

ПРОВЕРКА ГИБРИДНОЙ МЕТРИЧЕСКОЙ–ПАЛАТИНИ $f(R)$ -ГРАВИТАЦИИ В ДВОЙНЫХ СИСТЕМАХ С ПУЛЬСАРОМ

Н. А. Авдеев^{a,b*}, П. И. Дядина^{a**}, С. П. Лабазова^{c***}

^a Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119234, Москва, Россия

^b Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119234, Москва, Россия

^c Механико-математический факультет,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия

Поступила в редакцию 24 марта 2020 г.,
после переработки 28 апреля 2020 г.
Принята к публикации 28 апреля 2020 г.

Рассматривается применение параметризованного посткеплеровского (ППК) формализма к гибридной метрической–Палатини $f(R)$ -гравитации. В общем случае орбит с ненулевым эксцентриситетом получены аналитические выражения для четырех ППК-параметров: $\dot{\omega}$, \dot{P}_b , r и s . С учетом данных систем PSR J0737–3039 и PSR J1903+0327 накладываются ограничения на параметры гибридной $f(R)$ -гравитации и показано, что теория не противоречит наблюдательным данным, полученным от систем с сильным гравитационным полем. Также получены предсказания для масс компонентов систем и показано, что рассмотренные астрофизические объекты будут иметь большие массы относительно предсказаний общей теории относительности.

DOI: 10.31857/S0044451020100041

1. ВВЕДЕНИЕ

Общая теория относительности (ОТО) является одной из самых успешных теорий, известных в настоящий момент. Она позволяет описывать огромное количество явлений в широком диапазоне масштабов и гравитационных режимов. ОТО успешно прошла множество различных проверок [1]. Одним из последних и, пожалуй, основных ее достижений является предсказание гравитационных волн, существование которых было зарегистрировано детектором LIGO [2].

Однако, несмотря на такой успех, всевозрастающее внимание уделяется теориям гравитации, расширяющим ОТО. Основной причиной растущего интереса к модифицированным теориям гравитации является невозможность полностью описать наблю-

даемое ускоренное расширение Вселенной в рамках ОТО. Другой причиной является темная материя, одна из основных проблем современной физики [3, 4]. В научных кругах не все поддерживают идею о необходимости поиска новых неизвестных частиц для объяснения темной материи. Существуют теории гравитации, которые позволяют дать чисто геометрическое описание явлений, приписываемых темной материи. Одной из таких теорий, которая предлагает единый подход к проблемам темной энергии и темной материи, является гибридная метрическая–Палатини $f(R)$ -гравитация [5, 6].

Гибридная $f(R)$ -гравитация принадлежит большому семейству $f(R)$ -теорий [7–9]. Модели $f(R)$ -гравитации представляют собой один из самых простых способов расширения действия Эйнштейна–Гильберта. Все $f(R)$ -теории строятся путем обобщения гравитационной части действия за счет введения произвольной функции скалярной кривизны R . Модели $f(R)$ -гравитации успешно применяются для описания инфляции в ранней Вселенной [10]. Более того, $f(R)$ -гравитация обес-

* E-mail: naavdeev1995@mail.ru

** E-mail: guldur.anwo@gmail.com

*** E-mail: sp.labazova@physics.msu.ru

печивает красивое и естественное объяснение современного ускоренного расширения Вселенной, которое является прямым следствием этой теории. Кроме этого, $f(R)$ -гравитация привлекательна в качестве альтернативы модели Λ CDM, поскольку она позволяет одновременно описывать инфляцию в ранней Вселенной и ускоренное расширение в поздних этапах эволюции [11–18]. Также $f(R)$ -модели хорошо согласуются с наблюдательными космологическими данными и практически неотличимы от Λ CDM [19].

Все модели $f(R)$ -гравитации можно разделить на два основных класса: метрический и Палатини. Они различаются методом получения уравнений поля. В метрических $f(R)$ -теориях $g_{\mu\nu}$ является единственной динамической переменной. В $f(R)$ -моделях Палатини метрика и символы Кристоффеля являются независимыми величинами. Таким образом, метрический подход дает дифференциальные уравнения поля четвертого порядка, тогда как в методе Палатини эти уравнения имеют второй порядок [20, 21].

Вопрос об эквивалентности двух подходов был подробно изучен во многих работах. В [22, 23] было показано, что метрический формализм не эквивалентен формализму Палатини (в первом приближении). Более общее доказательство было дано в работе [24, 25]. Ясно, что общая нелинейная теория гравитации может привести к неэквивалентной гравитационной физике, в зависимости от выбора метрического подхода или подхода Палатини. Однако в работе [26] авторы доказали, что формализм Палатини приводит к ускоренному расширению Вселенной тем же путем, который реализуется в метрическом подходе в случае нелинейных гравитирующих систем, описываемых лагранжианом

$$L = \sqrt{-g}(R + f(R)L_d) + k^2 L_{mat}(\Psi),$$

где R — кривизна, L_d — лагранжиан скалярного поля, $L_{mat}(\Psi)$ — лагранжиан материи, $k^2 = 8\pi G$. Тогда в случае эффективных фантомных моделей в вакуумной вселенной появляются сингулярности Большого разрыва, в то время как модели квинтэссенции содержат сингулярности, подобные Большому взрыву. Также было показано, что в случае радиационных моделей, где дополнительно рассматривается радиационная жидкость, появляются оба типа сингулярностей.

Однако и метрический подход, и подход Палатини имеют ряд недостатков. Одним из фундаментальных изъянов метрической $f(R)$ -гравитации яв-

ляется проблема с прохождением стандартных тестов в Солнечной системе [27–29]. Тем не менее существует в метрическом подходе класс жизнеспособных моделей, который был подробно изучен в работах [14, 17, 19]. Их жизнеспособность достигается путем применения хамелеонного механизма [13, 30–32].

С другой стороны, $f(R)$ -гравитация Палатини позволяет успешно описывать как современное ускоренное расширение Вселенной, так и Солнечную систему. Но, несмотря на это привлекательное свойство, $f(R)$ -модели Палатини приводят к неприемлемым особенностям в эволюции космологических возмущений [33, 34].

Недавно был предложен новый класс $f(R)$ -теорий [6]. Он объединяет в себе преимущества метрической и Палатини $f(R)$ -моделей, но при этом лишен их недостатков. Этот подход получил название гибридной $f(R)$ -гравитации. Модели в рамках данного подхода имеют как метрическую, так и Палатини часть. Существует только один реалистичный вариант гибридной $f(R)$ -гравитации: в нем метрическая часть представлена скалярной кривизной R , тогда как часть Палатини является произвольной функцией кривизны Палатини \mathfrak{R} [5]. Далее, гибридная $f(R)$ -гравитация может быть представлена как динамически эквивалентная скалярно-тензорная модель. В этом случае скалярное поле проявляется на больших масштабах и играет активную роль в космологии. Также оно обеспечивает реалистичное описание галактической динамики. Более того, существование такого скалярного поля согласуется с экспериментами в локальных системах, даже если скалярное поле очень легкое.

Гибридная $f(R)$ -гравитация в различных аспектах изучалась во многих работах. Например, статическая вселенная Эйнштейна была исследована в работе [35]. Также изучались различные космологические модели [36, 37]. Ускоренное расширение Вселенной описано в статье [38]. Кроме того, гибридная $f(R)$ -гравитация была исследована на различных масштабах: от звезд до скоплений галактик. Было показано, что различие вириальных и визуальных масс скоплений галактик может быть объяснено через геометрические члены в обобщенной теореме вириала [39]. Гибридная $f(R)$ -гравитация также позволяет объяснить скорости вращения пробных частиц, движущихся в гравитационном поле галактик. При этом в рамках данной теории можно избежать введения огромного количества темной материи [40]. Кроме того, в работе [41] были рассмотрены физические свойства нейтронных и кварковых звезд. Помимо этого, были получены асимпто-

тически антидеситтеровские решения типа «кротовая нора», которые удовлетворяют нулевому энергетическому условию для всего пространства-времени [42]. Также была рассмотрена устойчивость черных дыр Керра в обобщенной гибридной $f(R)$ -гравитации [43]. В недавней работе [44] был выполнен полный постньютоновский анализ гибридной $f(R)$ -гравитации. Были получены аналитические выражения для параметров γ и β , а также было доказано, что оставшиеся восемь постньютоновских параметров тождественно равны нулю. Показано, что легкое скалярное поле в гибридной $f(R)$ -гравитации не противоречит экспериментальным данным на основании всего набора постньютоновских параметров. Кроме того, гибридная $f(R)$ -гравитация была проверена на наблюдательных данных двойных систем с пульсаром в случае квазикруговой орбиты [45]. Было получено выражение для изменения орбитального периода за счет гравитационного излучения и показано, что гибридная $f(R)$ -гравитация предсказывает наличие только скалярного и тензорного квадрупольных членов. Помимо этого, впервые было найдено ограничение на массу скалярного поля в гибридной $f(R)$ -гравитации [45].

Ранее основное внимание уделялось исследованию гибридной $f(R)$ -гравитации в космологии и в пределе слабого поля. Лишь небольшое количество статей [41, 43, 45] было посвящено исследованию модели в режиме сильного поля. В этой работе мы исследуем проявления гибридной $f(R)$ -теории в сильном поле двойных систем с пульсаром. Для этой цели мы используем параметризованный посткеплеровский (ППК) формализм [46, 47].

Первоначально параметризованный посткеплеровский формализм был разработан для получения динамической информации из данных пульсарного тайминга теоретически независимым путем. Эта информация содержится в определенном наборе посткеплеровских параметров. В соответствии с этим формализмом любая теория гравитации может быть описана девятнадцатью ППК-параметрами, которые являются функциями кеplerовских параметров и инертных масс пульсара и его компаньона. Экспериментальные значения восьми ППК-параметров могут быть получены из пульсарного тайминга, а одиннадцать — из формы поступающих импульсов, и все 19 параметров могут быть измерены независимо. Таким образом, ППК-формализм является мощным инструментом для проверки модифицированных теорий гравитации в режиме сильного поля, который реализуется в двойных системах с пульсаром [46, 47].

Важно подчеркнуть, что режим сильного поля в двойных системах с пульсаром не является настолько же сильным, как, например, в черных дырах. На самом деле, используя термин режим сильного поля в данном контексте, мы, скорее, имеем в виду, что в таких системах поле сильнее, чем в Солнечной системе [47]. Действительно, поскольку пульсар является быстро вращающейся нейтронной звездой, на поверхности такого объекта гравитационное поле составляет $\left(\frac{GM}{c^2 R}\right)_{PSR} \approx 0.2$, тогда как для Солнца данная величина будет меньше: $\left(\frac{GM}{c^2 R}\right)_{\odot} \sim 10^{-6}$. Кроме того, ось магнитного поля пульсара смещена относительно его оси вращения. Это вызывает модуляцию периодических сигналов, поступающих на Землю. Более того, благодаря высокой стабильности прихода импульсов становится возможным наблюдать динамику орбитального движения с точностью, при которой проявляются такие тонкие эффекты, как излучение гравитационных волн. Все это делает двойные звездные системы, которые содержат пульсар, незаменимой лабораторией для изучения поведения различных моделей гравитации в сильном поле.

Основной целью данной статьи является проверка гибридной $f(R)$ -гравитации с использованием параметризованного посткеплеровского формализма. В частности, мы собираемся получить аналитические выражения для четырех посткеплеровских параметров: $\dot{\omega}$ — изменение долготы периастра, \dot{P}_b — изменение орбитального периода, r и s — параметры задержки Шапиро. Затем, используя эти выражения и данные наблюдений систем PSR J0737–3039 и PSR J1903+0327, мы получим ограничения на параметры гибридной $f(R)$ -гравитации.

Статья имеет следующую структуру. В разд. 2 мы рассмотрим действие и уравнения поля гибридной $f(R)$ -гравитации в общем виде и в скалярно-тензорном представлении. В разд. 3 обсудим ППК-формализм и получим аналитические выражения для ППК-параметров. Далее, в разд. 4 мы наложим ограничения на гибридную $f(R)$ -гравитацию, используя наблюдательные данные систем PSR J0737–3039 и PSR J1903+0327. В разд. 5 подведем итоги и обсудим полученные результаты.

В работе греческие индексы (μ, ν, \dots) пробегают значения 0, 1, 2, 3 и используется сигнатура $(-, +, +, +)$. Все вычисления выполнены в системе единиц СГС. В работе используется представление Йордана.

2. ГИБРИДНАЯ $f(R)$ -ГРАВИТАЦИЯ

Действие гибридной метрической–Палатини $f(R)$ -гравитации состоит из члена Эйнштейна–Гильберта и произвольной функции кривизны Палатини [5, 6]:

$$S = \frac{c^4}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} [R + f(\mathfrak{R})] + S_m, \quad (1)$$

где c — скорость света, $k^2 = 8\pi G$, G — ньютоновская гравитационная постоянная, R и $\mathfrak{R} = g^{\mu\nu}\mathfrak{R}_{\mu\nu}$ — метрическая кривизна и кривизна Палатини соответственно, g — определитель метрического тензора, S_m — действие материи. Здесь кривизна Палатини \mathfrak{R} определяется как функция $g_{\mu\nu}$ и независимо определяемых символов Кристоффеля $\hat{\Gamma}_{\mu\nu}^\alpha$:

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= g^{\mu\nu}\mathfrak{R}_{\mu\nu} = \\ &= g^{\mu\nu}(\hat{\Gamma}_{\mu\nu,\alpha}^\alpha - \hat{\Gamma}_{\mu\alpha,\nu}^\alpha + \hat{\Gamma}_{\alpha\lambda}^\alpha\hat{\Gamma}_{\mu\nu}^\lambda - \hat{\Gamma}_{\mu\lambda}^\alpha\hat{\Gamma}_{\alpha\nu}^\lambda). \end{aligned} \quad (2)$$

Как и в случае чисто метрических и Палатини $f(R)$ -теорий, действие (1) может быть представлено в терминах скалярного поля (более подробный вывод представлен в работах [5, 6]):

$$\begin{aligned} S &= \frac{c^4}{2k^2} \int d^4x \sqrt{-g} \times \\ &\times \left[(1 + \phi)R + \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \right] + S_m, \end{aligned} \quad (3)$$

где ϕ — скалярное поле, $V(\phi)$ — скалярный потенциал. В действии (3) скалярное поле неминимально связано с материей, а кинетический член является неканоническим. Уравнения поля, получаемые из (3), имеют следующий вид [5, 6]:

$$\begin{aligned} (1 + \phi)R_{\mu\nu} &= \frac{k^2}{c^4} \left(T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T \right) - \frac{3}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi + \\ &+ \frac{1}{2}g_{\mu\nu} \left[V(\phi) + \nabla_\alpha \nabla^\alpha \phi \right] + \nabla_\mu \nabla_\nu \phi, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \nabla_\mu \nabla^\mu \phi - \frac{1}{2\phi} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{\phi[2V(\phi) - (1 + \phi)V_\phi]}{3} &= \\ &= -\frac{k^2}{3c^4} \phi T, \end{aligned} \quad (5)$$

где $T_{\mu\nu}$ и T — тензор энергии-импульса и его след соответственно.

3. ППК-ФОРМАЛИЗМ

Открытие системы PSR B1913+16 в 1974 г. [48] предоставило новые возможности для проверки модифицированных теорий гравитации. Эта система

стала первой открытой двойной системой, содержащей пульсар. Для анализа данных пульсарного тайминга, получаемых от таких систем, необходимо было разработать формализм, который позволил бы извлекать информацию о системе теоретически независимым способом. В 1986 г. Дамур и Дерюэль создали такой формализм. Он позволял описывать все релятивистские эффекты вплоть до порядка (v^2/c^2) независимо от выбора теории гравитации [46] и получил название параметризованный посткеплеровский формализм. Позднее применение этого формализма для проверки модифицированных теорий гравитации было подробно описано в работе [47]. ППК-формализм позволяет проверять теории гравитации в пределе сильного поля аналогично параметризованному постньютоновскому формализму в слабом поле [1, 49, 50]. Основная идея посткеплеровского формализма заключается в описании орбитальных эффектов следующим образом [47]:

$$t_b - t_0 = F [T; \{p^K\}; \{p^{PK}\}; \{q^{PK}\}], \quad (6)$$

где t_b — барицентрическое время прихода импульсов, T — собственное время пульсара с поправками на аберрацию. В выражении (6) присутствует три набора параметров [47]:

$$\{p^K\} = \{P_b, T_0, e_0, \omega_0, x_0\} \quad (7)$$

— набор кеplerовских параметров, где P_b — орбитальный период, e — эксцентриситет, ω — долгота периастра, x — проекция большой полуоси орбиты пульсара;

$$\{p^{PK}\} = \{\dot{\omega}, \gamma, \dot{P}_b, r, s, \delta_\theta, \dot{e}, \dot{x}\} \quad (8)$$

— набор независимо измеряемых посткеплеровских параметров, где γ — параметр задержки Эйнштейна, δ_θ — безразмерный параметр, определяющий релятивистскую деформацию орбиты, \dot{e} — вековое изменение эксцентриситета, \dot{x} — вековое смещение проекции большой полуоси;

$$\{q^{PK}\} = \{\delta_r, A, B, D\} \quad (9)$$

— набор посткеплеровских параметров, который зависит от значений величин (8), где δ_r — безразмерный параметр, определяющий релятивистскую деформацию орбиты, связанный с δ_θ ; A, B — параметры аберрации; D — доплеровский фактор [47].

В этой работе мы будем рассматривать только четыре посткеплеровских параметра $\dot{\omega}, \dot{P}_b, r, s$. Далее обсудим каждый из них подробно.

3.1. Изменение долготы периастра $\dot{\omega}$

Отправной точкой нашего рассмотрения является получение лагранжиана, описывающего ор-

битальное движение. Для этой цели мы используем метод Эйнштейна, Инфельда и Хоффмана (ЭИХ) [49, 51].

Прежде чем приступить к получению орбитального лагранжиана, представим скалярное ϕ и тензорное $g_{\mu\nu}$ поля гибридной $f(R)$ -гравитации в следующем виде:

$$\phi = \phi_0 + \varphi, \quad g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad (10)$$

где ϕ_0 — асимптотическое фоновое значение скалярного поля вдали от источника, $\eta_{\mu\nu}$ — метрика Минковского, $h_{\mu\nu}$ и φ — малые возмущения тензорного и скалярного полей соответственно. В общем случае ϕ_0 не является константой, а представляет собой функцию, зависящую от времени $\phi(t)$. Однако этой зависимостью можно пренебречь, если характерная шкала времени велика по сравнению с динамической шкалой времени, связанной с локальной системой. Таким образом, ϕ_0 предполагается постоянной величиной. Скалярный потенциал $V(\phi)$ представим в виде разложения Тейлора относительно фонового значения скалярного поля ϕ_0 в следующем виде:

$$V(\phi) = V_0 + V'\varphi + \frac{V''\varphi^2}{2!} + \frac{V'''\varphi^3}{3!} + \dots, \quad (11)$$

тогда его производная по φ примет вид $V_\varphi = V' + V''\varphi + V'''\varphi^2/2$; а масса скалярного поля может быть выражена следующим образом: $m_\varphi^2 = [2V_0 - V' - (1 + \phi_0)\phi_0 V'']/3$ [44].

Таким образом, ЭИХ-лагранжиан принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} L^{rel}(\mathbf{R}, \mathbf{V}) \equiv \mu^{-1} L_O^{rel}(\mathbf{R}, \mathbf{V}) = & \frac{1}{2} \mathbf{V}^2 + \frac{GM}{R} \times \\ & \times \frac{1}{1 + \phi_0} \left(1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} \right) + \frac{1}{8} (1 - 3\nu) \frac{\mathbf{V}^4}{c^2} + \\ & + \frac{GM}{2Rc^2} \left[\frac{1}{1 + \phi_0} \left(3 + \nu + \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} (1 - \nu) \right) \mathbf{V}^2 + \right. \\ & + \frac{1}{1 + \phi_0} \left(1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} \right) \nu (\mathbf{N} \cdot \mathbf{V})^2 - \\ & \left. - \frac{GM}{R} \frac{9e^{2m_\varphi R} - \phi_0 (6e^{m_\varphi R} + 1)}{(3e^{m_\varphi R} - \phi_0)^2} \right], \quad (12) \end{aligned}$$

где $\mathbf{R} \equiv \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$, $\mathbf{V} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$, m, m' — массы пульсара и компаньона, $M = m + m'$ — общая масса, $\mu = mm'/(m + m')$ — приведенная масса, $\nu = \mu/M$, \mathbf{N} — единичный вектор в направлении излучения в системе отсчета, связанной с пульсаром.

Поскольку лагранжиан (12) инвариантен относительно сдвигов во времени и пространственного вращения, существует четыре первых интеграла движения: энергия системы E и момент импульса \mathbf{J} :

$$E = \mathbf{V} \cdot \frac{\partial L^{rel}}{\partial \mathbf{V}} - L^{rel}, \quad \mathbf{J} = \mathbf{R} \times \frac{\partial L^{rel}}{\partial \mathbf{V}}. \quad (13)$$

Используя выражение (12), можно представить энергию и момент импульса в следующем виде:

$$\begin{aligned} E = & \frac{1}{2} \mathbf{V}^2 - \frac{GM}{R} \frac{1}{1 + \phi_0} \left(1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} \right) + \\ & + \frac{3}{8} (1 - 3\nu) \frac{\mathbf{V}^4}{c^2} + \frac{GM}{2Rc^2} \times \\ & \times \left[\frac{1}{1 + \phi_0} \left(3 + \nu + \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} (1 - \nu) \right) \mathbf{V}^2 + \right. \\ & + \frac{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{V})^2}{1 + \phi_0} \left(1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} \right) \nu + \\ & \left. + \frac{GM}{R} \frac{9e^{2m_\varphi R} - \phi_0 (6e^{m_\varphi R} + 1)}{(3e^{m_\varphi R} - \phi_0)^2} \right], \quad (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J} = & \mathbf{R} \times \mathbf{V} \left[1 + \frac{1}{2} (1 - 3\nu) \frac{\mathbf{V}^2}{c^2} + \frac{GM}{Rc^2} \times \right. \\ & \left. \times \frac{1}{1 + \phi_0} \left(3 + \nu + \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} (1 - \nu) \right) \right]. \quad (15) \end{aligned}$$

Существование первого интеграла (15) означает, что компоненты системы движутся в координатной плоскости. Поэтому удобно будет перейти к полярным координатам $\{R, \theta\}$: $R_x = R \cos \theta$, $R_y = R \sin \theta$ и $R_z = 0$. Тогда, используя следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^2 &= \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 + R^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2, \\ |\mathbf{R} \times \mathbf{V}| &= R^2 \frac{d\theta}{dt}, \\ (\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}) &= \frac{dR}{dt}, \end{aligned} \quad (16)$$

и пренебрегая всеми членами до порядка $(v/c)^2$, мы можем представить уравнения относительного движения в полярных координатах с помощью выражений для первых интегралов (14), (15):

$$\left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = A + \frac{2B}{R} + \frac{C}{R^2} + \frac{D}{R^3}, \quad (17)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{H}{R^2} + \frac{I}{R^3}, \quad (18)$$

где

$$A = 2E \left[1 + \frac{3}{2} (3\nu - 1) \frac{E}{c^2} \right], \quad (19)$$

$$\begin{aligned} B = & GM \frac{1}{1 + \phi_0} \left\{ \left[1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} \right] + \right. \\ & \left. + \left[7\nu - 6 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} (7\nu - 2) \right] \frac{E}{c^2} \right\}, \quad (20) \end{aligned}$$

$$C = -J^2 \left[1 + 2(3\nu - 1) \frac{E}{c^2} \right] + \left\{ \frac{1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R}}{(1 + \phi_0)^2} \left[5\nu - 9 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} (5\nu - 1) \right] - \frac{9e^{2m_\varphi R} - \phi_0 (6e^{m_\varphi R} + 1)}{(3e^{m_\varphi R} - \phi_0)^2} \right\} \frac{G^2 M^2}{c^2}, \quad (21)$$

$$D = \frac{1}{1 + \phi_0} \left[-3\nu \left(1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} \right) + 8 \right] \frac{GMJ^2}{c^2}, \quad (22)$$

$$H = J \left[1 + (3\nu - 1) \frac{E}{c^2} \right], \quad (23)$$

$$I = \frac{1}{1 + \phi_0} \left[2\nu \left(1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} \right) - 4 \right] \frac{GMJ}{c^2}. \quad (24)$$

Следуя методу, описанному в работе [46], решим уравнения (17), (18) и получим выражение для изменения долготы периастра:

$$\dot{\omega} = n(K - 1). \quad (25)$$

Здесь n является средним движением:

$$n = \frac{(-2E)^{3/2} (1 + \phi_0)}{GM \left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)} \left\{ 1 - \frac{1}{4 \left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)} \times \left[\nu - 15 - \frac{\phi_0}{3} (\nu + 1) \right] \frac{E}{c^2} - \frac{GM\phi_0}{2E(1 + \phi_0)} m_\varphi \right\}, \quad (26)$$

$$K = \frac{H}{n(a'')^2 \sqrt{1 - e_\theta^2}}, \quad (27)$$

e_θ — эффективный эксцентриситет,

$$e_\theta^2 = 1 + \frac{2E(1 + \phi_0)^2}{G^2 M^2 \left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)^2} \times \left\{ 1 + \left[\frac{17}{2} \nu - \frac{7}{2} - \frac{4}{1 - \frac{\phi_0}{3}} \right] \left[2\nu + 1 - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{\phi_0}{3} (2\nu - 1) \right] \frac{E}{c^2} \left\{ J^2 + \left[\frac{1 - \frac{\phi_0}{3}}{(1 + \phi_0)^2} \left[-7 - \frac{\phi_0}{3} \right] + \frac{9 - 7\phi_0}{9 \left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)^2} \right] \frac{G^2 M^2}{c^2} \right\} + \frac{2\phi_0 (1 + \phi_0) J^2}{2GM \left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)^2} m_\varphi, \quad (28)$$

a'' — эффективная большая полуось,

$$a'' = -\frac{GM}{2E(1 + \phi_0)} \left[1 - \frac{\phi_0}{3} \right] \left\{ 1 - [1 - 3\nu] \frac{E}{2c^2} \right\} + \left(\frac{GM}{2E(1 + \phi_0)} \right)^2 \left[1 - \frac{\phi_0}{3} \right] \frac{2\phi_0}{3} m_\varphi. \quad (29)$$

Этот результат мы получили в случае легкого скалярного поля $m_\varphi R \ll 1$. В гибридной $f(R)$ -гравитации масса скалярного поля отвечает за описание эффекта ускоренного расширения Вселенной. Влияние этого эффекта становится заметно на расстояниях, значительно превышающих расстояние между компонентами двойных систем. Поэтому мы можем пренебречь членами вида m_φ/c^2 и использовать разложение в ряд Тейлора функции $\exp(-m_\varphi R)$.

В результате мы получаем следующее выражение для изменения долготы периастра:

$$\dot{\omega} = \frac{(GM)^{2/3} \pi (2\pi)^{2/3}}{c^2 P_b^{5/3} (1 - e^2)} \frac{(1 + \phi_0)^{4/3}}{\left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)^{4/3}} \times \left[\frac{1 - \frac{\phi_0}{3}}{(1 + \phi_0)^2} \left[7 + \frac{\phi_0}{3} \right] - \frac{9 - 7\phi_0}{9 \left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)^2} \right] - \frac{(GM)^{1/3} 4\phi_0 (4^2\pi)^{1/3}}{3P_b^{1/3} (1 + \phi_0)^{1/3} \left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)^{2/3}} m_\varphi. \quad (30)$$

3.2. ППК-параметры s и r

Теперь перейдем к вычислению задержки Шапиро. В первую очередь рассмотрим параметр s , который равен синусу угла наклона орбиты $\sin i$.

Движение в двойной системе подчиняется третьему закону Кеплера:

$$a^3 (2\pi/P_b)^2 = G^{eff} m, \quad (31)$$

где a — большая полуось орбиты в системе центра масс, G^{eff} — эффективная гравитационная постоянная [44],

$$G^{eff} = \frac{G}{1 + \phi_0} \left(1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R} \right). \quad (32)$$

Мы рассматриваем случай легкого скалярного поля $m_\varphi R \ll 1$. Теперь на основании третьего закона Кеплера для гибридной $f(R)$ -гравитации (32) мы можем найти большую полуось орбиты a :

$$a = \left(\frac{GMP_b^2}{4\pi^2(1 + \phi_0)} \right)^{1/3} \left(1 - \frac{\phi_0}{3} \right)^{1/3}. \quad (33)$$

Большая полуось орбиты пульсара относительно центра масс системы выражается как

$$a_1 = \frac{m_2 a}{M} \equiv \frac{cx}{\sin i},$$

тогда, используя выражение (33), получим

$$s = \sin i = \frac{cxM}{m_2 a} = \frac{cx(4\pi^2)^{1/3} M^{2/3}}{G^{1/3} P_b^{2/3} m_2} \left(\frac{1 + \phi_0}{1 - \frac{\phi_0}{3}} \right)^{1/3}. \quad (34)$$

Теперь перейдем к вычислению следующего параметра задержки Шапиро r . Чтобы выразить этот параметр, необходимо использовать уравнение движения фотона по геодезической:

$$-1 + h_{00}^{(2)} + (\delta_{ij} + h_{ij}^{(2)}) u^i u^j = 0, \quad (35)$$

где

$$h_{00}^{(2)} = \frac{2}{c^2} G^{eff} \frac{M}{R}, \quad (36)$$

$$h_{ij}^{(2)} = \frac{2}{c^2} G^{eff} \frac{M}{R} \delta_{ij} \quad (37)$$

— возмущения метрики до порядка $O(2)$ [44], δ_{ij} — символ Кронекера. Также необходимо учесть, что $u^\mu = dx_a^\mu / d\tau_a$ — четырехскорость a -й частицы, $d\tau = \sqrt{-ds^2}/c$, $ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$ — интервал.

Таким образом, уравнение (35) принимает вид

$$-1 + \frac{2}{c^2} G^{eff} \frac{m_2}{r} + \left(1 + \frac{2}{c^2} G^{eff} \gamma_{PPN} \frac{m_2}{r} \right) |\mathbf{u}|^2 = 0, \quad (38)$$

где

$$\gamma_{PPN} = \frac{1 + \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R}}{1 - \frac{\phi_0}{3} e^{-m_\varphi R}} \quad (39)$$

— эффективный постньютоновский параметр γ [44].

Если фотон излучался в точке \mathbf{x}_e в направлении \mathbf{n} в момент времени t_e , то его траектория с учетом постньютоновских поправок $x_{PN}^i(t)$ описывается выражением

$$x^i(t) = x_e^i + n^i (t - t_e) + x_{PN}^i(t). \quad (40)$$

Используя тождество

$$|\mathbf{u}|^2 = 1 + 2 \left(\mathbf{n} \cdot \frac{d\mathbf{x}_{PN}(t)}{dt} \right) = 1 + 2 \frac{dx_{PN}^{\parallel}(t)}{dt} + O(c^4), \quad (41)$$

получим

$$\frac{dx_{PN}^{\parallel}(t)}{dt} = -\frac{1}{c^2} G^{eff} (1 + \gamma_{PPN}) \frac{m_2}{r}. \quad (42)$$

Тогда время прохождения фотона от \mathbf{x}_e до \mathbf{x} и обратно будет равно

$$t = \frac{2}{c} |\mathbf{x} - \mathbf{x}_e| - \frac{1}{c^3} \int_{t_e}^t G_{PPN}^{eff} (1 + \gamma_{PPN}) \frac{m_2}{r} dt' \quad (43)$$

и параметр r из задержки Шапиро, соответственно, имеет вид [47, 52]

$$r = \frac{Gm_2}{c^3(1 + \phi_0)}. \quad (44)$$

3.3. Изменение орбитального периода \dot{P}_b

В работе [45] мы получили выражение для первой производной орбитального периода в случае квазикруговой орбиты. Но в этой статье нашей целью является получение выражения для потока энергии от двойной системы с пульсаром для более общего случая орбиты с эксцентриситетом:

$$\langle \dot{E}_{grav} \rangle = \langle \dot{E}_{tensor} \rangle + \langle \dot{E}_{scalar} \rangle, \quad (45)$$

где тензорная часть записывается как

$$\langle \dot{E}_{tensor} \rangle = -\frac{G}{5c^5(1 + \phi_0)} \times \left\langle \ddot{M}^{\dots kl} \ddot{M}_{kl} - \frac{1}{3} (\ddot{M}^{\dots kk})^2 \right\rangle, \quad (46)$$

$$M_{ij} = \sum_a m^a(\phi) r_i^a(t) r_j^a(t) \quad (47)$$

— квадрупольный момент, и скалярная часть имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \langle \dot{E}_{scalar} \rangle &= \frac{2c^5 G \phi_0}{6(1 + \phi_0)} \int dz_1 dz_2 J_1(z_1) J_2(z_2) \times \\ &\times \left\langle \frac{1}{c^6} \dot{M}_0 \dot{M}_1 + \frac{1}{6c^8} \left(2\ddot{M}_1^k \ddot{M}_2^k + \dot{M}_0 \ddot{M}_3^{kk} + \dot{M}_1 \ddot{M}_2^{kk} \right) + \right. \\ &\quad + \frac{1}{60c^{10}} \left(2\ddot{M}_2^{kl} \ddot{M}_3^{kl} + \ddot{M}_2^{kk} \ddot{M}_3^{ll} \right) + \\ &\quad \left. + \frac{1}{30c^{10}} \left(\ddot{M}_1^k \ddot{M}_4^{kll} + \ddot{M}_2^k \ddot{M}_3^{kll} \right) \right\rangle. \end{aligned} \quad (48)$$

Здесь $J_1(z)$ — функция Бесселя первого порядка, $z = m_\varphi \sqrt{c^2(t-t')^2 - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2}$ и

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_l^L &= \mathcal{M}_l^{i_1 i_2 \dots i_l}(t, r, z) = \\ &= \sum_a \left(M_a \left(t - \frac{r}{c} \right) r_a^L \left(t - \frac{r}{c} \right) - u^{-(l+1)}(r, z) \times \right. \\ &\quad \left. \times M_a \left(t - \frac{ru(r, z)}{c} \right) r_a^L \left(t - \frac{ru(r, z)}{c} \right) \right), \end{aligned} \quad (49)$$

где

$$\begin{aligned} M_a(t) &= m_a \left[1 - \frac{v_a^2}{2c^2} - 3 \sum_{b \neq a} \frac{G m_b}{r_{ab}(t) c^2 (1 + \phi_0)} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{G \phi_0}{c^2 (1 + \phi_0)} \sum_{b \neq a} \frac{m_b}{r_{ab}(t)} e^{-m_\varphi R} \right], \end{aligned} \quad (50)$$

$r_a^L(t) = r_a^{i_1}(t) r_a^{i_2}(t) \dots r_a^{i_l}(t)$, $u(r, z) = \sqrt{1 + (z/m_\varphi r)^2}$, m_a и v_a — соответственно масса и скорость объекта a . Точка над переменной обозначает производную по времени.

В отличие от вывода выражения для первой производной орбитального периода, показанного в [45], здесь мы рассматриваем случай орбиты с эксцентриситетом:

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta}. \quad (51)$$

Получая это уравнение, мы также предполагали, что скалярное поле является легким. Теперь вычислим поток энергии за счет гравитационного излучения, используя выражение [45]:

$$\frac{\dot{E}}{E} = -\frac{2}{3} \frac{\dot{P}_b}{P_b}. \quad (52)$$

Тогда находим, что

$$\begin{aligned} \frac{\dot{P}_b}{P_b^{GR}} &= \frac{\left(1 - \frac{\phi_0}{3}\right)^{2/3}}{(1 + \phi_0)^{5/3}} \times \\ &\times \left[1 + \frac{(19\phi_0 - 57)\phi_0}{15552 \left(1 - \frac{\phi_0}{3}\right)^3 \left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4\right)} \times \right. \\ &\quad \times \left(\frac{1}{19}(15e^4 + 64e^2 - 12)(3 - \phi_0)^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{8973}{152} \left(\phi_0^2 + \frac{5538\phi_0}{997} + 9 \right) e^4 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{62200\phi_0^2}{8973} + \frac{117520\phi_0}{2991} + \frac{62200}{997} \right) e^2 + \right. \\ &\quad \left. + \frac{17440}{997} + \frac{34240\phi_0}{2991} + \frac{17440\phi_0^2}{8973} \right) \right]. \end{aligned} \quad (53)$$

Таким образом, изменение орбитального периода в двойных системах с пульсаром происходит из-за потери энергии на скалярное и тензорное излучение. Выражение (53) содержит тензорную и скалярную части. В тензорном вкладе присутствует только квадрупольный член. Тензорная часть схожа с выражением, определяющим изменение орбитального периода и предсказываемым ОТО, отличаясь лишь присутствием эффективной гравитационной постоянной G^{eff} между компонентами системы. Скалярный вклад содержит постньютоновские поправки к монополю члену, монополю-квадрупольный член и квадрупольный члены. Монополю член исчезает в квазикруговом приближении [45], но в случае эллиптической орбиты он сохраняется, так же как и монополю-квадрупольный вклад. Важно подчеркнуть, что гибридная $f(R)$ -гравитация не предсказывает наличие скалярного дипольного излучения ни в квазикруговом случае, ни в более общем случае орбиты с эксцентриситетом.

4. ОГРАНИЧЕНИЯ ИЗ НАБЛЮДАТЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для проверки гибридной $f(R)$ -гравитации с помощью ППК-формализма мы использовали данные двух двойных систем с пульсаром: PSR J0737–3039 [53] и PSR J1903+0327 [54]. Первая из них представляет собой систему, которая состоит из двух пульсаров. Вторая же является смешанной двойной систе-

мой, включающей в себя пульсар и звезду главной последовательности.

Система PSR J0737–3039 — единственный известный двойной пульсар. Необычайная близость компонентов системы и малый орбитальный период, а также тот факт, что мы видим систему практически с ребра, — все это позволяет исследовать проявления релятивистских эффектов с высочайшей точностью. Поскольку оба компонента системы PSR J0737–3039 являются пульсарами, становится возможным измерить большую полуось орбиты каждого компонента. Это дает возможность получить следующее соотношение:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = R, \tag{54}$$

т.е. отношение масс может быть измерено напрямую. Все упомянутые обстоятельства делают PSR J0737–3039 незаменимой лабораторией для проверки теорий гравитации [53]. Важно заметить, что мы использовали эту систему для проверки гибридной $f(R)$ -гравитации в случае квазикруговой орбиты. Действительно, эксцентриситет орбиты мал в этой системе, однако, учтя его ненулевое значение, мы улучшили точность ограничений, накладываемых на рассматриваемую модель.

Необходимо подчеркнуть, что наблюдаемое значение изменения орбитального периода \dot{P}_b может включать различные вклады, имеющую разную природу: внутренние и кинематические эффекты [47, 55]. Мы заинтересованы только в таких системах, где доминирующий вклад в наблюдаемую величину \dot{P}_b дает изменение орбитального периода за счет излучения гравитационных волн. Поэтому мы не рассматриваем двойные системы с пульсаром, где эффекты потери массы и приливные эффекты будут значительны относительно гравитационного излучения.

Мы использовали метод проверки теорий гравитации, первоначально изложенный в работе [47]. На двумерной плоскости, где по оси ординат откладываются возможные значения масс компаньона m_2 , а по оси абсцисс — возможные значения масс пульсара m_1 , строятся кривые, которые задаются выражениями для посткеплеровских параметров. Каждый параметр задает свою кривую. Точка пересечения всех кривых на данной плоскости в пределах погрешностей и будет показывать значения масс пульсара и компаньона. Однако, если при каких-то значениях параметров модели кривые расходятся, это означает, что модель неприменима при этих значениях параметров.

Таблица 1. Параметры PSR J0737–3039 [53]

Параметр	Физический смысл	Экспериментальное значение
P_b , сут	орбитальный период	0.10225156248(5)
e	эксцентриситет	0.0877775(9)
x , св. с	проекция большой полуоси орбиты пульсара	1.415032(1)
$\dot{\omega}$, град./год	вековое изменение долготы периастра	16.89947(68)
\dot{P}_b	изменение орбитального периода	$-1.252(17) \cdot 10^{-12}$
s	параметр задержки Шапиро	0.99974^{+16}_{-39}
r , мкс	параметр задержки Шапиро	6.21(33)
$R = \frac{m_1}{m_2}$	отношение масс	1.0714(11)

В этой работе мы получили аналитические выражения для четырех ППК-параметров: $\dot{\omega}$, \dot{P}_b , r , s . Далее мы использовали наблюдательные данные системы PSR J0737–3039 (см. табл. 1). Полученный результат отображали на рис. 1. Затем, изменяя параметры гибридной $f(R)$ -гравитации ϕ_0 и m_ϕ , мы нашли значения параметров, при которых кривые пересекаются в пределах погрешностей измерений. Таким образом, мы ограничили гибридную $f(R)$ -гравитацию. Полученные ограничения следующие:

$$\phi_0 < 0.001, \quad \frac{\phi_0 m_\phi}{(1+\phi)^{1/3} \left(1 - \frac{\phi_0}{3}\right)^{2/3}} < 1.3 \cdot 10^{-17}.$$

К сожалению, нам не удалось наложить ограничения на массу скалярного поля отдельно, только на комбинацию параметров, указанную выше. Однако мы получили предсказания для масс компонен-

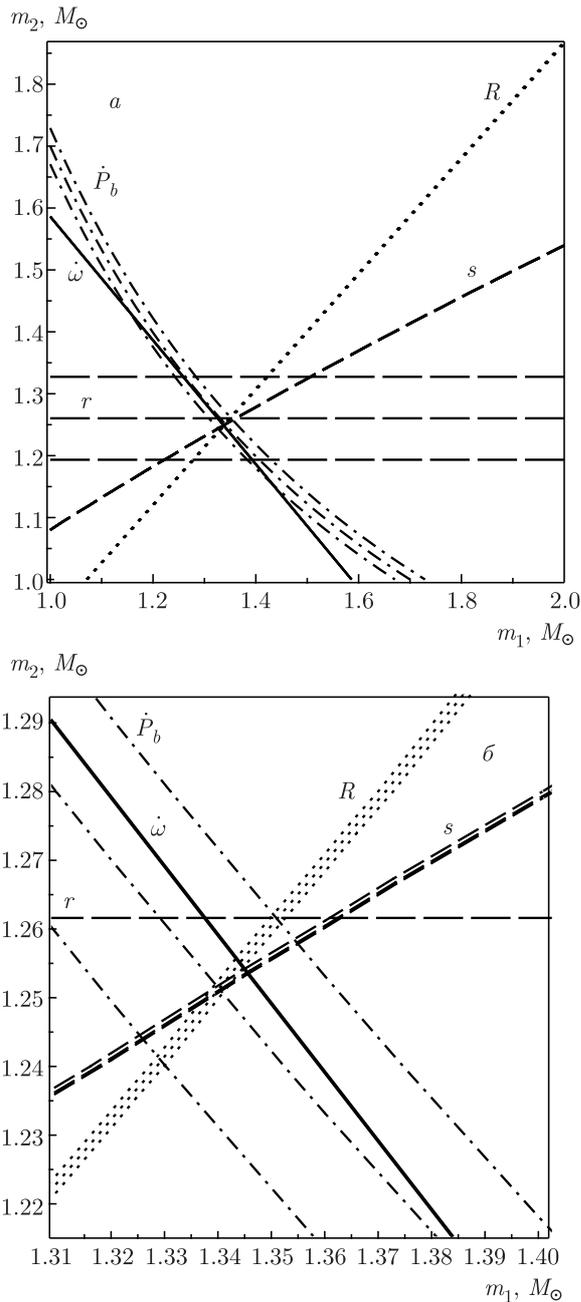


Рис. 1. Зависимости массы компаньона от массы пульсара в системе PSR J0737–3039. Каждая кривая указана с учетом погрешности $\pm 1\sigma$ (ширина кривой): а) случай ОТО, б) случай гибридной $f(R)$ -гравитации на граничных значениях параметров модели

тов системы в рамках гибридной $f(R)$ -гравитации: $1.3374M_\odot < m_1 < 1.3440M_\odot$ и $1.2482M_\odot < m_2 < 1.2537M_\odot$. В то же время ОТО предсказывает следующие значения масс для этой системы: $1.3374M_\odot < m_1 < 1.3388M_\odot$ и $1.2482M_\odot < m_2 < 1.2496M_\odot$ [53]. Как мы видим, наличие скалярно-

Таблица 2. Параметры PSR J1903+0327

Параметр	Физический смысл	Экспериментальное значение
P_b , сут	орбитальный период	95.174118753(14)
e	эксцентриситет	0.436678409(3)
x , св. с	проекция большой полуоси орбиты пульсара	105.5934643(5)
$\dot{\omega}$, град./год	вековое изменение долготы периастра	0.0002400(2)
s	параметр задержки Шапиро	0.9760(15)
r , мкс	параметр задержки Шапиро	1.03(3)
$R = \frac{m_p}{m_{mss}}$	отношение масс	1.55(20)

го поля увеличивает возможные наблюдаемые массы компонентов системы.

В качестве другой системы мы выбрали PSR J1903+0327, так как в этой системе три ППК-параметра получены с высокой точностью и система имеет большой эксцентриситет. К сожалению, в этой системе невозможно выделить ту часть изменения орбитального периода, которая связана с гравитационным излучением. Поэтому наш тест основан на параметрах $\dot{\omega}$, r , s , а также на отношении масс, которое было получено теоретически независимым путем [54]. Используя наблюдательные данные системы PSR J1903+0327 (см. табл. 2), мы получили следующие ограничения:

$$\phi_0 < 0.02, \quad \frac{\phi_0 m_\phi}{(1+\phi)^{1/3} \left(1 - \frac{\phi_0}{3}\right)^{2/3}} < 2 \cdot 10^{-20}.$$

Графический результат наших исследований отображен на рис. 2. Как мы видим, ограничения на ϕ_0 из данной системы PSR J0737–3039 строже, чем

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы применили параметризованный посткеплеровский формализм к гибридной метрической–Палатини $f(R)$ -гравитации. Мы получили аналитические выражения для четырех ППК-параметров: $\dot{\omega}$, \dot{P}_b , r , s . В отличие от предыдущей работы [45], мы рассматривали двойные системы с пульсаром с эллиптической орбитой. Чтобы наложить ограничения на параметры гибридной $f(R)$ -гравитации, мы использовали наблюдательные данные систем PSR J0737–3039 и PSR J1903+0327. Мы ограничили фоновое значение скалярного поля и комбинацию параметров, содержащую массу скалярного поля.

Кроме того, мы получили выражение для изменения орбитального периода двойной системы с пульсаром в случае орбиты с эксцентриситетом. Данное выражение содержит тензорный квадрупольный и скалярный монополюный, монополюно-квадрупольный и квадрупольный вклады. Мы показали, что гибридная $f(R)$ -гравитация не предсказывает существование скалярного дипольного излучения.

Также нами получены массы компонентов систем PSR J0737–3039 и PSR J1903+0327 в рамках гибридной $f(R)$ -гравитации. Мы показали, что гибридная $f(R)$ -гравитация предсказывает большие массы, чем ОТО. Этот результат ожидаем, так как в [41] было показано, что в рамках гибридной $f(R)$ -гравитации нейтронные звезды тяжелее, чем в ОТО.

Основной целью данной статьи является проверка гибридной $f(R)$ -гравитации с легким скалярным полем, используя данные наблюдений, полученные от астрофизических объектов с сильным гравитационным полем, таких как двойные системы с пульсаром. Ранее мы показали реалистичность этой модели, проверив ее на основании одного ППК-параметра — изменения орбитального периода — в случае квазикруговых орбит [45]. В настоящей статье мы провели более полный ППК-тест в общем случае систем с эллиптической орбитой. Таким образом, эта статья продолжает цикл наших работ [44, 45], где мы доказали, что существование легкого скалярного поля в гибридной метрической–Палатини $f(R)$ -гравитации, ответственного за генерацию дальнедействующих сил, не противоречит наблюдательным данным, полученным из локальных систем со слабым (Солнечная система) и сильным (двойные системы с пульсаром) гравитационным полем.

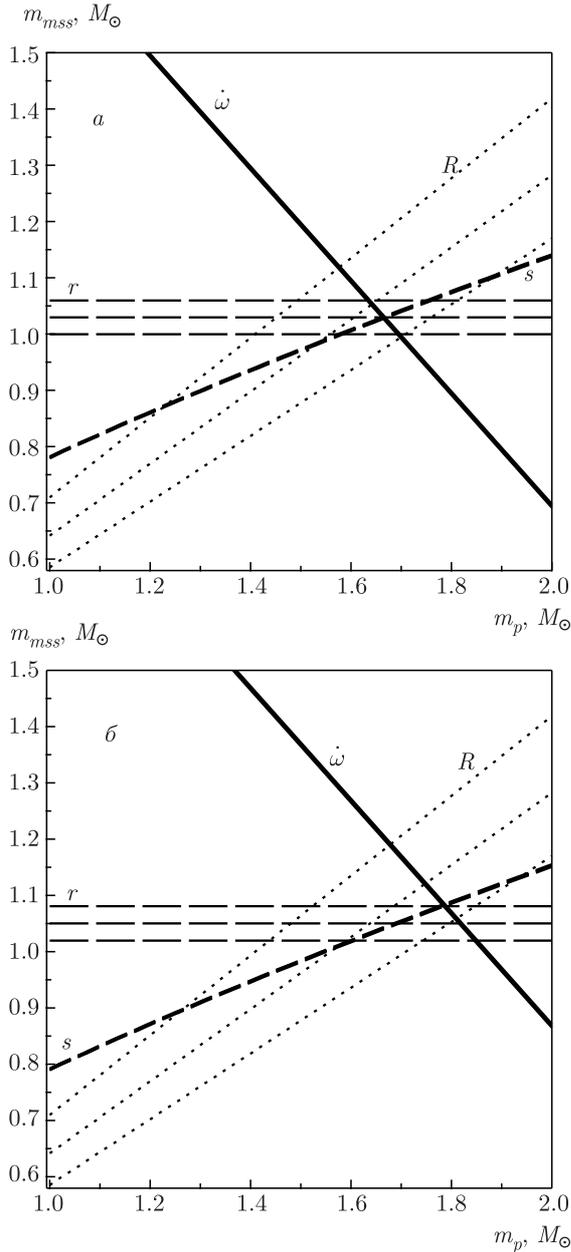


Рис. 2. Зависимости массы компаньона от массы пульсара в системе PSR J1903+0327. Каждая кривая указана с учетом погрешности $\pm 1\sigma$ (ширина кривой): а) случай ОТО, б) случай гибридной $f(R)$ -гравитации на граничных значениях параметров модели

ограничения из данных PSR J1903+0327. В последней системе мы также получили предсказания для масс компонентов системы: $1.021M_{\odot} < m_{mss} < 1.08M_{\odot}$ и $1.646M_{\odot} < m_p < 1.785M_{\odot}$ (m_p — масса пульсара, m_{mss} — масса компаньона). Верхний предел также будет превышать верхний предел, предсказываемый ОТО: $1.021M_{\odot} < m_{mss} < 1.037M_{\odot}$ и $1.646M_{\odot} < m_p < 1.688M_{\odot}$ [54].

В качестве следующего шага мы планируем получить теоретический вид зависимости масса-радиус-светимость в рамках гибридной $f(R)$ -гравитации и наложить ограничения на свободные параметры этой теории из наблюдательных фотометрических данных. Такое исследование также позволит получить предсказания гибридной $f(R)$ -теории для масс звезд главной последовательности. Поскольку спутник пульсара в системе PSR J1903+0327 является звездой главной последовательности, станет возможным сравнить массу этого объекта, полученную из пульсарного тайминга, с массой, полученной из фотометрических данных в рамках гибридной $f(R)$ -гравитации, что будет дополнительным надежным тестом этой теории.

Финансирование. Основные результаты работы получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №18-32-00785). Н. А. Авдеев благодарит Фонд развития теоретической физики и математики «БАЗИС», стипендиатом которого он является.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. M. Will, *Living Rev. Rel.* **17**, 4 (2014).
2. B. P. Abbott et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **116**, 061102 (2016).
3. F. Zwicky, *Helv. Phys. Acta* **6**, 110 (1933).
4. J. H. Oort, *Bull. Astron. Inst. Netherlands* **6**, 249 (1932).
5. S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, *Universe* **1**, 199 (2015).
6. T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, *Phys. Rev. D* **85**, 084016 (2012).
7. P. G. Bergmann, *Int. J. Theor. Phys.* **1**, 25 (1968).
8. A. De Felice and S. Tsujikawa, *Living Rev. Rel.* **13**, 3 (2010).
9. S. Nojiri, S. D. Odintsov, and V. K. Oikonomou, *Phys. Rep.* **692**, 1 (2017).
10. A. A. Starobinsky, *Phys. Lett. B* **91**, 99 (1980).
11. S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Phys. Rev. D* **68**, 123512 (2003).
12. F. Briscese, E. Elizalde, S. Nojiri, and S. D. Odintsov, *Phys. Lett. B* **646**, 105 (2007).
13. S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Phys. Lett. B* **657**, 238 (2007).
14. S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Phys. Rev. D* **77**, 026007 (2008).
15. S. Nojiri, S. D. Odintsov, and D. Saez-Gomez, *Phys. Lett. B* **681**, 74 (2009).
16. G. Cognola, E. Elizalde, S. D. Odintsov, P. Tretyakov, and S. Zerbini, *Phys. Rev. D* **79**, 044001 (2009).
17. G. Cognola, E. Elizalde, S. Nojiri, S. D. Odintsov, L. Sebastiani, and S. Zerbini, *Phys. Rev. D* **77**, 046009 (2008).
18. D. Saez-Gomez, *Gen. Rel. Grav.* **41**, 1527 (2009).
19. S. D. Odintsov, D. Saez-Gomez, and G. S. Sharov, *Eur. Phys. J. C* **77**, 862 (2017).
20. S. Capozziello and M. Francaviglia, *Gen. Rel. Grav.* **40**, 357 (2008).
21. T. P. Sotiriou and V. Faraoni, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 451 (2010).
22. S. Capozziello, *Int. J. Mod. Phys. D* **11**, 483 (2002).
23. S. Capozziello, V. F. Cardone, S. Carloni, and A. Troisi, *Int. J. Mod. Phys. D* **12**, 1969 (2003).
24. M. Ferraris, M. Francaviglia, and I. Volovich, *Nouvo Cim. B* **108**, 1313 (1993).
25. M. Ferraris, M. Francaviglia, and I. Volovich, *Class. Quant. Grav.* **11**, 1505 (1994).
26. G. Allemandi, A. Borowiec, M. Francaviglia, and S. D. Odintsov, *Phys. Rev. D* **72**, 063505 (2005).
27. T. Chiba, *Phys. Lett. B* **575**, 1 (2003).
28. G. J. Olmo, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 261102 (2005).
29. G. J. Olmo, *Phys. Rev. D* **75**, 023511 (2007).
30. J. Khoury and A. Weltman, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 171104 (2004).
31. J. Khoury and A. Weltman, *Phys. Rev. D* **69**, 044026 (2004).
32. W. Hu and I. Sawicki, *Phys. Rev. D* **76**, 064004 (2007).
33. T. Koivisto and H. Kurki-Suonio, *Class. Quant. Grav.* **23**, 2355 (2006).
34. T. Koivisto, *Phys. Rev. D* **73**, 083517 (2006).
35. C. G. Böhmer, F. S. N. Lobo, and N. Tamanini, *Phys. Rev. D* **88**, 104019 (2013).
36. N. A. Lima and V. Smer-Barreto, *Astrophys. J.* **818**, 186 (2016).

37. I. Leanizbarrutia, F. S. N. Lobo, and D. Sáez-Gómez, *Phys. Rev. D* **95**, 084046 (2017).
38. S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, *JCAP* **04**, 011 (2013).
39. S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, *JCAP* **07**, 024 (2013).
40. S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, *Astropart. Phys.* **50–52C**, 65 (2013).
41. B. Danila, T. Harko, F. S. N. Lobo, and M. K. Mak, *Phys. Rev. D* **95**, 044031 (2017).
42. S. Capozziello, T. Harko, T. S. Koivisto, F. S. N. Lobo, and G. J. Olmo, *Phys. Rev. D* **86**, 127504 (2012).
43. J. L. Rosa, J. P. S. Lemos, and F. S. N. Lobo, *Phys. Rev. D* **101**, 044055 (2020).
44. P. I. Dyadina, S. P. Labazova, and S. O. Alexeyev, *JETP* **156**, 905 (2019).
45. P. I. Dyadina, N. A. Avdeev, and S. O. Alexeyev, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **483**, 947 (2019).
46. T. Damour and N. Deruelle, *Ann. Inst. Henri Poincaré A* **43**, 107 (1985); T. Damour and N. Deruelle, *Ann. Inst. Henri Poincaré A* **44**, 263 (1986).
47. T. Damour and J. H. Taylor, *Phys. Rev. D* **45**, 1840 (1992).
48. R. A. Hulse and J. H. Taylor, *Astrophys. J. Lett.* **195**, L51 (1975).
49. C. M. Will, *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (1993).
50. E. Poisson and C. M. Will, *Gravity: Newtonian, Post-Newtonian, Relativistic*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK (2014).
51. A. Einstein, L. Infeld, and B. Hoffmann, *Ann. Math.* **20**, 39, 65 (1938).
52. J. Alsing, E. Berti, C. M. Will, and H. Zanglauer, *Phys. Rev. D* **85**, 064041 (2012).
53. M. Kramer et al., *Science* **341**, 97 (2006).
54. P. C. C. Freire et al., *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **412**, 4, 2763 (2011).
55. K. Lazaridis et al., *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **400**, 2, 805 (2009).