

# ЭЛЕКТРОН-ЭЛЕКТРОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И СОПРОТИВЛЕНИЕ В МЕТАЛЛАХ БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ

*В. П. Минеев\**

*Université Grenoble Alpes, CEA, IRIG, PHELIQS  
F-38000, Grenoble, France*

*Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук  
142432, Черногоровка, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 23 ноября 2020 г.,  
после переработки 23 ноября 2020 г.  
Принята к публикации 24 ноября 2020 г.

Квадратичная зависимость сопротивления от температуры в металлах при низких температурах обусловлена релаксацией импульса при межэлектронных столкновениях, сопровождаемых процессами переброса или рассеянием на примесях. В металлах без центра инверсии спин-орбитальное взаимодействие электронов с кристаллической решеткой снимает спиновое вырождение состояний и расщепляет каждую энергетическую зону на две зоны. Температурная зависимость скорости релаксации за счет электрон-электронных столкновений определяется из матричного кинетического уравнения, включающего внутризонные и межзонные процессы рассеяния электронов на примесях и электронов на электронах. Показано, что в достаточно чистом случае, когда расщепление зон превосходит скорость рассеяния электронов на примесях и в то же время мало по сравнению с энергией Ферми, квадратичная зависимость сопротивления от температуры остается справедливой.

DOI: 10.31857/S0044451021030172

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Низкотемпературная зависимость сопротивления нормальных металлов,

$$\rho = \rho_0 + AT^2, \quad (1)$$

определяется рассеянием электронов на электронах, сопровождаемым процессами переброса со скоростью релаксации [1, 2]

$$\frac{1}{\tau_{ee}} \propto \frac{V^2}{\varepsilon_F^2} \frac{T^2}{\varepsilon_F}. \quad (2)$$

Здесь  $V$  — амплитуда экранированного потенциала межэлектронного взаимодействия,  $\varepsilon_F$  — энергия Ферми. Обычно величина  $1/\tau_{ee}$  весьма мала, и температурная зависимость (1) наблюдается лишь в металлах с очень узкой зоной проводимости и в соединениях с тяжелыми фермионами с малой энергией

Ферми. В отсутствие процессов переброса в металлах и полупроводниках с единственной зоной проводимости электрон-электронное рассеяние не дает вклада в сопротивление, и оно целиком определяется рассеянием на примесях [3]. Однако в многозонных металлах вклад от столкновений электронов из разных зон выживает [4–7] и определяет температурную зависимость сопротивления согласно уравнению (1).

Квадратичная температурная зависимость возникает, поскольку из-за принципа Паули электроны могут рассеиваться друг на друге лишь в узком слое шириной порядка температуры вблизи поверхности Ферми. Это свойство сохраняется также в металлах с несколькими зонами проводимости.

В металлах без центра инверсии спин-орбитальное взаимодействие расщепляет поверхность Ферми каждой из зон проводимости на две поверхности с разными импульсами Ферми. Найденная в работе [8] скорость релаксации импульса благодаря электрон-электронным столкновениям равна

$$\frac{1}{\tau_{ee}} \propto \frac{(2\pi T)^2 + (v_F \Delta k_F)^2}{\varepsilon_F}. \quad (3)$$

\* E-mail: vladimir.mineev@cea.fr

Здесь  $v_F$  — скорость Ферми,  $\Delta k_F = k_{F+} - k_{F-}$  — разность импульсов Ферми. Выражение (3) фактически означает, что в металлах без центра инверсии остаточное сопротивление при  $T = 0$  сильно увеличивается из-за расщепления зон спин-орбитальным взаимодействием. Однако вычисления в работе [8] были проделаны с использованием интеграла электрон-электронного рассеяния в форме, неприменимой в металлах, не обладающих пространственной четностью. Правильный интеграл столкновений был найден в следующей работе [9], где был подтвержден результат (3). И в той, и в другой работе вычисления были проведены с использованием законов дисперсии  $\xi_{\pm}(k) = v_F(k - k_{F\pm})$  электронов в двух энергетических зонах, расщепленных спин-орбитальным взаимодействием. Каждое из этих выражений верно вблизи соответствующей поверхности Ферми с импульсами Ферми  $k_{F+}$  и  $k_{F-}$ . Но выражение для  $\xi_+(k)$  неверно вблизи поверхности Ферми с импульсом  $k_{F-}$ , равно как и выражение для  $\xi_-(k)$  неверно вблизи поверхности Ферми с импульсом  $k_{F+}$ . Эта ошибка исправлена в настоящей работе.

Аналитический вывод зависимости (2) в случае поверхности Ферми произвольной формы невозможен даже в однозонном металле с центром инверсии. Дело в том, что длина импульса Ферми меняется от точки к точке на поверхности Ферми. Все известные выводы сделаны при явном или неявном предположении, что изменение длины импульса Ферми значительно меньше его средней длины. В дополнение к этому условию мы будем также предполагать малость энергии расщепления зон по сравнению с энергией Ферми:

$$\varepsilon_F \gg v_F \Delta k_F. \quad (4)$$

Кинетические явления в металле без центра инверсии описываются кинетическим уравнением для матричной функции распределения. Пренебрежение недиагональными матричными элементами возможно, когда энергия расщепления зон велика по сравнению со скоростью рассеяния электронов на примесях, на электронах и т. д. Скорость электрон-электронного рассеяния всегда мала по сравнению со скоростью рассеяния электронов на примесях,  $1/\tau_i$ . Таким образом, мы будем предполагать выполнение условия

$$v_F \Delta k_F \gg \frac{1}{\tau_i}. \quad (5)$$

Статья организована следующим образом. В следующем разделе приведены кинетические уравнения для электронного газа в металлах без центра

инверсии. Расчеты, представленные в третьем разделе, показывают, что при выполнении условий (4) и (5) низкотемпературная зависимость скорости релаксации импульса в металлах без центра инверсии дается уравнением (2).

## 2. КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ В МЕТАЛЛАХ БЕЗ ЦЕНТРА ИНВЕРСИИ

Спектр невзаимодействующих электронов в металлах без центра инверсии имеет вид

$$\hat{\varepsilon}(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k})\sigma_0 + \gamma(\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (6)$$

Здесь  $\varepsilon(\mathbf{k})$  — не зависящая от спина часть спектра,  $\sigma_0$  — единичная матрица  $2 \times 2$  в спиновом пространстве,  $\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  — матрицы Паули. Второе слагаемое в уравнении (6) описывает спин-орбитальное взаимодействие, соответствующее симметрии данной кристаллической структуры. Псевдовектор  $\gamma(\mathbf{k})$  — периодическая функция волнового вектора, такая что  $\gamma(-\mathbf{k}) = -\gamma(\mathbf{k})$  и  $g\gamma(g^{-1}\mathbf{k}) = \gamma(\mathbf{k})$ , где  $g$  — любая из операций симметрии точечной группы  $\mathcal{G}$  кристалла. Вблизи точки  $\Gamma$  в случае кубической симметрии имеем

$$\gamma(\mathbf{k}) = \gamma \mathbf{k}. \quad (7)$$

Здесь  $\gamma$  — постоянный множитель. В случае тетрагональной точечной группы  $\mathcal{G} = C_{4v}$  антисимметричное спин-орбитальное взаимодействие,

$$\gamma(\mathbf{k}) = \gamma(k_y \hat{x} - k_x \hat{y}) + \gamma_{\parallel} k_x k_y k_z (k_x^2 - k_y^2) \hat{z}, \quad (8)$$

в чисто двумерном случае (при  $\gamma_{\parallel} = 0$ ) известно как взаимодействие Рашба [10].

Собственные значения и собственные векторы матрицы (6) имеют вид

$$\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}) \pm |\gamma(\mathbf{k})|, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{\sigma}^{+}(\mathbf{k}) &= C_{\mathbf{k}} \begin{pmatrix} \hat{\gamma}_{kz} + 1 \\ \hat{\gamma}_{kx} + i\hat{\gamma}_{ky} \end{pmatrix}, \\ \Psi_{\sigma}^{-}(\mathbf{k}) &= C_{\mathbf{k}} \begin{pmatrix} -\hat{\gamma}_{kx} + i\hat{\gamma}_{ky} \\ \hat{\gamma}_{kz} + 1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $C_{\mathbf{k}} = (2(\hat{\gamma}_{kz} + 1))^{-1/2}$ ,  $\hat{\gamma}_{\mathbf{k}} = \gamma(\mathbf{k})/|\gamma(\mathbf{k})|$ . Собственные векторы удовлетворяют соотношениям ортогональности:

$$\Psi_{\sigma}^{\alpha*}(\mathbf{k})\Psi_{\sigma}^{\beta}(\mathbf{k}) = \delta_{\alpha\beta}, \quad \Psi_{\sigma_1}^{\alpha}(\mathbf{k})\Psi_{\sigma_2}^{\alpha*}(\mathbf{k}) = \delta_{\sigma_1\sigma_2}. \quad (11)$$

Здесь и во всех последующих формулах подразумевается суммирование по повторяющимся спиновым  $\sigma = \uparrow, \downarrow$  и зонным  $\alpha = +, -$  индексам.

Имеются две поверхности Ферми с различными импульсами Ферми  $\mathbf{k}_{F\pm}$ , определяемые уравнениями

$$\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}) = \mu, \quad (12)$$

где  $\mu$  — химический потенциал. В случае двумерной модели Рашба и в трехмерном изотропном случае

$$k_{F\pm} = \mp m\gamma + \sqrt{2m\mu + (m\gamma)^2}, \quad (13)$$

а скорости Ферми на двух поверхностях Ферми совпадают:

$$\mathbf{v}_{F\pm} = \frac{\partial(\varepsilon_{\pm}(\mathbf{k}))}{\partial\mathbf{k}} \Big|_{k=k_{F\pm}} = \hat{\mathbf{k}}\sqrt{\frac{2\mu}{m} + \gamma^2}. \quad (14)$$

Здесь  $\hat{\mathbf{k}}$  — единичный вектор вдоль импульса  $\mathbf{k}$ . Равенство скоростей на разных поверхностях Ферми — специфическое свойство модели с изотропным спин-орбитальным взаимодействием (7) в трехмерном случае и модели Рашба в двумерном.

Матрица равновесного распределения электронов имеет вид

$$\hat{n} = \frac{n(\varepsilon_+) + n(\varepsilon_-)}{2}\sigma_0 + \frac{n(\varepsilon_+) - n(\varepsilon_-)}{2|\gamma|}\boldsymbol{\gamma} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (15)$$

$$e \begin{pmatrix} (\mathbf{v}_+ \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_+)}{\partial \varepsilon_+} & (\mathbf{v}_{\pm} \cdot \mathbf{E})(n(\varepsilon_-) - n(\varepsilon_+)) \\ (\mathbf{v}_{\mp} \cdot \mathbf{E})(n(\varepsilon_+) - n(\varepsilon_-)) & (\mathbf{v}_- \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_-)}{\partial \varepsilon_-} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & i(\varepsilon_- - \varepsilon_+)f_{\pm}(\mathbf{k}) \\ i(\varepsilon_+ - \varepsilon_-)f_{\mp}(\mathbf{k}) & 0 \end{pmatrix} = \hat{I}^i + \hat{I}^{ee}. \quad (19)$$

Здесь

$$\mathbf{v}_{\alpha}(\mathbf{k}) = \frac{\partial \varepsilon_{\alpha}}{\partial \mathbf{k}}, \quad \mathbf{v}_{\pm}(\mathbf{k}) = \Psi_{\sigma}^{+*}(\mathbf{k}) \frac{\partial \Psi_{\sigma}^{-}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{k}}, \quad (20)$$

$$\mathbf{v}_{\mp} = -\mathbf{v}_{\pm}^*.$$

В борновском приближении интеграл столкновений  $I_{\alpha\beta}^i$  электронов с примесями имеет вид

$$I_{\alpha\beta}^i(\mathbf{k}) = 2\pi n_{imp} \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3} |V(\mathbf{k} - \mathbf{k}')|^2 \times \\ \times \{O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') [f_{\nu\mu}(\mathbf{k}') O_{\mu\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) - \\ - O_{\nu\mu}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) f_{\mu\beta}(\mathbf{k})] \delta(\varepsilon'_{\nu} - \varepsilon_{\beta}) + \\ + [O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') f_{\nu\mu}(\mathbf{k}') - f_{\alpha\nu}(\mathbf{k}) O_{\nu\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')] \times \\ \times O_{\mu\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \delta(\varepsilon'_{\mu} - \varepsilon_{\alpha})\}. \quad (21)$$

Здесь

$$n(\varepsilon) = \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{T}\right) + 1} \quad (16)$$

— функция Ферми.

Эрмитовы матрицы неравновесных распределений в зонном и спиновом представлениях связаны друг с другом преобразованием

$$f_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \Psi_{\sigma_1}^{\alpha*}(\mathbf{k}) n_{\sigma_1\sigma_2} \Psi_{\sigma_2}^{\beta}(\mathbf{k}). \quad (17)$$

В зонном представлении матрица равновесного распределения диагональна:

$$n_{\alpha\beta} = \Psi_{\sigma_1}^{\alpha*}(\mathbf{k}) n_{\sigma_1\sigma_2} \Psi_{\sigma_2}^{\beta}(\mathbf{k}) = \\ = \begin{pmatrix} n(\varepsilon_+) & 0 \\ 0 & n(\varepsilon_-) \end{pmatrix}_{\alpha\beta}. \quad (18)$$

Недиагональные элементы  $f_{+-}(\mathbf{k})$  и  $f_{-+}(\mathbf{k})$  отличны от нуля только в неравновесных состояниях.

Кинетическое уравнение для матричной функции распределения электронов в металлах без центра инверсии выведено в работе [9]. Соответствующее условие стационарности во внешнем электрическом поле  $\mathbf{E}$  имеет вид

Здесь введены обозначения  $\varepsilon_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha}(\mathbf{k})$ ,  $\varepsilon'_{\mu} = \varepsilon_{\mu}(\mathbf{k}')$  и т. д. Функции

$$O_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \Psi_{\sigma}^{\alpha*}(\mathbf{k}) \Psi_{\sigma}^{\beta}(\mathbf{k}') \quad (22)$$

удовлетворяют соотношениям  $O_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = O_{\beta\alpha}^*(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ . Интеграл межэлектронных столкновений в борновском приближении дается выражением [9]

$$\hat{I}^{ee}(\mathbf{k}) = 2\pi \int \frac{d^3 k''}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3} \hat{F}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}', \mathbf{k}''), \quad (23)$$

где  $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}'' - \mathbf{Q}$  и  $\mathbf{Q}$  — вектор обратной решетки. Здесь и во всех остальных формулах мы работаем в системе единиц с постоянной Планка  $\hbar = 1$ . Матрица  $\hat{F}$  есть

$$\begin{aligned}
 F_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}', \mathbf{k}'') &= \frac{1}{2}W_1\{[O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')f_{\nu\mu}(\mathbf{k}') \times \\
 &\times O_{\mu\lambda}(\mathbf{k}', \mathbf{k})(\delta_{\lambda\beta} - f_{\lambda\beta}(\mathbf{k}))(\delta_{\xi\eta} - f_{\xi\eta}(\mathbf{k}_2))O_{\eta\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'') \times \\
 &\times f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}'')O_{\rho\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2) - O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')(\delta_{\nu\mu} - f_{\nu\mu}(\mathbf{k}')) \times \\
 &\times O_{\mu\lambda}(\mathbf{k}', \mathbf{k})f_{\lambda\beta}(\mathbf{k})f_{\xi\eta}(\mathbf{k}_2)O_{\eta\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')(\delta_{\zeta\rho} - f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}'')) \times \\
 &\times O_{\rho\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2)]\delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_\beta - \varepsilon_{2\xi} + \varepsilon''_\zeta) + \\
 &+ [(\delta_{\alpha\nu} - f_{\alpha\nu}(\mathbf{k}))O_{\nu\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')f_{\mu\lambda}(\mathbf{k}')O_{\lambda\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \times \\
 &\times (\delta_{\xi\eta} - f_{\xi\eta}(\mathbf{k}_2))O_{\eta\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}'')O_{\rho\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2) - \\
 &- f_{\alpha\nu}(\mathbf{k})O_{\nu\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')(\delta_{\mu\lambda} - f_{\mu\lambda}(\mathbf{k}')) \times \\
 &\times O_{\lambda\beta}(\mathbf{k}', \mathbf{k})f_{\xi\eta}(\mathbf{k}_2)O_{\eta\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')(\delta_{\zeta\rho} - f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}'')) \times \\
 &\times O_{\rho\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2)]\delta(\varepsilon_\alpha - \varepsilon'_\mu + \varepsilon_{2\xi} - \varepsilon''_\zeta)\} + \\
 &+ \frac{1}{2}W_2\{[O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')f_{\nu\mu}(\mathbf{k}')O_{\mu\lambda}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2) \times \\
 &\times (\delta_{\lambda\xi} - f_{\lambda\xi}(\mathbf{k}_2))O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}'')O_{\rho\omega}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}) \times \\
 &\times (\delta_{\omega\beta} - f_{\omega\beta}(\mathbf{k}))O_{\alpha\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')(\delta_{\nu\mu} - f_{\nu\mu}(\mathbf{k}'))O_{\mu\lambda}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2) \times \\
 &\times f_{\lambda\xi}(\mathbf{k}_2)O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')(\delta_{\zeta\rho} - f_{\zeta\rho}(\mathbf{k}''))O_{\rho\omega}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}) \times \\
 &\times f_{\omega\beta}(\mathbf{k})\delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_\beta - \varepsilon_{2\xi} + \varepsilon''_\zeta) + \\
 &+ [(\delta_{\alpha\nu} - f_{\alpha\nu}(\mathbf{k}))O_{\nu\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')f_{\mu\lambda}(\mathbf{k}')O_{\lambda\xi}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2) \times \\
 &\times (\delta_{\xi\zeta} - f_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2))O_{\zeta\rho}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')f_{\rho\omega}(\mathbf{k}'')O_{\omega\beta}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}) - \\
 &- f_{\alpha\nu}(\mathbf{k})O_{\nu\mu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')(\delta_{\mu\lambda} - f_{\mu\lambda}(\mathbf{k}'))O_{\lambda\rho}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2)f_{\rho\xi}(\mathbf{k}_2) \times \\
 &\times O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')(\delta_{\zeta\omega} - f_{\zeta\omega}(\mathbf{k}'')) \times \\
 &\times O_{\omega\beta}(\mathbf{k}'', \mathbf{k})\delta(\varepsilon_\alpha - \varepsilon'_\mu + \varepsilon_{2\xi} - \varepsilon''_\zeta)\}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Здесь  $W_1$  и  $W_2$  — зависящие от импульсов амплитуды кулоновского и обменного взаимодействий. В металле, благодаря экранировке заряда, их можно считать постоянными.

Недиагональные члены в левой части матричного кинетического уравнения (19) пропорциональны энергии расщепления зон, в то время как интегральные члены в правой части пропорциональны различным внутрizonным и межзонным скоростям релаксации при рассеянии электронов на примесях и из-за электрон-электронного рассеяния. Скорость электрон-электронного рассеяния всегда мала по сравнению со скоростью электронного рассеяния на примесях. Следовательно, если энергия расщепления зон превышает скорость рассеяния электронов на примесях,

$$v_F(k_{F-} - k_{F+}) \gg 1/\tau_i, \quad (25)$$

то можно пренебречь интегралами столкновений в недиагональных слагаемых матричного кинетического уравнения (19) и использовать бесстолкновительные решения для недиагональных членов функции распределения:

$$f_{\pm} = \frac{e(\mathbf{v}_{\pm} \cdot \mathbf{E})(n_- - n_+)}{i(\varepsilon_- - \varepsilon_+)}, \quad (26)$$

$$f_{\mp} = \frac{e(\mathbf{v}_{\mp} \cdot \mathbf{E})(n_+ - n_-)}{-i(\varepsilon_+ - \varepsilon_-)}. \quad (27)$$

В стационарном случае вклад этих недиагональных членов в электрический ток равен нулю [9]. С другой стороны, подстановка этих выражений в диагональную часть матричных интегралов столкновений (21) и (24) позволяет пренебречь в них всеми членами, содержащими недиагональные элементы матричной функции распределения, поскольку они будут в  $\gamma k_F \tau_i \gg 1$  раз меньше, чем члены с диагональными элементами.

Тогда система уравнений (19) для функции

$$f_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = \begin{pmatrix} f_+(\mathbf{k}) & 0 \\ 0 & f_-(\mathbf{k}) \end{pmatrix}_{\alpha\beta} \quad (28)$$

приобретает следующий вид:

$$(\mathbf{v}_+ \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_+)}{\partial \varepsilon_+} = I_+^i + I_+^{ee}, \quad (29)$$

$$(\mathbf{v}_- \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_-)}{\partial \varepsilon_-} = I_-^i + I_-^{ee}, \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned}
 I_+^i &= 4\pi n_i \int \frac{d^3k}{2\pi^3} |V(\mathbf{k}-\mathbf{k}')|^2 O_{++}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') O_{++}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \times \\
 &\times [f_+(\mathbf{k}') - f_+(\mathbf{k})]\delta(\varepsilon'_+ - \varepsilon_+) + O_{+-}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') O_{-+}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \times \\
 &\times [f_-(\mathbf{k}') - f_+(\mathbf{k})]\delta(\varepsilon'_- - \varepsilon_+), \quad (31)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_+^{ee} &= 2\pi \int \frac{d^3k''}{(2\pi)^3} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3} \{W_1 [O_{+\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') O_{\nu+}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \times \\
 &\times O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'') O_{\zeta\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2)] + W_2 [O_{+\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') O_{\nu\xi}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2)] \times \\
 &\times O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'') O_{\zeta+}(\mathbf{k}'', \mathbf{k})\} \{f_{\nu}(\mathbf{k}')(1 - f_+(\mathbf{k})) \times \\
 &\times (1 - f_{\xi}(\mathbf{k}_2))f_{\zeta}(\mathbf{k}'') - (1 - f_{\nu}(\mathbf{k}'))f_+(\mathbf{k})f_{\xi}(\mathbf{k}_2) \times \\
 &\times (1 - f_{\zeta}(\mathbf{k}''))\} \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_+ - \varepsilon_{2\xi} + \varepsilon''_\zeta). \quad (32)
 \end{aligned}$$

Соответствующие выражения для  $I_-^i$  и  $I_-^{ee}$  получают заменой зонных индексов («+» ↔ «-»).

Таким образом, мы пришли к системе двух уравнений с интегралами столкновений, включающими как внутрizonные, так и межзонные электронные процессы рассеяния.

### 3. СКОРОСТЬ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЭЛЕКТРОНАХ

Решение уравнений такого рода с учетом процессов переброса является трудной задачей. Даже для

однозонного металла с центром инверсии и сферической поверхностью Ферми аналитическое решение может быть найдено только путем применения вариационной процедуры [11]. В отсутствие процессов переброса,  $\mathbf{k}' = \mathbf{k} + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}''$ , решить эту проблему можно так, как это было сделано в работе [7] для двухзонного металла с центром инверсии.

Левые части уравнений (29) и (30) ведут себя как дельта-функции вблизи поверхности Ферми соответствующей зоны. Таким образом, следуя обычной процедуре линеаризации, можно искать решение для отклонений функций распределения от равновесной в виде

$$\delta f_\alpha(\mathbf{k}) = f_\alpha(\mathbf{k}) - n(\varepsilon_\alpha) = c_\alpha(\mathbf{v}_\alpha \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_\alpha)}{\partial \varepsilon_\alpha}, \quad (33)$$

$$\delta f_\alpha(\mathbf{k}_2) = f_\alpha(\mathbf{k}_2) - n(\varepsilon_{2\alpha}) = c_\alpha(\mathbf{v}_{2\alpha} \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_{2\alpha})}{\partial \varepsilon_{2\alpha}} \quad (34)$$

и т. д. Затем, умножая уравнение (29) и уравнение (30) соответственно на  $\mathbf{v}_+$  и  $\mathbf{v}_-$  и интегрируя по  $\mathbf{k}$ , мы приходим к системе двух линейных алгебраических уравнений для коэффициентов  $c_+$  и  $c_-$ . Однако для установления температурной зависимости времени электронно-электронной релаксации нет необходимости воспроизводить эти громоздкие расчеты. Для этого достаточно в уравнениях (29) и (30) оставить только члены с  $\delta f_\alpha(\mathbf{k}) = f_\alpha(\mathbf{k}) - n(\varepsilon_\alpha)$ , пренебрегая остальными членами, пропорциональными  $\delta f_\alpha(\mathbf{k}_2)$ , и т. д. Конечно, этот трюк отнюдь не дает решений кинетических уравнений. Но, ввиду одинаковой зависимости от энергии всех членов в подынтегральном выражении, полный расчет дает ту же температурную зависимость электронно-электронной релаксации, что и в результате применения указанного приема. Таким образом, игнорируя не зависящий от температуры вклад от рассеяния электронов на примесях, получаем

$$\begin{aligned} (\mathbf{v}_+ \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_+)}{\partial \varepsilon_+} = & -2\pi \delta f_+(\mathbf{k}) \int \frac{d^3 k''}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3} \times \\ & \times \{W_1[O_{+\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') O_{\nu+}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'')] \times \\ & \times O_{\zeta\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2)] + W_2[O_{+\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') O_{\nu\xi}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2)] \times \\ & \times O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'') O_{\zeta+}(\mathbf{k}'', \mathbf{k})\} \{n(\varepsilon'_\nu)(1 - n(\varepsilon_{2\xi}))n(\varepsilon''_\zeta) + \\ & + (1 - n(\varepsilon'_\nu))n(\varepsilon_{2\xi})(1 - n(\varepsilon''_\zeta))\} \times \\ & \times \delta(\varepsilon'_\nu - \varepsilon_+ - \varepsilon_{2\xi} + \varepsilon''_\zeta), \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{v}_- \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_-)}{\partial \varepsilon_-} = \\ = -2\pi \delta f_-(\mathbf{k}) \int \frac{d^3 k''}{(2\pi)^3} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3} \times \{+ \rightarrow -\}. \quad (36) \end{aligned}$$

Чтобы принять во внимание сохранение энергии, необходимо перейти от интегрирования по импульсам к интегрированию по энергиям. Даже для однозонного металла с центром инверсии эту процедуру можно выполнить аналитически только в случае почти сферической формы поверхности Ферми. Для металла без центра инверсии с изотропным спектром

$$\varepsilon_\pm(\mathbf{k}) = \frac{k^2}{2m} \pm \gamma k, \quad (37)$$

следуя процедуре, разработанной в работе [12] и воспроизведенной несколько иным образом в работе [13], в пренебрежении членами порядка  $\gamma k_F / \varepsilon_F$  получаем

$$\begin{aligned} d^3 k'' d^3 k_2 = m^3 \frac{\sin \theta d\theta d\phi d\phi_2}{2 \cos(\theta/2)} \times \\ \times \left[ 1 + \mathcal{O}\left(\frac{\gamma k_F}{\varepsilon_F}\right) \right] d\varepsilon''_\zeta d\varepsilon_{2\xi} d\varepsilon. \quad (38) \end{aligned}$$

Здесь  $\theta$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_2$ ,  $\phi$  — азимутальный угол  $\mathbf{k}_2$  вокруг направления  $\mathbf{k}$ , а  $\phi_2$  — угол между плоскостями  $(\mathbf{k}, \mathbf{k}_2)$  и  $(\mathbf{k}', \mathbf{k}'')$ . С такой же точностью можно считать множители  $O_{\alpha\beta}(\mathbf{k}, \mathbf{k}')$  функциями, зависящими только от углов между векторами  $\mathbf{k}, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}', \mathbf{k}''$ .

Интегрирование по  $\varepsilon'_\nu$  сводится к замене  $\varepsilon'_\nu = \varepsilon_+ + \varepsilon_{2\xi} - \varepsilon''_\zeta$ . Затем, выполняя интегрирование по  $\varepsilon''_\zeta$  и  $\varepsilon_{2\xi}$ , получаем

$$\begin{aligned} (\mathbf{v}_+ \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_+)}{\partial \varepsilon_+} = \\ = -m^3 [(\pi T)^2 + (\varepsilon_+ - \mu)^2] I_+ \delta f_+(\mathbf{k}), \quad (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{v}_- \cdot \mathbf{E}) \frac{\partial n(\varepsilon_-)}{\partial \varepsilon_-} = \\ = -m^3 [(\pi T)^2 + (\varepsilon_- - \mu)^2] I_- \delta f_-(\mathbf{k}), \quad (40) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} I_+ = \int \frac{\sin \theta d\theta d\phi d\phi_2}{2(2\pi)^5 \cos(\theta/2)} \{W_1[O_{+\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') O_{\nu+}(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \times \\ \times O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'') O_{\zeta\xi}(\mathbf{k}'', \mathbf{k}_2)] + W_2[O_{+\nu}(\mathbf{k}, \mathbf{k}') O_{\nu\xi}(\mathbf{k}', \mathbf{k}_2)] \times \\ \times O_{\xi\zeta}(\mathbf{k}_2, \mathbf{k}'') O_{\zeta+}(\mathbf{k}'', \mathbf{k})\}, \quad (41) \end{aligned}$$

$I_-$  получается из  $I_+$  заменой  $+ \rightarrow -$ . Подставляя  $\delta f_+(\mathbf{k})$  и  $\delta f_-(\mathbf{k})$  в выражение для плотности тока

$$\mathbf{j} = e^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \{\mathbf{v}_+ \delta f_+(\mathbf{k}) + \mathbf{v}_- \delta f_-(\mathbf{k})\} \quad (42)$$

и выполняя интегрирование, мы приходим к выражению

$$\mathbf{j} = \frac{e^2 v_F^2}{3\pi^2 m^3 T^2} \left\{ \frac{N_{0+}}{I_+} + \frac{N_{0-}}{I_-} \right\} \mathbf{E}, \quad (43)$$

где  $N_{0\pm} = mk_{F\pm}/2\pi^2$  — плотности состояний в зонах  $\pm$ . Таким образом, при условии выполнения сделанных при выводе ограничений, скорость релаксации импульса, определяемая рассеянием электронов на электронах, и сопротивление в металлах без центра инверсии при низких температурах имеют обычную температурную зависимость, соответствующую формулам (2) и (1).

Упомянутый выше полный вывод с учетом всех членов в уравнениях (29)–(32), включая и рассеяние на примесях, приводит к такой же температурной зависимости проводимости.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что в металлах без центра инверсии электронно-электронные столкновения дают тот же вклад в низкотемпературную зависимость сопротивления, что и в обычных металлах без нарушения пространственной четности. Предыдущие вычисления [8, 9], посвященные той же задаче, привели к неверному результату (3) из-за использования неправильных формул для законов дисперсии электронов.

Настоящие вычисления были выполнены в предположении, что расщепление зон спин-орбитальным взаимодействием велико по сравнению со скоростью рассеяния электронов на примесях и в то же время мало по сравнению с энергией Ферми. При этих условиях электронно-электронное рассеяние порождает обычную квадратичную температурную зависимость удельного сопротивления при низких температурах и не вносит дополнительного вклада в остаточное удельное сопротивление металла при  $T = 0$ .

Как и в обычных металлах с центром инверсии, квадратичная температурная зависимость, опреде-

ляемая электронно-электронными столкновениями, может быть подавлена из-за существенной анизотропии поверхности Ферми.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ЖЭТФ **7**, 379 (1937) [Phys. Zs. Sowjetunion **10**, 649 (1936)].
2. А. А. Абрикосов, *Основы теории металлов*, Физматлит, Москва (2010).
3. R. W. Keyes, J. Phys. Chem. Sol. **6**, 1 (1958).
4. В. Ф. Гантмахер, И. Б. Левинсон, ЖЭТФ **74**, 261 (1978) [Sov. Phys. JETP **47**, 133 (1978)].
5. J. Appel and A. W. Overhauser, Phys. Rev. B **18**, 758 (1978).
6. S. S. Murzin, S. I. Dorozhkin, G. Landwehr, and A. C. Gossard, Письма в ЖЭТФ **67**, 101 (1998) [JETP Lett. **67**, 113 (1998)].
7. H. K. Pal, V. I. Yudson, and D. L. Maslov, Lith. J. Phys. **52**, 142 (2012).
8. V. P. Mineev, Phys. Rev. B **98**, 165121 (2018).
9. В. П. Минеев, ЖЭТФ **156**, 750 (2019) [JETP **129**, 700 (2019)]; Поправка, ЖЭТФ **157**, 1131 (2020) [JETP **130**, 955 (2020)].
10. Э. И. Рашба, ФТТ **2**, 1224 (1960) [E. I. Rashba, Sov. Phys. Sol. St. **2**, 1109 (1960)].
11. J. M. Ziman, *Electrons and Phonons*, Oxford, Clarendon Press (1960).
12. А. А. Абрикосов and И. М. Khalatnikov, Rep. Progr. Phys. **22**, 329 (1959).
13. G. Baym and C. Pethick, in *Physics of Liquid and Solid Helium*, ed. by K. H. Bennemann and J. B. Ketterson, Wiley, New York (1978), Vol. 2, Ch. 2.