

КОМБИНИРОВАННЫЕ ДЕФЕКТЫ В ФЕРРОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НЕМАТИКАХ

*Е. И. Кац**

*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 12 октября 2020 г.,
после переработки 19 октября 2020 г.
Принята к публикации 19 октября 2020 г.

Весьма важная и влиятельная идея о так называемых комбинированных топологических дефектах, была предложена впервые в космологии (см., например, основополагающую работу [1]) для описания возникновения различных топологических дефектов на ранних стадиях эволюции вселенной. Эта идея позднее была детально разработана теоретически и подтверждена тонкими экспериментами на сверхтекучем гелии-3, проведенными группой исследователей из Лаборатории Низких Температур в Хельсинки и институтов физических проблем им. П. Л. Капицы и теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук. В настоящей публикации, мотивированной именно этими исследованиями, возможность таких комбинированных дефектов иллюстрируется на значительно менее экзотическом примере жидких кристаллов.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 90-летию И. Е. Дзялошинского

DOI: 10.31857/S0044451021040179

1. ВВЕДЕНИЕ

Для меня участие в этом юбилейном выпуске ЖЭТФ не только большая честь и возможность высказать свое поздравление И. Е. Дзялошинскому. Фактически, именно И. Е. Дзялошинский внедрил в отечественную науку (и проиллюстрировал в серии работ в 70-ые годы прошлого 20-ого века) понятие о жидких кристаллах как объекта, подлежащего изучению методами теоретической физики. Поэтому работа о жидких кристаллах, направленная в данный юбилейный сборник, является для меня естественным выражением благодарности юбиляру, от которого автор впервые узнал об их существовании.

С тех пор жидкие кристаллы уже перестали быть просто промежуточным состоянием некоторых органических веществ. Многочисленные обзоры и монографии (см., например, [2–6] и цитированную там литературу), могут быть использованы для ознакомления с достижениями физики жидких

кристаллов вплоть до первых десятилетий 21-ого века. Однако сказанное выше не означает, что фундаментальная наука о жидких кристаллах закончена и единственной мотивацией для продолжения изучения жидких кристаллов остались многообещающие практические приложения жидких кристаллов. Фундаментальная физика жидких кристаллов совсем не закончена. Более того, обнаруживаются и идентифицируются новые типы жидких кристаллов (например, нематика с модулированной структурой, так называемые twist-bend, в основном состоянии которого имеется ненулевая деформация кручения (twist) и поперечного изгиба (bend) поля директора), см., например, [7,8]. Еще более впечатляет открытие ферроэлектрического нематика N_F [9,10]. Интересно отметить, что возможность существования такой системы была предсказана теоретически более 100 лет тому назад, одним из создателей квантовой механики М. Борном [11], однако до работы [9] все попытки экспериментального обнаружения N_F были неудачны.

Разумеется, это открытие [9] стимулирует много новых исследований, посвященных ферроэлектрическим нематикам. Собственно, некоторые возможные направления таких работ обсуждаются авто-

* E-mail: efim.i.kats@gmail.com

рами публикаций [9, 10]. Данная статья посвящена одному из таких направлений. Дело в том, что в системах с несколькими типами упорядочения с нетривиальными пространствами вырождения соответствующих параметров порядка возможно существование так называемых комбинированных дефектов (отметим, что об этом факте упомянуто в комментарии Лаврентовича [10]). Многочисленные примеры этих комбинированных дефектов (возникающих в таких, казалось бы, далеких друг от друга объектах, как бесконечная вселенная или сверхтекучий He-3 в нанопористой матрице) приведены и проанализированы в работах [12, 13]. В этой заметке будет предложен еще один пример системы с комбинированными дефектами, но уже, так сказать, из обыденного мира существующих при комнатных температурах жидких кристаллов.

2. ГОМОТОПИЧЕСКИЕ ГРУППЫ ДЛЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ПЕРЕХОДОВ

$I-N-N_F$

Для системы, о которой пойдет речь в данной работе, существенно наличие двух относительно близких слабых (т. е. близких к непрерывным) фазовых переходов первого рода: $I-N$ (где I — изотропная жидкость, обладающая полной трехмерной симметрией вращений и трансляций, а N — нематический жидкий кристалл), где эта исходная полная симметрия понижается до одноосной вращательной симметрии $D_{\infty h}$ (вращений на произвольный угол вокруг одной выделенной оси, задаваемой единичным вектором \mathbf{n} ($\mathbf{n} \equiv -\mathbf{n}$) директором при сохранении полной трансляционной симметрии). Следующий при понижении температуры фазовый переход в ферроэлектрическую фазу N_F нарушает аполярную симметрию директора $\mathbf{n} \equiv -\mathbf{n}$. Фактически, по определению абсолютной температуры T , оба перехода в существующих при комнатных температурах ($T \simeq 300$ К) жидких кристаллах близки, так как области стабильности фаз $\Delta T \simeq (20-50)$ К всегда удовлетворяют неравенству $\Delta T < T$.

Все возможные топологические дефекты, существующие в нематической фазе N и в ферроэлектрической фазе N_F , хорошо изучены и известны [15]. Пространство вырождения параметра порядка в фазе N является проективной плоскостью P^2 , (т. е. сфера, факторизованная из-за аполярной симметрии $\mathbf{n} \rightarrow -\mathbf{n}$ по антиподальным точкам):

$$P^2 = S^2/Z_2, \quad (1)$$

где Z_2 — это группа из двух элементов, e и $e^2 = 1$. Основная и обманчиво простая идея о применении теории гомотопии к описанию топологических дефектов сводится к наблюдению за изменением физического параметра порядка на замкнутом контуре (размерности n), окружающем изучаемый дефект. При этом топология дефекта определяется соответствующим элементом π_n фундаментальной гомотопической группы. Фундаментальные гомотопические группы для P^2 (см., например, [14]) таковы:

$$\pi_1(P^2) = Z_2, \quad \pi_2(P^2) = Z, \quad (2)$$

где Z — группа целых чисел. Отсюда следует, что в нематической фазе возможны топологически стабильные линейные дефекты (дисклинация) с полуцелыми топологическими зарядами $\pm 1/2$ и нуль-мерные дефекты (монополи, называемые в нематиках ежами) с целочисленными топологическими зарядами $\pm N$. Эквивалентность (или не эквивалентность) ежей с разноименными зарядами зависит от наличия в системе дисклинаций.

В полярной фазе N_F дискретная симметрия $\mathbf{n} \rightarrow -\mathbf{n}$ нарушена. Соответственно пространство вырождения полярного параметра порядка это сфера S^2 . Соответственно фундаментальные гомотопические группы в этом случае

$$\pi_1(S^2) = 0, \quad \pi_2(S^2) = Z, \quad (3)$$

однако теперь положительные и отрицательные заряды ежей определены однозначно, так как топологически стабильные линейные дефекты (первая фундаментальная гомотопическая группа тривиальна) вообще отсутствуют.

На этом месте можно было бы закончить описание топологических дефектов в фазах N и N_F , если бы оба перехода $I-N$ и $I-N_F$ были бы полностью независимы друг от друга. Однако из того обстоятельства, что оба фазовых перехода не изолированы, следует, что нематический директор, сохраняя часть своей свободы, может быть определен и в фазе N_F . При конечной энергии зацепления директора \mathbf{n} и ферроэлектрической поляризации \mathbf{P}

$$F_{int} = \gamma_{int}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{P})^2, \quad (4)$$

в N_F можно ввести характерный пространственный масштаб

$$\xi_{int} = \sqrt{K/\gamma_{int}}, \quad (5)$$

где K — модуль ориентационной упругости Франка [2]. Соответственно на масштабах $r < \xi_{int}$ нематический директор сохраняет свои степени свободы и, таким образом, существует возможность образования

линейных сингулярностей (дисклинаций). Однако в фазе N_F первая фундаментальная гомотопическая группа π_1 тривиальна и потому свободные дисклинации не могут быть топологически стабильными. Однако при фазовом переходе $N-N_F$ нарушается дискретная группа симметрии $\mathbf{n} \rightarrow -\mathbf{n}$. Такое нарушение симметрии может приводить к наличию двух вырожденных состояний системы, что приводит к возможности существования в фазе N_F доменных стенок. В свою очередь, эти доменные стенки могут топологически «защитить» дисклинации, связывающие доменные стенки.

Интересно отметить, что космологическая динамика такого рода дефектов (струн топологически защищенных доменными стенками) была изучена в рамках калибровочных моделей в работах [16, 17]. Вне зависимости от конкретных характеристик физической системы такой комбинированный дефект требует для своего описания использования так называемых относительных гомотопических групп, краткое описание которых будет представлено в следующем разделе.

3. ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ГОМОТОПИЧЕСКИЕ ГРУППЫ ДЛЯ ОПИСАНИЯ КОМБИНИРОВАННЫХ ДЕФЕКТОВ В ФЕРРОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ НЕМАТИКЕ N_F

Возможность комбинированных дефектов связана с существованием вблизи фазового перехода N_F-N двух пространственных (и энергетических) масштабов, на которых имеют место отличные друг от друга симметрии пространств вырождения R_1 и R_2 . Для описания объектов инвариантных на обоих многообразиях R_1 и R_2 используются относительные гомотопические группы $\pi_n(R_1, R_2)$. В работе [12] была предложена элегантная процедура вычисления относительных гомотопических групп. А именно, для интересующего нас случая с двумя фазовыми переходами $I-N$ и $N-N_F$ пространство вырождения

$$R_1 = G/S^2,$$

где G — первичная (исходная) группа симметрии изотропной жидкости. С другой стороны,

$$R_2 = P^2/S^2$$

и, следовательно,

$$R_1/R_2 = GS^2/S^2P^2 = G/P^2. \quad (6)$$

Таким образом, мы находим, что

$$\pi_n(R_1, R_2) \simeq \pi_n(P^2). \quad (7)$$

Следовательно, все топологически защищенные в нематической фазе объекты сохраняют свои топологические заряды и в ферроэлектрической нематической фазе N_F .

В общем случае проведенное выше простое рассмотрение не позволяет различить, какие из этих дефектов могут существовать сами по себе (т. е. как свободные), а какие обязаны быть связаны в комбинированные дефекты. Полный анализ требует знания точной последовательности относительных гомотопических групп. В такой последовательности относительные гомотопические классы $\pi_{k+1}(R_1, R_2)$ отображаются в гомотопические классы меньшей размерности $\pi_k(R_2)$. Однако в нашем случае свободные дисклинации в фазе N_F запрещены ($\pi_1(S^2) = 0$) и потому допустимы только комбинированные дефекты: дисклинации, связывающие доменные стенки.

Имеется также и другой тип комбинированных дефектов. Поскольку для обоих многообразий (R_1, R_2) гомотопическая группа π_2 не тривиальна, в фазе N_F возможны два типа монополей (ежей): свободные ежи с однозначно определяемой их топологическим зарядом структурой $\pi_2(S^2) = Z$, а также комбинированные дефекты.

Хотя в принципе можно себе представить конфигурацию полей директора и вектора электрической поляризации, в которой точечный дефект (еж) ограничивает линейный дефект (дисклинацию), такой комбинированный дефект не является топологически устойчивым (только энергетические соображения, связанные с анизотропной энергией Франка или энергией диполь-дипольного взаимодействия, могут стабилизировать такой не топологический комбинированный дефект). Однако существует другая возможность. Если в нематическом жидком кристалле присутствуют одновременно точечные и линейные дефекты (ежи и дисклинации), то при обходе вокруг дисклинации еж превращается в антиежа (меняется знак топологического заряда, см., например, [15]). В ферроэлектрическом нематическом жидком кристалле такое преобразование с изменением знака точечного дефекта (ежа) требует пересечения доменной стенки (топологически стабильной в фазе N_F). Я благодарю рецензента этой работы, указавшему на это обстоятельство. Многочисленные примеры аналогичных топологически защищенных комбинированных дефектов (образующих в сверхтекучем He-3 и некоторых космологических теориях «бусы» струн и монополей) могут быть найдены в работах [18–20].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучены комбинированные топологические дефекты на примере недавно открытого ферроэлектрического жидкого кристалла. Показано, что возможно существование таких комбинированных дефектов двух типов: дисклинаций, связывающих доменные стенки, и цепочек монополей (ежей) с их зеркальными отображениями в доменных стенках — антимонополями (антиежами). На момент написания этой статьи, насколько это известно автору, нет экспериментального подтверждения существования комбинированных дефектов в ферроэлектрическом нематике. На теоретическом фронте также остаются открытыми интересные вопросы о динамике комбинированных дефектов, их взаимодействии друг с другом, со свободными дефектами и мягкими (гидродинамическими) степенями свободы жидкого кристалла. Практически не изучены (и не только в жидких кристаллах, а вообще в физике упорядоченных конденсированных сред) структуры, связанные с редко обсуждаемыми в физической литературе фундаментальными гомотопическими группами высшего чем $n = 2$ порядка. Среди них особый интерес именно для жидких кристаллов представляет гомотопическая группа π_3 . Дело в том, что π_3 описывает топологию так называемых текстур, т. е. неоднородных распределений параметра порядка, поэтому строго говоря не дефектов, но не сводимых малыми деформациями к тривиальным конфигурациям. Вспомогательная и непростая задача это вычисление гомотопической группы π_3 . Например, для пространства вырождения S^2 известен результат Хопфа $\pi_3(S^2) = \mathbb{Z}$ (и целые числа, заряды Z , называются инвариантами Хопфа). Изучение этого круга вопросов выходит за рамки данной работы и является предметом отдельного рассмотрения.

Отметим в заключение, что нематическая ферроэлектрическая фаза с однородной поляризацией может оказаться неустойчивой по отношению фазы с модулированной поляризацией [21]. Дело в том, что для полярного и четного по отношению к инверсии времени вектора электрического дипольного момента всегда имеет место диполь-флексо-диполь-взаимодействие вида

$$F_{fp} = \beta_1 \mathbf{P}^2(\nabla \mathbf{P}) + \beta_2 \mathbf{P} \nabla(\mathbf{P}^2). \quad (8)$$

Такое взаимодействие (запрещенное симметрией по отношению к обращению времени в ферромагнетиках) при достаточно большой величине коэффициентов взаимодействия β_1 и β_2 приводит к энергетической выгодности структур с модулированной

поляризацией (и из-за взаимодействия (4) также и к модуляции директора \mathbf{n}). Так называемая splay нематическая фаза [22], является одной из возможных структур, возникающих из-за упомянутой выше неустойчивости однородного ферроэлектрического нематика. Однако описанная в этой работе классификация комбинированных дефектов применима и в этом случае.

Благодарности. Я глубоко признателен Г. Е. Воловику за подробные обсуждения идеологии комбинированных топологических дефектов, стимулировавшие эту работу.

ЛИТЕРАТУРА

1. T. W. Kibble, J. Phys. A Math. Gen. **9**, 1387 (1976).
2. P. G. de Gennes and J. Prost, *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon Press, Oxford (1993).
3. P. Oswald and P. Pieranski, *Smeectics and Columnar Liquid Crystals*, Taylor and Francis, New York (2006).
4. М. Клеман, О. Д. Лаврентович, *Основы физики частично упорядоченных сред*, Физматлит, Москва (2007).
5. I.-C. Khoo, *Liquid Crystals* (2d edition), Wiley, New York (2007).
6. L. M. Blinov, *Structure and Properties of Liquid Crystals*, Springer, New York (2011).
7. A. Mertelj, L. Cmok, N. Sebastian, R. J. Mandle, R. R. Parker, A. C. Whitwood, J. W. Goodby, and M. Copic, Phys. Rev. X **8**, 041025 (2018).
8. M. Chiappini, T. Drwenski, R. van Roij, and M. Dijkstra, Phys. Rev. Lett. **123**, 068001 (2019).
9. Xi Chen, E. Korblova, D. Dong, X. Wei, R. Shao, L. Radzihovsky, M. Glaser, J. E. Maclellan, D. Bedrov, D. M. Walba, and N. A. Clark, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **117**, 14021 (2020).
10. O. D. Lavrentovich, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **117**, 14629 (2020).
11. M. Born, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. **30**, 614 (1916).
12. G. E. Volovik and K. Zhang, Phys. Rev. Res. **2**, 023263 (2020).
13. J. T. Makinen, V. V. Dmitriev, J. Nissinen, J. Rysti, G. E. Volovik, A. N. Yudin, K. Zhang, and V. B. Eltsov, Nature Communications **10**, 237 (2019).
14. G. E. Volovik, Письма в ЖЭТФ **109**, 509 (2019).

15. Г. Е. Воловик, В. П. Минеев, ЖЭТФ **72**, 2256 (1977).
16. T. W. B. Kibble, G. Lazarides, and Q. Shafi, Phys. Rev. D **26**, 435 (1982).
17. T. W. B. Kibble, G. Lazarides, and Q. Shafi, Phys. Lett. B **113**, 237 (1982).
18. V. B. Eltsov, J. Nissinen, and G. E. Volovik, Europhys. News **50**, 34 (2019).
19. Г. Е. Воловик, Письма в ЖЭТФ **158**, 17 (2020).
20. G. Lazarides and Q. Shafi, JHEP **10**, 193 (2019).
21. D. Blankschtein and R. M. Hornreich, Phys. Rev. B **32**, 3214 (1985).
22. N. Sebastian, L. Smok, R. J. Mandle, M. R. de la Fuente, I. D. Olenik, M. Copic, and A. Mertelj, Phys. Rev. Lett. **124**, 037801 (2020).