu}$. Взаимодействие с переходными магнитными и электрическими моментами нейтрино [5] (см.

также [28]) учитывается с помощью эрмитовых матриц M_h и M_{ah} . В первом и втором слагаемых уравнения (1) подразумевается домножение на единичную матрицу из алгебры матриц Дирака. Матрица γ^5 здесь определена как $\gamma^5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.

В работах [24, 25] было показано, что влияние переходных моментов на эволюцию нейтрино существенно при энергиях, близких к энергии резонанса, которая для чисто магнитного поля определяется соотношением

$$\mu_0 |\mathbf{B}| \sqrt{(u_0)^2 - |\mathbf{u}|^2 \cos^2 \vartheta} \sim 1, \quad (2)$$

где u^μ — 4-скорость нейтрино, \mathbf{B} — индукция магнитного поля, ϑ — угол между скоростью нейтрино и направлением магнитного поля в лабораторной системе отсчета, а величина μ_0 является коэффициентом пропорциональности между диагональным магнитным моментом и массой нейтрино. В рамках Стандартной модели значение параметра μ_0 задается известным соотношением [4]

$$\mu_0 = \frac{3eG_F}{8\sqrt{2}\pi^2}, \quad (3)$$

а переходные моменты подавлены по сравнению с диагональными за счет ГИМ-механизма [29]. В настоящей работе мы пренебрегаем переходными моментами нейтрино, положив в уравнении (1) M_h и M_{ah} равными нулю. Таким образом, мы рассматриваем случай дорезонансных энергий нейтрино. Вычисление вероятностей переходов в квазиклассическом приближении мы будем проводить, используя оператор эволюции для уравнения (1), с помощью которого волновая функция записывается следующим образом:

$$\Psi(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2u_0}} U(\tau) \Psi_0, \quad (4)$$

где Ψ_0 постоянный 12-компонентный математический объект, который определяет начальное состояние нейтрино и может быть представлен в виде

$$\Psi_0 = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5 \gamma_\mu s_0^\mu)(\gamma_\mu u^\mu + 1)(\psi^0 \otimes e_j), \quad (5)$$

$$\bar{\Psi}_0 \Psi_0 = 2.$$

Здесь ψ^0 — постоянный биспинор, e_j — произвольный единичный вектор в трехмерном пространстве над полем комплексных чисел, а s_0^μ представляет собой 4-вектор поляризации нейтрино, который удовлетворяет условию $(us_0) = 0$.

В общем случае резольвента может быть записана как мультипликативный интеграл Вольтерра

(см., например, [30]), или, что фактически то же самое, с помощью Т-экспоненты, однако в виде явного аналитического выражения ее можно представить только в нескольких частных случаях, один из которых будет рассмотрен далее. Поскольку мы пренебрегаем переходными моментами нейтрино, элементы матрицы смешивания в магнитном поле в рассматриваемом случае совпадают с их вакуумными значениями. Таким образом, волновая функция нейтрино является линейной комбинацией волновых функций массовых состояний. Это обстоятельство позволяет получить явное решение уравнения.

Если направление магнитного поля остается неизменным на траектории нейтрино, то при равенстве нулю переходных магнитных моментов для уравнения (1) существует спиновый интеграл движения \mathcal{S} :

$$\mathcal{S} = \gamma^5 \gamma^\mu {}^*F_{\mu\nu} u^\nu / N, \quad N = \sqrt{u_\mu {}^*F^{\mu\alpha} {}^*F_{\alpha\nu} u^\nu}. \quad (6)$$

Очевидно, что для нейтрино в чисто магнитном поле с индукцией \mathbf{B} величина N определяется выражением

$$N = |\mathbf{B}| \sqrt{u_0^2 - |\mathbf{u}|^2 \cos^2 \vartheta},$$

где ϑ — угол между направлением движения нейтрино и вектором магнитной индукции в лабораторной системе отсчета. Оператор \mathcal{S} определяет проекцию спина нейтрино на направление магнитного поля в системе покоя нейтрино. Соответствующий этому интегралу движения 4-вектор поляризации нейтрино определяется как

$$\bar{s}^\mu = H^\mu / N, \quad H^\mu = {}^*F^{\mu\nu} u_\nu. \quad (7)$$

В этом случае мы получаем точное выражение для оператора эволюции в следующем виде:

$$U(\tau) = \frac{1}{2} \sum_{i=1,2,3} \sum_{\zeta=\pm 1} \exp \left(-im_i \int_0^\tau (1 - \zeta \mu_0 N(\tilde{\tau})) d\tilde{\tau} \right) \times (1 - \zeta \gamma^5 \gamma^\mu \bar{s}_\mu) \mathbb{P}^{(i)}, \quad (8)$$

где $\mathbb{P}^{(i)}$ представляет собой проектор на состояние с определенной массой m_i . Суммирование по $\zeta = \pm 1$ соответствует различным значениям проекции спина нейтрино на направление магнитного поля.

Пусть направление магнитного поля достаточно медленно меняется относительно направления скорости нейтрино, а именно скорость изменения направления поля удовлетворяет условиям [31]

$$\frac{\kappa}{2\mu_0 N} \ll 1, \quad \frac{\varkappa}{\kappa} \ll 1, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \kappa &= \sqrt{H^2 \dot{H}^2 - (H\ddot{H})^2/N^2}, \\ \varkappa &= \frac{N}{H^2 \dot{H}^2 - (H\ddot{H})^2} e^{\alpha\beta\gamma\delta} \ddot{H}_\alpha \dot{H}_\beta H_\gamma u_\delta. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь точка обозначает дифференцирование по собственному времени. В этом случае оператор \mathcal{S} можно рассматривать как интеграл движения приближенно, и как резольвента (8), так и выражения для вероятностей переходов между состояниями с определенными флейвором и спиральностью, полученные на ее основе, остаются приближенно верными.

Для описания чистого состояния с определенным исходным флейвором α и начальной спиральностью ζ_α ($\zeta_\alpha = -1$ для левополяризованных нейтрино и $\zeta_\alpha = 1$ для правополяризованных нейтрино) мы будем использовать квазиклассические спин-флейворные матрицы плотности чистых состояний (см. [23])

$$\begin{aligned} \rho_{(\alpha),\zeta_\alpha}(\tau) &= \frac{1}{4u_0} U(\tau) (\gamma^\mu u_\mu + 1) (1 - \zeta_\alpha \gamma^5 \gamma_\mu s_{sp}^\mu) \times \\ &\times P_0^{(\alpha)} \bar{U}(\tau), \end{aligned} \quad (11)$$

где 4-вектор поляризации, соответствующий спиральному состоянию нейтрино, задается формулой

$$s_{sp}^\mu = \{|\mathbf{u}|, u^0 \mathbf{u}/|\mathbf{u}|\}.$$

В уравнении (11) проектор $P_0^{(\alpha)}$ определяет начальный флейвор нейтрино, а проектор $(1 - \zeta_\alpha \gamma^5 \gamma_\mu s_{sp}^\mu)/2$ — начальную поляризацию нейтрино.

В соответствии с фундаментальными принципами квантовой механики вероятность перехода из состояния с флейвором α и поляризацией ζ_α в состояние с флейвором β и поляризацией ζ_β зависит от собственного времени τ и составляет

$$W_{(\alpha),\zeta_\alpha \rightarrow (\beta),\zeta_\beta} = \text{Tr} \left\{ \rho_{(\alpha),\zeta_\alpha}(\tau) \rho_{(\beta),\zeta_\beta}^\dagger(\tau = 0) \right\}. \quad (12)$$

Учитывая соотношение

$$\begin{aligned} \text{Tr} \left\{ \mathbf{P}^{(k)} \mathbf{U}^\dagger \mathbf{P}^{(\alpha)} \mathbf{U} \mathbf{P}^{(l)} \mathbf{U}^\dagger \mathbf{P}^{(\beta)} \mathbf{U} \right\} &= \\ &= U_{\alpha k}^* U_{\alpha l} U_{\beta l}^* U_{\beta k}, \end{aligned} \quad (13)$$

где \mathbf{U} — матрица смешивания Понтекорво–Маки–Накагавы–Сакаты, мы получаем выражения

для вероятностей спин-флейворных переходов нейтрино:

$$\begin{aligned} W_{(\alpha),\zeta_\alpha \rightarrow (\beta),\zeta_\beta} &= \frac{1}{4} \sum_{k,l=1}^3 U_{\alpha k}^* U_{\alpha l} U_{\beta l}^* U_{\beta k} \times \\ &\times \sum_{\zeta,\zeta'=\pm 1} \exp(-i(m_k \tau - \zeta \Phi_k(\tau))) \times \\ &\times \exp(i(m_l \tau - \zeta' \Phi_l(\tau))) \times \\ &\times \left\{ \frac{1 + \zeta_\alpha \zeta_\beta}{2} (1 - \zeta_\alpha (\zeta + \zeta') (\bar{s} s_{sp}) + \zeta \zeta' (\bar{s} s_{sp})^2) + \right. \\ &\left. + \frac{1 - \zeta_\alpha \zeta_\beta}{2} \zeta \zeta' (1 - (\bar{s} s_{sp})^2) \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\Phi_k(\tau) = m_k \mu_0 \int_0^\tau N d\tau. \quad (15)$$

Для удобства записи вероятностей переходов далее мы используем обозначения

$$\Delta \Phi_{kl} = \Phi_k(\tau) - \Phi_l(\tau), \quad \Delta m_{kl} = m_k - m_l. \quad (16)$$

Суммирование по индексам ζ, ζ' приводит к следующим соотношениям. Вероятность перехода нейтрино из состояния с флейвором α и поляризацией ζ_α в состояние с флейвором β без изменения спиральности определяется формулой

$$\begin{aligned} W_{(\alpha),\zeta_\alpha \rightarrow (\beta),\zeta_\beta = \zeta_\alpha} &= \\ &= \sum_{k=1}^3 |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 (\cos^2 \Phi_k(\tau) + (\bar{s} s_{sp})^2 \sin^2 \Phi_k(\tau)) + \\ &+ \sum_{k>l}^3 R_{\alpha\beta kl} \left\{ \frac{1}{2} (1 - \zeta_\alpha (\bar{s} s_{sp}))^2 \cos(\tau \Delta m_{kl} - \Delta \Phi_{kl}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (1 + \zeta_\alpha (\bar{s} s_{sp}))^2 \cos(\tau \Delta m_{kl} + \Delta \Phi_{kl}) + \right. \\ &\quad \left. + (1 - (\bar{s} s_{sp})^2) \cos(\tau \Delta m_{kl}) \cos(\Phi_k(\tau) + \Phi_l(\tau)) \right\} + \\ &+ \sum_{k>l}^3 I_{\alpha\beta kl} \left\{ \frac{1}{2} (1 - \zeta_\alpha (\bar{s} s_{sp}))^2 \sin(\tau \Delta m_{kl} - \Delta \Phi_{kl}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (1 + \zeta_\alpha (\bar{s} s_{sp}))^2 \sin(\tau \Delta m_{kl} + \Delta \Phi_{kl}) + \right. \\ &\quad \left. + (1 - (\bar{s} s_{sp})^2) \sin(\tau \Delta m_{kl}) \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos(\Phi_k(\tau) + \Phi_l(\tau)) \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Вероятность перехода с изменением спиральности определяется выражением

$$\begin{aligned}
 W_{(\alpha),\zeta_\alpha \rightarrow (\beta),\zeta_\beta \neq \zeta_\alpha} &= \sum_{k=1}^3 |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 \times \\
 &\times (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \sin^2 \Phi_k(\tau) + \\
 &+ \sum_{k>l}^3 R_{\alpha\beta kl} \left\{ \frac{1}{2} (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \cos(\tau \Delta m_{kl} - \Delta \Phi_{kl}) + \right. \\
 &+ \frac{1}{2} (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \cos(\tau \Delta m_{kl} + \Delta \Phi_{kl}) - \\
 &- \left. (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \cos(\tau \Delta m_{kl}) \cos(\Phi_k(\tau) + \Phi_l(\tau)) \right\} + \\
 &+ \sum_{k>l}^3 I_{\alpha\beta kl} \left\{ \frac{1}{2} (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \sin(\tau \Delta m_{kl} - \Delta \Phi_{kl}) + \right. \\
 &+ \frac{1}{2} (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \sin(\tau \Delta m_{kl} + \Delta \Phi_{kl}) - \\
 &- \left. (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \sin(\tau \Delta m_{kl}) \times \right. \\
 &\quad \left. \times \cos(\Phi_k(\tau) + \Phi_l(\tau)) \right\}. \quad (18)
 \end{aligned}$$

В формулах (17), (18) использованы обозначения:

$$\begin{aligned}
 R_{\alpha\beta kl} &\equiv \text{Re } U_{\alpha k}^* U_{\alpha l} U_{\beta l}^* U_{\beta k}, \\
 I_{\alpha\beta kl} &\equiv \text{Im } U_{\alpha k}^* U_{\alpha l} U_{\beta l}^* U_{\beta k}.
 \end{aligned} \quad (19)$$

Естественно, в модели двух флейворов, когда матрица смешивания приобретает вид

$$\mathbb{U} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (20)$$

формулы (17), (18) согласуются с полученными ранее при исследовании поведения нейтрино как в постоянном однородном [24] (см. также [26,27]), так и в слабоменяющемся поле [25]. Следует отметить, что если пренебречь влиянием поля, т. е. положить $N = 0$, то полученные соотношения переходят в стандартные выражения для осцилляций нейтрино в вакууме (см., например, [32]), полученные в рамках феноменологического подхода. Очевидно, что в вакууме переходы с переворотом спина отсутствуют.

Величины полей, необходимые для сколько-нибудь значимого проявления эффекта поворота спина нейтрино, очень велики. Детальные оценки эффекта в случае величины магнитного момента нейтрино, определяемого Стандартной моделью, даны в [24]. Однако даже если использовать экспериментальное ограничение на величину магнитного момента $\mu_\nu < 2.7 \cdot 10^{-11} \mu_B$ [33, 34], ясно, что поля,

которые можно получить в земных условиях, явно недостаточны для наблюдения указанного эффекта. Поэтому имеет смысл рассматривать только удаленные источники нейтрино. Поскольку нас интересуют поля, которые могут быть сгенерированы локализованным источником, для достаточно больших τ у фаз $\Phi_k(\tau)$ существует конечный предел, т. е.

$$\Phi_k(\tau) \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \Phi_k. \quad (21)$$

Следовательно, на больших расстояниях от источника эволюция нейтрино характеризуется вакуумными длинами осцилляций, а параметры Φ_k определяют только сдвиги фаз. В этом случае, если считать, что разброс расстояний между источником нейтрино и точкой регистрации значительно превышает характерную длину вакуумных осцилляций нейтрино, необходимо провести усреднение вероятностей переходов по собственному времени. В результате получаем

$$\begin{aligned}
 W_{(\alpha),\zeta_\alpha \rightarrow (\beta),\zeta_\beta = \zeta_\alpha} &= \\
 &= \sum_{k=1}^3 |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 (\cos^2 \Phi_k + (\bar{s}s_{sp})^2 \sin^2 \Phi_k),
 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned}
 W_{(\alpha),\zeta_\alpha \rightarrow (\beta),\zeta_\beta = -\zeta_\alpha} &= \\
 &= \sum_{k=1}^3 |U_{\alpha k}|^2 |U_{\beta k}|^2 (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \sin^2 \Phi_k.
 \end{aligned}$$

Вероятность сохранения спиральности, которая представляет собой сумму вероятностей переходов в состояния со всеми возможными флейворами β , задается формулой

$$\begin{aligned}
 W_{(\alpha)\zeta_\alpha \rightarrow \zeta_\alpha} &= \sum_{(\beta)} W_{(\alpha),\zeta_\alpha \rightarrow (\beta),\zeta_\beta = \zeta_\alpha} = \\
 &= \sum_{k=1}^3 |U_{\alpha k}|^2 (\cos^2 \Phi_k + (\bar{s}s_{sp})^2 \sin^2 \Phi_k). \quad (23)
 \end{aligned}$$

Как хорошо известно, с высокой точностью только нейтрино левой поляризации участвуют в процессах взаимодействия с частицами Стандартной модели. Поэтому если считать, что $\zeta_\alpha = -1$, то с помощью этого соотношения можно определить величину потока нейтрино, который возможно зарегистрировать на больших расстояниях от источника.

Соответствующая вероятность процесса с переворотом спина имеет вид

$$\begin{aligned}
 W_{(\alpha)\zeta_\alpha \rightarrow -\zeta_\alpha} &= \sum_{(\beta)} W_{(\alpha),\zeta_\alpha \rightarrow (\beta),\zeta_\beta = -\zeta_\alpha} = \\
 &= \sum_{k=1}^3 |U_{\alpha k}|^2 (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \sin^2 \Phi_k. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Поскольку правополяризованные нейтрино практически стерильны, это соотношение определяет различие между исходным потоком нейтрино от источника и потоком нейтрино, который может наблюдаться.

3. НЕЙТРИНО В ПОЛЕ ТОЧЕЧНОГО ДИПОЛЯ

В качестве примера рассмотрим нейтрино в поле точечного диполя, которое, как хорошо известно, задается формулой [35]

$$\mathbf{B} = B_0 \frac{R_0^3}{r^5} (3\mathbf{r}(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}) - r^2 \mathbf{m}). \quad (25)$$

Здесь \mathbf{m} — направление оси диполя, \mathbf{r} — радиус-вектор, проведенный из центра диполя, а B_0 — величина магнитного поля на расстоянии R_0 от центра при $(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}) = 0$.

Если скорость нейтрино направлена по радиусу, то

$$\begin{aligned} \frac{N}{|\mathbf{u}|} &= B_0 \frac{R_0^3}{r^3} (\sin^2 \varphi + (3 \cos^2 \varphi + 1)/|\mathbf{u}|^2)^{1/2} \approx \\ &\approx B_0 \frac{R_0^3}{r^3} \sin \varphi, \end{aligned} \quad (26)$$

где φ — угол между осью диполя и направлением вылета нейтрино. Пусть нейтрино летит по направлению из центра диполя и имеет определенный флейвор α и спиральность ζ_α на расстоянии R_0 от центра. Тогда

$$\begin{aligned} \Phi_k &= \frac{m_k \mu_0}{|\mathbf{u}|} \int_{R_0}^{\infty} N dr = \frac{R_0}{2} m_k \mu_0 B_0 \sin \varphi = \\ &= \frac{\pi R_0}{L_k} \sin \varphi, \end{aligned} \quad (27)$$

где

$$L_k = \frac{2\pi}{m_k \mu_0 B_0} \quad (28)$$

— характерная длина поворота спина. Если L_k существенно превышает радиус объекта, то влияние магнитного поля на эволюцию нейтрино пренебрежимо мало. Однако если $L_k \lesssim R_0$, влияние магнитного поля становится существенным.

Поскольку мы не знаем точных значений масс нейтрино, исследовать следствия формулы (23) в полном объеме не представляется возможным. Поэтому рассмотрим наиболее наглядный случай квазивырожденного спектра масс нейтрино, когда все

массы почти равны между собой $m_k \approx m$, и, следовательно,

$$\Phi \approx \Phi_k, L_k \approx L_0 \quad (k = 1, 2, 3).$$

В этом случае вероятность сохранения спиральности и вероятность поворота спина определяются соотношениями

$$\begin{aligned} W_{(\alpha)\zeta_\alpha \rightarrow \zeta_\alpha} &= \cos^2 \Phi + (\bar{s}s_{sp})^2 \sin^2 \Phi, \\ W_{(\alpha)\zeta_\alpha \rightarrow -\zeta_\alpha} &= (1 - (\bar{s}s_{sp})^2) \sin^2 \Phi, \end{aligned} \quad (29)$$

которые не зависят от углов смешивания. Величина $(\bar{s}s_{sp})$ зависит от угла ϑ между направлением распространения нейтрино и вектором магнитной индукции, однако для нейтрино ультрарелятивистских энергий эта величина отлична от нуля только внутри узкого диапазона углов, имеющего ширину порядка обратного лоренц-фактора нейтрино вблизи $\vartheta = 0$ и $\vartheta = \pi$ (подробнее см. [24]), поэтому такое приближение вполне состоятельно. Для простоты мы положим $(\bar{s}s_{sp}) = 0$. Тогда

$$W_{(\alpha)\zeta_\alpha \rightarrow \zeta_\alpha} = \cos^2 \Phi, \quad (30)$$

$$W_{(\alpha)\zeta_\alpha \rightarrow -\zeta_\alpha} = \sin^2 \Phi. \quad (31)$$

Вероятность сохранения спиральности (30) в случае поля точечного диполя принимает вид

$$\begin{aligned} W_{(\alpha)\zeta_\alpha \rightarrow \zeta_\alpha} &= \cos^2 \left(\frac{\pi R_0}{L_0} \sin \varphi \right) = \\ &= \cos^2 (\pi r \sin \varphi) \end{aligned} \quad (32)$$

и определяется только параметром

$$r = \frac{R_0}{L_0} = \frac{R_0}{2\pi} m \mu_0 B_0, \quad (33)$$

который пропорционален как размеру источника, так и величине поля на его поверхности.

Для различных значений параметра r распределение потоков нейтрино в пространстве существенно меняется. На рис. 1–4 показана зависимость вероятности сохранения спиральности в зависимости от угла между осью диполя и направлением вылета нейтрино. С увеличением r анизотропия углового распределения левополяризованных нейтрино становится более ярко выраженной, причем когда выполняется условие $r > 1/2$, появляются выделенные направления, при распространении вдоль которых поток потенциально наблюдаемых нейтрино полностью исчезает.

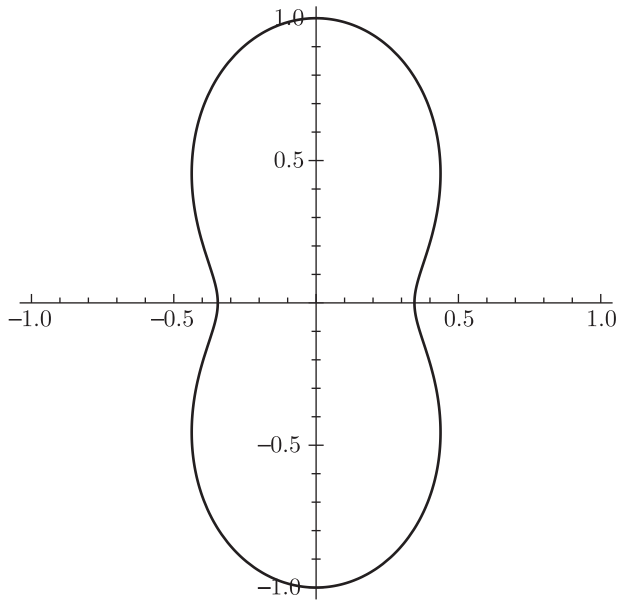


Рис. 1. Угловое распределение вероятности сохранения спиральности нейтрино для $r \approx 0.3$

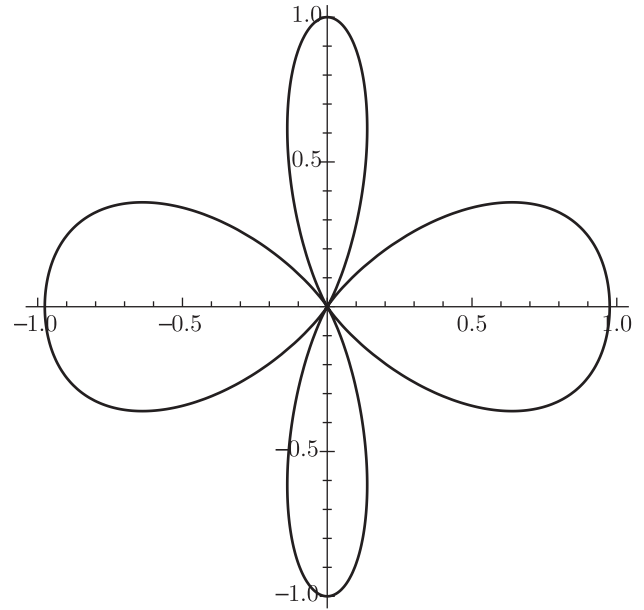


Рис. 3. Угловое распределение вероятности сохранения спиральности нейтрино для $r \approx 0.95$

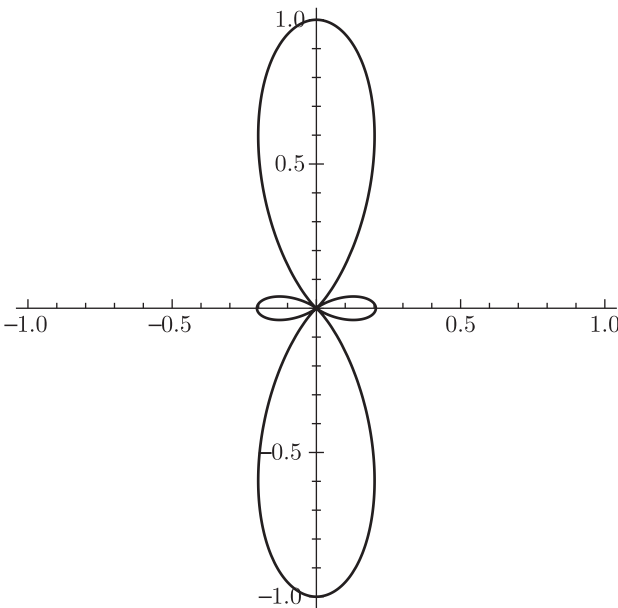


Рис. 2. Угловое распределение вероятности сохранения спиральности нейтрино для $r \approx 0.65$

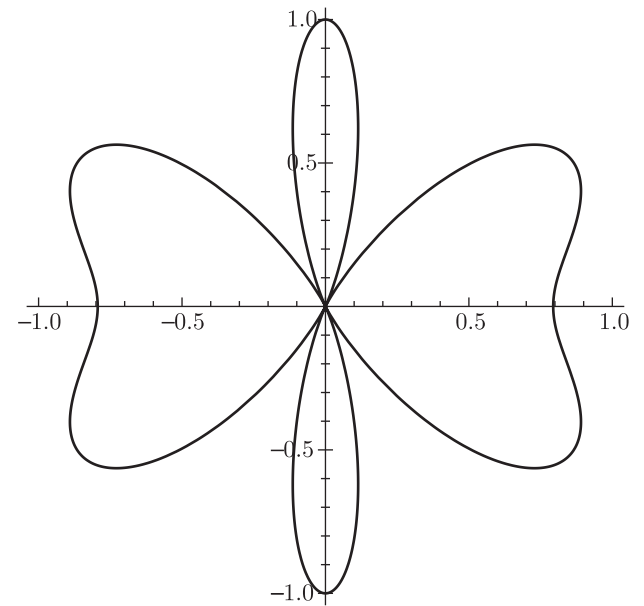


Рис. 4. Угловое распределение вероятности сохранения спиральности нейтрино для $r \approx 1.15$

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе рассмотрена модельная задача распространения нейтрино в магнитном поле точечного мультиполя на примере поля дипольного типа. Выбор такой модели для исследования обусловлен следующими соображениями. Внутри компактного астрофизического объекта с высоким значением поля,

например, магнетара [36–40], могут генерироваться тепловые нейтрино. Поле снаружи такого объекта в первом приближении можно рассматривать как поле точечного магнитного мультиполя. При этом вольфенштейновский потенциал внутри объекта подавляет как флейворные осцилляции, так и поворот спина нейтрино.

Действительно, плотность вещества в магнетаре чрезвычайно высока. Плотность нейтронов является величиной порядка $n^{(n)} \sim 10^{34} - 10^{35} \text{ см}^{-3}$, а плотность вещества в центре объекта может достигать 10^{40} см^{-3} . С учетом вида лагранжиана Стандартной модели, кажется разумным предположение, что тепловые нейтрино в магнетаре рождаются как левополяризованные нейтрино с электронным флейвором. Поскольку степень поляризации всех фермионов вещества внутри объекта невелика (см., например, [41]), то основное влияние на распространение нейтрино будут оказывать нулевые компоненты потенциала взаимодействия через заряженные токи и потенциала взаимодействия через нейтральные токи. Из общего вида уравнения для нейтрино в веществе и электромагнитном поле [24] следует, что взаимодействием магнитного момента нейтрино с полем можно пренебречь, если

$$\sqrt{2}G_F \left| n^{(e)} - \frac{1}{2}n^{(n)} \right| \gg \mu_0 m_\nu B, \quad (34)$$

т. е. когда энергия взаимодействия магнитного момента с полем существенно меньше энергии взаимодействия с веществом. Для наглядности запишем условие, при котором влияние магнитного поля становится существенным, в гауссовой системе единиц:

$$\frac{B}{B_c} \gtrsim \frac{16}{3} \pi^2 \frac{m_e}{m_\nu} \left(\frac{\hbar}{m_e c} \right)^3 \left| n^{(e)} - \frac{1}{2}n^{(n)} \right|, \quad (35)$$

где $B_c \approx 4.41 \cdot 10^{13} \text{ Гс}$ — швингеровское поле. Соотношение $n^{(e)} - \frac{1}{2}n^{(n)} < 0$ выполняется внутри объекта, где концентрация электронов мала, но может нарушаться при переходе к внешним слоям магнетара. В таком случае знак величины $n^{(e)} - \frac{1}{2}n^{(n)}$ меняется внутри объекта и часть траектории нейтрино может лежать в области, где влияние магнитного поля, вообще говоря, может приводить в повороту спина нейтрино. Возможность такого эффекта была рассмотрена в работе [15]. Поскольку область, в которой нарушается (34), очень узка по сравнению с характерной длиной поворота спина уже вследствие малых размеров самого магнетара, то с хорошей точностью можно считать, что левые электронные нейтрино сохраняют спиральность и флейвор при распространении внутри объекта. Аналогично, если в коре объекта осцилляции нейтрино и переворот спина возможны, влияние этих процессов также не будет существенным. Таким образом, можно считать, что вблизи поверхности объекта нейтрино находится в состоянии с левой поляризацией и электронным флейвором.

При исследовании нейтрино от магнетара с такой точки зрения начальное состояние нейтрино задается вблизи поверхности объекта, т. е. на сфере. Полученные нами результаты означают возможность анизотропии потока левых нейтрино вдали от магнетара. Если при этом ось вращения магнетара не совпадает с магнитной осью, то возможно быстрое периодическое изменение величины потока.

Как уже было указано выше, значение параметра r , определяющего степень асимметрии потока левых нейтрино, зависит от произведения магнитного момента нейтрино, величины магнитного поля и характерного масштаба объекта. Из анализа формулы (32) следует, что направления с нулевым значением потока левых нейтрино появляются при значении $r = 1/2$. Если принять характерный размер магнетара $R_0 \approx 25 \text{ км}$ и поле на расстоянии R_0 от центра магнетара 10^{16} Гс , то этот эффект проявляется при значении магнитного момента $\mu_\nu \gtrsim 4.3 \cdot 10^{-19} \mu_B$, что, вообще говоря, превышает величину магнитного момента, рассчитанного в рамках Стандартной модели [4],

$$\mu_\nu \sim 3 \cdot 10^{-19} \left(\frac{m_\nu}{1 \text{ эВ}} \right) \mu_B.$$

Однако указанная нами величина магнитного момента вполне удовлетворяет существующему экспериментальному ограничению $\mu_\nu < 2.7 \cdot 10^{-11} \mu_B$.

К сожалению, даже если величины магнитного момента нейтрино, напряженность магнитного поля и размер объекта достаточны для того, чтобы эффект поворота спина был существенным, экспериментальное обнаружение эффекта с помощью существующих в настоящее время установок представляется маловероятным вследствие малой величины потока таких нейтрино. По этой причине интересно рассмотреть, что будет происходить со спином нейтрино на финальной стадии коллапса сверхновой, когда потоки нейтрино велики и могут быть зарегистрированы в земных условиях.

Очевидно, что при коллапсе сверхновой уже не будет выполняться предположение, что нейтрино будет иметь электронный флейвор и левую поляризацию на фиксированном расстоянии от центра объекта. Исползованный нами подход позволяет находить вероятности переходов и в том случае, когда поляризация нейтрино в начальном и конечном состояниях описывается разными 4-векторами поляризации. Если начальное состояние нейтрино описывается 4-вектором поляризации s_α^μ и флейвором α , то вероятность обнаружить такое нейтрино в состоянии с поляризацией s_β^μ задается формулой

$$W_{(\alpha)s_\alpha \rightarrow s_\beta} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 |U_{\alpha k}|^2 (\cos^2 \Phi_k (1 - (s_\alpha s_\beta)) + \sin^2 \Phi_k (1 + (s_\alpha s_\beta) + 2(\bar{s}s_\alpha)(\bar{s}s_\beta)) + \sin 2\Phi_k (e_{\mu\nu\rho\lambda} u^\mu \bar{s}^\nu s_\alpha^\rho s_\beta^\lambda)). \quad (36)$$

Для того чтобы в качестве поляризации конечного состояния s_β^μ рассматривать спиральное состояние нейтрино, следует положить $s_\beta^\mu = \zeta_\beta s_{sp}^\mu$.

Вообще говоря, начальное состояние нейтрино при выходе из области, где существенно влияние вещества, будет представлять собой уже не чистое в квантовомеханическом смысле состояние, а смешанное. Тогда соответствующая вероятность переворота спина задается выражением

$$W_{in \rightarrow s_\beta} = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{w_\alpha}{2} \times \sum_{k=1}^3 |U_{\alpha k}|^2 (\cos^2 \Phi_k (1 - (s_\alpha s_\beta)) + \sin^2 \Phi_k (1 + (s_\alpha s_\beta) + 2(\bar{s}s_\alpha)(\bar{s}s_\beta)) + \sin 2\Phi_k (e_{\mu\nu\rho\lambda} u^\mu \bar{s}^\nu s_\alpha^\rho s_\beta^\lambda)), \quad (37)$$

причем величины s_α^μ могут быть различны для нейтрино разных флейворов. Поскольку начальное состояние является смешанным, величина $|(s_\alpha s_\alpha)|$ может отличаться от единицы, т. е. $|(s_\alpha s_\alpha)| \leq 1$. Коэффициенты w_α в выражении (37) имеют смысл вероятностей нахождения в чистых состояниях с флейвором α и поляризацией s_α^μ и удовлетворяют условию $w_e + w_\mu + w_\tau = 1$.

Как показывает выражение (37), где фаза Φ_k определяется выражением (27), при достаточных значениях поля анизотропии потока левых нейтрино также может иметь место. Указанный эффект не будет наблюдаться только в том случае, если в некоторой точке, где влияние вещества перестает быть существенным, потоки нейтрино всех флейворов будут полностью деполаризованы, что может быть вызвано высокими значениями магнитной индукции внутри коллапсирующего объекта. В этом случае поток левых нейтрино вдали от сверхновой во всех направлениях будет составлять в точности половину исходного потока.

Благодарности. Авторы выражают благодарность С. И. Блинникову, А. В. Борисову, И. П. Волобуеву, А. Д. Долгову, В. Ч. Жуковскому, Е. М. Мурчиковой, В. А. Соколову и Д. Д. Соколову за плодотворные обсуждения.

Финансирование. Работа А. В. Ч. выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «Базис» (грант № 19-2-6-100-1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Понтекорво, ЖЭТФ **33**, 549 (1957).
2. L. Wolfenstein, Phys. Rev. D **17**, 2369 (1978).
3. С. П. Михеев, А. Ю. Смирнов, ЯФ **42**, 1441 (1985).
4. K. Fujikawa and R. E. Shrock, Phys. Rev. Lett. **45**, 963 (1980).
5. R. E. Shrock, Nucl. Phys. B **206**, 359 (1982).
6. A. E. Lobanov and A. I. Studenikin, Phys. Lett. B **515**, 94 (2001); arXiv:hep-ph/0106101.
7. А. И. Студеникин, ЯФ **67**, 1014 (2004).
8. E. Kh. Akhmedov and M. Yu. Khlopov, Phys. Lett. B **213**, 64 (1988).
9. C. Volpe, Int. J. Mod. Phys. E **24**, 1541009 (2015); arXiv:1506.06222 [hep-ph].
10. A. Kartavtsev, G. Raffelt, and H. Vogel, Phys. Rev. D **91**, 125020 (2015); arXiv:1504.03230[hep-ph].
11. A. Dobrynina, A. Kartavtsev, and G. Raffelt, Phys. Rev. D **93**, 125030 (2016); arXiv:1605.04512[hep-ph].
12. A. Vlasenko, G. M. Fuller, and V. Cirigliano, Phys. Rev. D **89**, 105004 (2014); arXiv:1309.2628[hep-ph].
13. A. I. Ternov, Phys. Rev. D **94**, 093008 (2016).
14. А. И. Тернов, Письма в ЖЭТФ **104**, 75 (2016).
15. A. Grigoriev, E. Kupcheva, and A. Ternov, Phys. Lett. B **797**, 134861 (2019).
16. P. Kurashvili, K. A. Kouzakov, L. Chotorlishvili, and A. I. Studenikin, Phys. Rev. D **96**, 103017 (2017); arXiv:1711.04303[hep-ph].
17. V. O. Egorov and I. P. Volobuev, Phys. Rev. D **100**, 033004 (2019).
18. M. Blasone and G. Vitiello, Ann. Phys. **244**, 283 (1995).
19. C. Giunti, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **34**, R93 (2007).
20. R. Jost, Helv. Phys. Acta **39**, 369 (1966).
21. А. Е. Лобанов, ТМФ **192**, 70 (2017).
22. A. E. Lobanov, Ann. Phys. **403**, 82 (2019); arXiv:1507.01256[hep-ph].
23. А. Е. Лобанов, А. В. Чухнова, Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3. Физ. Астрон. **58**, № 5, 22 (2017).

24. A. V. Chukhnova and A. E. Lobanov, Phys. Rev. D **101**, 013003 (2020); arXiv:1906.09351.
25. A. V. Chukhnova and A. E. Lobanov, arXiv:2005.04503 (2020).
26. M. Dvornikov and J. Maalampi, Phys. Lett. B **657**, 217 (2007).
27. A. Popov and A. Studenikin, Eur. Phys. J. C **79**, 144 (2019); arXiv:1902.08195[hep-ph].
28. C. Giunti and A. Studenikin, Rev. Mod. Phys. **87**, 531 (2015); arXiv:1403.6344[hep-ph].
29. S. L. Glashow, J. Iliopoulos and L. Maiani, Phys. Rev. D **2**, 1285 (1970).
30. Ф. Р. Гантмахер, *Теория матриц*, Физматлит, Москва (2010).
31. A. E. Lobanov, J. Phys. A **39**, 7517 (2006); arXiv:hep-ph/0311021.
32. C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Oxford University Press (2007).
33. M. Agostini et al., Phys. Rev. D **96**, 091103(R) (2017); arXiv:1707.09355 [hep-ex].
34. A. G. Beda et al., Phys. Part. Nucl. Lett. **10**, 139 (2013); arXiv:1005.2736[hep-ex].
35. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика. Том 2. Теория поля*, Наука, Москва (1988).
36. С. Б. Попов, М. Е. Прохоров, Труды ГАИШ **72**, ГАИШ МГУ (2003).
37. А. Ю. Потехин, УФН **180**, 1279 (2010).
38. R. Turolla et al., Rep. Prog. Phys. **78**, 116901 (2015).
39. V. M. Kaspi and A. M. Beloborodov, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **55**, 261 (2017).
40. *Online mcgill magnetar catalogue*. www.physics.mcgill.ca/pulsar/magnetar/main.html.
41. H. Nunokawa, V. B. Semikoz, A. Yu. Smirnov, and J.W. F. Valle, Nucl. Phys. B **501**, 17 (1997).