

ОСОБЕННОСТИ ВЛИЯНИЯ ДЕФЕКТОВ СТРУКТУРЫ НА ЭФФЕКТЫ КОРРЕЛЯЦИИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИХРЕВЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ В НЕРАВНОВЕСНОЙ ВКТ-ДИНАМИКЕ ДВУМЕРНОЙ ХУ-МОДЕЛИ

В. В. Прудников, П. В. Прудников, И. С. Попов*

*Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского
644077, Омск, Россия*

Поступила в редакцию 4 мая 2020 г.,
после переработки 4 мая 2020 г.
Принята к публикации 20 мая 2020 г.

Осуществлено численное исследование методом Монте-Карло неравновесного критического поведения двумерной структурно-неупорядоченной ХУ-модели при ее эволюции из начального высокотемпературного состояния. Выявлены особенности влияния структурного беспорядка на временную зависимость корреляционной длины системы $\xi(t)$ и динамический скейлинг спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$. Осуществлен прямой расчет динамического поведения корреляционной длины $\xi(t)$ двумерной структурно-неупорядоченной ХУ-модели и показано, что для нее, как и для чистой модели, выполняется временная зависимость с логарифмической поправкой $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$, связанная с неравновесной аннигиляцией вихрей и антивихрей в формирующихся вихревых парах. На основе проведенного анализа временных зависимостей корреляционной длины $\xi(t)$ и кумулянта намагниченности $g_2(t)$ показано, что двумерная ХУ-модель со спиновой концентрацией $p = 0.7$ находится настолько близко к порогу спиновой перколяции p_c , что влияние притяжения перколяционной неподвижной точки становится определяющим в релаксационных свойствах системы. Однако особенности критической динамики систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ и $p = 0.8$ определяются притяжением неподвижной точки чистой системы. Определены температурные и концентрационные зависимости критического индекса Фишера $\eta(p, T)$ с использованием скейлинговых свойств рассчитанной двухвременной зависимости спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$. Осуществлен расчет скейлинговых функций двухвременной зависимости моделирования динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ и определены значения показателей $\lambda_C(p, T)$ степенного убывания скейлинговых функций в долговременном режиме, находящиеся в хорошем согласии с соотношением $\lambda_C(p, T) = 1 + \eta(p, T)$ и доказывающие выполнение динамического скейлинга для неравновесных характеристик структурно-неупорядоченных систем.

DOI: 10.31857/S0044451020110139

1. ВВЕДЕНИЕ

Среди низкоразмерных систем особое место занимают двумерные системы с непрерывной симметрией, в которых дальний магнитный порядок разрушается при всех конечных температурах аномально сильными поперечными флуктуациями спиновой плотности. Однако случай двумерной ХУ-модели характеризуется осуществлением в системе топо-

логического фазового перехода Березинского–Костерлица–Таулесса при температуре $T_{ВКТ}$ [1–4]. Фазовый переход связан с диссоциацией связанных пар вихрь–антивихрь в точке перехода и существованием данных связанных вихревых возбуждений в низкотемпературной фазе с $T < T_{ВКТ}$. Особенностью данной системы является аномально сильная пространственная и временная корреляция состояний системы во всей низкотемпературной фазе, характеризующаяся степенным законом убывания и реализацией квазидальнего порядка, в то время как для термодинамических фазовых переходов второго рода эффекты сильной корреляции осуществляют-

* E-mail: prudnikov@univer.omsk.su

ся лишь вблизи критической точки. Это позволяет наблюдать медленную динамику двумерной XU -модели не только вблизи критической точки, а во всем низкотемпературном диапазоне при $T \leq T_{BKT}$ [5–7].

Двумерная XU -модель является классической спиновой моделью статистической механики и используется для описания критических и низкотемпературных свойств широкого класса реальных физических систем [8, 9], таких как ультратонкие магнитные пленки [10]; планарные магнетики с анизотропией типа «легкая плоскость» [11–15]; сингулярности в критических свойствах сверхтекучих тонких пленок [16–19]; решетки джозефсоновских контактов [8, 20, 21] и SFS-контактов [22–24]; двумерные кристаллы [2] и смектические жидкие кристаллы [25–29]; для описания плавления нескольких слоев сорбированного ксенона в монокристаллическом графите [30]; процесса сорбции водорода на вольфраме $W(011)$ с реконструкцией поверхности $p(2 \times 2)$ [31]; а также корреляционных свойств двумерной гидродинамической турбулентности [32].

Хотя равновесные критические свойства двумерной XU -модели достаточно подробно изучены [8], исследование неравновесной критической динамики и влияния структурного беспорядка на ее неравновесные критические свойства вызывает значительный научный интерес [7]. Связано это с явлениями аномально медленной релаксации системы из начального неравновесного состояния и возникающими в системе эффектами старения, памяти, нарушения флуктуационно-диссипативной теоремы [5, 6, 33–39], нарушением канонического динамического скейлинга и возникновением явлений сверхстарения и субстарения [36], а также влиянием на них сильной вихревой неравновесности, огрубления, фрагментации квазидальнего порядка и неравновесного пиннинга вихрей на дефектах структуры [40, 41]. Старение — это эффект замедления релаксационных и корреляционных процессов при увеличении времени, прошедшего с момента приготовления образца до начала измерения его свойств и называемого «возрастом» образца или временем ожидания t_w . Проявление эффектов старения осуществляется через двухвременные зависимости таких характеристик системы, как автокорреляционная функция $C(t, t_w)$, функция отклика $R(t, t_w)$ и динамическая восприимчивость $\chi(t, t_w)$ [7]. В режиме старения данные функции зависят не от разности времен $t - t_w$, а от t и t_w в отдельности, т. е. происходит нарушение однородности процесса релаксации во времени. Старение сопровождается нарушением флуктуационно-диссипативной теоремы, связываю-

щей динамические зависимости автокорреляционной функции и функции отклика системы [7, 42, 43].

Среди неравновесных релаксационных процессов особый интерес вызывает критическое поведение двумерной XU -модели, в которой за счет степенного характера пространственной и временной корреляции особенности медленной динамики могут наблюдаться не только вблизи критической точки, но и во всем низкотемпературном диапазоне с $T \leq T_{BKT}$. Присутствие дефектов структуры приводит к возникновению эффекта пиннинга вихревых возбуждений на дефектах [44], что существенно замедляет динамические процессы в системе. Квазидальний порядок в системе сохраняется с введением структурного беспорядка [45, 46]. Неравновесное критическое поведение в структурно-неупорядоченной двумерной XU -модели обусловлено неравновесными процессами в вихревой подсистеме, спин-волновыми процессами и взаимодействием данных подсистем с дефектами структуры. С учетом того, что двумерная XU -модель используется для описания поведения и свойств широкого ряда физических систем [8], интерес к исследованию особенностей неравновесного поведения данной модели и влияния на него структурного беспорядка очень высок.

В данной работе мы сосредоточим внимание на случае эволюции двумерной XU -модели из высокотемпературного начального состояния с температурой $T_0 \gg T_{BKT}$, характеризующегося наличием свободных вихревых возбуждений, с последующем замораживанием при температурах $T_s \leq T_{BKT}$. Как предсказывалось в ряде работ [47, 48], для чистой XU -модели динамическая зависимость корреляционной длины $\xi(t)$ характеризуется в этом случае дополнительными логарифмическими поправками вида $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/z}$ за счет эффектов взаимодействия вихревых возбуждений, в то время как при эволюции из низкотемпературного начального состояния с $T_0 = 0$, в котором отсутствуют свободные вихревые возбуждения, динамическая зависимость корреляционной длины $\xi(t)$ удовлетворяет предсказаниям динамического скейлинга $\xi(t) \propto t^{1/z}$, где $z = 2$ — динамический критический индекс для двумерной XU -модели.

Динамическая зависимость корреляционной длины $\xi(t)$ для чистой двумерной XU -модели ранее исследовалась в работах [48–50]. Впоследствии эта зависимость применялась в исследовании эффектов старения и нарушения флуктуационно-диссипативной теоремы в работах [5, 6, 33–37], в частности, для описания структурно-неупорядоченной дву-

мерной XY -модели [6, 36]. В настоящей работе в результате численного исследования методами Монте-Карло осуществляется прямое определение динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ для двумерной чистой и структурно-неупорядоченной XY -модели; исследуются особенности влияния дефектов структуры на динамические корреляционные свойства системы; определяются особенности влияния фазового притяжения перколяционной неподвижной точки и неподвижной точки чистой системы на динамическую зависимость корреляционной длины от концентрации дефектов; осуществляется исследование скейлинговой зависимости спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ от корреляционной длины $\xi(t)$.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И МОДЕЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Эффекты старения, проявляющиеся на неравновесном этапе релаксации системы с медленной динамикой, характеризуются существованием двухвременной зависимости у автокорреляционной функции от времени ожидания t_w и времени наблюдения $t - t_w$. Так, для классической спиновой системы временная корреляционная функция определяется выражением ($t > t_w$) [6, 35, 36]

$$C(t, t_w) = \frac{1}{V} \int d^d x [\langle \mathbf{S}(x, t) \mathbf{S}(x, t_w) \rangle - \langle \mathbf{S}(x, t) \rangle \langle \mathbf{S}(x, t_w) \rangle], \quad (1)$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ соответствуют процедуре статистического усреднения, а квадратные $[\dots]$ — процедуре усреднения по различным конфигурациям распределения немагнитных атомов примеси в структурно-неупорядоченной спиновой системе; $\mathbf{S}(x, t)$ — локальная спиновая плотность. Время ожидания t_w определяется временем, прошедшим с момента приготовления образца до начала измерения его характеристик. В течение $t, t_w \ll t_{rel}$, где t_{rel} — время релаксации системы, во временном поведении системы проявляется влияние начальных состояний системы и эффектов старения, характеризующихся нарушением трансляционной симметрии системы во времени и замедлением релаксационных и корреляционных процессов с увеличением «возраста» образца t_w .

Неравновесное поведение системы реализуется путем ее перевода в начальный момент времени $t = 0$ из равновесного состояния при температуре T_0 в состояние при температуре замораживания T_s ,

не равной температуре T_0 . Возникающий в системе процесс установления равновесия характеризуется временем релаксации $t_{rel}(T)$, и при $t, t_w \gg t_{rel}$ достигается состояние равновесия, соответствующее температуре T_s , при этом динамика системы оказывается стационарной и инвариантной относительно обращения времени. Однако при $t, t_w \ll t_{rel}$ эволюция зависит от начального состояния системы. В связи с этим выделяется неравновесное поведение систем с эволюцией из высокотемпературного ($T_0 > T_s$) и низкотемпературного ($T_0 < T_s$) начальных состояний. Эффекты старения и нарушение флуктуационно-диссипативной теоремы в чистой и структурно-неупорядоченной двумерной XY -модели с эволюцией из высокотемпературного начального состояния детально исследовались в работе [6], из низкотемпературного начального состояния — в работе [36].

На основании размерного анализа и его обобщения на случай динамики критических явлений двухвременная зависимость корреляционной функции $C(t, t_w)$ при неравновесной критической эволюции двумерной XY -модели характеризуется следующим скейлинговым соотношением [28, 48]:

$$C(t, t_w) = \frac{1}{(t - t_w)^{\eta(T)/z}} f_C \left(\frac{\xi(t - t_w)}{\xi(t_w)} \right), \quad (2)$$

где f_C представляет собой скейлинговую функцию, $\eta(T)$ — критический индекс Фишера, z — динамический критический индекс со значением $z = 2$ для релаксационной динамики чистой двумерной XY -модели [34, 51], $\xi(t)$ — динамическая зависимость корреляционной длины системы в процессе неравновесной критической релаксации системы из начального неравновесного состояния.

Динамическая зависимость корреляционной длины $\xi(t)$ для двумерной XY -модели при неравновесной критической релаксации существенно зависит от типа начального состояния системы и меняет характер своей зависимости от времени при переходе от случая эволюции из низкотемпературного к высокотемпературному начальному состоянию [48–50]. Так, при релаксации из начального полностью упорядоченного состояния с $T_0 = 0$ временная зависимость корреляционной длины $\xi(t) \propto t^{1/z}$ и динамика системы является преимущественно спин-волновой; при релаксации из высокотемпературного начального состояния с $T_0 \gg T_{BKT}$ в равновесное состояние при температуре $T_s \leq T_{BKT}$ временная зависимость корреляционной длины приобретает дополнительную логарифмическую зависимость $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/z}$

с динамикой, определяемой преимущественно вихревыми возбуждениями и их взаимодействием.

Исторически неравновесная кинетика вихревых возбуждений в процессе релаксации двумерной XY -модели впервые была рассмотрена в работе [52]. Показано, что неравновесная вихревая аннигиляция вихрей и антивихрей описывается кинетическим уравнением бимолекулярной реакции аннигиляции со скоростью реакции, определяемой квадратом плотности вихревых возбуждений с динамической зависимостью плотности вихрей $\rho(t) \propto 1/R^2(t)$ и $R(t) \propto t^{1/2}$ — характеристическим пространственным масштабом разделения вихрей и антивихрей в формирующихся вихревых парах. В последующей работе [53] обсуждались вопросы, связанные с особенностями введения логарифмических поправок в динамические зависимости плотности вихревых возбуждений, и было показано, что пространственный масштаб $R(t)$ соответствует корреляционной длине $\xi(t)$. В серии последующих работ (см. [47–49, 54]) было выявлено, что $R(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$ и, следовательно, динамическая зависимость корреляционной длины $\xi(t)$ также характеризуется логарифмической поправкой вида $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/z}$, связанной с неравновесными вихревыми процессами. Прямое вычисление временной зависимости корреляционной длины ξ для чистой двумерной XY -модели было осуществлено в работе [50]. Однако график зависимости $\xi(t)^2 \ln t \propto t$, подтверждающий наличие логарифмических поправок в $\xi(t)$, представлен в работе [50] лишь на коротком интервале времен с $\Delta t \sim 10^3$ шагов Монте-Карло на спин (MCS/s) с изображением временной зависимости отдельными символами, приходящимися на временной интервал порядка 100 MCS/s, что резко снижает доказательную базу приведенных данных.

Возвращаясь к описанию эффектов старения отметим, что данные эффекты проявляются при $t - t_w \sim t_w$ и характеризуются замедлением корреляции и релаксации системы с увеличением ее возраста — времени ожидания t_w . В режиме старения скейлинговая форма (2) принимает вид

$$C(t, t_w) \simeq t_w^{-\eta(T)/z} f_C \left(\frac{\xi(t - t_w)}{\xi(t_w)} \right). \quad (3)$$

Для большинства неравновесных систем, в которых выполняются требования динамического скейлинга с временной зависимостью корреляционной длины $\xi(t) \propto t^{1/z}$, скейлинговая функция $f_C(\xi(t - t_w)/\xi(t_w))$ в долговременном режиме с $t - t_w \gg t_w \gg 1$ характеризуется следующей асимптотической степенной зависимостью [55]:

$$f_C \left(\frac{\xi(t - t_w)}{\xi(t_w)} \right) \propto \left(\frac{\xi(t - t_w)}{\xi(t_w)} \right)^{-\lambda_C} \propto \left(\frac{t - t_w}{t_w} \right)^{-\lambda_C/z}, \quad (4)$$

где λ_C — показатель автокорреляционной функции.

Соотношение (4) может быть применено к описанию неравновесного критического поведения двумерной XY -модели с эволюцией из низкотемпературного полностью упорядоченного начального состояния, и согласно работам [33, 56, 57] показатель λ_C автокорреляционной функции в этом случае равен $\lambda_C = 1 + \eta(T)$, а динамический критический индекс $z = 2$. Тем не менее соотношение (4) может быть также применено к описанию скейлингового поведения автокорреляционной функции двумерной XY -модели с эволюцией из высокотемпературного начального состояния с теми же $\lambda_C = 1 + \eta(T)$ и $z = 2$, если воспользоваться временной зависимостью корреляционной длины $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/z}$. В результате, скейлинговая функция $f_C(\xi(t - t_w)/\xi(t_w))$ в долговременном режиме будет характеризоваться следующей асимптотической степенной зависимостью:

$$f_C \left(\frac{\xi(t - t_w)}{\xi(t_w)} \right) \propto \left(\frac{\xi(t - t_w)}{\xi(t_w)} \right)^{-(1+\eta(T))} \propto \left(\frac{(t - t_w) \ln t_w}{t_w \ln(t - t_w)} \right)^{-(1+\eta(T))/2}. \quad (5)$$

Введение структурного беспорядка практически не сказывается на равновесных критических свойствах двумерной XY -модели в точке фазового ВКТ-перехода при температуре T_{BKT} , что удовлетворяет критерию Харриса [58]. Тем не менее такая неуниверсальная характеристика, как температура фазового перехода T_{BKT} становится явной функцией спиновой концентрации p , т.е. $T_{BKT}(p)$, обращаясь в нуль при пороге спиновой перколяции $T_{BKT}(p_c) = 0$. Аналитические и численные исследования [45, 46] показали, что структурный беспорядок не влияет на равновесное критическое поведение только при температуре фазового перехода T_{BKT} , а в низкотемпературной фазе Березинского с $T < T_{BKT}$ влияние дефектов структуры становится существенным и приводит к изменению значений показателя η для равновесной корреляционной функции и к его зависимости как от температуры, так и спиновой концентрации $\eta(T, p)$. Значительно более масштабным и разнообразным становится влияние структурного беспорядка на неравновесные критические

свойства двумерной ХУ-модели [6, 36, 37, 40, 41]. Неравновесная критическая релаксация двумерной структурно-неупорядоченной ХУ-модели при эволюции из высокотемпературного начального состояния сопровождается пиннингом вихревых возбуждений на дефектах структуры [44, 59]. Потенциал притяжения вихря дефектом структуры обладает логарифмической расходимостью [44], что соизмеримо с логарифмическим потенциалом межвихревого взаимодействия, вследствие чего пиннинг вихрей существенно влияет на общую картину вихревой релаксации системы.

В настоящей работе проведено исследование влияния дефектов структуры на динамическую зависимость корреляционной длины $\xi(t)$ и динамический скейлинг автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ при критической релаксации двумерной структурно-неупорядоченной ХУ-модели из начального высокотемпературного состояния с $T_0 \gg T_{BKT}$. Гамильтониан системы в настоящей работе выбран в виде

$$H[p, \mathbf{S}] = -\frac{J}{2} \sum_{\langle i, j \rangle} p_i p_j \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (6)$$

где $J > 0$ — обменный интеграл, $\mathbf{S} = \{\mathbf{S}_i(t)\}$ и $p = \langle p_i(t) \rangle$ — решеточные поля спинов и дефектов структуры; $\mathbf{S}_i = (S_{i,x}, S_{i,y})$ — классический планарный спин, связанный с i -м узлом квадратной решетки с линейным размером L ; p_i — случайные числа заполнения i -го узла: $p_i = 1$, если i -й узел занят спином, и $p_i = 0$, когда в i -м узле расположен дефект; суммирование осуществляется по всем парам ближайших соседей в решетке. Дефекты структуры распределялись по решетке равномерно в соответствии с функцией распределения

$$P(p_i) = (1 - p)\delta(p_i) + p\delta(1 - p_i), \quad (7)$$

где p определяет долю узлов на решетке, занятых спинами, и характеризует величину спиновой концентрации.

Динамическая зависимость корреляционной длины в настоящей работе задавалась выражением

$$\xi(t) = \frac{1}{2 \sin(\pi/L)} \sqrt{\frac{[\langle \mathbf{M}^2(t) \rangle]}{[\langle \Phi(t) \rangle]} - 1}, \quad (8)$$

где угловые $\langle \dots \rangle$ и квадратные $[\dots]$ скобки соответствуют процедурам статистического усреднения и усреднения по различным конфигурациям распределения примеси в структурно-неупорядоченной системе; $\mathbf{M}(t)$ и $\Phi(t)$ — соответственно намагниченность и структурный фактор системы:

$$\mathbf{M}(t) = \sum_i p_i \mathbf{S}_i(t), \quad (9)$$

$$\Phi(t) = \frac{1}{2} \sum_n \left| \sum_i p_i \mathbf{S}_i(t) e^{i \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}_i} \right|^2, \quad (10)$$

где $\mathbf{k}_n$ [$\mathbf{k}_1 = (2\pi/L, 0)$; $\mathbf{k}_2 = (0, 2\pi/L)$] — элементарные векторы обратной решетки ($0 \leq \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}_i < 2\pi$); $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i)$ — координата i -го узла решетки. Выражение (8) соответствует формуле для корреляционной длины $\xi(t)$, используемой в работе [50], с реализацией более общего усреднения по двум направлениям, определяемым векторами $\mathbf{k}_1$ и $\mathbf{k}_2$, в первой зоне Бриллюэна.

Двухвременная динамическая зависимость спин-спиновой автокорреляционной функции задавалась выражением [6, 36]

$$C_{SS}(t, t_w) = \left\langle \left\langle \frac{1}{pL^2} \sum_i p_i \mathbf{S}_i(t) \mathbf{S}_i(t_w) \right\rangle \right\rangle. \quad (11)$$

В процессе критической релаксации системы из высокотемпературного начального состояния с $T_0 \gg T_{BKT}$ в поведении связанной автокорреляционной функции [36]

$$C_{con}(t, t_w) = \left[\left\langle \frac{1}{pL^2} \sum_i p_i \mathbf{S}_i(t) \mathbf{S}_i(t_w) \right\rangle \right] - \left[\left\langle \frac{1}{pL^2} \sum_i p_i \mathbf{S}_i(t) \right\rangle \left\langle \frac{1}{pL^2} \sum_i p_i \mathbf{S}_i(t_w) \right\rangle \right], \quad (12)$$

и спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ (11) различий фактически не возникает [6, 36], так как начальное значение намагниченности M_0 и ее последующие значения $\mathbf{M}(t)$ оказываются малыми [6]. Поэтому исследование поведения автокорреляционной функции $C(t, t_w)$ при критической релаксации двумерной структурно-неупорядоченной ХУ-модели из высокотемпературного начального состояния в настоящей работе проведено на основе анализа двухвременной зависимости (11) спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ИХ АНАЛИЗ

Мы рассмотрели системы с концентрациями спинов $p = 1.0$ (чистая система), 0.9, 0.8, 0.7 на квадратной решетке с линейным размером $L = 256$. Температуры фазового перехода T_{BKT} для систем с данными спиновыми концентрациями p характеризуются следующими значениями:

$$T_{BKT}(p = 1.0) = 0.893(2) [37, 45, 60],$$

$$T_{BKT}(p = 0.9) = 0.679(7) [37, 45, 46],$$

$$T_{BKT}(p = 0.8) = 0.485(4) [37, 45, 46],$$

$$T_{BKT}(p = 0.7) = 0.34(2) [45, 46].$$

Температура системы T в настоящей работе выражается в единицах обменного интеграла J/k_B .

Моделирование осуществлялось с использованием алгоритма Метрополиса, реализующего диссипативную динамику двумерной XY -модели во всей низкотемпературной фазе при $T_s \leq T_{BKT}$ [35, 51]. Время моделирования измеряется в шагах Монте-Карло на спин (MCS/s) с реализацией за этот шаг процедуры из $N_s = pL^2$ случайных выборок спинов в узлах системы с их пробным переворотом и изменением спиновой конфигурации. Проведенные ранее исследования неравновесной критической релаксации чистой [5, 33] и структурно-неупорядоченной [6, 35–38, 40, 41, 61–64] двумерной XY -модели показали, что основные неравновесные эффекты, связанные с динамическим скейлингом, ростом пространственной корреляции и эффектами старения, проявляются в характерных временных диапазонах 20000–50000 MCS/s. Поэтому в настоящей работе с целью корректно охватить все основные неравновесные процессы время наблюдения было выбрано 50000 MCS/s.

3.1. Расчеты временной зависимости корреляционной длины

Предварительные расчеты временной зависимости корреляционной длины ξ для двумерной XY -модели показали, что в поведении $\xi(t)$ наблюдаются значительные статистические флуктуации, и для получения корректных результатов требуется получение значительного объема статистической выборки. В результате, статистическая обработка динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ для чистой системы проводилась по 50000 статистически независимым реализациям начального высокотемпературного состояния с последующей прогонкой для каждой спиновой конфигурации до времени наблюдения 50000 MCS/s. Для структурно-неупорядоченных систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9, 0.8, 0.7$ проводилось усреднение соответственно по 5000, 10000, 50000 различным конфигурациям распределения немагнитных атомов примеси с реализацией усреднения по 20 прогонкам для каждой примесной конфигурации.

Расчеты $\xi(t)$ (рис. 1) осуществлялись при следующих температурах замораживания системы $T_s(p)$: в точке фазового ВКТ-перехода при $T_s = T_{BKT}$ и в низкотемпературной фазе Березинского при температурах $T_s/T_{BKT} = 0.75, 0.50, 0.25$. Отметим, что с понижением температуры замораживания при $T_s < T_{BKT}$ амплитуда статистических флуктуаций для $\xi(t)$ заметно возрастает, особенно для структурно-неупорядоченных систем. Это связано с усилением влияния взаимодействия вихревых возбуждений и замедлением процесса динамического самоусреднения при понижении температуры. Статистическая погрешность определения корреляционной длины $\xi(t)$ для чистой системы составила величину не превышающую 5% при $t \geq 10$ –50 MCS/s (на меньших временах погрешность больше и данные временные диапазоны в последующем анализе не используются). Для структурно-неупорядоченных систем при температурах T_{BKT} погрешность определения корреляционной длины $\xi(t)$ не превышает 5% при $t \geq 50$ –100 MCS/s. Однако с понижением температуры погрешность достигает значений 10%–15% для $T_s/T_{BKT} = 0.75, 0.50$, а при $T_s/T_{BKT} = 0.25$ достигает 20%–30%, особенно для спиновой концентрации $p = 0.7$.

На рис. 1 приведены полученные временные зависимости корреляционной длины ξ , вычисленной по формуле (8), для двумерной XY -модели с концентрациями спинов $p = 1.0$ (чистая система), 0.9, 0.8, 0.7 на квадратной решетке с линейным размером $L = 256$. Для динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ был выбран масштабный аргумент $(t/\ln t)^{1/2}$. Видно, что на выбранных интервалах времени наблюдения практически для всех параметров моделирования $\xi(t)$ демонстрирует линейный рост в переменных $(t/\ln t)^{1/2}$. С понижением температуры замораживания T_s в глубь низкотемпературной фазы Березинского с $T_s < T_{BKT}$ и увеличением концентрации дефектов (понижением спиновой концентрации p) наблюдается замедление процесса роста корреляционной длины $\xi(t)$.

В случае чистой системы ($p = 1.0$) при выбранных временах наблюдения при температуре замораживания в точке фазового перехода T_{BKT} корреляционная длина достигает значений $\xi \approx 85$ –90 в единицах постоянной решетки, что становится сравнимым с линейным размером решетки $L = 256$. При этом наблюдается заметное отклонение роста $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$ от линейной зависимости. Это связано с влиянием конечного размера моделируемой системы, и для устранения влияния конечноразмерных

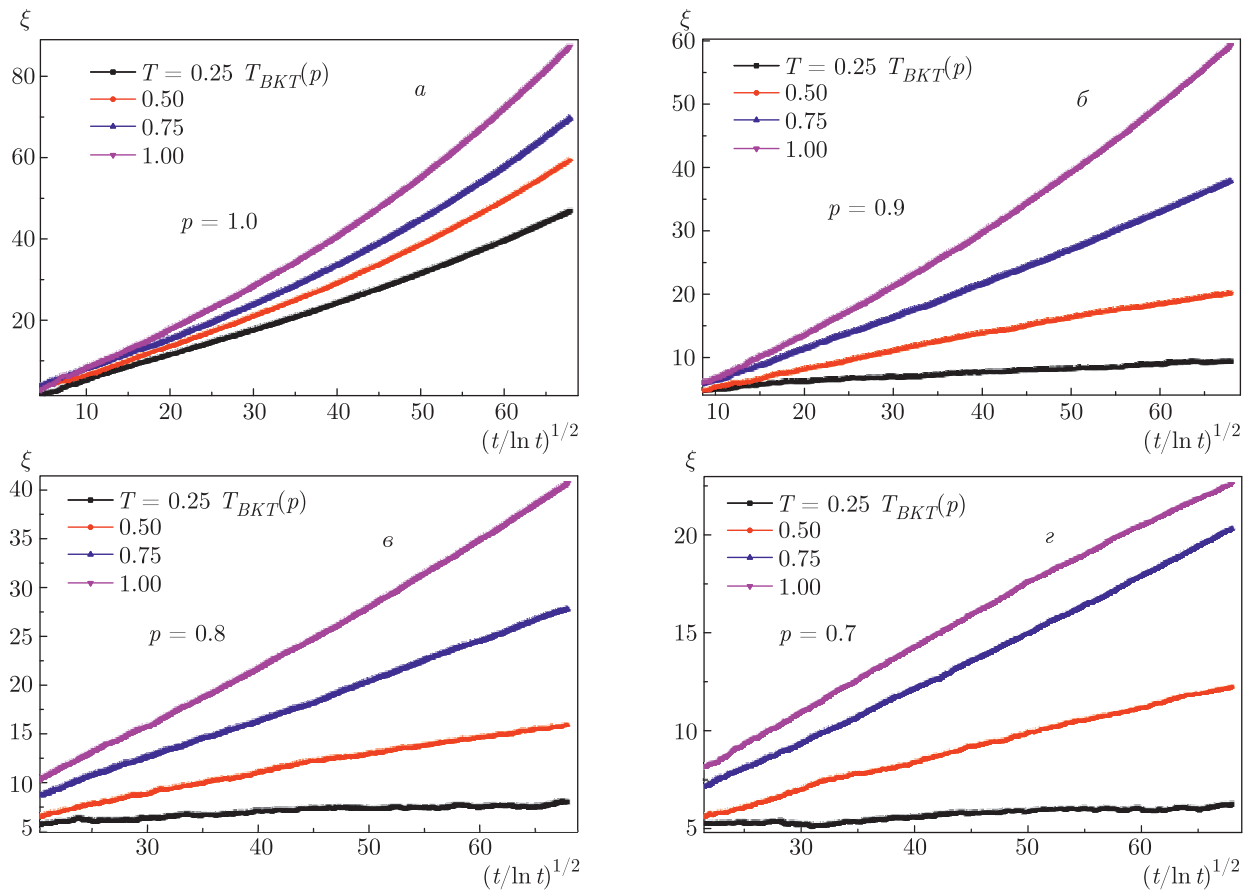


Рис. 1. Динамическая зависимость корреляционной длины ξ от $(t/\ln t)^{1/2}$ при критической релаксации чистой ($p = 1.0$) и структурно-неупорядоченной ($p = 0.9, 0.8, 0.7$) двумерной XY -модели с линейным размером решетки $L = 256$; температура замораживания системы $T_s/T_{BKT} = 1.0, 0.75, 0.50, 0.25$; время наблюдения $t = 50000$ MCS/s

эффектов на неравновесные динамические характеристики требуется выполнение условия $\xi(t) \ll L$. Для чистой системы при температурах замораживания в низкотемпературной фазе при $T_s/T_{BKT} = 0.75$ и 0.50 , когда корреляционная длина достигает значений $\xi \approx 70$ и 60 , также наблюдается отклонение роста $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$ от линейной зависимости, но меньшее чем при $T_s/T_{BKT} = 1.0$. При самой низкой из рассмотренных температур, $T_s/T_{BKT} = 0.25$, величина корреляционной длины не превышает $\xi \approx 50$ и в этом случае отклонение от ожидаемой зависимости $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$ практически не возникает.

Полученные в настоящей работе результаты для чистой системы находятся в хорошем соответствии с результатами работы [50], однако в ней авторы ограничились временами моделирования $t \approx 1000$ MCS/s, что не позволило выявить функциональную временную зависимость корреляционной длины ξ и особенности критической динамики дву-

мерной XY -модели на больших временных масштабах.

Для чистой модели с целью уточнения влияния конечноразмерных эффектов на соответствие временной зависимости корреляционной длины соотношению $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$ мы провели расчет $\xi(t)$ для решетки с линейным размером $L = 512$ (рис. 2). Статистическая выборка для получения зависимости $\xi(t)$ в данном случае проводилась по 40000 статистическим конфигурациям. Представленные результаты показывают, что отклонения от ожидаемой динамической зависимости $\xi(t) \approx (t/\ln t)^{1/2}$ не возникают практически при всех временах наблюдения до $t = 50000$ MCS/s, что наглядно демонстрируется построенной на рис. 2б зависимостью $\xi^2 \ln t$ от t . В то же время, для решетки с $L = 256$ эта зависимость выполняется только в некотором начальном временном диапазоне (см. рис. 3), который для температуры замораживания $T_s = T_{BKT}$ ограничивается временем наблюдения $t \leq 15000$ MCS/s.

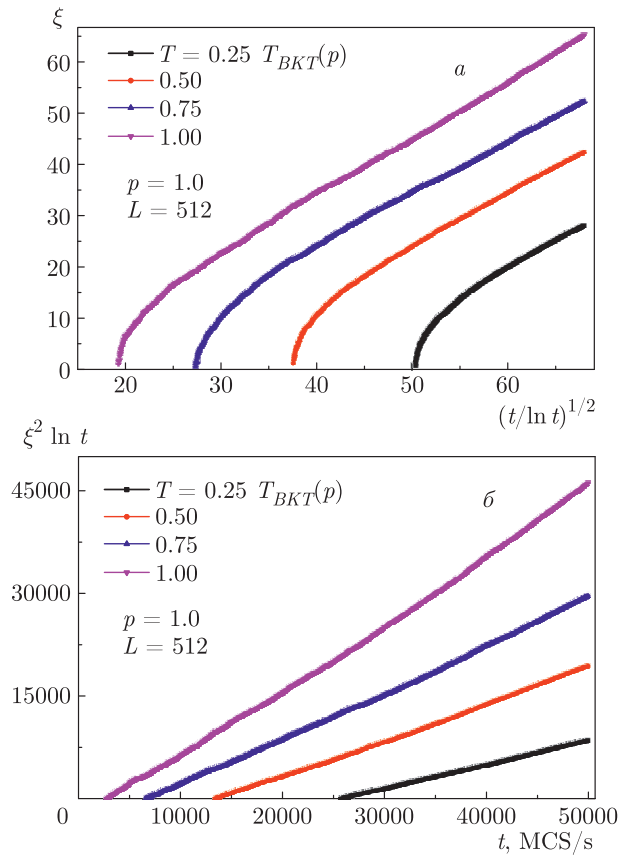


Рис. 2. Динамическая зависимость корреляционной длины ξ от $(t/\ln t)^{1/2}$ (а) и величины $\xi^2 \ln t$ от времени наблюдения t (б) при критической релаксации чистой ($p = 1.0$) двумерной XY -модели с линейным размером решетки $L = 512$; время наблюдения $t = 50000$ MCS/s

Введение в систему структурного беспорядка существенным образом сказывается на динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ — происходит существенное замедление динамики критической релаксации по сравнению с чистой системой. Так, из результатов, представленных на рис. 1, следует, что к моментам времени наблюдения $t \approx 50000$ MCS/s корреляционная длина при температуре замораживания $T_s = T_{BKT}$ достигает значений $\xi \approx 85$ – 90 для чистой системы, $\xi \approx 60$ — для структурно-неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0.9$, $\xi \approx 40$ — для системы с $p = 0.8$ и $\xi \approx 25$ — для наиболее разбавленной из рассмотренных систем с $p = 0.7$. Важно отметить, что с увеличением концентрации дефектов (уменьшением спиновой концентрации) влияние конечноразмерных эффектов существенно снижается. Так, для системы со спиновой концентрацией $p = 0.9$ наблюдается лишь незначительное откло-

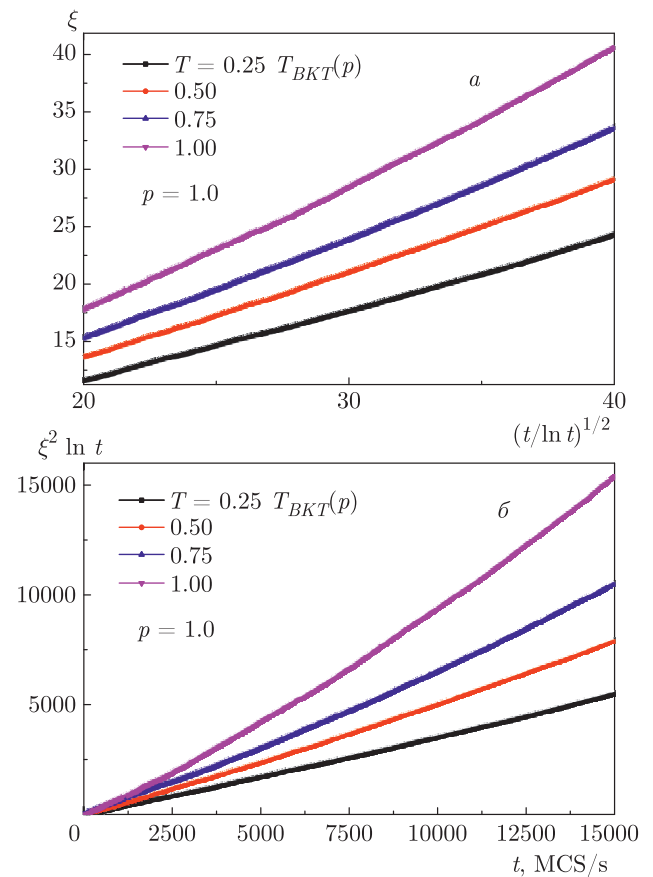


Рис. 3. Динамическая зависимость корреляционной длины ξ от $(t/\ln t)^{1/2}$ (а) и величины $\xi^2 \ln t$ от времени наблюдения t (б) при критической релаксации чистой двумерной XY -модели с линейным размером решетки $L = 256$ при $t \leq 15000$ MCS/s

нение $\xi(t)$ от линейной зависимости в переменных $(t/\ln t)^{1/2}$ при больших временах наблюдения $t \approx \approx 50000$ MCS/s и то только при температуре замораживания $T_s = T_{BKT}$. Для остальных представленных температур замораживания, $T_s < T_{BKT}(p)$, и спиновых концентраций, $p = 0.8$ и $p = 0.7$, отклонения $\xi(t)$ от ожидаемой динамической зависимости $(t/\ln t)^{1/2}$ практически не возникают. Это позволяет сделать вывод, что линейного размера решетки $L = 256$ достаточно для достоверной оценки динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ структурно-неупорядоченной двумерной XY -модели. С понижением температуры замораживания T_s в область низкотемпературной фазы Березинского, т. е. при $T_s < T_{BKT}$, в структурно-неупорядоченных системах наблюдается замедление временного роста корреляционной длины ξ с сохранением линейной зависимости от $(t/\ln t)^{1/2}$ при временах наблюдения вплоть до $t \approx 50000$ MCS/s.

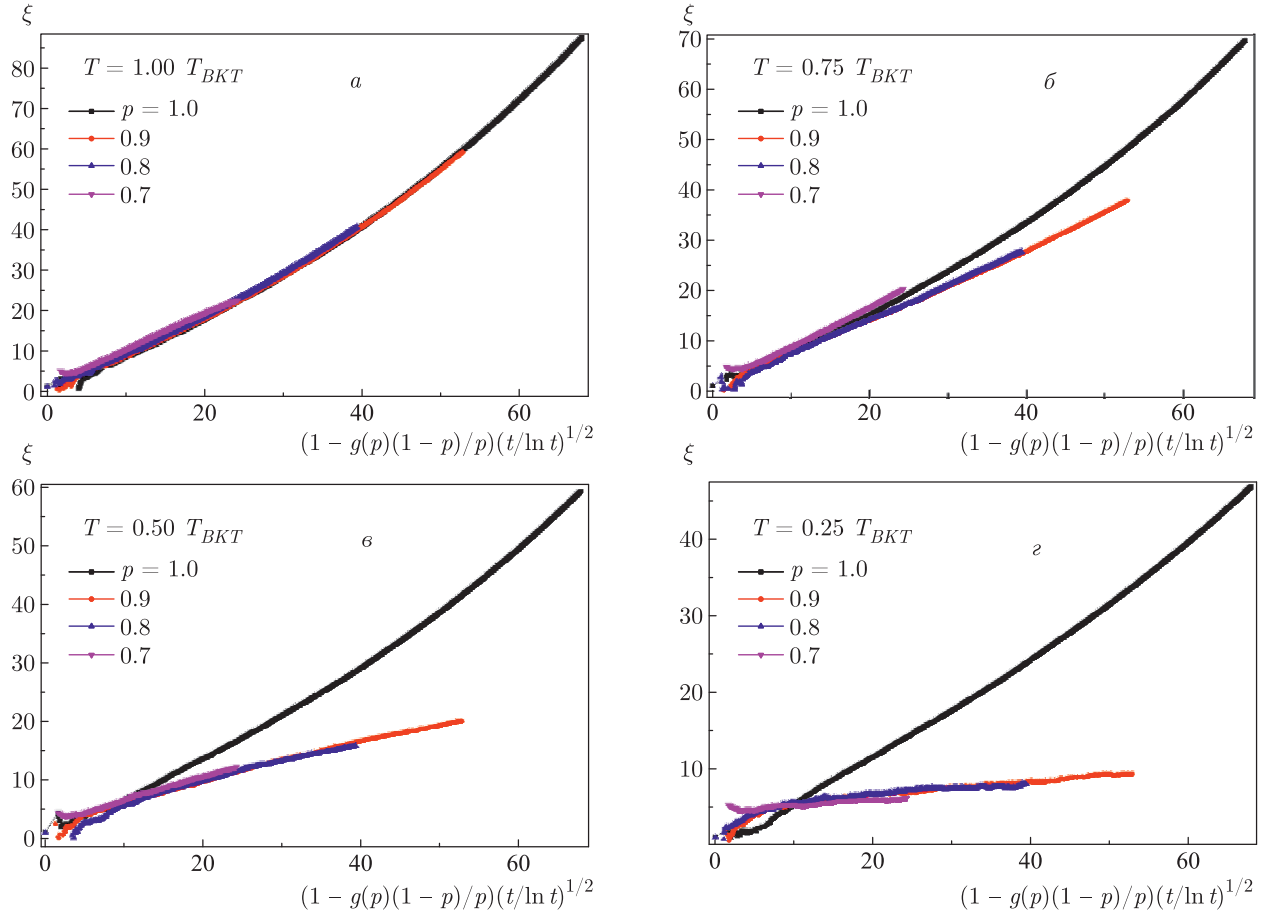


Рис. 4. Временная зависимость корреляционной длины ξ , построенная в переменных $(1 - g(p)(1 - p)/p)(t/\ln t)^{1/2}$, неравновесной критической релаксации чистой ($p = 1.0$) и структурно-неупорядоченной ($p = 0.9, 0.8, 0.7$) двумерной XY -модели на решетке с $L = 256$; температура замораживания системы $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

Проведенное в данной работе моделирование методами Монте-Карло неравновесного критического поведения двумерной XY -модели с эволюцией из высокотемпературного вихревого начального состояния показало, что как для чистой, так и структурно-неупорядоченных систем при температурах замораживания, соответствующих всей низкотемпературной фазе с $T_s \leq T_{BKT}$, для корреляционной длины выполняется временная зависимость $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$, связанная с неравновесной аннигиляцией вихрей и антивихрей в формирующихся вихревых парах. Введение в систему структурного беспорядка приводит к замедлению процессов неравновесной вихревой аннигиляции, но качественно не меняет физических принципов описания неравновесной критической релаксации системы, ограничиваясь замедлением роста корреляционной длины $\xi(t)$ и соответствующим увеличением динамических мас-

штабов t_L в системе в соответствии с соотношением $\xi(t_L) \approx L$. Из этого следует, что физические предположки, положенные в основу работ [6, 35–38], являются корректными, и при описании критической релаксации из высокотемпературного начального состояния в двумерной структурно-неупорядоченной XY -модели не возникает качественного изменения в проявлениях динамического скейлинга по сравнению с чистой системой.

Фазовый переход в двумерной XY -модели представляет непрерывное множество неподвижных точек ренормгруппового преобразования [1–4, 7, 8], когда каждая температура T в низкотемпературной фазе Березинского $T < T_{BKT}$, вплоть до фазового перехода при температуре T_{BKT} , представляет критическую точку. Введение в систему структурного беспорядка приводит к зависимости температуры фазового ВКТ-перехода от спиновой концент-

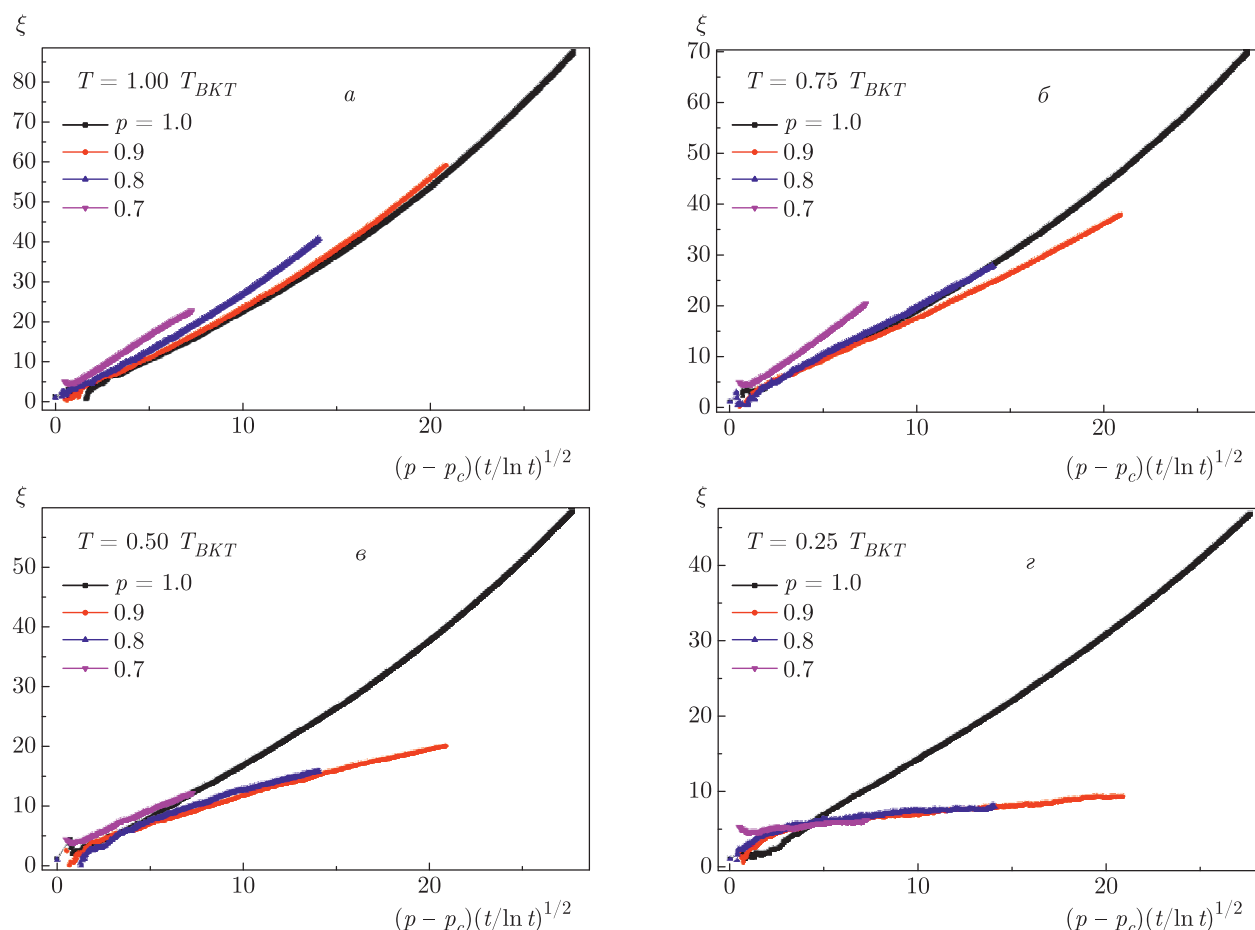


Рис. 5. Временная зависимость корреляционной длины ξ , построенная в переменных $(p - p_c)(t/\ln t)^{1/2}$, неравновесной критической релаксации чистой ($p = 1.0$) и структурно-неупорядоченной ($p = 0.9, 0.8, 0.7$) двумерной XY-модели на решетке с $L = 256$; температура замораживания системы $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г); p_c — порог спиновой перколяции

рации $T_{BKT}(p)$. С ростом концентрации дефектов спиновая концентрация p понижается, что сопровождается уменьшением температуры фазового перехода $T_{BKT}(p)$, а при достижении порога спиновой перколяции p_c (для рассматриваемой в работе квадратной решетки $p_c = 0.592745(2)$ [65]) температура $T_{BKT}(p = p_c) = 0$, а фазовый переход в системе перестает существовать.

В структурно-неупорядоченной двумерной XY-модели происходит деформация ренормгрупповых потоков вследствие влияния притяжения со стороны перколяционной неподвижной точки, которое усиливается с ростом концентрации дефектов. Несмотря на то, что структурный беспорядок в двумерной XY-модели не меняет физической природы релаксационных процессов и сказывается преимущественно на динамических масштабах релаксации,

ожидается существенное усиление влияния перколяционной неподвижной точки в области высокой концентрации дефектов. Для систем с $p \approx 1.0$ ожидается проявление притяжения со стороны неподвижной точки чистой системы, в то время как для систем с $p \approx p_c$ должно проявляться влияние перколяционной неподвижной точки. Интересно выявить влияние данных неподвижных точек на временную зависимость корреляционной длины ξ в процессе неравновесной критической релаксации структурно-неупорядоченной системы. Отметим, что в двумерной XY-модели существует не одна неподвижная точка, а континуум неподвижных точек чистой системы, влияние которых может быть выявлено при исследовании неравновесных критических свойств в низкотемпературной фазе Березинского, а не только в точке ВКТ-перехода.

В данной работе исследование влияния притяжения неподвижной точки чистой системы и перколяционной неподвижной точки было выполнено на основе анализа динамических скейлинговых зависимостей корреляционной длины $\xi(t, p)$ для различных значений спиновой концентрации p . Из размерных соображений ясно, что если для чистой системы имеет место поведение $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$, то соответствующие области притяжения неподвижной точки чистой системы и перколяционной неподвижной точки характеризуются скейлинговыми формами вида

$$\xi(p; t) = F_P \left(\left(1 - g \frac{1-p}{p} \right) \left(\frac{t}{\ln t} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{L} \right) \right), \quad (13)$$

$$\xi(p; t) = F_D \left((p - p_c) \left(\frac{t}{\ln t} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{L} \right) \right), \quad (14)$$

где F_P и F_D — скейлинговые функции динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ в области действия притяжения неподвижной точки чистой системы и перколяционной неподвижной точки; g — константа связи, характеризующая амплитуду взаимодействия флуктуаций в равновесном критическом состоянии системы. Скейлинговая зависимость вида (13) должна возникать в окрестности $p = 1.0$, в то время как скейлинговая зависимость вида (14) должна иметь место для значений спиновой концентрации p в окрестности p_c .

Полученные для решетки с линейными размерами $L = 256$ временные зависимости корреляционной длины $\xi(t, p)$, характеризующие области притяжения неподвижной точки чистой системы и перколяционной неподвижной точки, приведены соответственно на рис. 4 и 5. Из представленных на рис. 4 результатов следует, что для температур замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ наблюдается коллапс кривых $\xi(t, p)$, полученных для различных спиновых концентраций p , на единой универсальной кривой. В то же время, для других рассмотренных температур замораживания, $T_s/T_{BKT} = 0.75, 0.5, 0.25$, наблюдается лишь частичный коллапс для некоторых из рассмотренных спиновых концентраций p , что и говорит о масштабе притяжения неподвижной точки чистой системы в каждом конкретном случае. При $T_s/T_{BKT} = 1.0$ неравновесная критическая динамика модели определяется притяжением со стороны неподвижной точки чистой системы. Для температур замораживания $T_s/T_{BKT} = 0.50, 0.25$ кривые $\xi(t, p)$ демонстрируют коллапс для спиновых концентраций $p < 1.0$, но при этом не накладываются на

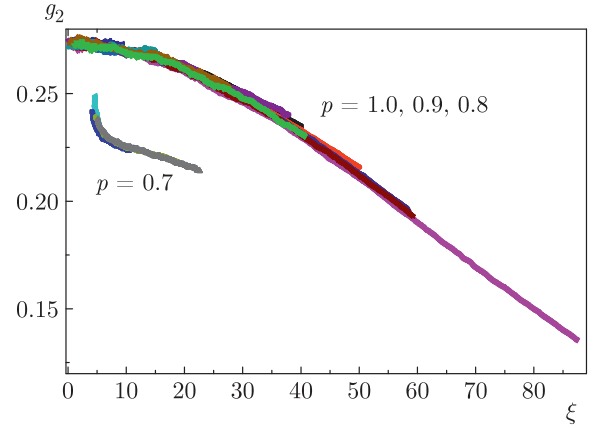


Рис. 6. Параметрическая зависимость кумулянта намагниченности $g_2(t)$ от корреляционной длины $\xi(t)$ для неравновесной критической релаксации двумерной XY -модели с концентрациями спинов $p = 1.0, 0.9, 0.8, 0.7$ при $t \leq 50000$ MCS/s; температуры замораживания системы $T_s/T_{BKT} = 1.00, 0.75, 0.50, 0.25$

кривую чистой системы с $p = 1.0$. Этот результат показывает, что для структурно-неупорядоченных систем с температурами замораживания в низкотемпературной фазе Березинского $T_s < T_{BKT}$ притяжение неподвижной точки чистой системы имеет место, но размер ее области притяжения уменьшается с понижением температуры замораживания.

Мы определили значения константы связи $g(p)$ для рассмотренных спиновых концентраций p , при которых наблюдается коллапс кривых $\xi(t, p)$ в скейлинговой зависимости (13):

$$g(p = 0.9) = 2.02(4), \quad g(p = 0.8) = 1.68(4),$$

$$g(p = 0.7) = 1.50(5).$$

Данные значения константы связи g хорошо аппроксимируются концентрационной зависимостью $g(p)/g_0 = p$, при $g_0 \equiv g(p = 1.0) = 2.16(8)$. В результате, скейлинговая форма (13) временной зависимости корреляционной длины $\xi(t, p)$ принимает вид

$$\xi(t, p) = F_P((1 - g_0(1 - p))(t/\ln t)^{1/2}),$$

означающий, что в области притяжения неподвижной точки чистой системы влияние структурного беспорядка определяется только малой линейной по концентрации примеси $1 - p$ поправкой вида $g_0(1 - p)$ к основной динамической зависимости.

Сопоставление графиков на рис. 4, 5 показывает, что для скейлинговой зависимости (14) коллапс кривых $\xi(t, p)$ на рис. 5 при температурах замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ осуществляется хуже, чем

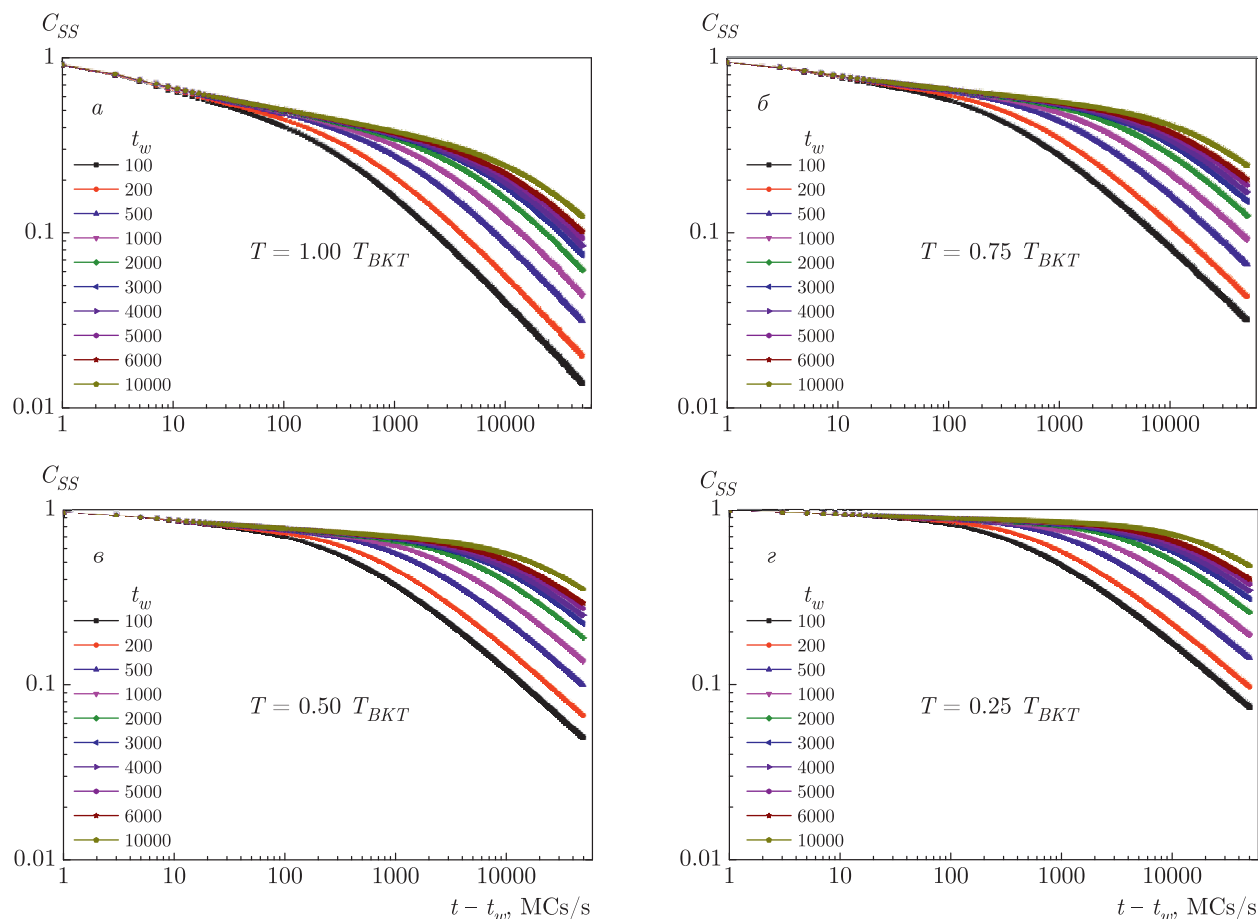


Рис. 7. Двухвременная зависимость спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ для чистой ($p = 1.0$) двумерной XY-модели; температуры замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

на рис. 4 для скейлинговой формы (13). Так, для спиновых концентраций $p = 1.0, 0.9$ кривые $\xi(t, p)$ демонстрируют хорошее наложение, но с понижением величины p качество коллапса ухудшается. Эти результаты показывают, что при T_{BKT} основное притяжение определяется неподвижной точкой чистой системы, а влияние притяжения перколяционной неподвижной точки для малых концентраций дефектов ($p = 0.9$) оказывается слабым.

С понижением температуры T_s в низкотемпературной фазе Березинского $T_s < T_{BKT}$ общая картина притяжения перколяционной неподвижной точки претерпевает существенные изменения, характеризующие плавным расщеплением коллапса кривых $\xi(t, p)$ на кривые для структурно-неупорядоченных систем с $p < 1.0$ и чистой системы ($p = 1.0$). Наиболее наглядно это проявляется для $T_s/T_{BKT} = 0.25$, когда кривые $\xi(t, p)$ при $p = 0.9, 0.8, 0.7$ накладываются друг на друга при максимальном расхождении

с кривой $\xi(t, p)$ при $p = 1.0$. Эти результаты показывают, что в низкотемпературной фазе для структурно-неупорядоченных систем притяжение неподвижной точки чистой системы плавно сменяется притяжением перколяционной неподвижной точки. При этом влияние перколяционной неподвижной точки на неравновесную критическую динамику растет с увеличением концентрации дефектов.

3.2. Расчеты временной зависимости кумулянта намагниченности второго порядка

С целью дополнительного исследования влияния притяжения перколяционной неподвижной точки и неподвижной точки чистой системы нами был проведен расчет и анализ динамической зависимости кумулянта намагниченности второго порядка

$$g_2(t) = [\langle \mathbf{M}^2(t) \rangle] / [\langle |\mathbf{M}(t)| \rangle]^2 - 1 \quad (15)$$

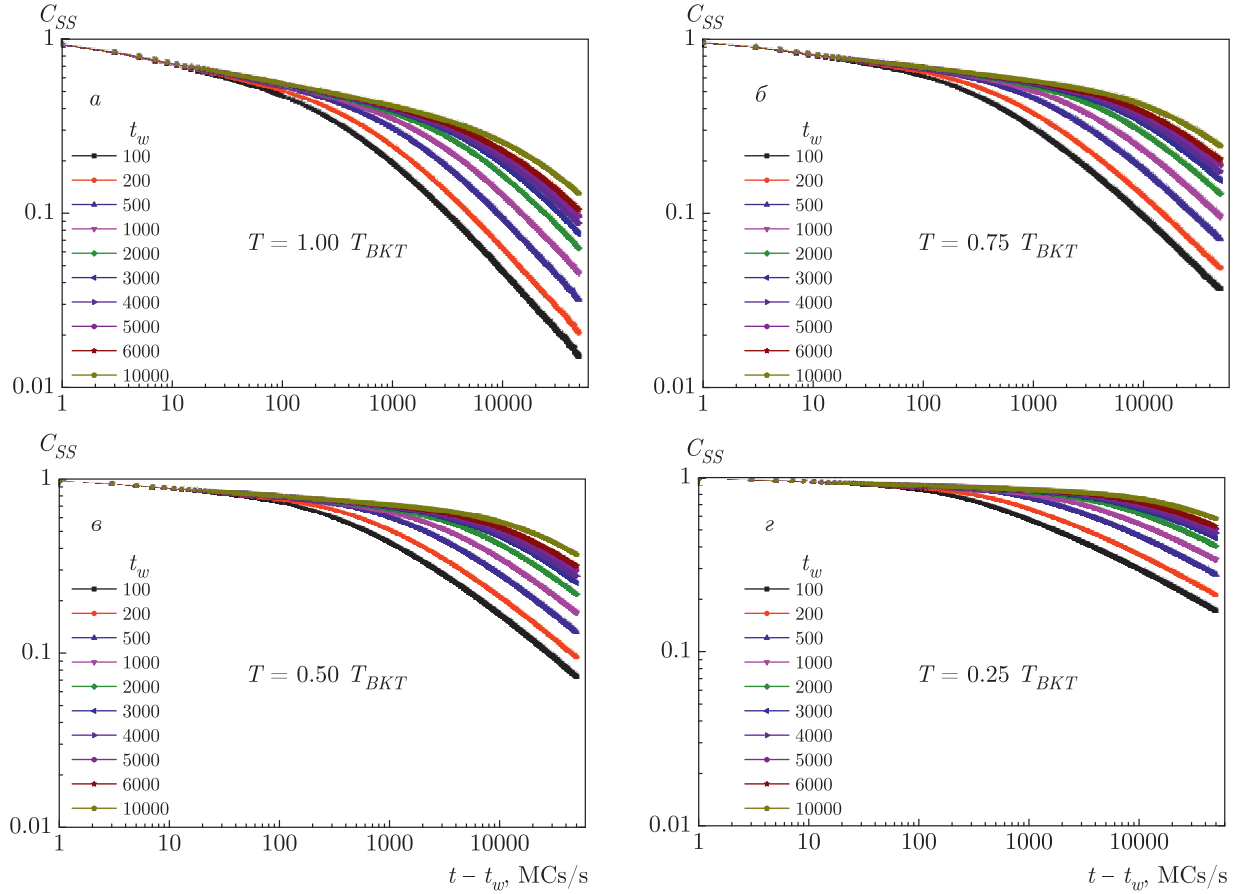


Рис. 8. Двухвременная зависимость спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ для структурно-неупорядоченной двумерной XY -модели со спиновой концентрацией $p = 0.9$; температуры замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

для систем с различными спиновыми концентрациями и температурами замораживания $T_s \leq T_{BKT}$. Для данного кумулянта намагниченности реализуется скейлинговая форма вида

$$g_2(t) = F_g(\xi(p, T; t)/L).$$

Исследование параметрической зависимости кумулянта намагниченности $g_2(t)$ от корреляционной длины $\xi(t)$ позволит выявить скейлинговые свойства кумулянта по наложению динамических кривых $g_2(\xi)$ для различных значений спиновой концентрации p и температуры T_s .

Полученные параметрические зависимости кумулянта $g_2(t)$ от корреляционной длины $\xi(t)$ представлены на рис. 6 для решетки с $L = 256$. Видно, что у данных параметрических зависимостей возникает коллапс кривых для спиновых концентраций $p = 1.0$ (чистая система), 0.9, 0.8 при всех температурах замораживания T_s в низкотемпературной фа-

зе Березинского $T_s \leq T_{BKT}$. Однако для спиновой концентрации $p = 0.7$ параметрические зависимости $g_2(t)$ от $\xi(t)$, хотя и демонстрируют наложение кривых для различных температур T_s , но положение соответствующей кривой сильно отличается от положения универсальной кривой для спиновых концентраций $p = 1.0, 0.9, 0.8$, образуя два отдельных семейства кривых. Это указывает на то, что двумерная XY -модель со спиновой концентрацией $p = 0.7$ находится достаточно близко к порогу спиновой перколяции p_c и в результате влияние притяжения перколяционной неподвижной точки становится определяющим в динамических релаксационных свойствах системы. В то же время, системы со спиновыми концентрациями $p = 0.9, 0.8$ не испытывают такого сильного влияния перколяционной неподвижной точки, и основные особенности критической динамики обусловлены притяжением неподвижной точки чистой системы.

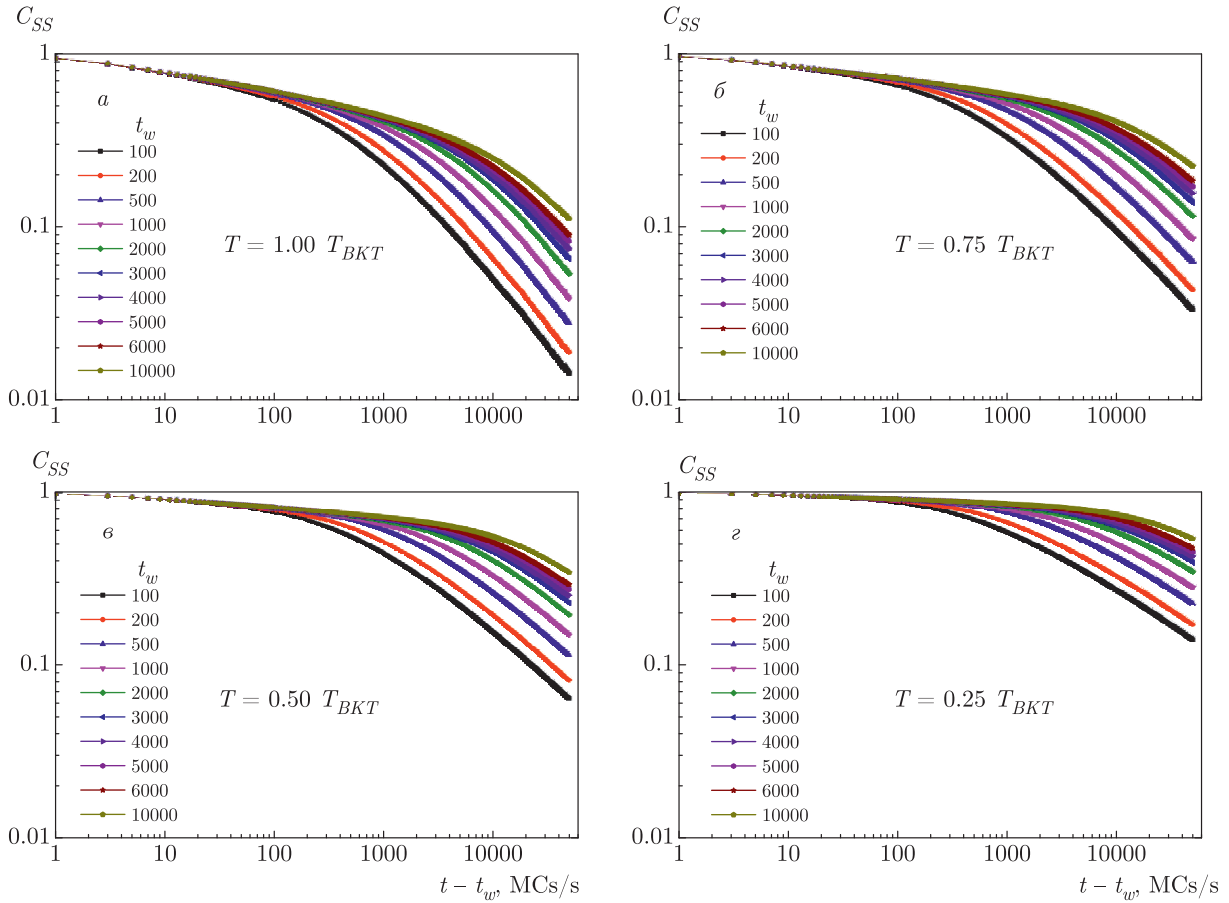


Рис. 9. Двухвременная зависимость спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ для структурно-неупорядоченной двумерной XY -модели со спиновой концентрацией $p = 0.8$; температуры замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

3.3. Расчеты двухвременной зависимости автокорреляционной функции

Перейдем к рассмотрению полученных результатов для двухвременных зависимостей спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ (11) и их динамических скейлинговых свойств в неравновесной критической динамике двумерной чистой и структурно-неупорядоченной XY -модели при эволюции из высокотемпературного начального состояния. Для корректного определения динамических скейлинговых свойств автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ мы использовали 10 значений времени ожидания t_w в широком временном диапазоне: 100, 200, 500, 1000, 2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 10000 MCS/s. Данный набор значений t_w перекрывает все основные режимы неравновесной эволюции модели: квазиравновесный режим на временах $t - t_w \ll t_w$, режим старения при $t - t_w \sim t_w$ и дол-

говременный режим с $t - t_w \gg t_w$ при временах наблюдения до $t - t_w = 50000$ MCS/s.

Результаты проведенных вычислений двухвременных зависимостей спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ для чистой системы приведены на рис. 7, для структурно-неупорядоченной двумерной XY -модели со спиновыми концентрациями $p = 0.9, 0.8, 0.7$ представлены соответственно на рис. 8, 9, 10.

Полученные временные зависимости автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ демонстрируют проявление неравновесных эффектов старения, характеризующихся замедлением убывания $C_{SS}(t, t_w)$ с ростом времени ожидания t_w . Наиболее наглядно эффекты старения проявляются при $t - t_w \sim t_w$ на зависимости автокорреляционной функции от времени ожидания t_w . В поведении автокорреляционной функции эффекты старения наблюдаются при всех спиновых концентрациях p и температу-

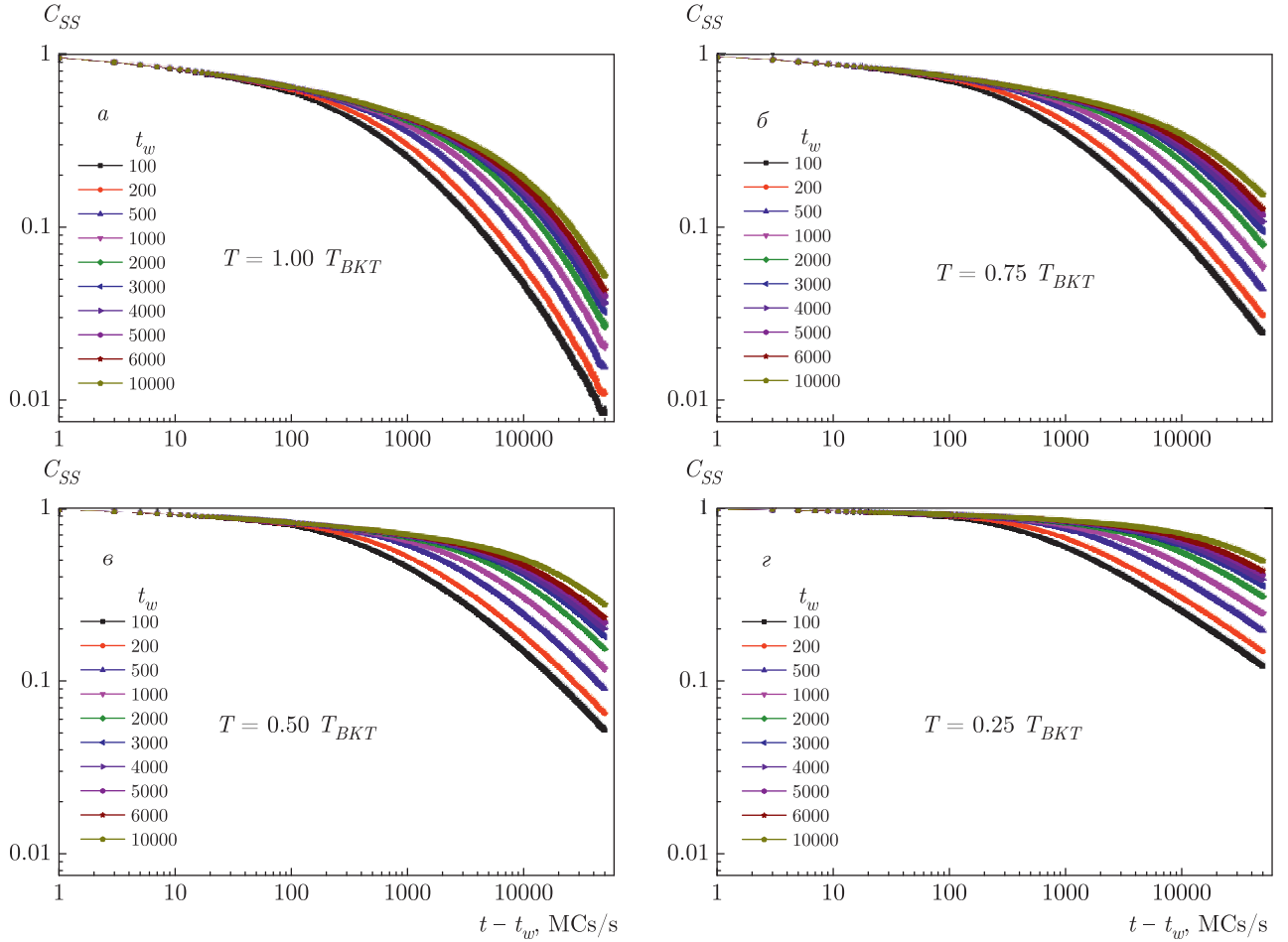


Рис. 10. Двухвременная зависимость спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ для структурно-неупорядоченной двумерной XY -модели со спиновой концентрацией $p = 0.7$; температуры замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

рах замораживания T_s в низкотемпературной фазе $T_s \leq T_{BKT}$. Спин-спиновая автокорреляционная функция $C_{SS}(t, t_w)$ демонстрирует степенной характер поведения в квазиравновесном режиме при $t - t_w \ll t_w$ в виде

$$C_{SS} = C_{SS}(t - t_w) \sim (t - t_w)^{-\eta(T,p)/2},$$

а также в долговременном режиме при $t - t_w \gg t_w$ в виде $C_{SS}(t, t_w) \propto (t/t_w)^{-(1+\eta(T,p))}$ с промежуточной областью динамического кроссовера между этими режимами.

Результаты моделирования для чистой системы показывают (рис. 7), что с понижением температуры замораживания T_s в низкотемпературной фазе происходит замедление убывания автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$. Это связано с усилением

корреляционных эффектов в двумерной XY -модели в области низких температур.

Введение в двумерную XY -модель структурного беспорядка (см. рис. 8–10) приводит к ряду изменений в общей картине неравновесных эффектов, выраженных в двухвременном поведении автокорреляционной функции. Видно, что при температурах $T_s = T_{BKT}$ в системах со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ (рис. 8) и 0.8 (рис. 9) не наблюдается существенных изменений в двухвременной зависимости автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ по сравнению с чистой системой. Однако с понижением температуры замораживания T_s и спиновых концентраций p происходит заметное усиление эффектов корреляции и старения, характеризующихся еще большим замедлением убывания автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ с ростом времени ожи-

дания t_w по сравнению с чистой моделью. Важно отметить, что для одинаковых приведенных температур T_s/T_{BKT} в низкотемпературной фазе с ростом концентрации дефектов кроссоверная область смены степенных режимов в поведении автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ сдвигается в область больших значений времени наблюдения.

Однако для системы со спиновой концентрацией $p = 0.7$ представленные на рис. 10 двухвременные зависимости автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ показывают заметные изменения, происходящие уже при температуре $T_s = T_{BKT}$. Видно, что при одинаковых значениях времени ожидания t_w и времени наблюдения $t - t_w$ функция $C_{SS}(t, t_w)$ характеризуется более низкими значениями для системы с $p = 0.7$, чем для систем с $p = 0.8, 0.9, 1.0$. Таким образом, эффекты старения в системе с $p = 0.7$ оказываются менее ярко выраженными, т. е. ослабевают, и происходит более быстрое убывание $C_{SS}(t, t_w)$ с ростом времени ожидания t_w . Кроме того, степенной характер временного поведения $C_{SS}(t, t_w)$ на квазиравновесном этапе при $t - t_w \ll t_w$ и в долговременном режиме с $t - t_w \gg t_w$ оказывается выраженным более слабо, что следует из отсутствия на этих интервалах характерных линейных зависимостей для графиков, построенных в двойном логарифмическом масштабе. С понижением температуры замораживания в низкотемпературной фазе выявленные выше различия в двухвременных зависимостях автокорреляционной функции для системы с $p = 0.7$ сохраняются, а также сохраняются и тенденции усиления корреляционных эффектов в области низких температур. В соответствии с полученными ранее результатами для корреляционной длины $\xi(t, p)$ и кумулянта намагниченности $g_2(t, p)$ эти особенности для системы с $p = 0.7$ объясняются влиянием перколяционной неподвижной точки как на релаксационные, так и корреляционные свойства системы со спиновыми концентрациями близкими к порогу спиновой перколяции $p_c \approx 0.59$.

3.4. Расчет скейлинговых функций и их анализ

Важной особенностью двухвременных зависимостей спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ в неравновесном критическом поведении двумерной XY-модели является проявление их динамических скейлинговых свойств, когда $C_{SS}(t, t_w)$ ведет себя как обобщенно однородная функция пространственных масштабов, связанных с зависимостью корреляционной длины от

Таблица 1. Значения индекса Фишера $\eta(p, T)$ для различных температур и спиновых концентраций: значения $\eta^{(c)}(p, T)$ получены из условия выполнения динамического скейлинга для автокорреляционной функции; $\eta^{(m)}(p, T)$ — значения из работы [6]

$p = 1.0$		
T/T_{BKT}	$\eta^{(c)}$	$\eta^{(m)}$
1.00	0.2500 ± 0.0025	0.2500 ± 0.0014
0.75	0.1365 ± 0.0075	0.1355 ± 0.0020
0.50	0.1000 ± 0.0100	0.0806 ± 0.0021
0.25	0.0650 ± 0.0125	0.0367 ± 0.0023
$p = 0.9$		
T/T_{BKT}	$\eta^{(c)}$	$\eta^{(m)}$
1.00	0.2800 ± 0.0025	0.2659 ± 0.0050
0.75	0.1850 ± 0.0075	0.1462 ± 0.0045
0.50	0.1650 ± 0.0125	0.0888 ± 0.0039
0.25	0.0650 ± 0.0150	0.0418 ± 0.0042
$p = 0.8$		
T/T_{BKT}	$\eta^{(c)}$	$\eta^{(m)}$
1.00	0.4900 ± 0.0075	0.2956 ± 0.0028
0.75	0.3250 ± 0.0100	0.1731 ± 0.0010
0.50	0.2575 ± 0.0125	0.1068 ± 0.0083
0.25	0.1200 ± 0.0175	0.0522 ± 0.0102
$p = 0.7$		
T/T_{BKT}	$\eta^{(c)}$	$\eta^{(m)}$
1.00	1.0000 ± 0.0075	—
0.75	0.5065 ± 0.0100	—
0.50	0.3500 ± 0.0100	—
0.25	0.1450 ± 0.0075	—

времени наблюдения $\xi(t - t_w)$ и времени ожидания $\xi(t_w)$ (см. соотношения (2), (3)). Для проверки выполнения данных скейлинговых соотношений у двухвременных зависимостей автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$ мы сначала воспользуемся подтвержденной временной зависимостью корреляционной длины $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$ для чистой и структурно-неупорядоченной двумерной XY-модели и построим графики скейлинговых зависимостей для автокорреляционной функции в виде $f_C(t, t_w) = t_w^{\eta(p, T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ от переменных $[(t - t_w)/\ln(t - t_w)]^{1/2}/[t_w/\ln t_w]^{1/2}$.

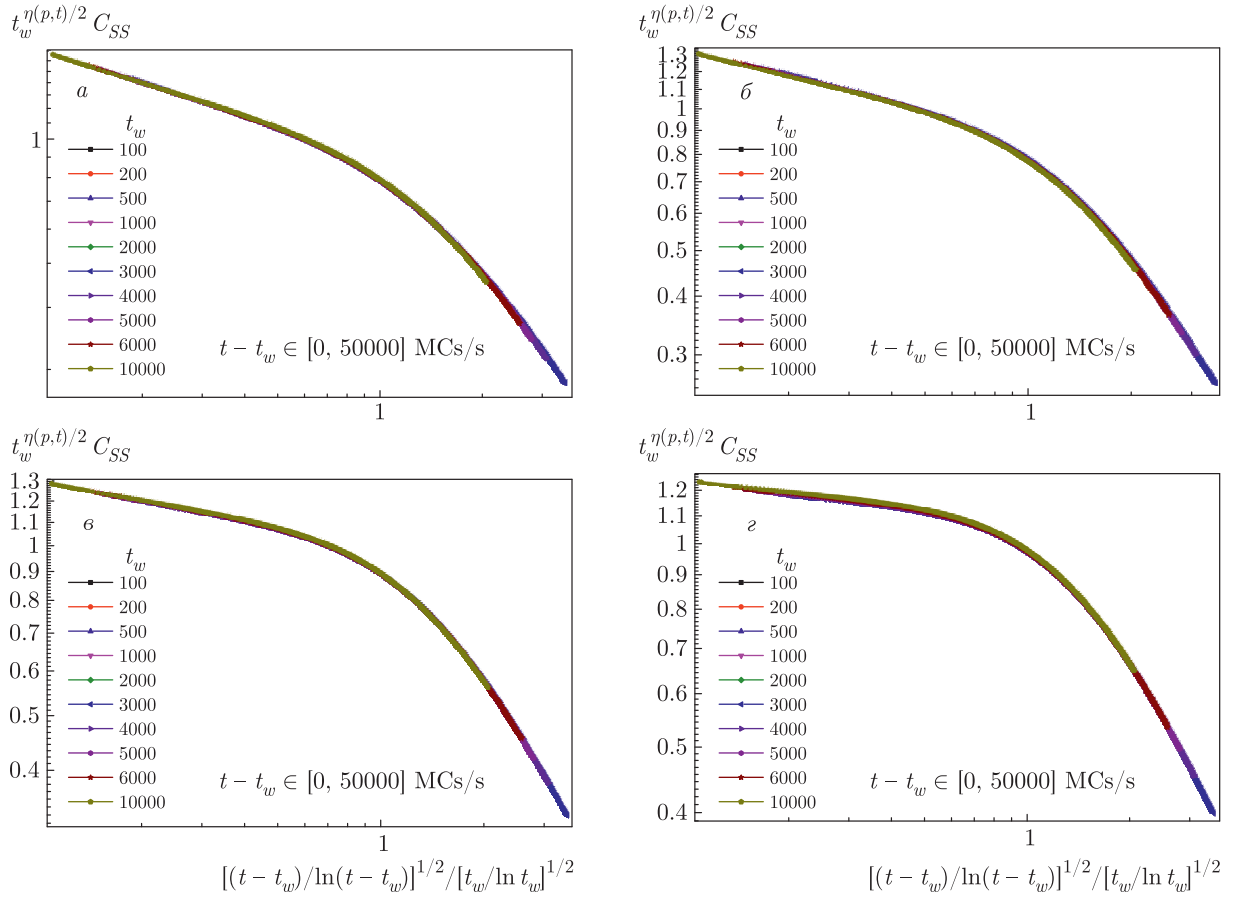


Рис. 11. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $[(t - t_w)/\ln(t - t_w)]^{1/2}/[t_w/\ln t_w]^{1/2}$ для чистой системы ($p = 1.0$) с температурами замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

Подстановка в выражение для скейлинговой функции

$$f_C(t, t_w) = t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$$

полученных в работе [6] значений критического индекса Фишера $\eta(p, T)$ для различных температур и спиновых концентраций показала не совсем удовлетворительное наложение кривых $C_{SS}(t, t_w)$ с различными временами ожидания t_w и фиксированными T_s и p на единую универсальную кривую, соответствующую скейлинговой функции $f_C(t, t_w)$. В работе [6] для получения температурных и концентрационных зависимостей $\eta(p, T)$ был использован метод конечноразмерного скейлинга для равновесных значений квадрата намагниченности

$$[\langle \mathbf{M}^2(p, T) \rangle] \propto L^{-\eta(p, T)},$$

реализованного на квадратных решетках с линейными размерами $L = 4, \dots, 128$. Низкая точность полу-

ченных значений $\eta(p, T)$ обусловлена по-видимому малыми линейными размерами решеток L и большими погрешностями при реализации методики конечноразмерного скейлинга.

В настоящей работе значения индекса Фишера $\eta(p, T)$ определялись из процедуры минимизации отклонения кривых, соответствующих функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ для различных t_w , от универсальной кривой для скейлинговой функции $f_C(t, t_w)$, соответствующей соотношению (5). Полученные в результате использования данного метода значения индекса Фишера $\eta^{(c)}(p, T)$ представлены в табл. 1, где для сравнения приведены также значения $\eta^{(m)}(p, T)$ из работы [6]. Значение $\eta(p = 1.0, T = T_{BKT})$ для чистой двумерной XY-модели в точке фазового ВКТ-перехода в пределах статистической погрешности хорошо согласуется с известным аналитическим значением $\eta = 0.25$. Однако полученные значения $\eta^{(c)}(p, T)$ совпадают

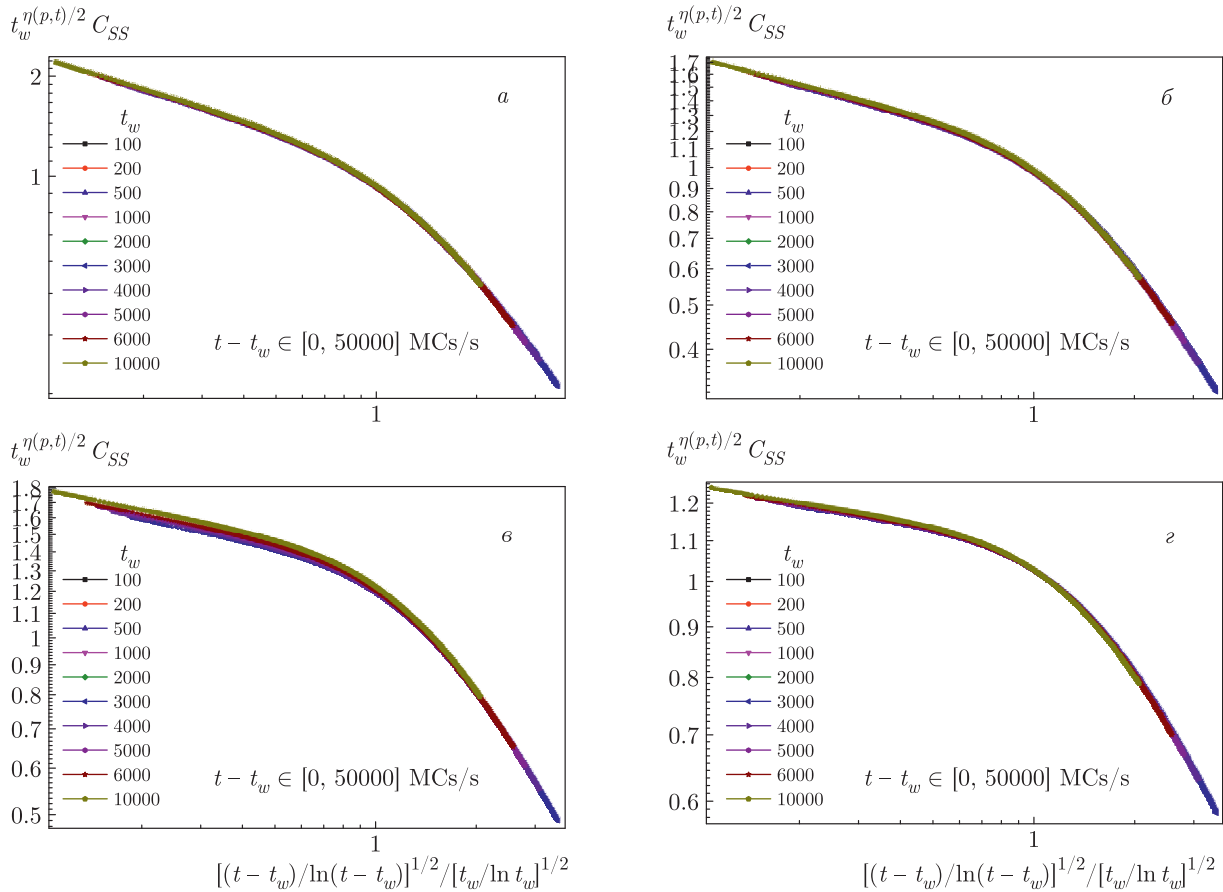


Рис. 12. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $[(t - t_w)/\ln(t - t_w)]^{1/2}/[t_w/\ln t_w]^{1/2}$ для структурно-неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0.9$ и температурами замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

в пределах статистической погрешности с результатами работы [6] только для чистой системы при температурах $T_s/T_{BKT} = 1.00, 0.75$, а для остальных температур T_s и спиновых концентраций p наблюдаются заметные различия. Стоит отметить, что полученные в настоящей работе значения индекса Фишера $\eta(p, T)$ для чистой системы ($p = 1.0$) хорошо согласуются с результатами работы [33], где исследовались особенности динамического скейлинга спин-спиновой автокорреляционной функции системы $C_{SS}(t, t_w)$ в неравновесной критической релаксации чистой двумерной XY-модели.

На рис. 11–14 представлены полученные скейлинговые функции $f_C(t, t_w) = t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $[(t - t_w)/\ln(t - t_w)]^{1/2}/[t_w/\ln t_w]^{1/2}$ для спиновых концентраций $p = 1.0$ (чистая система), 0.9, 0.8, 0.7 и ряда выбранных температур замораживания $T_s \leq T_{BKT}(p)$. Графики показывают, что при значениях индекса Фишера $\eta^{(c)}(p, T)$, при-

веденных в табл. 1, реализуется «коллапс» кривых $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ для различных t_w на универсальной кривой, соответствующей соотношению (5) для скейлинговой функции $f_C(t, t_w)$. Отметим, что очень хорошее наложение кривых возникает прежде всего на временах t и t_w , при которых $\xi(t), \xi(t_w) \ll L$ и поэтому влияние конечноразмерных эффектов на полученные результаты является несущественным. Стоит отметить, что для системы со спиновой концентрацией $p = 0.7$ при температуре $T_s = T_{BKT}(p)$ было получено максимальное из представленных в табл. 1 значений критического индекса $\eta = 1.0000(75)$. Мы связываем столь большое значение данного критического показателя с сильным влиянием порога спиновой перколяции и притяжения со стороны перколяционной неподвижной точки на неравновесные процессы в системе с $p = 0.7$.

Представленные на рис. 11–14 скейлинговые функции $f_C(t, t_w) = t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ отражают

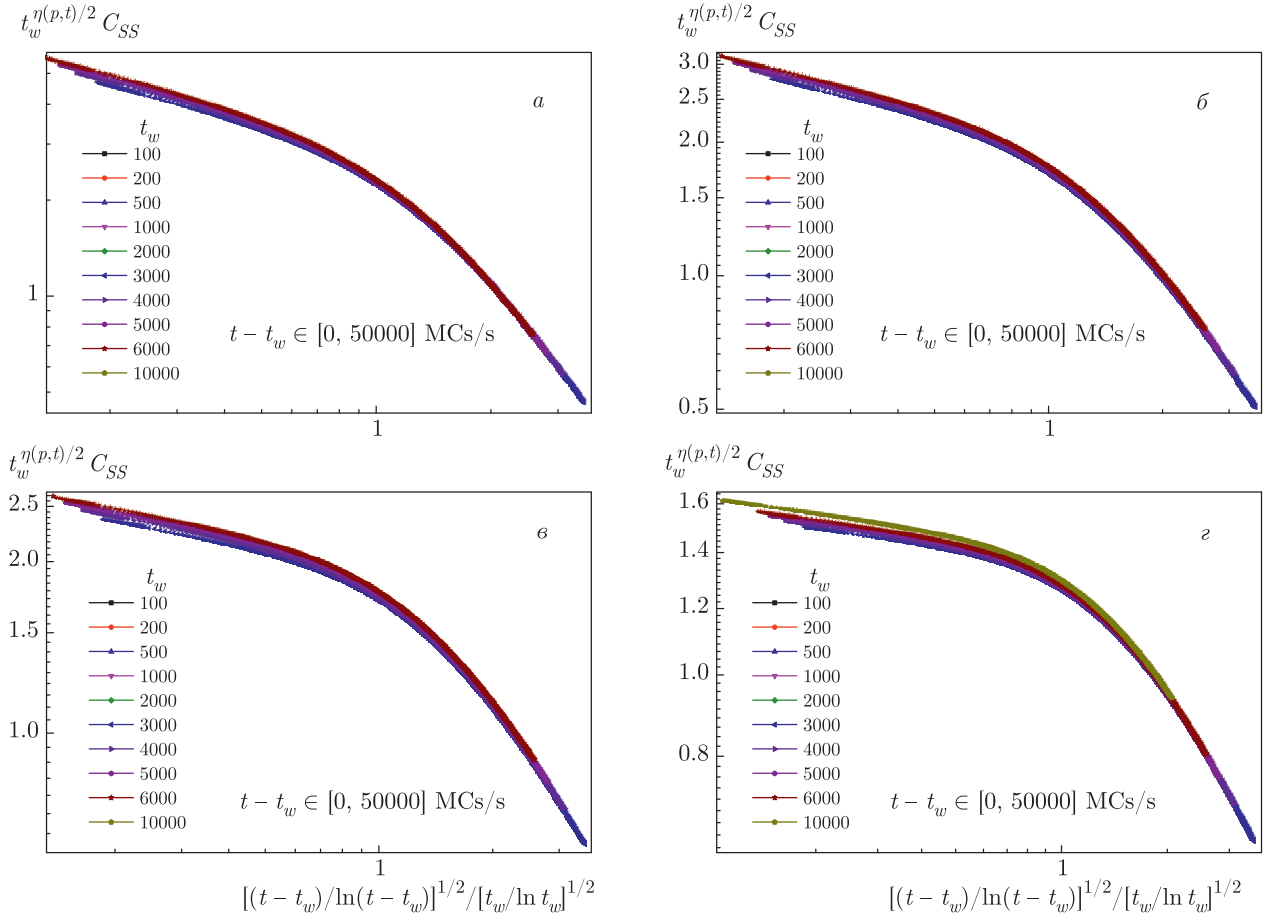


Рис. 13. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $[(t - t_w)/\ln(t - t_w)]^{1/2}/[t_w/\ln t_w]^{1/2}$ для структурно-неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0.8$, и температурами замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

картину влияния структурного беспорядка на неравновесные критические свойства двумерной XY-модели. В случае чистой системы (рис. 11) и систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ (рис. 12) и $p = 0.8$ (рис. 13) имеет место классическая форма кривой скейлинговой функции $f_C(x)$, в которой можно выделить два степенных режима: при $x \ll 1$ и $x \gg 1$, разделенных областью кроссовера. Данные степенные режимы соответствуют областям с $\xi(t - t_w) \ll \xi(t_w)$ и $\xi(t - t_w) \gg \xi(t_w)$ (однако, в обоих случаях выполняется условие $\xi \ll L$, которое определяет неравновесность критической динамики системы), и отражают развитие неравновесных эффектов старения в системе, охватывая времена $t - t_w \ll t_w$ и $t - t_w \gg t_w$. С понижением температуры замораживания T_s в низкотемпературной фазе происходит замедление корреляционных процессов, что отражается в более

сильном изменении наклона кривой при переходе через кроссоверную область $\xi(t - t_w)/\xi(t_w) \simeq 1$. Данный эффект «замораживания» корреляции в системе с понижением температуры T_s соответствует аналогичным неравновесным эффектам роста корреляционной длины $\xi(t)$. На примере систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ (рис. 12) и $p = 0.8$ (рис. 13) видно, что с увеличением структурного беспорядка происходит замедление корреляционных процессов, отражающееся в увеличении значений скейлинговой функции $f_C(x)$ в области с $x \leq 1$ при фиксированных значениях температуры замораживания T_s . Случай структурно-неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0.7$ сильно выделяется как по сравнению с чистой системой, так и системами с $p = 0.9, 0.8$: в области $\xi(t - t_w) \ll \xi(t_w)$ динамический скейлинг практически не реализуется (при

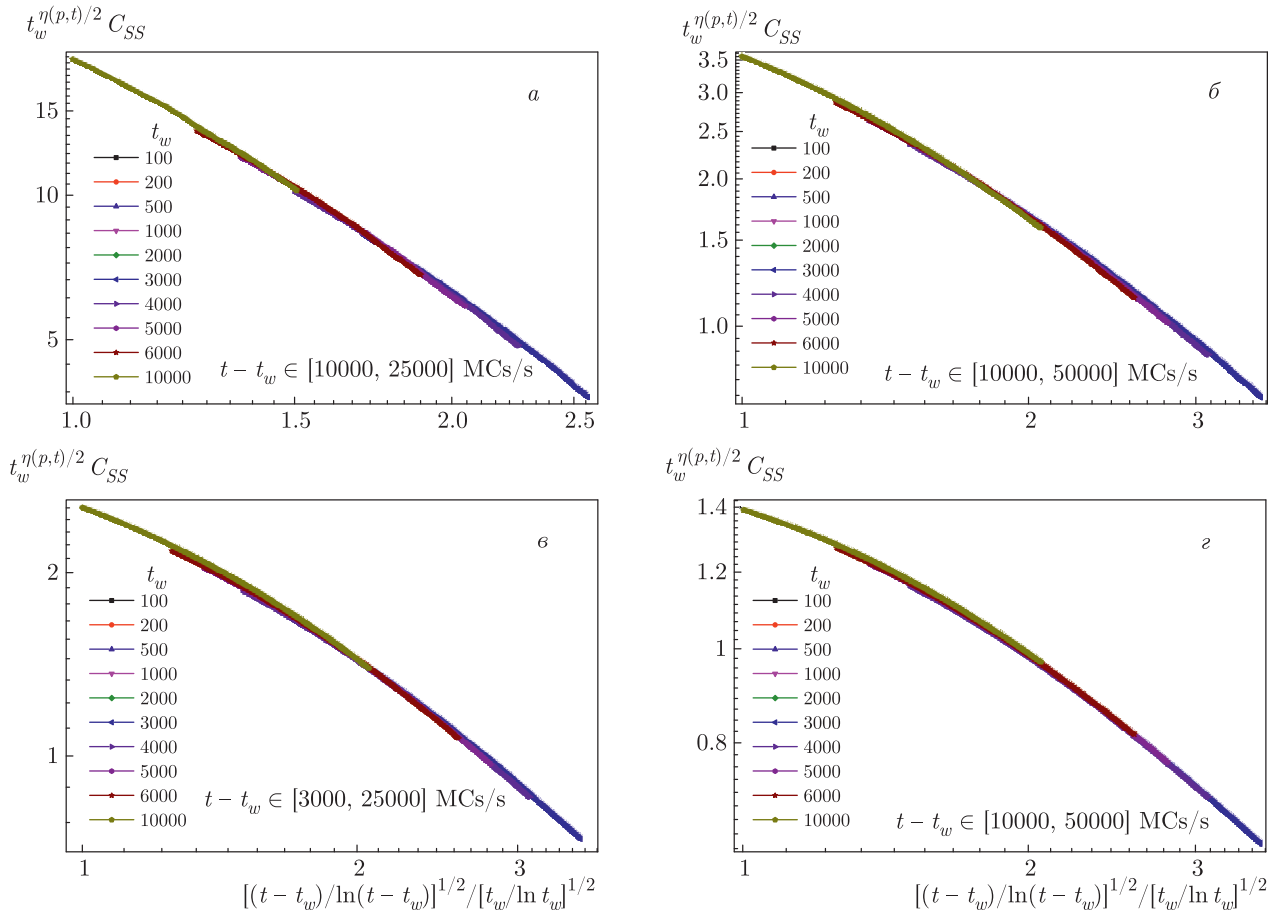


Рис. 14. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $[(t - t_w)/\ln(t - t_w)]^{1/2}/[t_w/\ln t_w]^{1/2}$ для структурно-неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0.7$ и температурами замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

$t - t_w$, $t_w \leq 3000$ MCS/s коллапс скейлинговых кривых практически не наблюдается), а область динамического кроссовера плавно переходит в режим $\xi(t - t_w) \gg \xi(t_w)$.

Полученные в настоящей работе временные зависимости корреляционной длины ξ позволили построить динамическую скейлинговую зависимость автокорреляционной функции системы $C_{SS}(t, t_w)$ напрямую от $\xi(t - t_w)$ и $\xi(t_w)$ без использования модельных представлений о росте пространственной корреляции ξ с течением времени t в системе. Для этого воспользуемся соотношением (3) и проведем анализ скейлинговой функции $f_c(t, t_w) = t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$, представленной для чистой модели на рис. 15, а для структурно-неупорядоченных систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9$, $p = 0.8$, $p = 0.7$ соответственно на рис. 16, 17, 18.

В случае чистой системы (рис. 15) обращает на себя внимание следующая особенность: по сравнению с результатами для скейлинговой функции, выраженной через модельную зависимость $(t/\ln t)^{1/2}$ (см. рис. 11), скейлинговая функция f_c в переменных $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$ получается более гладкой, а перегиб в области динамического кроссовера с $\xi(t - t_w)/\xi(t_w) \approx 1$ становится более пологим. При этом скейлинговая функция корректно определяется в области $\xi(t) \ll L$, где влияние эффектов конечного размера системы является малым. С понижением температуры замораживания T_s в низкотемпературной фазе с $T_s < T_{BKT}$ происходит замедление релаксационных процессов, что отражается в явном уменьшении наклона скейлинговой функции $f_c(x)$ при $x \ll 1$, остающейся по-прежнему в области $\xi(t) \ll L$. Теперь этот эффект оказывается явно связанным с замедлением процесса роста корреляционной длины $\xi(t)$ в области низких температур T_s .

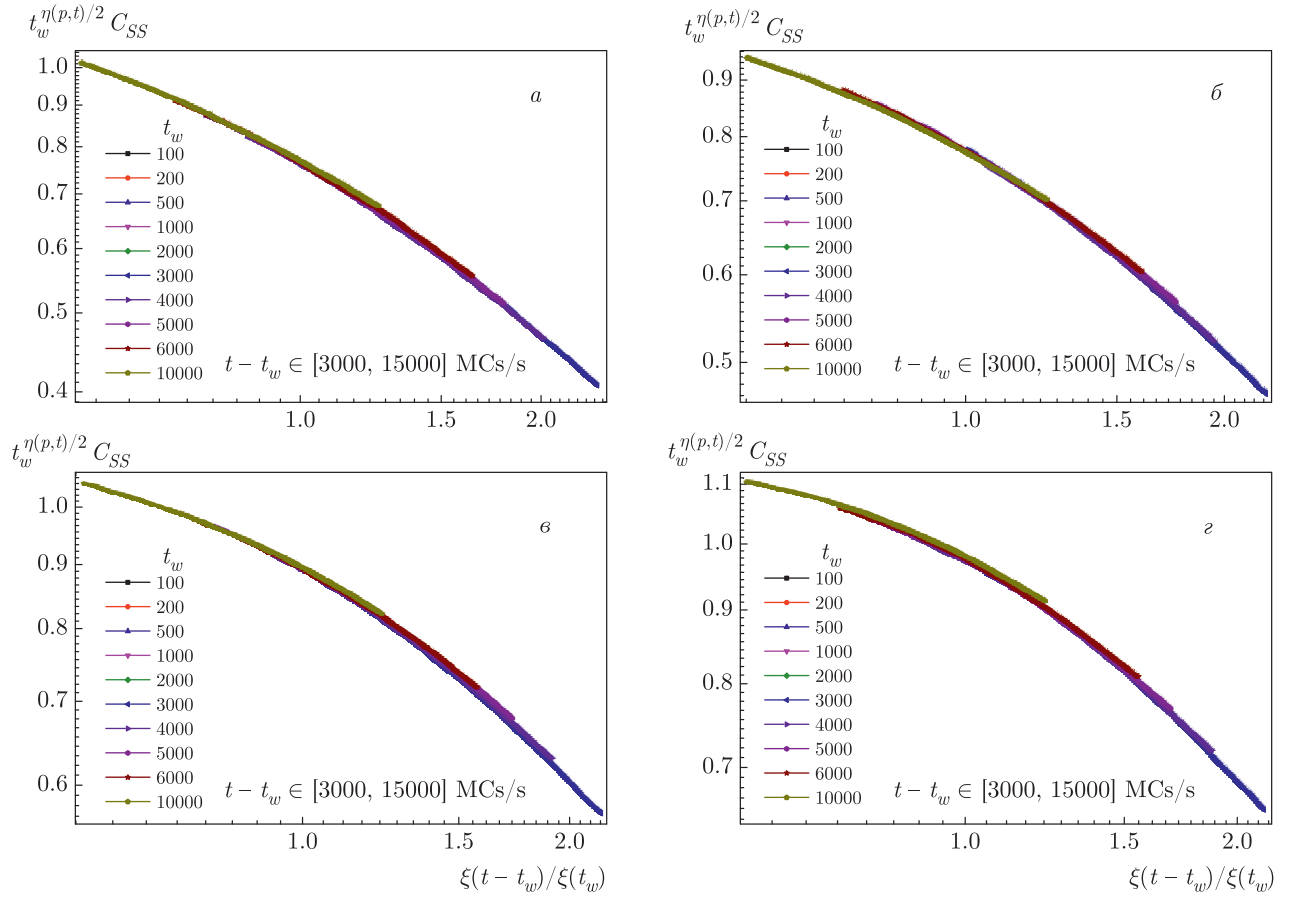


Рис. 15. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$ для чистой системы ($p = 1.0$) с температурами замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

Введение в систему структурного беспорядка на примере систем со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ (рис. 16) и $p = 0.8$ (рис. 17) показывает, что его влияние приводит к заметному замедлению процесса неравновесной критической корреляции. Эффект замедления автокорреляционной функции и ее скейлинговой составляющей проявляется в структурно-неупорядоченных системах для всех температур замораживания $T_s \leq T_{BKT}$. Этот результат хорошо соотносится с результатами работы [6], где для случаев $p = 1.0$ (чистая система), 0.9, 0.8 было показано, что при $T_s = T_{BKT}$ значение предельного флуктуационно-диссипативного отношения уменьшается с понижением спиновой концентрации p вследствие замедления релаксационных и корреляционных процессов в структурно-неупорядоченной системе. Случай системы с $p = 0.7$, как и ранее, выделяется по сравнению с системами с $p = 0.9, 0.8$: в области $\xi(t - t_w) \ll \xi(t_w)$ наложения кривых с разными t_w практически не происходит, что мы связываем с сильным влиянием эффектов порога спино-

вой перколяции. Отметим, что несмотря на значительный объем использованной статистической выборки, в случае $T_s/T_{BKT} = 0.25$ относительная статистическая погрешность вычисления значений $\xi(t)$ достигает величин 20–30 %, особенно для спиновой концентрации $p = 0.7$. Поэтому скейлинговые функции на рис. 16–18 показывают для $T_s/T_{BKT} = 0.25$ большие статистические флуктуации.

Анализ скейлинговой функции f_c в переменных $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$ на основе напрямую вычисленной временной зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ позволяет в соответствии с соотношением (4) определить показатель наклона λ_C , характеризующий долговременный спад скейлинговой функции $f_C(x) \propto x^{-\lambda_C}$ при $x \gg 1$. Из соображений размерного анализа [33, 56, 57] выполняется соотношение (5) с $\lambda_C(p, T) = 1 + \eta(p, T)$, которое отражает особенности критической релаксационной динамики двумерной ХУ-модели. Температурная и концентрационная зависимости значений показателя наклона $\lambda_C(p, T)$ для скейлинговой функции f_C , полученные

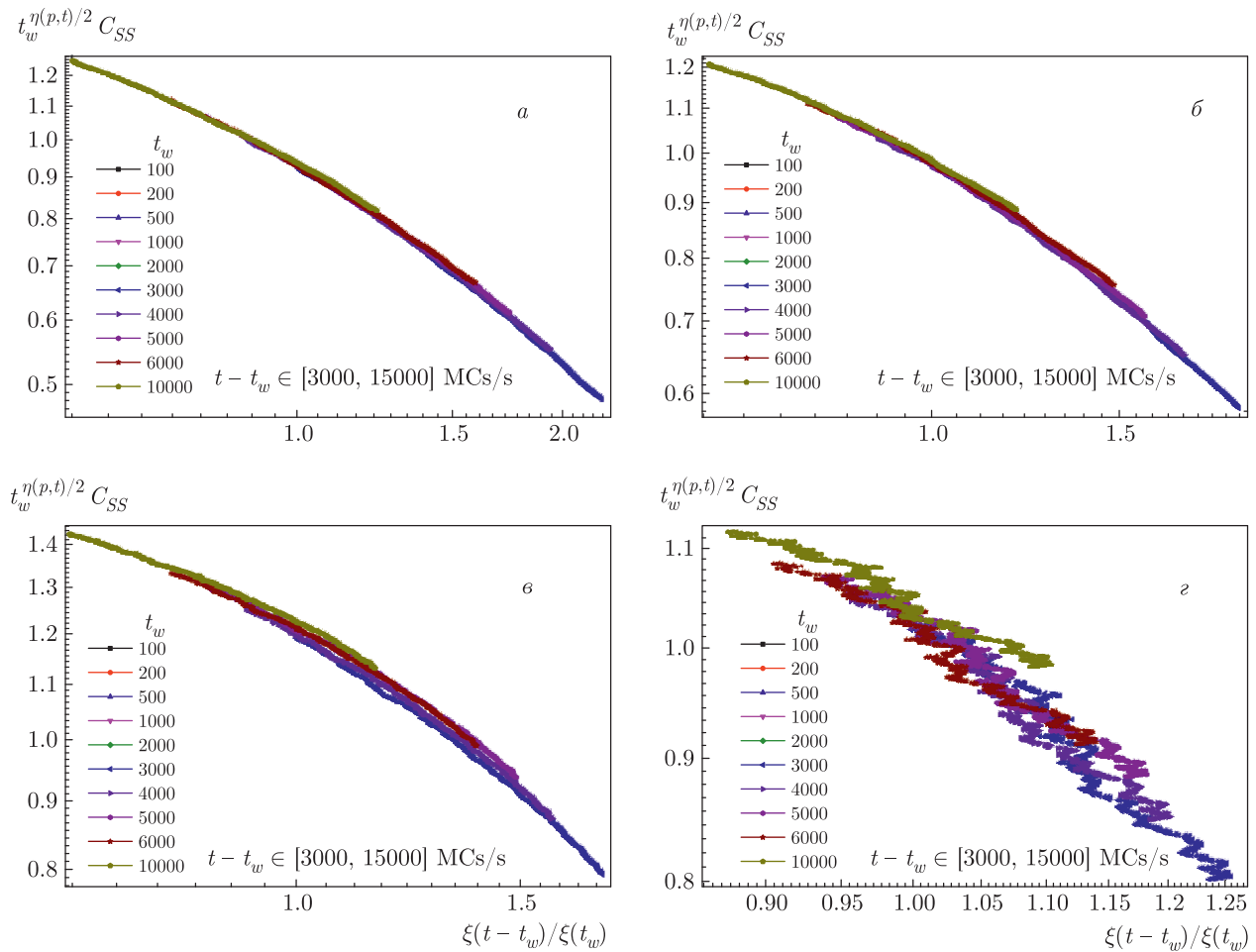


Рис. 16. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$ для структурно-неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0.9$ и температурами замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

с использованием напрямую вычисленной корреляционной длины $\xi(t)$, представлены в табл. 2. Для сопоставления в таблице приведены также значения величины $1 + \eta(p, T)$ с полученными в настоящей работе значениями показателя $\eta^{(c)}(p, T)$ (табл. 1). Как следует из представленных результатов, в пределах статистической погрешности значения $\lambda_C(p, T)$ совпадают с $1 + \eta(p, T)$ для всех рассмотренных температур T_s и спиновых концентраций p . Это подтверждает корректность полученных в настоящей работе температурных и концентрационных зависимостей критического индекса Фишера $\eta^{(c)}(p, T)$, вычисленных на основе анализа неравновесных характеристик системы. Полученные результаты показывают, что анализ скейлинговой функции f_C для двумерной чистой и структурно-неупорядоченной ХУ-модели желательно проводить на основе ис-

пользования напрямую вычисленной временной зависимости корреляционной длины $\xi(t)$. Отметим, что для системы со спиновой концентрацией $p = 0.7$ при $T_s = T_{BKT}$ было получено значение индекса Фишера $\eta = 1.0000(75)$. Это столь большое значение индекса Фишера подтверждается вычисленным показателем $\lambda_C(p = 0.7, T_{BKT}) = 1.9907(812)$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного в работе Монте-Карло-исследования неравновесного критического поведения двумерной чистой и структурно-неупорядоченной ХУ-модели с эволюцией из высокотемпературного начального состояния были выявлены особенности влияния структурного беспорядка на временную зависимость корреляционной длины $\xi(t)$ и

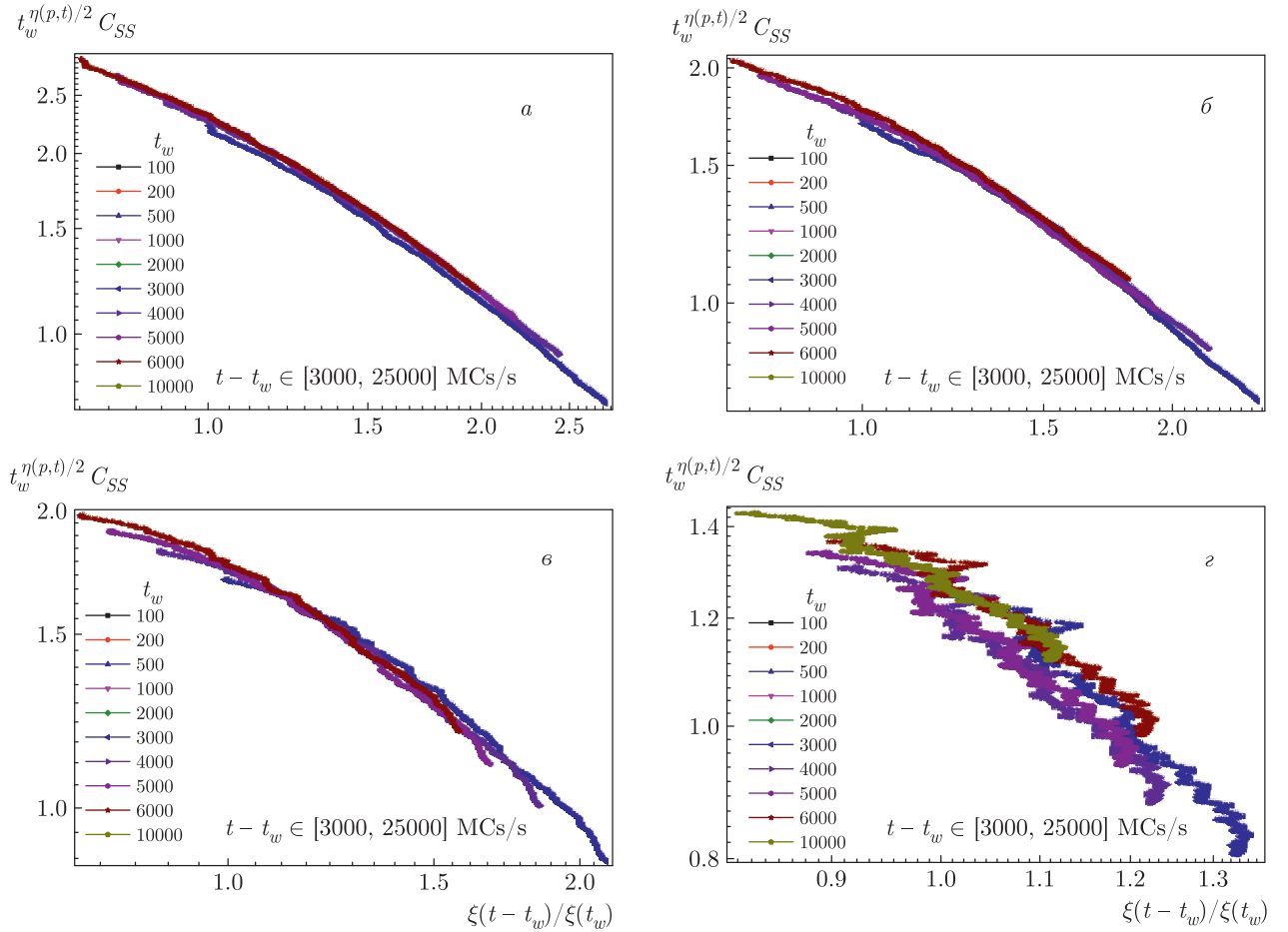


Рис. 17. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$ для структурно-неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0.8$ и температурами замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

выполнение динамического скейлинга в двухвременной зависимости спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$. При старте системы из высокотемпературного начального состояния со свободными вихревыми возбуждениями неравновесная критическая динамика двумерной XY-модели характеризуется сильной вихревой неравновесностью, процессами аннигиляции вихрей и антивихрей, а также огрублением областей квазидальнего порядка. Это существенно сказывается на динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$, в которой возникают дополнительные логарифмические поправки. Введение в систему структурного беспорядка приводит к возникновению процесса неравновесного пиннинга вихрей на дефектах структуры.

В данной работе осуществлен прямой расчет временной зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ двумерной структурно-неупорядоченной XY-модели

для широкого диапазона значений спиновой концентрации p . Полученные в результате моделирования зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ для чистой и структурно-неупорядоченной двумерной XY-модели показывают, что для температур замораживания системы во всей низкотемпературной фазе с $T_s \leq T_{BKT}$ наблюдается поведение $\xi(t) \propto (t/\ln t)^{1/2}$, связанное с неравновесной аннигиляцией вихрей и антивихрей в формирующихся вихревых парах. Полученные результаты показывают, что введение в систему структурного беспорядка приводит к замедлению процессов неравновесной вихревой аннигиляции, однако качественно не меняет физические принципы описания процессов неравновесной критической релаксации системы, ограничиваясь замедлением роста корреляционной длины $\xi(t)$ и соответствующим увеличением динамических масштабов t_L в системе в соответствии с соотноше-

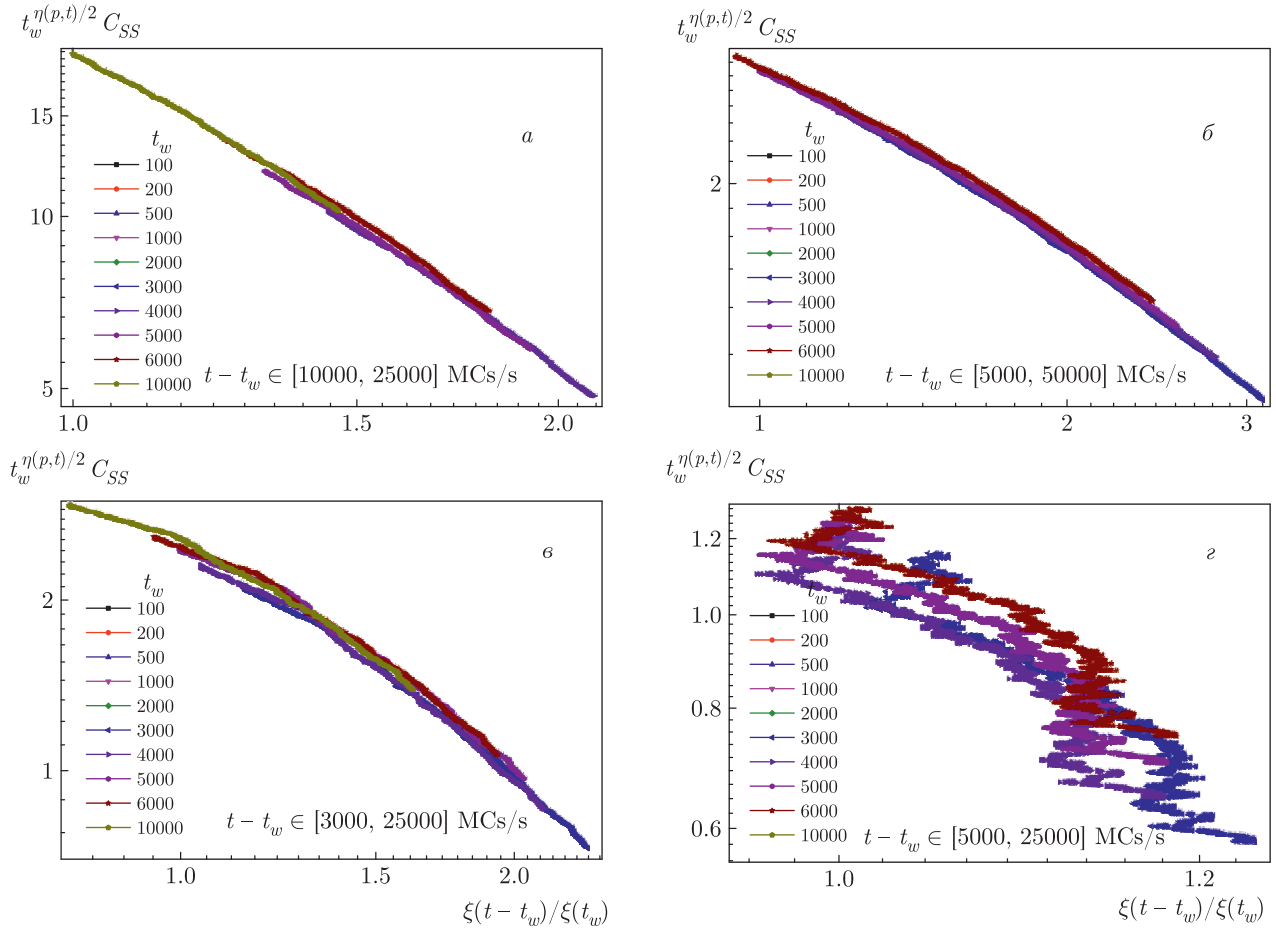


Рис. 18. Скейлинговые зависимости для автокорреляционной функции $t_w^{\eta(p,T)/2} C_{SS}(t, t_w)$ в переменных $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$ для структурно-неупорядоченной системы со спиновой концентрацией $p = 0.7$ и температурами замораживания $T_s/T_{BKT} = 1.0$ (а), 0.75 (б), 0.50 (в), 0.25 (г)

нием $\xi(t_L) \simeq L$. При неравновесной критической релаксации из высокотемпературного начального состояния в двумерной структурно-неупорядоченной ХУ-модели не возникает качественного изменения в проявлениях динамического скейлинга по сравнению с чистой системой.

Введение в систему структурного беспорядка приводит к деформации ренормгрупповых потоков вследствие влияния притяжения со стороны перколяционной неподвижной точки, которое усиливается с ростом концентрации дефектов. Поэтому, несмотря на то, что структурный беспорядок в двумерной ХУ-модели не меняет физической природы релаксационных процессов и сказывается преимущественно на динамических масштабах релаксации, возникает существенное усиление влияния перколяционной неподвижной точки в области высокой концентрации дефектов. Исследование влияния притя-

жения перколяционной неподвижной точки и неподвижной точки чистой системы в настоящей работе было выполнено на основе анализа временной зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ для систем с различными спиновыми концентрациями p . На основе анализа выполнения скейлинговых свойств корреляционной длины $\xi(t)$ было показано, что для температур замораживания в низкотемпературной фазе $T_s \leq T_{BKT}$ для структурно-неупорядоченных систем влияние притяжения неподвижной точки чистой системы плавно сменяется притяжением перколяционной неподвижной точки. Показано, что система со спиновой концентрацией $p = 0.7$ выделяется более медленной релаксацией, связанной с близостью ее спиновой концентрации к порогу спиновой перколяции p_C . Данный вывод был подтвержден анализом временной зависимости кумулянта намагниченности второго порядка $g_2(t)$. Показано,

Таблица 2. Температурная и концентрационная зависимости показателя $\lambda_C(p, T)$, полученные в результате анализа скейлинговой функции f_C в переменных $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$

$p = 1.0$		
T/T_{BKT}	λ_C	$1 + \eta$
1.00	1.2315 ± 0.0312	1.2500 ± 0.0025
0.75	1.1458 ± 0.0358	1.1365 ± 0.0075
0.50	1.0873 ± 0.0392	1.1000 ± 0.0100
0.25	1.0556 ± 0.0403	1.0650 ± 0.0125
$p = 0.9$		
T/T_{BKT}	λ_C	$1 + \eta$
1.00	1.2759 ± 0.0523	1.280 ± 0.0025
0.75	1.1977 ± 0.0592	1.185 ± 0.0075
0.50	1.1528 ± 0.0628	1.165 ± 0.0125
0.25	1.0672 ± 0.1150	1.065 ± 0.0150
$p = 0.8$		
T/T_{BKT}	λ_C	$1 + \eta$
1.00	1.5082 ± 0.0624	1.4900 ± 0.0075
0.75	1.3263 ± 0.0683	1.3250 ± 0.0100
0.50	1.2593 ± 0.0746	1.2575 ± 0.0125
0.25	1.1225 ± 0.1223	1.1200 ± 0.0175
$p = 0.7$		
T/T_{BKT}	λ_C	$1 + \eta$
1.00	1.9907 ± 0.0812	2.0000 ± 0.0075
0.75	1.5066 ± 0.0956	1.5065 ± 0.0100
0.50	1.3503 ± 0.1089	1.3500 ± 0.0100
0.25	1.1478 ± 0.1431	1.1450 ± 0.0075

что двумерная XY -модель со спиновой концентрацией $p = 0.7$ находится настолько близко к порогу спиновой перколяции p_C , что влияние притяжения перколяционной неподвижной точки становится определяющим в релаксационных свойствах системы. Однако системы со спиновыми концентрациями $p = 0.9$ и 0.8 не испытывают такого сильного влияния эффектов порога спиновой перколяции и основные особенности их критической динамики обеспечиваются притяжением неподвижной точки чистой системы.

В настоящей работе были определены температурные и концентрационные зависимости крити-

ческого индекса Фишера $\eta(p, T)$ с использованием скейлинговых свойств рассчитанной двухвременной зависимости спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$. Полученный коллапс кривых, соответствующих скейлинговым функциям

$$f_C(t, t_w) = t_w^{\eta(p, T)/2} C_{SS}(t, t_w)$$

для всех рассмотренных значений времени ожидания t_w , служит подтверждением выполнения свойств динамического скейлинга в неравновесном критическом поведении двумерной XY -модели с различными спиновыми концентрациями при эволюции из высокотемпературного начального состояния. Полученные данным методом значения индекса Фишера $\eta(p, T)$ мы считаем более точными, чем полученные ранее в работе [6] при расчете равновесных характеристик модели. Для системы со спиновой концентрацией $p = 0.7$ при температуре замораживания $T_s = T_{BKT}$ было получено необычно высокое значение индекса Фишера $\eta = 1.0000(75)$. Мы связываем данное необычно высокое значение индекса Фишера с сильным влиянием порога спиновой перколяции и притяжения со стороны перколяционной неподвижной точки на неравновесные процессы в системе с $p = 0.7$.

В данной работе осуществлен расчет скейлинговых функций двухвременной зависимости спин-спиновой автокорреляционной функции $C_{SS}(t, t_w)$, построенной в зависимости от $\xi(t - t_w)/\xi(t_w)$, где $\xi(t)$ представляет полученную в результате моделирования динамическую зависимость корреляционной длины. Показано, что по сравнению с результатами для скейлинговой функции, выраженной через модельную зависимость $(t/\ln t)^{1/2}$, в случае использования напрямую вычисленной динамической зависимости корреляционной длины $\xi(t)$ скейлинговая функция получается более гладкой, а ее перегиб в области динамического кроссовера $\xi(t - t_w)/\xi(t_w) \simeq 1$ становится более пологим. При этом скейлинговая функция оказывается корректно определенной в области $\xi(t) \ll L$, где влияние эффектов конечного размера системы является малым. В результате анализа полученных скейлинговых зависимостей было показано, что замедление релаксации, связанное с введением в систему структурного беспорядка, проявляется для всех рассмотренных температур замораживания $T_s \leq T_{BKT}$.

Осуществлен расчет значений показателей $\lambda_C(p, T)$, характеризующих степенное поведение скейлинговых функций $f_C(t, t_w)$ на долговременном этапе эволюции автокорреляционной функции при использовании напрямую вычисленной временной

зависимости корреляционной длины ξ . Показано, что в пределах статистической погрешности температурные и концентрационные зависимости показателя λ_C совпадают со значениями $1 + \eta(p, T)$. Полученные результаты подтверждают корректность полученных в настоящей работе температурных и концентрационных зависимостей критического индекса Фишера η , вычисленных на основе анализа неравновесных релаксационных характеристик системы.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 17-02-00279, 18-32-00814, 18-42-550003, 20-32-70189), Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания (проект № 0741-2020-0002) и грантов МК-4349.2018.2, МД-2229.2020.2 Президента РФ. Для проведения расчетов были использованы вычислительные ресурсы ЦКП «Центр данных ДВО РАН» [66], межведомственного суперкомпьютерного центра РАН, суперкомпьютерного центра МГУ им. Ломоносова.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Березинский, ЖЭТФ **59**, 907 (1970).
2. В. Л. Березинский, *Низкотемпературные свойства двумерных систем*, Физматлит, Москва (2007).
3. J. M. Kosterlitz and D. J. Thouless, J. Phys. C: Solid State Phys. **6**, 1181 (1973).
4. J. M. Kosterlitz, J. Phys. C **7**, 1046 (1974).
5. L. Berthier, P. C. W. Holdsworth, and M. Sellitto, J. Phys. A **34**, 1805 (2001).
6. П. В. Прудников, В. В. Прудников, И. С. Попов, Письма в ЖЭТФ **101**, 596 (2015).
7. В. В. Прудников, П. В. Прудников, М. В. Мамонова, УФН **187**, 817 (2017).
8. С. Е. Коршунов, УФН **176**, 233 (2006).
9. A. Taroni, S. T. Bramwell, and P. C. W. Holdsworth, J. Phys.: Condens. Matter. **20**, 275233 (2008).
10. C. A. F. Vaz, J. A. C. Bland, and G. Lauhoff, Rep. Progr. Phys. **71**, 056501 (2008).
11. C. Kawabata and A. R. Bishop, Solid State Commun. **60**, 167 (1986).
12. H.-J. Elmers, J. Hauschild, G. H. Liu, and U. Gradmann, J. Appl. Phys. **79**, 4984 (1996).
13. J. Als-Nielsen et al., J. Phys.: Condens. Matter. **5**, 7871 (1993).
14. C. Bellitto et al., Inorg. Chem. **26**, 191 (1987).
15. A. Paduan-Filho and C. C. Becerra, J. Appl. Phys. **91**, 8294 (2002).
16. Ю. С. Каримов, Ю. Н. Новиков, Письма в ЖЭТФ **19**, 268 (1974).
17. D. J. Bishop and J. D. Reppy, Phys. Rev. Lett. **40**, 1727 (1978).
18. D. J. Bishop and J. D. Reppy, Phys. Rev. B **22**, 5171 (1980).
19. S. Misra, L. Urban, M. Kim, G. Sambandamurthy, and A. Yazdani, Phys. Rev. Lett. **110**, 037002 (2013).
20. M. R. Beasley, J. E. Mooij, and T. P. Orlando, Phys. Rev. Lett. **41**, 1165 (1979).
21. A. F. Hebard and A. T. Fiory, Phys. Rev. Lett. **44**, 291 (1980).
22. Л. Н. Булаевский, В. В. Кузий, А. А. Собянин, Письма в ЖЭТФ **25**, 314 (1977).
23. А. И. Буздин, Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков, Письма в ЖЭТФ **35**, 147 (1982).
24. А. И. Буздин, Б. Вуйчич, М. Ю. Куприянов, ЖЭТФ **101**, 231 (1992).
25. A. N. Pargellis, S. Green, and B. Yurke, Phys. Rev. E **49**, 4250 (1994).
26. W. Bietenholz, U. Gerber, and F. G. Rejón-Barrera, J. Stat. Mech. P12009 (2013).
27. A. Singh, S. Ahmad, S. Puri, and S. Singh, Eur. Phys. Lett. **100**, 36004 (2012).
28. A. J. Bray, Adv. Phys. **43**, 357 (1994).
29. A. J. Bray, Adv. Phys. **51**, 481 (2002).
30. W. J. Nuttall, D. Y. Noh, B. O. Wells, and R. J. Birgeneau, J. Phys.: Condens. Matter. **7**, 4337 (1995).
31. И. Ф. Люксуттов, А. Г. Федорус, ЖЭТФ **80**, 2511 (1981).
32. P. Tabeling, Phys. Rep. **362**, 1 (2002).
33. S. Abriet and D. Karevski, Eur. Phys. J. B **37**, 47 (2004).
34. X. W. Lei and B. Zheng, Phys. Rev. E **75**, 040104(R) (2007).

35. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, S. V. Alekseev, and I. S. Popov, *Phys. Met. Metalogr.* **115**, 1186 (2014).
36. В. В. Прудников, П. В. Прудников, И. С. Попов, *ЖЭТФ* **153**, 442 (2018).
37. P. V. Prudnikov and I. S. Popov, *J. Phys.: Conf. Series* **510**, 012014 (2014).
38. M. V. Mamonova, I. S. Popov, P. V. Prudnikov, V. V. Prudnikov, and A. N. Purtov, *Lobachevskii J. Math.* **38**, 944 (2017).
39. F. Krzakala and F. Ricci-Tersenghi, *J. Phys.: Conf. Series* **40**, 42 (2006).
40. I. S. Popov and P. V. Prudnikov, *Sol. St. Phen.* **233–234**, 8 (2015).
41. I. S. Popov, P. V. Prudnikov, and V. V. Prudnikov, *J. Phys.: Conf. Series* **681**, 012015 (2016).
42. 6868.2018.2 P. V. Prudnikov, V. V. Prudnikov, E. A. Pospelov et al., *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2015**, 053A01 (2015).
43. V. V. Prudnikov, P. V. Prudnikov, and E. A. Pospelov, *J. Stat. Mech.* **043303** (2016).
44. A. R. Pereira, L. A. S. Mól, S. A. Leonel, P. Z. Coura, and B. V. Costa, *Phys. Rev. B* **68**, 132409 (2003).
45. B. Berche, A. I. Farinas-Sanchez, Yu. Holovatch, and R. Paredes, *Eur. Phys. J. B* **36**, 91 (2003).
46. O. Kapikranian, B. Berche, and Yu. Holovatch, *Eur. Phys. J. B* **56**, 93 (2007).
47. A. D. Rutenberg and A. J. Bray, *Phys. Rev. E* **51**, 5499 (1995).
48. A. J. Bray, A. J. Briant, and D. K. Jervis, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1503 (2000).
49. F. Rojas and A. D. Rutenberg, *Phys. Rev. E* **60**, 212 (1999).
50. A. Jelić and L. F. Cugliandolo, *J. Stat. Mech.* P02032 (2011).
51. A. Asad and B. Zheng, *J. Phys. A* **40**, 9957 (2007).
52. R. Loft and T. A. Deorand, *Phys. Rev. B* **35**, 8528 (1987).
53. B. Yurke, A. N. Pargellis, T. Kovacs, and D. A. Huse, *Phys. Rev. E* **47**, 1525 (1993).
54. A. J. Bray and A. D. Rutenberg, *Phys. Rev. E* **49**, R27 (1994).
55. C. Godreche and J. M. Luck, *J. Phys. A* **33**, 1151 (2000); *J. Phys. A* **33**, 9141 (2000).
56. M. Henkel, *Nucl. Phys. B* **641**, 405 (2002).
57. M. Henkel, M. Paessens, and M. Pleimling, *Europhys. Lett.* **62**, 664 (2003).
58. A. B. Harris, *J. Phys. C* **7**, 1671 (1974).
59. A. R. Pereira, *J. Magn. Magn. Mater* **279**, 396 (2004).6868.2018.2
60. H. Weber and P. Minnhagen, *Phys. Rev. B* **37**, 5986 (1988).
61. I. S. Popov, A. P. Popova, P. V. Prudnikov, and V. V. Prudnikov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1163** 012042 (2019).
62. I. S. Popov, A. P. Popova, and P. V. Prudnikov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1163**, 012039 (2019).
63. I. S. Popov, A. P. Popova, and P. V. Prudnikov, *J. Phys.: Conf. Ser.* **1389**, 012024 (2019).
64. I. S. Popov, A. P. Popova, and P. V. Prudnikov, *Europhys. Lett.* **128**, 26002 (2019).
65. R. M. Ziff and B. Sapoval, *J. Phys. A: Math. Gen.* **19**, L1169 (1986).
66. А. А. Сорокин, С. В. Макогонов, С. П. Королёв, Научно-техническая информация. Серия 1: Организация и методика информационной работы **12**, 14 (2017).