

ОСОБЕННОСТИ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СОСТОЯНИЙ И МЕХАНИЗМ АВТОМОДЕЛЬНОЙ СЕЛЕКЦИИ КАНАЛОВ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ ПРИ НИЗКОЙ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

*В. И. Высоцкий**, *М. В. Высоцкий*

*Киевский национальный университет им. Т. Шевченко
01601, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 14 августа 2018 г.,
после переработки 6 декабря 2018 г.
Принята к публикации 20 декабря 2018 г.

Рассмотрены особенности и взаимная связь соотношений неопределенностей Шредингера–Робертсона для пар величин координата–импульс и энергия–время. Предложен метод определения длительности существования гигантских флуктуаций энергии частиц в когерентном коррелированном состоянии. На основе этого метода обосновано как очень значительное (на много порядков) возрастание вероятности туннельного эффекта с последующей ядерной реакцией при низкой энергии, так и наблюдаемая во всех реакциях с участием заряженных частиц с малой энергией автоматическая селекция каналов реакций и запрет на образование радиоактивных дочерних изотопов. Показано, что этот же механизм формирования когерентных коррелированных состояний обосновывает очень существенное подавление гамма-излучения, наблюдаемое в таких реакциях, стимулированных виртуальной энергией, по сравнению с аналогичными реакциями, протекающими при большой «реальной» энергии частиц.

DOI: 10.1134/S0044451019060051

1. ВВЕДЕНИЕ

Квантовомеханический туннельный эффект входит в число основных факторов, определяющих вероятность очень многих базовых процессов в ядерной и атомной физике, среди которых одним из главных является эффективный ядерный синтез с участием заряженных частиц. Исключительные технологические проблемы и очень большие финансовые затраты при многолетних попытках реализации термоядерного варианта такого синтеза с использованием высокотемпературной плазмы или пучков ускоренных частиц стимулируют поиск альтернативных и более простых решений, среди которых потенциально очень перспективным является ядерный синтез при низкой энергии взаимодействующих частиц. В 1950-х гг. были большие надежды на мюонный катализ, в котором вероятность туннельного эффекта при взаимодействии медленных

изотопов водорода резко возрастает за счет использования отрицательных мюонов, экранирующих их электрическое поле. Однако последующие исследования показали, что из-за малого времени жизни мюонов и больших затрат энергии на их образование в специальных ускорителях с использованием частиц высокой энергии такой метод оказался неэффективным.

В течение последних нескольких лет был проведен ряд успешных экспериментов и их квалифицированная независимая экспертиза (например, [1–3]), которые подтвердили высокую эффективность протекания реакций при низкой энергии без каких-либо экзотических методов оптимизации и одновременно акцентировали внимание на необходимости построения их адекватной теоретической модели. Эта модель должна не только обосновать эффективность этих реакций, но и объяснить ряд аномальных особенностей, наблюдаемых в таких реакциях — их большую вероятность при малой энергии частиц, полное отсутствие радиоактивных изотопов в продуктах реакций и очень сильно подавленное гамма-излучение, которое, согласно стандарт-

* E-mail: vivyotskii@gmail.com

ным представлениям и практике ядерной физики высоких энергий, обязательно должно сопровождать эти реакции.

Многочисленные независимые попытки построения узкоспециализированных вариантов теории таких процессов, каждый из которых применим только к конкретному эксперименту, конкретной паре взаимодействующих ядер и конкретному типу материальной активной среды (газ, плазма, жидкость, аморфная или кристаллическая среда), были направлены только на поиск механизма их большой вероятности и никак не затрагивали остальные неотъемлемые аномалии таких процессов.

По нашему мнению, все эти процессы должны определяться единым универсальным механизмом, позволяющим не только описать все обнаруженные аномалии в уже исследованных реакциях при низкой энергии, но и прогнозировать аналогичные реакции в других средах с другими ядрами, другими средами и при других условиях экспериментов.

В ряде работ [4–15] было показано, что совмещение условия низкой энергии взаимодействующих частиц и необходимости большой вероятности туннельного эффекта (а в итоге и итоговой большой вероятности соответствующих ядерных реакций) может быть достигнуто при использовании когерентных коррелированных состояний (ККС) этих частиц. Формирование таких состояний связано с автоматическим установлением оптимальных фазовых соотношений между разными собственными функциями суперпозиционного состояния частицы за счет монотонного однонаправленного [4–9], периодического [7–15] или импульсного [13, 14] изменения параметров слабого внешнего силового поля, определяющего суперпозиционное состояние этой частицы. Характерным примером такого воздействия является модуляция параметров гармонического осциллятора, в котором находится рассматриваемая частица. Такой осциллятор может формироваться, например, в объеме нестационарных микротрещин в металлогидридах [8–10], при действии на заряженную частицу природного или лабораторного импульсного магнитного поля [14] или облучения соответствующей кристаллической матрицы, содержащей взаимодействующие ядра, маломощным излучением терагерцевого диапазона [9–13], при движении медленных протонов сквозь кристаллическую матрицу или в поле свободных молекул [7, 15].

В наиболее наглядном виде эти состояния характеризуются соотношениями неопределенностей Шредингера–Робертсона [16, 17], являющимися фундаментальным обобщением знаменитого

соотношения неопределенностей Гейзенберга, которые были получены еще в 1930 г. и оказались незаслуженно забытыми на много десятилетий. Трудно объяснить тот факт, что эти соотношения, несмотря на их исключительную важность и общность, в течение этих десятилетий не были представлены или рассмотрены ни в одном из классических и фундаментальных учебников по квантовой механике, на которых воспитано много поколений физиков. Своеобразная реанимация и дальнейшие исследования общих закономерностей этих состояний и соответствующих им соотношений неопределенностей были проведены в работах [18–21], а их применение для решения различных прикладных задач ядерной физики рассмотрено в работах [4–15, 22, 23].

Несмотря на интенсивное исследование этой области, некоторые из очень важных аспектов, относящихся к особенностям взаимосвязи разных вариантов этих соотношений (особенно тех, которые характеризуют взаимную неопределенность энергии и времени, а также координаты и импульса), остались до настоящего времени не рассмотренными, что не позволяло использовать их в полной мере для анализа и решения актуальных проблем ядерной физики.

Ниже впервые показано, что корректная интерпретация этих соотношений, совмещенная с детальным анализом временных и энергетических характеристик любой ядерной реакции, основанной на использовании туннельного эффекта, позволяет с единой позиции аргументированно и с соответствующими количественными оценками обосновать как высокую вероятность таких реакций при низкой энергии, так и принципиальное различие (включая запрет на образование дочерних радиоактивных изотопов и подавление сопутствующего гамма-излучения) в протекании ядерных реакций с участием заряженных частиц при малой средней энергии взаимодействующих частиц.

2. ОСОБЕННОСТИ СООТНОШЕНИЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ШРЕДИНГЕРА – РОБЕРТСОНА ДЛЯ ЭНЕРГИИ–ВРЕМЕНИ И КООРДИНАТЫ–ИМПУЛЬСА ДЛЯ КОГЕРЕНТНЫХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СОСТОЯНИЙ

Общее (в операторной форме) соотношение неопределенностей Шредингера–Робертсона

$$\sigma_A \sigma_B \geq \frac{|[\hat{A}\hat{B}]}{4(1-r_{AB}^2)}, \quad (1)$$

$$r_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sqrt{\sigma_A \sigma_B}}, \quad \sigma_{AB} = \frac{\langle \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} \rangle}{2} - \langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle,$$

$$0 \leq |r_{AB}| \leq 1,$$

относится к частице, находящейся в ККС, и характеризует нижний предел произведения дисперсий $\sigma_C \equiv (\delta C)^2 = \langle (C - \langle C \rangle)^2 \rangle$ пары соответствующих динамических переменных A и B [16, 17]. В этом соотношении величина r_{AB} является коэффициентом корреляции, который определяет взаимную квантово-статистическую связь этих переменных. Процедура усреднения в этих соотношениях соответствует использованию волновых функций конкретной нестационарной системы в представлении, максимально адаптированном к виду операторов.

Для полностью некоррелированного состояния $\langle \hat{A}\hat{B} \rangle = \langle \hat{A} \rangle \langle \hat{B} \rangle$ и $r_{AB} = 0$. При таком условии соотношение Шредингера–Робертсона (1) сводится к обобщенному (в операторной форме) соотношению неопределенностей Робертсона (1929 г.), из которого в частном случае пары координата–импульс (при $A = q, B = p$) следует знаменитое соотношение Гейзенберга (1927 г.):

$$\delta A \delta B \geq \frac{|[\hat{A}\hat{B}]}{2}, \quad \delta q \delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (2)$$

для среднеквадратичных флуктуаций этих величин.

Для практических приложений наиболее важными из соотношений неопределенностей для ККС (1) является соотношение для переменных координата–импульс:

$$\delta q \delta p \geq \frac{\hbar^*}{2}, \quad \hbar^* = \frac{\hbar}{\sqrt{1-r_{pq}^2}} \equiv G_{pq} \hbar, \quad (3)$$

$$r_{pq} = \frac{\langle qp + pq \rangle / 2 - \langle q \rangle \langle p \rangle}{\sqrt{\sigma_q \sigma_p}},$$

а также получаемое при формальной конкретизации $\hat{A} = \hat{H}, \hat{B} = \hat{t}$ и использовании коммутатора $[\hat{H}\hat{t}] = i\hbar$ соотношение для пары переменных энергия–время:

$$\delta E \delta t \geq \frac{\hbar^*}{2}, \quad \hbar^* = \frac{\hbar}{\sqrt{1-r_{Et}^2}} \equiv G_{Et} \hbar, \quad (4)$$

$$r_{Et} = \frac{\langle Et + tE \rangle / 2 - \langle E \rangle \langle t \rangle}{\sqrt{\sigma_E \sigma_t}}.$$

Детальное обсуждение физического смысла и интерпретация соотношения (4) при $r_{Et} = 0$ проведено в работе [18].

Базовыми величинами в этих соотношениях являются коэффициенты корреляции r_{pq} и r_{Et} , которые заданы в интервале $-1 \leq r_{AB} \leq 1$ и определяются с помощью антикорреляторов $\langle \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} \rangle$ для операторов соответствующих пар динамических переменных (координата–импульс и энергия–время), а также основанные на этих характеристиках коэффициенты эффективности корреляции $G_{AB} = 1/\sqrt{1-r_{AB}^2}$, каждый из которых изменяется в интервале $1 \leq G_{AB} \leq \infty$ и наиболее наглядно демонстрирует преимущества использования ККС для оптимизации ядерных процессов при малой энергии частиц.

Использование соотношения (3) позволяет сравнительно просто оценить эффективность ККС при решении конкретных задач ядерной физики.

Используя следующее из (3) выражение для дисперсии импульса $(\delta p)^2 \geq G_{pq}^2 \hbar^2 / 4(\delta q)^2$, можно получить формулу для определения средней флуктуации кинетической энергии частицы массой M , локализованной в области размером $L \approx 2\delta q$:

$$\Delta T = \frac{(\delta p)^2}{2M} \geq \frac{G_{pq}^2 \hbar^2}{8M(\delta p)^2} \approx \frac{G_{pq}^2 \hbar^2}{2ML^2}. \quad (5)$$

Эта флуктуация при возрастании коэффициента G_{pq} может достигать очень больших значений, что является одним из необходимых условий обеспечения большой вероятности туннельного эффекта и реализации разных типов реакций. В работах [10–13] было показано, что при определенном режиме нестационарной деформации потенциальной ямы (в частности, при быстром изменении размера микротрещины в металлгидридах при их насыщении водородом или при модуляции параметров потенциальной ямы, в пределах которой находятся рассматриваемые протоны) реально достижимо значение $G_{pq} \approx (3 \dots 20) \cdot 10^3$.

Если принять в качестве примера размер области локализации частицы $L = (2 \dots 3) \text{ \AA}$, то из (5) получаем оценку для минимальной флуктуации кинетической энергии протона в такой системе $\Delta T_{r \neq 0}^{(min)} \approx 2 \dots 200 \text{ кэВ}$ при данном значении G_{pq} , что обосновывает возможность использования таких состояний для реализации ядерных реакций. Следует отметить, что реальная величина $\Delta T_{|r| \neq 0}$ может значительно превышать ее нижний предел $\Delta T_{|r| \neq 0}^{(min)}$. Отметим также, что в некоррелированном состоянии при тех же параметрах эта флуктуация не превышает $\Delta T_{r=0}^{(min)} \approx 10^{-3} \dots 10^{-4} \text{ эВ}$.

Важно отметить, что такие флуктуации кинетической энергии частицы — это не разовая случайная

реализация, а длительная периодическая последовательность флуктуаций, разделенных очень малыми промежутками времени (в зависимости от типа системы — от единиц пикосекунд до десятков микросекунд) [4–15]. Длительность такой последовательности ограничена только фазовой рассинхронизацией отдельных собственных функций, образующих когерентное коррелированное состояние. Этот вопрос и анализ влияния окружения на такую фазовую релаксацию рассмотрен в работе [10].

Очевидно, что при таком большом коэффициенте эффективности корреляции G_{pq} , которому соответствует генерация гигантских флуктуаций кинетической энергии частицы, резко возрастает вероятность туннельного эффекта $D(T)$. Простая оценка такого возрастания может быть сделана на основе приближенной формальной замены $\hbar \rightarrow \hbar^* \equiv G_{pq}\hbar$ в «стандартном» выражении для $D(T)$, которое определяет вероятность туннельного эффекта в той же системе в некоррелированном состоянии, что приводит к зависимости

$$D_{r \neq 0}(T) \approx \exp \left\{ -\frac{2\sqrt{1-r_{pq}^2}}{\hbar} \int_{L(E)+R}^R \sqrt{2M[V(q)-T]} dq \right\} = \{D_{r=0}(T)\}^{1/G_{pq}}. \quad (6)$$

Оценки на основе такой замены хорошо согласуются с результатами строгого квантовомеханического расчета при $D_{r=0}(T) \ll 1$ [4, 5, 9, 10, 13]. Из формулы (6) следует, что даже при очень малой начальной прозрачности потенциального барьера $D_{r=0}(T)$ в процессе формирования ККС с сопутствующим возрастанием $G_{pq} \gg 1$ происходит резкое увеличение вероятности $D_{r \neq 0}(T)$ до величин, близких к полной прозрачности этого барьера.

Небольшая модификация формулы для прозрачности барьера, которая сохраняет ту же тенденцию очень значительного увеличения этой прозрачности при формировании ККС, соответствует прохождению узкого гауссова волнового пакета сквозь модельный дельта-барьер и реальный кулоновский барьер [22, 23]. Для такого пакета также можно использовать аналогичный формальный вид правой части формулы (6), но с заменой $G_{pq} \rightarrow G_{pq}^{2/3}$. Физическая причина этой модификации обусловлена тем, что «базовая» формула (6) описывает туннельный эффект для случая плоской волны с фиксированным импульсом, а в случае узкого пакета прозрачность определяется набором волн, включающих

парциальные компоненты с разными (как большими, так и малыми) импульсами. Легко убедиться, что и в этом случае формирование ККС приводит к гигантскому увеличению прозрачности барьера. В частности, если при малой (тепловой) кинетической энергии частиц вероятность туннельного эффекта в зависимости от типа ядер лежит в интервале от $D_{r=0}(E) = 10^{-100}$ до 10^{-1000} , то при формировании коррелированного состояния с $G_{pq} \simeq (3 \dots 20) \cdot 10^3$ она возрастает соответственно до $D_{G_{pq}}(E) \approx 0.3-0.7$ и до $D_{G_{pq}}(E) \approx 10^{-5}-0.04$.

Очень важным является еще одно обстоятельство, не имеющее прецедента при рассмотрении «стандартных» условий реализации ядерных реакций для частиц с реальной (не виртуальной) энергией. Как будет показано ниже, даже очень большая флуктуация энергии $\Delta T_{|r| \neq 0}^{(min)}$, которой соответствует формальное очень резкое возрастание $D_{r \neq 0}(T)$, еще не решает комплексную проблему эффективного туннелирования сквозь потенциальный барьер с последующей реализацией энергетически выгодной ядерной реакции. Это связано с необходимостью выполнения другого обязательного условия реализации ядерных реакций за счет использования флуктуаций энергии — достаточно большой длительности δt существования этой флуктуации.

Один из очевидных (но, как показано ниже, нерелевантных) путей анализа этого условия относится к соотношению неопределенностей (4) для другой пары переменных — энергия–время. В частности, из соотношения (4) видно, что в специально организованном когерентном коррелированном состоянии квантовой системы при формально большом значении $G_{Et} \gg 1$ допустима (фактически детерминирована) возможность очень большой флуктуации энергии δE , которая при этом будет существовать достаточно длительное время $\delta t \geq G_{Et}\hbar/2\delta E$.

Это очень важное и, как будет показано ниже, решающее обстоятельство раньше фактически не учитывалось. Оно принципиально отличает эти состояния от «обычных» некоррелированных состояний с $G_{Et} = 1$, в которых формально также возможна сколь угодно большая флуктуация энергии, но она будет существовать исчезающе малое время $\delta t \sim 1/\delta E$, что делает невозможным ее использование для решения прикладных задач ядерной и атомной физики.

Поскольку коэффициенты r_{pq} и r_{Et} (и, соответственно, G_{pq} и G_{Et}) относятся к комбинациям разных переменных, априори считается, что они непосредственно не связаны между собой и должны вычисляться отдельно. Эта точка зрения ранее неодно-

кратно подчеркивалась во многих работах (например, [14, 15]) для предупреждения возможных недооценок.

Следует отметить, что оба соотношения (3) и (4) имеют очень важное значение для решения различных фундаментальных и прикладных задач ядерной физики. Это обосновывает необходимость их интерпретации и анализ методов их нахождения. При этом следует учесть одно очень важное обстоятельство.

Первый из этих коэффициентов (r_{pq}) может быть достаточно просто вычислен для разных физических систем при использовании хорошо известной методики [4–15, 18–24] с учетом явного вида стандартных самосопряженных операторов координаты и импульса.

Вычисление другого коэффициента (r_{Et}) затруднено из-за сложности и неоднозначности введения явного вида самосопряженного оператора времени \hat{t} . Проблема введения и интерпретации такого оператора неоднократно рассматривалась на протяжении всей истории квантовой механики и о ней вполне определенно говорил еще Паули [25], обсуждая вопрос о необоснованности введения несамосопряженного оператора времени. Существует несколько альтернативных выражений для этого оператора, включая такие варианты, как $\hat{t} = M(\hat{p}_q^{-1}q + q\hat{p}_q^{-1})/2$ [26, 27] (этот оператор рассматривался применительно к свободной частице, гармоническому осциллятору и частице в прямоугольной яме), $\hat{t} = (r\hat{p}_r + \hat{p}_r r)/2\hat{H}_r$ [26, 28] для случая трехмерного радиального движения, $\hat{t} = -i\hbar\partial/\partial E$ в энергетическом представлении для систем с непрерывным спектром, $\hat{t} = \hat{p}_q/F$ для случая движения частицы в однородном силовом поле с гамильтонианом $\hat{H} = \hat{p}_q^2/2M - F\hat{q}$,

$$\hat{t}_{relat} = i\hbar \left\{ \frac{\partial}{\partial E} + \frac{E}{c^2 p} \frac{\partial}{\partial p} + \frac{E}{2c^2 p^2} \right\}$$

в случае релятивистского движения частицы [29] и много других. Эти операторы не являются самосопряженными. При этом каждая из этих и подобных формализованных конструкций достаточно искусственная, основывается фактически на правиле размерности и требует очень серьезного обоснования для каждой конкретной задачи.

Исходя из таких неоднозначных обстоятельств, пока никто не вычислил коэффициент r_{Et} для какой-либо реальной физической системы, что не позволяет использовать фундаментальное соотношение (4) непосредственно для определения, например,

длительности δt существования конкретной флуктуации энергии δE в конкретном ККС. Однако без знания δt очень сложно провести полный расчет вероятности туннельного эффекта с последующей ядерной реакцией при использовании заданной величины δE в системе, находящейся в ККС. Это обстоятельство принципиально отличает ядерные реакции с использованием туннельного эффекта, стимулированного виртуальной энергией δE , от аналогичных процессов, стимулированных реальной энергией ускоренной частицы (даже при условии, что эти энергии равны между собой).

Такая ситуация существенно ограничивает практическое использование соотношений (1) и (4) и фактически сводит их роль к чисто эвристическим и философским категориям.

В связи с перечисленными проблемами, связанными с введением оператора времени и особенностями вычисления коэффициентов r_{Et} и G_{Et} , проведем альтернативную оценку длительности δt существования гигантской флуктуации энергии в когерентном коррелированном состоянии. Для этого используем очевидное соотношение $\delta q < v_{max}\delta t/2$, определяющее верхний предел для флуктуации координаты частицы за время δt , в котором величина $v_{max} = \sqrt{2mT_{max}}$ соответствует максимальной скорости (а T_{max} — максимальной кинетической энергии) нерелятивистской частицы при флуктуации ее кинетической энергии в данной системе. Введение коэффициента $1/2$ в формулу для δq обусловлено необходимостью выполнения условия возврата частицы в исходное положение $\langle q \rangle = 0$ после завершения флуктуации.

В качестве приемлемого значения для максимально допустимой кинетической энергии флуктуации частицы в когерентном коррелированном состоянии можно с хорошим запасом принять величину $T_{max} = K\Delta T$ при, например, $K \approx 10$. Здесь $\Delta T = (\delta p)^2/2M$ — средняя флуктуация кинетической энергии частицы.

Следует отметить, что такое большое значение возможного верхнего предела энергии флуктуаций только повышает достоверность последующей оценки длительности флуктуации (ограничивает ее максимальную величину).

Из приведенных соотношений для δq и T_{max} и при использовании следующего из формулы (3) неравенства $\delta q \geq G_{pq}\hbar/2\delta p$ приходим к простой оценке длительности флуктуации энергии ΔT :

$$\delta t > \frac{2\delta q}{v_{max}} \geq \frac{\hbar G_{pq}}{v_{max}\sqrt{(\delta p)^2}} = \frac{\hbar G_{pq}}{2\Delta T\sqrt{K}}. \quad (7)$$

Эта формула может быть использована для определения нижнего порога длительности флуктуации, а также для анализа особенностей протекания ядерных реакций с участием частиц, находящихся в коррелированном состоянии.

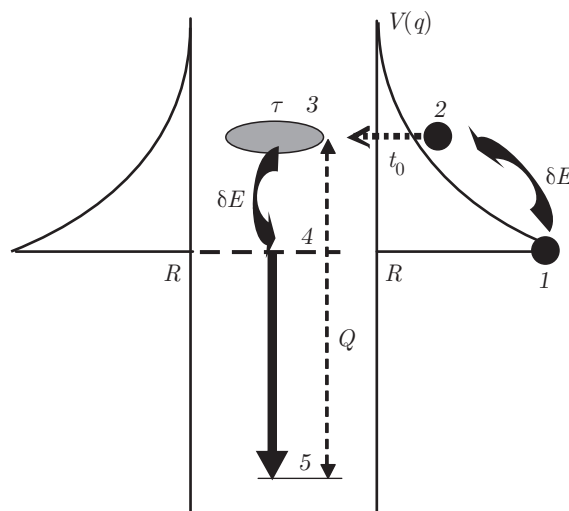
3. МЕХАНИЗМ ЕСТЕСТВЕННОЙ СЕЛЕКЦИИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ, СТИМУЛИРОВАННЫХ ВИРТУАЛЬНЫМИ ФЛУКТУАЦИЯМИ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ, НАХОДЯЩИХСЯ В ККС

Рассмотренные выше особенности когерентных коррелированных состояний в реальных физических системах (в первую очередь — наличие гигантских флуктуаций энергии) хорошо объясняют большую вероятность реализации ядерных реакций с участием заряженных частиц низкой энергии, которые невозможны с точки зрения «стандартного» формализма ядерного ускорительного синтеза.

Не менее важной является другая уникальная особенность реакций с участием таких частиц, наблюдаемая во всех удачных экспериментах — полный запрет на реализацию каналов ядерных реакций, ведущих к образованию долгоживущих (радиоактивных) дочерних ядер, а также сильное подавление сопутствующего ядерным реакциям гамма-излучения. Эти особенности в определенном смысле еще более парадоксальны, чем большая вероятность таких реакций. Действительно, если очень значительное возрастание вероятности реакций при низкой энергии можно пытаться объяснить гипотетической возможностью проявления таких специфических характеристик, как аномально сильное электронное экранирование поля ядра в металлах, существование гипотетических глубоких «дираковских» электронных состояний, аномалии структуры внутрикристаллических электрических полей и даже особенности кварковой структуры ядер, как это делалось многими авторами, то аномалии в протекании самих реакций и запрет на «радиоактивные» каналы реакции при малой энергии взаимодействующих частиц никак не могут быть объяснены такими экзотическими механизмами.

Однако эти особенности, как будет показано ниже, сразу становятся понятными и обоснованными, если считать, что такие реакции при малой энергии связаны с формированием ККС.

Допустим, что для обеспечения приемлемой прозрачности потенциального барьера с последующей ядерной реакцией необходимо, чтобы заряженная



Символическая схема рождения (1...2), существования (2...3) в течение времени $\delta t \geq \hbar/2\sqrt{1-r_{Et}^2}$ и исчезновения (3...4) флуктуации виртуальной кинетической энергии $\delta E = \Delta T$, необходимой для прохождения заряженной частицы сквозь кулоновский барьер в объем ядра за время t_0 и последующей кратковременной ядерной реакции длительностью τ с сопутствующим выделением энергии реакции $Q \geq \Delta T$ (3...4...5). Такая схема может быть реализована только при условии $t_{total} \equiv \tau + t_0 \leq \delta t$

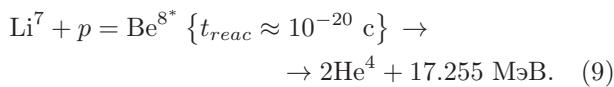
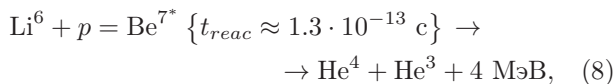
частица имела конкретную кинетическую энергию ΔT . Рассмотрим случай, когда источником этой энергии является флуктуация виртуальной кинетической энергии $\Delta T_{r \neq 0}$, время существования которой определяется выражением (7). Эта виртуальная энергия «существует» в данной системе и может оказывать определенное воздействие или определенным образом влиять на разные процессы только в течение этого интервала времени. Вследствие этого любая реакция, стимулированная флуктуацией $\Delta T_{r \neq 0}$, может быть реализована только в том случае, когда в течение этой реакции выделяется энергия реакции Q , величина которой не меньше, чем $\Delta T_{r \neq 0}$, а время «возврата» этой виртуальной энергии, затрачиваемой на стимуляцию реакции (т.е. фактически полная длительность t_{total} реакции с выделением энергии Q), не превышает величину δt (см. рисунок). За пределами этого интервала времени такие процессы с участием виртуальной энергии невозможны из-за нарушения закона сохранения энергии.

Применительно к любой ядерной реакции это соответствует тому, что суммарное время протекания реакции t_{total} (включающее длительность процесса туннелирования сквозь барьер t_0 и длительность жизни составного ядра τ с выделением энергии Q)

не должно превышать δt . К этому времени можно еще добавить время движения частицы к барьеру после формирования гигантской флуктуации энергии, но если формирование ККС происходит непосредственно возле барьера, то это требование отпадает.

Критичность этого требования легко оценить, если учесть, что большая вероятность туннельного эффекта, реализуемого за счет флуктуации энергии, может быть только при большой флуктуации этой энергии $\Delta T_{T \neq 0}$, которой обычно соответствует очень малое время ее существования δt . Это фундаментальное требование резко ограничивает круг возможных реакций и автоматически исключает те каналы реакций, в которых «возврат» энергии длится большое время, которым, в частности, соответствуют радиоактивные ядра.

Рассмотрим эту ситуацию более конкретно на примере двух хорошо исследованных реакций с участием протона и изотопов лития Li^6 и Li^7 :



Вначале рассмотрим общие закономерности реализации этих реакций при использовании «реальной» (не виртуальной) энергии движущихся частиц (в данном случае протонов). Сечение этих реакций $\sigma(E)$ (без учета электронного экранирования) можно вычислить с использованием стандартных формул:

$$\begin{aligned} \sigma(T) &= \sigma_0 D(T), \quad \sigma_0 = S(T)/T, \\ D(T) &= \exp \left\{ -\frac{2}{h} \int_R^{R+L(E)} \sqrt{2M[V(q)-T]} dq \right\} \approx \\ &\approx \exp \left\{ -31 Z_1 Z_2 \sqrt{\frac{A}{T [\text{кэВ}]} } \right\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь $D(T)$ — вероятность туннельного эффекта с участием двух частиц с зарядами $Z_1 e$ и $Z_2 e$, приведенной массой M и соответствующим массовым числом A ; $S(E)$ — астрофизический фактор, равный $S(E) \approx 80 \text{ кэВ} \cdot \text{бн}$ для реакции (Li^7, p) при $T \leq 50 \text{ кэВ}$ и $S(E) \approx 5.5 \text{ МэВ} \cdot \text{бн}$ для реакции (Li^6, p) при $T \leq 50 \text{ кэВ}$ [29, 30].

Вероятности туннельного эффекта (10) и соответствующие сечения обеих реакций при взаимодействии ускоренных протонов с разной энергией с изотопами лития без учета электронного экранирования представлены в таблице.

Из этих данных видно, что во всем интервале энергий (в том числе и при малой энергии $T \leq 100 \text{ эВ}$) сечение и вероятность туннельного эффекта для реакции (Li^6, p) на много порядков больше, чем для реакции (Li^7, p). Эти результаты, даже с учетом значительно большей концентрации в природном литии изотопа Li^7 (92.41%) по сравнению с Li^6 (7.59%), позволяют утверждать, что вероятность реакции (8) должна на много порядков превышать вероятность реакции (9), хотя вероятности обеих реакций при малой энергии будут очень малы.

Этот логический вывод прямо противоречит результатам прямых экспериментов, проведенных в геометрии пучок-мишень с природным Li в форме твердотельной мишени или пара при энергии протонов $T \approx 500 \text{ эВ}$ [1, 15] и при тепловой энергии $0.1 \dots 0.15 \text{ эВ}$ в металлгидриде [2]. В этих экспериментах вероятность реакции (9) оказывается не только несопоставимо больше очень малого расчетного значения, представленного в таблице, но и на много порядков превосходит вероятность альтернативной реакции (8), продукты которой (альфа-частицы с энергией 2.3 МэВ и 1.7 МэВ) вообще не регистрировались в этих экспериментах. Для сравнения следует указать, что в случае твердотельной мишени и пучка протонов (ток $i_p = 50 \text{ мкА}$) скорость регистрации альфа-частиц с энергией 8.6 МэВ соответствовала величине $J_0 \approx 157$ импульсов/с, а при использовании паров лития и существенно большего тока протонов она была равна величине $J_0 \approx 4 \cdot 10^4$ импульсов/с. Также следует отметить, что в обоих случаях процесс регистрации потока альфа-частиц с энергией 8.6 МэВ был квазистационарным с большой длительностью ($\Delta t \geq 100 \text{ с}$).

Аналогичный эффект подавления реакции (8) наблюдался и при существенно меньшей (тепловой) энергии в металлгидриде [2], что подтвердили результаты масс-спектрометрического анализа (они будут рассмотрены ниже).

Первый парадокс (несопоставимо большая по сравнению с данными таблицы вероятность реакции синтеза) легко объясняется, если предположить, что рассматриваемые реакции при низкой температуре системы и малой энергии протонов в ускоренном пучке реализуются за счет большой виртуальной энергии частиц, соответствующей гигантским флуктуациям при формировании ККС.

Таблица. Параметры туннельного эффекта для реакций протона с изотопами лития при разных энергиях

E	0.1 эВ	1 эВ	100 эВ	1 кэВ	10 кэВ	50 кэВ
D_{Li^6+p}	$3 \cdot 10^{-3735}$	$2 \cdot 10^{-1178}$	$1.6 \cdot 10^{-113}$	$2 \cdot 10^{-33}$	$8 \cdot 10^{-8}$	0.29
σ_{Li^6+p} , бн	$2.8 \cdot 10^{-3732}$	$1.7 \cdot 10^{-1176}$	$1.7 \cdot 10^{-113}$	$2.2 \cdot 10^{-34}$	$8.3 \cdot 10^{-10}$	$5.5 \cdot 10^{-4}$
D_{Li^7+p}	$1.3 \cdot 10^{-3776}$	$3.2 \cdot 10^{-1193}$	$4.8 \cdot 10^{-118}$	$2.7 \cdot 10^{-36}$	$1.8 \cdot 10^{-10}$	$7.2 \cdot 10^{-4}$
σ_{Li^7+p} , бн	$6.4 \cdot 10^{-3773}$	$1.6 \cdot 10^{-1190}$	$2.3 \cdot 10^{-117}$	$1.3 \cdot 10^{-36}$	$8.85 \cdot 10^{-11}$	$1.6 \cdot 10^{-7}$
D_{Li^6+p}/D_{Li^7+p}	$\sim 10^{41}$	10^{15}	30000	700	440	400

Второй парадокс (полное торможение реакции (Li^6, p) по сравнению с реакцией (Li^7, p), что прямо противоположно ожидаемой тенденции) также легко объясняется за счет корректной интерпретации механизма ККС, если учесть еще одно важное обстоятельство. Оно заключается в том, что при взаимодействии протонов с этими изотопами образуемые составные ядра Be^{8*} (9) и Be^{7*} (8) имеют существенно разное время жизни до последующего распада: $\tau_{Be^{7*}} \approx 1.3 \cdot 10^{-13}$ с, $\tau_{Be^{8*}} \approx 10^{-20}$ с. Это обстоятельство не влияет на вероятность протекания таких реакций при участии ускоренных частиц с большой реальной энергией, но оказывается решающим в случае реакций с участием частиц с достаточно большой виртуальной энергией, существующей малое время.

Исходя из такой постановки, легко убедиться в реальности реакции (Li^7, p) и невозможности реакции (Li^6, p) с участием медленных протонов за счет флуктуаций энергии, генерируемых в коррелированных состояниях.

В «обычном» (некоррелированном) состоянии вероятность туннельного эффекта для этих реакций при энергии протонов $T \approx 500$ эВ [1] и тем более при тепловой энергии 0.1...0.15 эВ [2] крайне мала и даже с учетом электронного экранирования поля ядра не превышает $D_{r=0} \leq 10^{-100} \dots 10^{-500}$.

Примем для оценки, что для существенного увеличения $D(T)$ и практической реализации этих реакций необходимо, чтобы протон имел кинетическую энергию не менее, чем $\Delta T \approx 30 \dots 50$ кэВ.

Вопрос о времени t_0 прохождения частицы сквозь такой потенциальный барьер требует отдельного обсуждения. В работах [31–36] показано, что в случае движения частицы массой M и кинетической энергией T сквозь прямоугольный барьер высотой V_0 и шириной a это время не зависит от ширины барьера (Hartman effect) и соответствует величине

$$t_0 \approx 2M/\hbar\kappa k \tag{11}$$

при условии $\kappa a \gg 1$. Здесь $\kappa = \sqrt{2M(V_0 - T)}/\hbar$, $k = \sqrt{2MT}/\hbar$.

Для кулоновского потенциального барьера $V(r) = Z_1Z_2e^2/r$ величину t_0 можно оценить при усреднении выражения (11), измененного с учетом замены

$$\kappa \rightarrow \kappa(r) = \sqrt{2M\{V(r) - \Delta T\}}/\hbar,$$

по размеру области подбарьерного движения частицы $L(E) - R = Z_1Z_2e^2/E - R$ в направлении ядра радиусом R .

В этом случае итоговое выражение для длительности туннелирования сквозь кулоновский потенциальный барьер $V(r) = Z_1Z_2e^2/r$ принимает вид

$$t_0 = \frac{1}{L(E) - R} \int_{L(E)}^R \frac{\hbar dr}{\Delta T \sqrt{V(r)/\Delta T - 1}} = \frac{\pi\hbar}{2\Delta T} \approx (3.3-2) \cdot 10^{-20} \text{ с.} \tag{12}$$

Используя эту величину, находим полное время протекания обеих рассматриваемых ядерных реакций при этой энергии:

$$(Li^6p) : t_{total} = \tau + t_0 \approx 1.3 \cdot 10^{-13} \text{ с,} \tag{13}$$

$$(Li^7p) : t_{total} = \tau + t_0 \approx (4.3-3) \cdot 10^{-20} \text{ с.} \tag{14}$$

В случае использования «стандартного» аналога соотношения неопределенностей Гейзенберга для некоррелированных состояний $\delta E \delta t \geq \hbar/2$ необходимая для реализации реакции флуктуация энергии $\Delta T_{r=0} \approx 30 \dots 50$ кэВ также может существовать, но ее длительность ограничена очень малым интервалом времени

$$\delta t_{r=0}^{(min)} \approx \hbar/2\Delta T_{r=0} \approx (1-0.6) \cdot 10^{-20} \text{ с.}$$

Из схем реакций (8) и (9) видно, что при такой величине $\delta t_{r=0}^{(min)}$ условие $t_{total} \leq \delta t_{r=0}^{(min)}$, необходимое для протекания обеих реакций, не выполняется и реакции невозможны!

Это обстоятельство объясняет запрет этой реакции за счет механизма «заимствования» на короткое время энергии флуктуаций $\Delta T_{r=0}$, длительность существования которой очень сильно ограничена в соответствии с соотношением неопределенностей Гейзенберга для некоррелированных состояний.

В когерентном коррелированном состоянии минимальная длительность существования той же по величине конкретной флуктуации энергии $\Delta T_{r \neq 0}$ может быть оценена, исходя из нижнего предела соотношения (7)

$$\delta t_{r \neq 0}^{(min)} \approx \hbar G_{pq} / 2\Delta T_{r \neq 0} \sqrt{K}, \quad K \approx 10. \quad (15)$$

Выше было показано, что при реальной нестационарной модуляции потенциальной ямы (в частности, при формировании микротрещин, где находятся рассматриваемые протоны, или при движении частицы в периодическом потенциале кристалла) достижимо значение $G_{pq} \simeq (3 \dots 20) \cdot 10^3$. Используя это значение коэффициента G_{pq} , находим, что при таких условиях флуктуация кинетической энергии $\Delta T_{r \neq 0} \approx 30 \dots 50$ кэВ может существовать:

$$\delta t_{r \neq 0}^{(min)} \approx (0.5-6) \cdot 10^{-17} \text{ с}. \quad (16)$$

Сравнивая эту величину $\delta t_{r \neq 0}^{(min)}$ с полной длительностью $t_{total} \approx (4.3-3) \cdot 10^{-20}$ с (14) реакции $\text{Li}^7 + p = 2\text{He}^4$ с участием тяжелого изотопа Li^7 , приходим к выводу, что $t_{total} \ll \delta t_{r \neq 0}^{(min)}$ (т.е. суммарное время протекания реакции оказывается намного меньше времени существования флуктуации энергии $\Delta T_{r=0} \approx 30 \dots 50$ кэВ, которая стимулирует эту реакцию). При этом условии протекание такой реакции хорошо согласуется с законом сохранения энергии и соответствующими соотношениями неопределенностей Шредингера – Робертсона.

В противовес этому, для реакции (8) с участием легкого изотопа Li^6 имеет место противоположное условие $t_{total} \approx 10^{-13}$ с $\gg \delta t_{r \neq 0}^{(min)}$ и такая реакция практически невозможна даже за счет формирования ККС с очень большим коэффициентом эффективности корреляции.

Эти результаты полностью совпадают с данными очень детальных экспериментов [2] по экспертизе установки А. Росси, проводимых в течение 32 суток в Лугано на основе нестационарного термостимулированного насыщения мелкодисперсного порошка никеля в присутствии лития в форме соединения

LiAlH_4 . В этих экспериментах в результате протекающих реакций (Li^7, p) наблюдалось очень значительное уменьшение концентрации более тяжелого изотопа лития и изменение соотношения этих изотопов от начальной величины в природном литии $\text{Li}^7/\text{Li}^6 = 91.4\%/8.6\% \approx 10.6$ до итоговой величины $\text{Li}^7/\text{Li}^6 = 7.9\%/92.1\% \approx 0.086$. Если принять, что указанная реакция синтеза происходит только с изотопом Li^7 , то его концентрация за время эксперимента (32 дня) уменьшилась более, чем в 100 раз при неизменной концентрации изотопа Li^6 .

Еще одним подтверждением высокой природной селективности ядерных реакций является генерация и регистрация [1] интенсивного квазимонохроматического потока альфа-частиц (ядер He^4) с энергией $E_{\text{He}^4} \approx 8.7$ МэВ, что соответствует реакции (14), и полное отсутствие выхода ядер He^3 и He^4 с энергиями 2.3 МэВ и 1.7 МэВ, которые соответствуют реакции (13).

Остальные, менее существенные, аномалии этих экспериментов также обосновываются с помощью ККС, образуемых при формировании, и нестационарной деформацией микротрещин, которые появляются в процессе насыщения металлгидридов водородом.

Аналогичным образом можно показать, что это же правило селекции запрещает реализацию ядерных реакций, стимулированных виртуальной энергией, в тех каналах любых реакций, которые характеризуются большой длительностью первого этапа ядерных превращений после образования исходного составного (compound) ядра, превышающей $\delta t_{r \neq 0}$. Очевидно, что реакции, проходящие на первом этапе через стадию формирования долгоживущих радиоактивных изотопов, в полной мере подпадают под такой запрет. Этот вывод обосновывает отсутствие (или, как минимум, очень сильное ослабление) радиоактивных дочерних изотопов в таких экспериментах.

Очень важным является то обстоятельство, что рассматриваемый механизм необходимой синхронизации больших флуктуаций энергии и времени существования этих флуктуаций позволяет понять, почему в реакциях, реализуемых при низкой энергии, оказывается сильно подавленным гамма-излучение. Причина такого эффекта связана с тем, что все без исключения гамма-переходы в ядрах (в том числе и самые короткоживущие дипольные электрические и магнитные радиационные гамма-переходы типа E1 или M1 с большой энергией) характеризуются средним временем жизни $\tau \geq 10^{-13} \dots 10^{-15}$ с, существенно превышающим

длительность существования больших флуктуаций энергии для когерентных коррелированных состояний $\delta t_{r \neq 0}$. Исходя из дифференциальной формы закона спонтанного распада ансамбля из $N(t)$ возбужденных ядер,

$$dN = -AN(t) dt, \quad (17)$$

где $A = 1/\tau$ — вероятность спонтанного гамма-распада (коэффициент Эйнштейна), находим, что относительная доля составных ядер, которые распадаются в течение времени $\delta t_{r \neq 0}$, при таком соотношении параметров очень мала и равна $\Delta N/N|_{t \ll \tau} \approx \delta t_{r \neq 0}/\tau \ll 1$.

Эта доля соответствует вероятности реализации тех каналов ядерных реакций,

— которые протекают при участии частиц с очень большой флуктуацией виртуальной энергии δT ;

— в которых первый этап каскада преобразования составных ядер связан с гамма-распадом, реализуемым с малой вероятностью $\delta t_{r \neq 0}/\tau \ll 1$ за время $\delta t_{r \neq 0}$ существования флуктуации;

— которые удовлетворяют всем «стандартным» законам сохранения и соответствующим правилам отбора и эффективно реализуются в аналогичных ядрах с участием аналогичных частиц с большой «реальной» энергией.

Таким образом, большое различие среднего времени жизни τ возбужденного составного ядра на первом этапе ядерной реакции и длительности $\delta t_{r \neq 0}$ существования большой флуктуации энергии частицы в коррелированном состоянии приводит к подавлению вероятности гамма-излучения в $\tau/\delta t_{r \neq 0} \gg 1$ раз. Разумеется, если этот первый этап будет связан с другими типами ядерных преобразований (как, например, рассмотренный выше процесс очень быстрого деления ядер в реакции $\text{Li}^7 + p \rightarrow 2\text{He}^4$), то последующие каскады могут быть более медленными и осуществляться, в том числе, за счет генерации гамма-квантов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные особенности формирования когерентных коррелированных состояний заряженных частиц с малой энергией и уникальные характеристики таких состояний демонстрируют высокую эффективность их использования для реализации ядерных реакций в условиях, кардинально отличающихся от сверхкритических требований традиционного ядерного синтеза.

Эта же концепция использования ККС для очень значительного увеличения вероятности ядерных реакций с участием заряженных частиц низкой энергии позволяет объяснить и количественно обосновать ряд парадоксов, которые наблюдаются в экспериментах с такими частицами и которые отсутствуют в аналогичных реакциях при участии реально ускоренных частиц или при высокой (термоядерной) температуре. Среди этих парадоксов наиболее существенными являются а) уникально большая вероятность таких реакций при малой средней энергии частиц; б) запрет на реализацию тех каналов ядерных реакций, которые ведут к образованию радиоактивных дочерних изотопов; в) очень сильное (на много порядков) ослабление гамма-излучения, сопутствующего наблюдаемым реакциям, по сравнению с реакциями между теми же изотопами, протекающими при использовании реально ускоренных частиц.

Показано, что эти парадоксы прямо связаны с соотношением неопределенностей для коррелированных состояний и обусловлены невозможностью выполнения дополнительного условия реализации ядерной реакции за счет флуктуации энергии заряженных частиц: длительность существования очень большой флуктуации энергии должна превышать полную длительность экзотергичной ядерной реакции (в многоэтапной реакции — длительность первого этапа после образования составного ядра), иницируемой этой флуктуацией.

В «обычных» некоррелированных состояниях это условие заведомо не выполняется! Оно также не выполняется в ядерных процессах с большим временем жизни возникающего составного ядра (т. е. дочернего радиоактивного ядра) или в таких составных ядрах, в которых распад начинается с гамма-излучения.

Полученные теоретические результаты хорошо согласуются с данными рассмотренных выше независимых успешных экспериментов, проводимых для реализации ядерного синтеза с участием медленных протонов и разных изотопов лития. Более того, эти же особенности (большая вероятность, отсутствие радиоактивности и подавление сопутствующего гамма-излучения) наблюдаются во всех без исключения успешных экспериментах с участием любых заряженных частиц низкой энергии.

Эти обстоятельства позволяют прогнозировать возможность реализации принципиально новых типов экологически чистых и безопасных ядерных энергетических систем, не производящих радиоактивные отходы, наличие которых является одной из

главных трудноразрешимых проблем современной ядерной энергетики. В таких системах в качестве топлива могут быть использованы распространенные и недорогие стабильные изотопы многих элементов.

В заключение следует отметить, что использование ККС позволяет, оставаясь в рамках общего методологического подхода, единым образом описывать, вычислять и прогнозировать основные особенности ядерных реакций при низкой энергии взаимодействующих частиц. Такой анализ в полной мере применим к ядерным процессам, протекающим как в «стандартных» для таких экспериментов средах (газ, металлгидриды, плазма низкого давления, жидкость, кристаллы), так и в более экзотических объектах и системах (в биологических макромолекулах и их нестационарных ансамблях [37,38], в жидкости при наличии кавитационных явлений [39], в системах мессбауэровской спектроскопии [40], в астрофизике в процессе комбинированного гравитационно-кулоновского коллапса [41] и даже под действием импульсного магнитного поля грозового разряда с участием природной примеси дейтерия в атмосфере и с последующей генерацией и регистрацией нейтронов [15, 42, 43]).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Lipinski and H. Lipinski, Hydrogen–Lithium Fusion Device, Int. patent WO 2014/189799 A9 (Priority date 22.05.2013).
2. G. Levi, E. Foschi, B. Höistad, R. Pettersson, L. Tegnér, and H. Essén, *Observation of Abundant Heat Production from a Reactor Device and of Isotopic Changes in the Fuel*, Official Expertise in Lugano (2014); <http://www.sifferkoll.se/sifferkoll/wp-content/uploads/2014/10/LuganoReportSubmit.pdf>.
3. R. Mills, *Brilliant Light Power*, Inc. (BLP); <http://brilliantlightpower.com>.
4. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, ЖТФ **80**, 23 (2010).
5. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, С. В. Адаменко, ЖЭТФ **141**, 276 (2012).
6. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **142**, 627 (2012).
7. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, М. В. Высоцкий, Поверхность. Рентген., синхротрон. и нейтрон. исслед. № 4, 88 (2012).
8. V. I. Vysotskii and M. V. Vysotskyu, Eur. Phys. J. A **49**, 99 (2013).
9. V. I. Vysotskii, S. V. Adamenko, and M. V. Vysotskyu, Ann. Nucl. Energy **62**, 618 (2013).
10. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **145**, 615 (2014).
11. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **148**, 643 (2015).
12. V. I. Vysotskii and M. V. Vysotskyu, Current Sci. **108**, 524 (2015).
13. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **147**, 279 (2015).
14. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **152**, 234 (2017).
15. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, С. Барталуччи, ЖЭТФ **154**, 560 (2018).
16. E. Schrödinger, Ber. Kgl. Akad. Wiss. Berlin **S24**, 296 (1930).
17. H. P. Robertson, Phys. Rev. A **35**, 667 (1930).
18. V. V. Dodonov and A. V. Dodonov, Phys. Scripta **90**, 074049 (2015).
19. V. V. Dodonov, E. V. Kurmyshev, and V. I. Manko, Phys. Lett. A **79**, 150 (1980).
20. В. В. Додонов, В. И. Манько, Труды ФИАН **183**, 71 (1987).
21. В. В. Додонов, А. Б. Климов, В. И. Манько, Труды ФИАН **200**, 56 (1991).
22. V. V. Dodonov, A. B. Klimov, and V. I. Man'ko, Phys. Lett. A **220**, 41 (1996).
23. V. V. Dodonov and A. V. Dodonov, J. Russ. Laser Res. **35**, 39 (2014).
24. A. V. Dodonov and V. V. Dodonov, Phys. Lett. A **378**, 1071 (2014).
25. W. Pauli, in *Handbuch der Physik*, Vol. 5/1, ed. by S. Fluegge, Berlin (1926), p. 60.
26. Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. **122**, 1649 (1961).
27. M. Razavy, Amer. J. Phys. **35**, 955 (1967).
28. R. Arshansky and L. P. Horwitz, Found. Phys. **15**, 701 (1985).
29. C. Rolfs and R. W. Kavanagh, Nucl. Phys. A **455**, 179 (1986).
30. G. Calvi, S. Cherubini, M. Lattuada et al., Nucl. Phys. A **621**, 139 (1997).

31. E. H. Haug and J. A. Stovneng, *Rev. Mod. Phys.* **61**, 917 (1989).
32. V. S. Olkhovsky and E. Recami, *Phys. Rep.* **214**(6), 339 (1992).
33. E. Recami, *J. Mod. Opt.* **51**, 913 (2004).
34. V. S. Olkhovsky, E. Recami, and G. Salesi, *Europhys. Lett.* **57**, 879 (2002).
35. V. A. Olkhovsky, E. Recami, and J. Jakiel, *Phys. Rep.* **398**(3), 133 (2004).
36. В. С. Ольховский, *УФН* **181**, 859 (2011).
37. V. I. Vysotskii and A. A. Kornilova, *Ann. Nucl. Energy* **62**, 626 (2013).
38. V. I. Vysotskii and A. A. Kornilova, *Current Sci.* **108**, 636 (2015).
39. А. А. Корнилова, В. И. Высоцкий, Н. Н. Сысоев и др., *Поверхность. Рентген., синхротрон. и нейтрон. исслед.* № 12, 53 (2010).
40. V. I. Vysotskii, V. P. Bugrov, A. A. Kornilova, R. N. Kuzmin, and S. I. Reymann, *Hyperfine Interact.* **107**, 277 (1997).
41. S. V. Adamenko and V. I. Vysotskii, *Foundation Phys. Lett.* **19**(1), 21 (2006).
42. A. V. Gurevich, V. P. Antonova, A. P. Chubenko, A. N. Karashtin, G. G. Mitko, M. O. Ptitsyn, V. A. Ryabov, A. L. Shepetov, Yu. V. Shlyugaev, L. I. Vildanova, and K. P. Zybin, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 125001 (2012).
43. Б. Ж. Залиханов, *ЭЧАЯ* **47**(1), 193 (2016).