

СЛАБЫЙ ФЕРРОМАГНЕТИЗМ ВДОЛЬ ОСИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА И БАЗИСНАЯ АНИЗОТРОПИЯ, ВЫЗВАННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ ДЗЯЛОШИНСКОГО – МОРИЯ И КУБИЧЕСКИМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ КРИСТАЛЛОВ FeVO_3

*С. Г. Овчинников**, *В. В. Руденко***, *А. М. Воротынов****

*Институт физики им. Л. В. Киренского Сибирского отделения Российской академии наук
660036, Красноярск, Россия*

Поступила в редакцию 3 июля 2018 г.,
после переработки 6 сентября 2018 г.
Принята к публикации 13 сентября 2018 г.

На основе спинового гамильтониана и с учетом кубического инварианта кристаллического поля и взаимодействия Дзялошинского – Мория слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка и базисная анизотропия кристаллов бората железа FeVO_3 рассчитаны во втором порядке теории возмущения.

DOI: 10.1134/S0044451019030131

1. ВВЕДЕНИЕ

Кристаллы бората железа были синтезированы довольно давно и хорошо изучены, но все же привлекают пристальное внимание исследователей как подходящие объекты для разработки различных моделей, связанных с магнетизмом [1]. Эти кристаллы имеют относительно простую решетку, высокую температуру Нееля, узкие линии антиферромагнитного резонанса [2] и ряд изоструктурных диамагнитных аналогов. Так (на кристаллах бората железа), Дмитриенко с соавторами в 2014 г. впервые определил знак и величину векторных компонент взаимодействия Дзялошинского – Мория [1]. Отметим, что работа [1] была подтверждена и использована в нашей работе, что следует из данных расчета и эксперимента по гексагональной анизотропии (разд. 4). В настоящей работе учитывается знак базисной гексагональной анизотропии FeVO_3 и рассчитывается слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка кристаллов FeVO_3 , обусловленный влиянием кубического электрического поля и взаимо-

действием Дзялошинского – Мория. Расчеты были выполнены во втором порядке теории возмущений. Вычисленные матричные элементы, используемые в разд. 3, представлены в Приложении. Отметим, что свободная энергия рассматривалась ранее в работе [3], но в менее правильной, с точки зрения ее записи, форме, чем в настоящей работе, хотя и дает тот же результат. Для обменного члена использовалось приближение молекулярного поля. Количественная оценка полученных выражений для базисной гексагональной анизотропии и слабого ферромагнитного момента вдоль оси третьего порядка была сделана с использованием данных электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) на изоструктурных боратах железа кристаллах $\text{MVO}_3 + \text{Fe}^{3+}$ ($\text{M} = \text{Ga}, \text{In}, \text{Sc}, \text{Lu}$) (см. разд. 4). Основные результаты этой работы представлены в разд. 5.

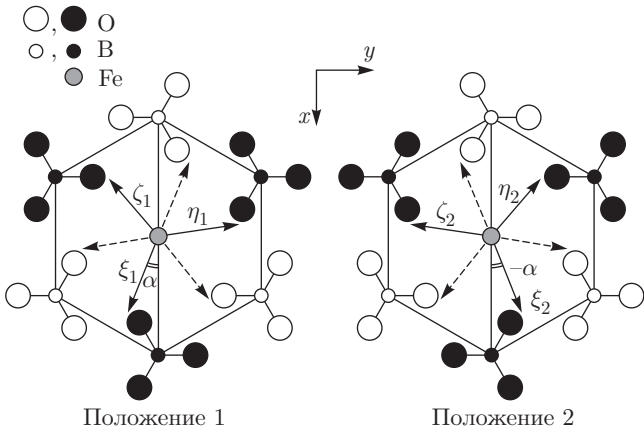
2. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЭНЕРГИИ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ И СЛАБОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ВДОЛЬ ОСИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА КРИСТАЛЛОВ FeVO_3

Магнитные свойства кристаллов бората железа описываются свободной энергией [4]

* E-mail: sgo@iph.krasn.ru

** E-mail: rvv@iph.krasn.ru

*** E-mail: sasa@iph.krasn.ru



Эффективные положения ионов BO_3^{3-} и кубических осей электрического поля для двух неэквивалентных положений иона M в решетке $M\text{BO}_3$ ($M = \text{Fe, Ga, In, Lu, Sc}$) [5]

$$\Phi = M \left[\frac{1}{2} B M^2 + \frac{1}{2} a \cos^2 \theta + d_{DM} (L_x M_y - L_y M_x) + q \sin^3 \theta \cos \theta \cos 3\varphi + t M_z \sin^3 \theta \sin 3\varphi \right]; \quad (1)$$

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2}{M}, \quad \mathbf{L} = \frac{\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2}{M},$$

$$M = 2|\mathbf{M}_1| = 2|\mathbf{M}_2| = N g \beta s B_{5/2}(x),$$

$\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2$ — намагниченности подрешеток, N — число Авогадро, g — фактор спектроскопического расщепления, β — магнетон Бора, S — спин иона железа, равный $5/2$, и $B_{5/2}(x)$ — функция Бриллюэна. Все константы в выражении (1) имеют размерность магнитного поля. Несмотря на относительно простую кристаллическую структуру FeBO_3 (структура кальцита), поведение магнитной системы при вращении антиферромагнитного вектора \mathbf{L} в плоскости (111) относительно последних двух членов в (1) довольно сложное [3,4]. Такое сложное поведение (которое можно видеть, в частности, на рисунке, показывающем распределение осей кубического кристалла), полученное из спектров электронного парамагнитного резонанса (ЭПР) в кристаллах $\text{ScBO}_3 + \text{Fe}^{3+}$ [5] и $\text{CaCO}_3 + \text{Mn}^{2+}$ [6], изоструктурных борату железа, характерно для эффективной базисной анизотропии, а также для вектора ферромагнетизма \mathbf{M} вдоль оси третьего порядка кристалла FeBO_3 .

Первый член в уравнении (1) характеризует энергию изотропного обмена в кристалле; второй — одноосную анизотропию; третий — взаимодействие Дзялошинского, приводящее к возникновению слабого ферромагнетизма в базисной плоскости (111);

последние два члена — энергия анизотропии в плоскости (111); θ и φ представляют собой полярный и азимутальный углы вектора \mathbf{L} , отсчитываемого соответственно от оси третьего порядка (z) и от плоскости симметрии кристалла (оси x) (см. рисунок). Феноменологические выражения для эффективной базисной анизотропии и слабого ферромагнитного момента вдоль оси третьего порядка получены путем минимизации свободной энергии (1) по θ и M_z и имеют вид [3,7]

$$E_q \sin^6 \theta \cos 6\varphi = - \frac{(qM)^2}{4M(a + d_{DM}^2/B)} \sin^6 \theta \cos 6\varphi, \quad (2)$$

$$M_z = - \frac{tM}{B} \sin^3 \theta \sin 3\varphi.$$

3. РАСЧЕТ ЭНЕРГИИ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ И СЛАБОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ВДОЛЬ ОСИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА КРИСТАЛЛОВ FeBO_3 НА ОСНОВЕ СПИНОВОГО ГАМИЛЬТониАНА, УЧИТЫВАЮЩЕГО ВЛИЯНИЕ КУБИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЗЯЛОШИНСКОГО – МОРИЯ

Спиновый гамильтониан с учетом двух неэквивалентных положений ионов Fe^{3+} и взаимодействия Дзялошинского – Мория имеет вид [3,8]

$$\hat{H} = g\beta \mathbf{H}_j^{eff} \mathbf{s}_j + \frac{1}{3} D_{cf} O_{2j}^0 + \frac{F_{cf}}{180} O_{4j}^0 - \frac{a_{cf}}{180} \times$$

$$\times \left[O_{4j}^0 - 20\sqrt{2} \left(O_{4j}^3 \cos 3\alpha_{cfj} - \tilde{O}_{4j}^3 \sin 3\alpha_{cfj} \right) \right] +$$

$$+ d_{DM} (s_{x1} s_{y2} - s_{y1} s_{x2}). \quad (3)$$

Здесь первый член (энергия обменного взаимодействия) в уравнении (3) записан в приближении молекулярного поля, \mathbf{s} — оператор спина иона, O_n^m являются эквивалентными операторами спинов, форма и матричные элементы которых приведены, например, в работах [9,10]; α_{cfj} является углом между проекциями оси кубического кристаллического поля на плоскость (111) и плоскостью симметрии кристалла в положении j (рисунок, см. более подробное описание в работах [7,8]). Второй, третий и четвертый члены (для постоянной Гамильтониана a_{cf}) описывают взаимодействия аксиальной и кубической симметрии. Последний член описывает взаимодействие Дзялошинского – Мория.

Запишем обменный член в (3) в нулевом приближении теории возмущений, взяв направление, определяемое углами θ_j и φ_j , отсчитываемое от оси третьего порядка и в плоскости симметрии кристалла, соответственно, как ось квантования. Гамильтониан во вращающейся системе координат можно записать в виде [10] с выражениями, ответственными за взаимодействие Дзялошинского – Мориа [11]:

$$\begin{aligned} \hat{H} = & g\beta H_j^{eff} s_{zj} + \sum_{m=0}^2 a_{2j}^m O_{2j}^m + \sum_{m=0}^4 a_{4j}^m O_{4j}^m + \\ & + \sum_{m=1}^4 \tilde{a}_{4j}^m \tilde{O}_{4j}^m + d_{DM} [(s_{x1} s_{x2} \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \\ & + s_{y1} s_{y2} + s_{z1} s_{z2} \sin \theta_1 \sin \theta_2) \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + \\ & + (s_{x1} s_{z2} \cos \theta_1 \sin \theta_2 + s_{z1} s_{x2} \sin \theta_1 \cos \theta_2) \times \\ & \times \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + \\ & + (s_{x1} s_{y2} \cos \theta_1 - s_{y1} s_{x2} \cos \theta_2) \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \\ & + (s_{z1} s_{y2} \sin \theta_1 - s_{y1} s_{z2} \sin \theta_2) \cos(\varphi_2 - \varphi_1)]. \quad (4) \end{aligned}$$

Здесь знаки вращающейся системы координат опущены для простоты, а $\varphi_2 - \varphi_1 \approx 180^\circ$ – разность между ориентациями подрешеток $j = 1$ и $j = 2$. Учтеть слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка и базисную анизотропию во втором приближении теории возмущений можно с помощью выражений $\tilde{a}_{4j}^1 \tilde{O}_{4j}^1$, где

$$\tilde{a}_{4j}^1 = -a_{cf} \left(\sqrt{2}/12 \right) \sin^2 \theta_j \cos \theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j)$$

плюс последний член в (4):

$$|d_{DM}| (s_{z1} s_{y2} \sin \theta_1 - s_{y1} s_{z2} \sin \theta_2);$$

в формулах (1)–(4) значение d_{DM} для FeVO_3 отрицательно [1].

Выражение для энергии во втором порядке теории возмущений было приведено, например, в работе [12]:

$$W'' = \sum_{m'_1, m'_2} \frac{\langle m_1, m_2 | \hat{H}'' | m'_1, m'_2 \rangle \langle m'_1, m'_2 | \hat{H}'' | m_1, m_2 \rangle}{W_{m_1, m_2}^0 - W_{m'_1, m'_2}^0},$$

где \hat{H}'' – оператор возмущений, $|m_1, m_2\rangle$ и $|m'_1, m'_2\rangle$ – волновые функции ионов 1 и 2 соответственно в основном и возбужденном состояниях; m_1, m_2 и m'_1, m'_2 имеют смысл соответствующих магнитных квантовых чисел; и знаменатель – это разность между энергией основного и возбужденного состояний в нулевом приближении. Вычисленные матричные элементы, в которых константы \tilde{a}_{4j}^1 и

тригонометрические функции в последнем члене уравнения (4) были опущены для простоты, представлены в Приложении. Уровни энергии в нулевом и втором приближениях теории возмущений в отношении приведенных выше выражений имеют вид

$$\begin{aligned} W_{j, \pm 1/2} = & \pm \frac{1}{2} g\beta H_j^{eff} - s\sqrt{2} \frac{|d_{DM}| a_{cf}}{g\beta H_j^{eff}} \times \\ & \times \sin^3 \theta_j \cos \theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j), \\ W_{j, \pm 3/2} = & \pm \frac{3}{2} g\beta H_j^{eff} + 9s\sqrt{2} \frac{|d_{DM}| a_{cf}}{2g\beta H_j^{eff}} \times \\ & \times \sin^3 \theta_j \cos \theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j), \\ W_{j, \pm 5/2} = & \pm \frac{5}{2} g\beta H_j^{eff} - s^2 \sqrt{2} \frac{|d_{DM}| a_{cf}}{g\beta H_j^{eff}} \times \\ & \times \sin^3 \theta_j \cos \theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j). \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь, не теряя общности с конечным результатом (в приближении сильного обменного поля), мы предположили $\sin \theta_1 = \sin \theta_2 = \sin \theta_j$ (см. последнее слагаемое в (4)). В выражении (5) $|d_{DM}| = g\beta |H_{DM}/m|$, где $|d_{DM}|$ и $|m|$ – соответственно абсолютные значения поля Дзялошинского – Мориа и магнитного квантового числа. Окончательные выражения для энергетических уровней принимают вид

$$\begin{aligned} W_{j, \pm 1/2} = & \pm \frac{1}{2} g\beta H_j^{eff} - 2s\sqrt{2} a_{cf} \frac{|H_{DM}|}{H_j^{eff}} \times \\ & \times \sin^3 \theta_j \cos \theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j), \\ W_{j, \pm 3/2} = & \pm \frac{3}{2} g\beta H_j^{eff} + 3s\sqrt{2} a_{cf} \frac{|H_{DM}|}{H_j^{eff}} \times \\ & \times \sin^3 \theta_j \cos \theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j), \\ W_{j, \pm 5/2} = & \pm \frac{5}{2} g\beta H_j^{eff} - s\sqrt{2} a_{cf} \frac{|H_{DM}|}{H_j^{eff}} \times \\ & \times \sin^3 \theta_j \cos \theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j). \end{aligned} \quad (6)$$

При произвольных температурах вклад в слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка и константы базисной анизотропии будет определяться из свободной энергии кристалла

$$F = -\frac{NkT}{2} \sum_j \ln Z_j, \quad Z_j = \sum_{m_j} \exp \left(-\frac{W_{jm_j}}{kT} \right)$$

– сумма состояний j -го иона.

Разложим экспоненциальную функцию в выражении для свободной энергии кристалла в ряд по показателям $(c(m_j) a_j(\theta_j, \varphi_j, \alpha_j))/kT$. Ограничивая рассмотрение членом линейного разложения, получим

$$F = -\frac{NkT}{2} \sum_j \ln \sum_{m_j} \exp\left(-\frac{g\beta H_j^{eff} m_j}{kT}\right) \times$$

$$\times \left(1 - \frac{c_j(m_j) a_j(\theta_j, \varphi_j, \alpha_j)}{kT}\right), \quad (7)$$

$$a_j(\theta_j, \varphi_j, \alpha_j) = s\sqrt{2} a_{cf} \frac{|H_{DM}|}{H_j^{eff}} \times$$

$$\times \sin^3 \theta_j \cos \theta_j \sin 3(\varphi_j + \alpha_j),$$

$c_j(m_j)$ имеют величины, полученные из уравнений (6) и (7). Проведя обозначения $Y_j = \exp(-g\beta H_j^{eff}/kT)$ и суммируя по m_j , мы перепишем выражение для F в виде

$$F = -\frac{NkT}{2} \sum_j \ln \left\{ \left(Y_j^{1/2} + Y_j^{-1/2} \right) \left(1 - \frac{2a_j}{kT} \right) + \right.$$

$$+ \left(Y_j^{3/2} + Y_j^{-3/2} \right) \left(\frac{1+3a_j}{kT} \right) +$$

$$\left. + \left(Y_j^{5/2} + Y_j^{-5/2} \right) \left(\frac{1-a_j}{kT} \right) \right\} =$$

$$= -\frac{NkT}{2} \sum_j \ln \left(z_{0j} - \frac{a_j}{kT} z_{2j} \right) =$$

$$= -\frac{NkT}{2} \sum_j \left\{ \ln z_{0j} + \ln \left(1 - \frac{a_j}{kT} \frac{z_{2j}}{z_{0j}} \right) \right\},$$

где

$$z_{0j} = \frac{Y_j^5 + Y_j^4 + Y_j^3 + Y_j^2 + Y_j + 1}{Y_j^{5/2}},$$

$$z_{2j} = \frac{-Y_j^5 + 3Y_j^4 - 2Y_j^3 - 2Y_j^2 + 3Y_j - 1}{Y_j^{5/2}}.$$

Разлагая функцию $\ln[1 - (a_j/kT)(z_{2j}/z_{0j})]$ в ряд по малому параметру $(a_j/kT)(z_{2j}/z_{0j})$ и ограничи-

ваясь рассмотрением только линейного члена, получим

$$F = \frac{N}{2} \sum_j \left(a_j \frac{z_{2j}}{z_{0j}} \right). \quad (8)$$

Разлагая синусоидальные функции a_j в уравнениях (6) и (7), вводя азимутальные углы $\varphi + \alpha$ и $\varphi + \pi - \alpha$ для вектора антиферромагнетизма аналогично [13] и суммируя по j , мы приходим к выражению

$$F = \frac{N}{2} \sqrt{2} a_{cf} \frac{|H_{DM}|}{H^{eff}} r(Y) \sin^3 \theta [(\cos \theta_1 - \cos \theta_2) \times$$

$$\times \sin 3\alpha \cos 3\varphi + (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) \cos 3\alpha \sin 3\varphi]. \quad (9)$$

В (9), согласно определению, $\cos \theta_1 - \cos \theta_2 = 2 \cos \theta$, $\cos \theta_1 + \cos \theta_2 = 2m_z$. Запишем выражение для констант гексагональной анизотропии, которое следует из уравнений (1) и (9) в соответствии с одноионным вкладом [4]:

$$q_{cfDM} = N \sqrt{2} a_{cf} r(Y) \left\{ \frac{|H_{DM}|}{H^{eff}} \sin 3\alpha - \frac{1}{3} \cos 3\alpha \right\},$$

$$r(Y) = \frac{5}{2} \frac{z_2}{z_0} =$$

$$= \frac{5}{2} \frac{-Y^5 + 3Y^4 - 2Y^3 - 2Y^2 + 3Y - 1}{Y^5 + Y^4 + Y^3 + Y^2 + Y + 1}. \quad (10)$$

Эта функция была введена Вольфом при расчете одноионной магнитной анизотропии кубических кристаллов [14]. В уравнении (10) a_{cf} выражается в единицах энергии.

Эффективное поле измеренной гексагональной анизотропии, которое следует из (2), (9) и (10), имеет вид

$$H_{qcfDM} \sin^6 \theta \cos 6\varphi = -\frac{a_{cf}^2 [r(Y)/s]^2 \left\{ \left[\frac{|H_{DM}|}{H^{eff}} \sin 3\alpha - (1/3) \cos 3\alpha \right]^2 \right\}}{2 \{H_A(0) + [H_{DM}^2(0)]/H_E(0)\} B_{5/2}^3(x)} \sin^6 \theta \cos 6\varphi. \quad (11)$$

Заметим, что в уравнении (11) отношение между эффективными полями H_{DM}/H^{eff} , умноженное на $M = Ng\beta B_{5/2}(x)$ равно слабому ферромагнитному моменту [4]. Приравнявая энергию m_z в (1) к (9), получим

$$t = N \frac{\sqrt{2} a_{cf} |H_{DM}|}{H^{eff}} r(Y) \cos 3\alpha,$$

и затем определим в соответствии с (2)

$$m_z \sin^3 \theta \sin 3\varphi =$$

$$= -N \frac{\sqrt{2} a_{cf} |H_{DM}|}{BH^{eff}} r(Y) \cos 3\alpha \sin^3 \theta \sin 3\varphi.$$

На основании этого выражения находим измеренный магнитный момент вдоль оси третьего порядка на моль кристаллического вещества FeVO_3 :

$$\sigma_z(T) = m_z M = -\sqrt{2} Ng\beta s B_{5/2}(x) \frac{a_{cf} |H_{DM}|}{2(H^{eff})^2} \times$$

$$\times \frac{r(Y)}{s B_{5/2}(x)} \cos 3\alpha \sin^3 \theta \sin 3\varphi. \quad (12)$$

Здесь a_{cf} выражается в единицах поля (Э).

**4. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА
БАЗИСНОЙ АНИЗОТРОПИИ И СЛАБОГО
ФЕРРОМАГНИТНОГО МОМЕНТА ВДОЛЬ
ОСИ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА КРИСТАЛЛОВ
FeVO₃, ВЫЗВАННОЙ КУБИЧЕСКИМ
ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ И
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ
ДЗЯЛОШИНСКОГО – МОРИЯ**

Теоретические оценки значений анизотропных взаимодействий в FeVO₃ (на основе одноионной модели) были выполнены с помощью экспериментально определенных (методом электронного парамагнитного резонанса ЭПР) констант спинового гамильтониана для изоструктурных борату железа кристаллов MVO₃ + Fe³⁺ (M = Ga, In, Sc, Lu).

Оценка с использованием уравнения (12) (с учетом кубического кристаллического поля и взаимодействия Дзялошинского – Мория во втором приближении теории возмущений) дает $\sigma_z \sim 1 \cdot 10^{-4}$ Гс·см³/Г (при $T = 0$ К), что на порядок меньше одноионного вклада [13], полученного в первом приближении теории возмущений ($2.4 \cdot 10^{-3}$ Гс·см³/Г). Экспериментальное значение при $T = 77$ К (по измерениям намагниченности) равно $1.3 \cdot 10^{-3}$ Гс·см³/Г [15]. Чтобы проиллюстрировать уровень величин «сильного» и более тонких взаимодействий, мы также приводим значение слабого ферромагнитного момента Дзялошинского – Мория в базисной плоскости при $T = 77$ К ($\sigma_{xy} = 3$ Гс·см³/Г) [16].

Количественная оценка гексагональной анизотропии, вызванной ионами Fe³⁺ в FeVO₃ по отношению к двум механизмам (11), дает $H_{qcfDM}(0) = -1.0 \cdot 10^{-2}$ Э (по данным ЭПР) и экспериментальное значение $H_q(0) = -1.1 \cdot 10^{-2}$ Э (по данным антиферромагнитного резонанса) [8, 17]. В уравнении (11) H_D , a_{cf} и α_{cf} равны соответственно 100 кЭ [2], 130 Э [5] и 24° [5], что отвечает кристаллу FeVO₃

с параметрами решетки из работы [7]; $H_E(0) = 2H^{eff}(0) = 6020$ кЭ [2, 18]; $B_{5/2}(x)$ — функция Бриллюэна для спина $S = 5/2$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрено влияние кубического кристаллического поля и взаимодействия Дзялошинского – Мория на величину базисной гексагональной анизотропии и слабый ферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка. Вычисленное значение H_{qcfDM} появляется только во втором порядке теории возмущений и согласуется с данными ЭПР. В перспективе для определения наличия других вкладов (в частности, «одноионного обменного») [7] и сравнения с экспериментом желательнее провести измерения на высокочувствительном магнитометре.

Правильная оценка базисной анизотропии (с учетом знака вектора Дзялошинского – Мория и одноионного вклада) не существенно изменила конечный результат. Вычисленный вклад в слабоферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка с учетом влияния кубического электрического поля и взаимодействия Дзялошинского – Мория на порядок меньше экспериментального значения для одиночного иона, поэтому основной вклад в слабоферромагнитный момент вдоль оси третьего порядка дает одноионный механизм [13]. Для лучшего согласования расчетов и эксперимента потребуется рассмотрение дополнительных механизмов анизотропных взаимодействий. В заключение отметим, что в разд. 4 даны исчерпывающие экспериментальные данные по исследуемой проблеме.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Расчет матричных элементов:

$$s = 5/2, \quad m_1 = -1/2, \quad j = 1$$

$$\langle m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2 \rangle \langle m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2 | (-s_{z2}s_{y1}) | m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \rangle = 15 / (g\beta H^{eff}),$$

$$\langle m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 | (-s_{z2}s_{y1}) | m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2 \rangle \times$$

$$\times \langle m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \rangle = 15 / (g\beta H^{eff}),$$

$$s = 5/2, \quad m_1 = -1/2, \quad j = 2$$

$$\langle m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2 \rangle \langle m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2 | s_{z1}s_{y2} | m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \rangle = 15 / (g\beta H^{eff}),$$

$$\langle m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 | s_{z1}s_{y2} | m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2 \rangle \langle m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -1/2, \quad m_2 = 1/2 \rangle = 15 / (g\beta H^{eff}),$$

$$\begin{aligned}
s = 5/2, \quad m_1 = 1/2, \quad j = 1 \\
\langle m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -1/2 \rangle \langle m'_1 = 3/2, \\
m'_2 = -1/2 | -s_{z2}s_{y1} | m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 \rangle = 15/(g\beta H^{eff}), \\
\langle m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 | -s_{z2}s_{y1} | m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -1/2 \rangle \langle m'_1 = 3/2, \\
m'_2 = -1/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 \rangle = 15/(g\beta H^{eff}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s = 5/2, \quad m_1 = 1/2, \quad j = 2 \\
\langle m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = 1/2, \quad m'_2 = -3/2 \rangle \langle m'_1 = 1/2, \\
m'_2 = -3/2 | s_{z1}s_{y2} | m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 \rangle = 15/(g\beta H^{eff}), \\
\langle m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 | s_{z1}s_{y2} | m'_1 = 1/2, \quad m'_2 = -3/2 \rangle \langle m'_1 = 1/2, \\
m'_2 = -3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m_1 = 1/2, \quad m_2 = -1/2 \rangle = 15/(g\beta H^{eff}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s = 5/2, \quad m_1 = -3/2, \quad j = 1 \\
\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2 \rangle \langle m'_1 = -1/2, \\
m'_2 = 3/2 | -s_{z2}s_{y1} | m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \rangle = -45/(g\beta H^{eff}), \\
\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 | -s_{z2}s_{y1} | m'_1 = -1/2, \quad m'_2 = 3/2 \rangle \langle m'_1 = -1/2, \\
m'_2 = 3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \rangle = -45/g\beta H^{eff},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s = 5/2, \quad m_1 = -3/2, \quad j = 2 \\
\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2 \rangle \langle m'_1 = -3/2, \\
m'_2 = 1/2 | s_{z1}s_{y2} | m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \rangle = -45/(g\beta H^{eff}), \\
\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 | s_{z1}s_{y2} | m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 1/2 \rangle \langle m'_1 = -3/2, \\
m'_2 = 1/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \rangle = -45/(g\beta H^{eff}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s = 5/2, \quad m_1 = 3/2, \quad j = 1 \\
\langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = 1/2, \quad m'_2 = -3/2 \rangle \langle m'_1 = 1/2, \\
m'_2 = -3/2 | -s_{z2}s_{y1} | m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \rangle = -45/(g\beta H^{eff}), \\
\langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 | -s_{z2}s_{y1} | m'_1 = 1/2, \quad m'_2 = -3/2 \rangle \langle m'_1 = 1/2, \\
m'_2 = -3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \rangle = -45/(g\beta H^{eff}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s = 5/2, \quad m_1 = 3/2, \quad j = 2 \\
\langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -1/2 \rangle \langle m'_1 = 3/2, \\
m'_2 = -1/2 | s_{z1}s_{y2} | m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \rangle = -45/(g\beta H^{eff}), \\
\langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 | s_{z1}s_{y2} | m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -1/2 \rangle \langle m'_1 = 3/2, \\
m'_2 = -1/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \rangle = -45/(g\beta H^{eff}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s = 5/2, \quad m_1 = -3/2, \quad j = 1 \\
\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -5/2, \quad m'_2 = 3/2 \rangle \langle m'_1 = -5/2, \\
m'_2 = 3/2 | -s_{z2}s_{y1} | m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \rangle = -45/(2g\beta H^{eff}), \\
\langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 | -s_{z2}s_{y1} | m'_1 = -5/2, \quad m'_2 = 3/2 \rangle \langle m'_1 = -5/2, \\
m'_2 = 3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \rangle = -45/(2g\beta H^{eff}),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& s = 5/2, \quad m_1 = -3/2, \quad j = 2 \\
& \langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 5/2 \rangle \langle m'_1 = -3/2, \\
& m'_2 = 5/2 | s_{z1} s_{y2} | m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \rangle = -45 / (2g\beta H^{eff}), \\
& \langle m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 | s_{z1} s_{y2} | m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 5/2 \rangle \langle m'_1 = -3/2, \\
& m'_2 = 5/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -3/2, \quad m_2 = 3/2 \rangle = -45 / (2g\beta H^{eff}), \\
& s = 5/2, \quad m_1 = 3/2, \quad j = 1 \\
& \langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = 5/2, \quad m'_2 = -3/2 \rangle \langle m'_1 = 5/2, \\
& m'_2 = -3/2 | -s_{z2} s_{y1} | m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \rangle = -45 / (2g\beta H^{eff}), \\
& \langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 | (-s_{z2} s_{y1} | m'_1 = 5/2, \quad m'_2 = -3/2) \rangle \langle m'_1 = 5/2, \\
& m'_2 = -3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \rangle = -45 / (2g\beta H^{eff}), \\
& s = 5/2, \quad m_1 = 3/2, \quad j = 2 \\
& \langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -5/2 \rangle \langle m'_1 = 3/2, \\
& m'_2 = -5/2 | s_{z1} s_{y2} | m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \rangle = -45 / (2g\beta H^{eff}), \\
& \langle m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 | s_{z1} s_{y2} | m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -5/2 \rangle \langle m'_1 = 3/2, \\
& m'_2 = -5/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m_1 = 3/2, \quad m_2 = -3/2 \rangle = -45 / (2g\beta H^{eff}), \\
& s = 5/2, \quad m_1 = -5/2, \quad j = 1 \\
& \langle m_1 = -5/2, \quad m_2 = 5/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 5/2 \rangle \langle m'_1 = -3/2, \\
& m'_2 = 5/2 | -s_{z2} s_{y1} | m_1 = -5/2, \quad m_2 = 5/2 \rangle = 75 / (2g\beta H^{eff}), \\
& \langle m_1 = -5/2, \quad m_2 = 5/2 | -s_{z2} s_{y1} | m'_1 = -3/2, \quad m'_2 = 5/2 \rangle \langle m'_1 = -3/2, \\
& m'_2 = 5/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -5/2, \quad m_2 = 5/2 \rangle = 75 / (2g\beta H^{eff}), \\
& s = 5/2, \quad m_1 = -5/2, \quad j = 2 \\
& \langle m_1 = -5/2, \quad m_2 = 5/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = -5/2, \quad m'_2 = 3/2 \rangle \langle m'_1 = -5/2, \\
& m'_2 = 3/2 | s_{z1} s_{y2} | m_1 = -5/2, \quad m_2 = 5/2 \rangle = 75 / (2g\beta H^{eff}), \\
& \langle m_1 = -5/2, \quad m_2 = 5/2 | s_{z1} s_{y2} | m'_1 = -5/2, \quad m'_2 = 3/2 \rangle \langle m'_1 = -5/2, \\
& m'_2 = 3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (-g\beta H^{eff}) \right| m_1 = -5/2, \quad m_2 = 5/2 \rangle = 75 / (2g\beta H^{eff}), \\
& s = 5/2, \quad m_1 = 5/2, \quad j = 1 \\
& \langle m_1 = 5/2, \quad m_2 = -5/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -5/2 \rangle \langle m'_1 = 3/2, \\
& m'_2 = -5/2 | s_{z2} s_{y1} | m_1 = 5/2, \quad m_2 = -5/2 \rangle = 75 / (2g\beta H^{eff}), \\
& \langle m_1 = 5/2, \quad m_2 = -5/2 | -s_{z2} s_{y1} | m'_1 = 3/2, \quad m'_2 = -5/2 \rangle \langle m'_1 = 3/2, \\
& m'_2 = -5/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m_1 = 5/2, \quad m_2 = -5/2 \rangle = 75 / (2g\beta H^{eff}), \\
& s = 5/2, \quad m_1 = 5/2, \quad j = 2 \\
& \langle m_1 = 5/2, \quad m_2 = -5/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m'_1 = 5/2, \quad m'_2 = -3/2 \rangle \langle m'_1 = 5/2, \\
& m'_2 = -3/2 | s_{z1} s_{y2} | m_1 = 5/2, \quad m_2 = -5/2 \rangle = 75 / (2g\beta H^{eff}), \\
& \langle m_1 = 5/2, \quad m_2 = -5/2 | s_{z1} s_{y2} | m'_1 = 5/2, \quad m'_2 = -3/2 \rangle \langle m'_1 = 5/2, \\
& m'_2 = -3/2 \left| \tilde{O}_{4j}^1 / (g\beta H^{eff}) \right| m_1 = 5/2, \quad m_2 = -5/2 \rangle = 75 / (2g\beta H^{eff}).
\end{aligned}$$

Здесь $H^{eff} = H_1^{eff} = -H_2^{eff}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. E. Dmitrienko, E. N. Ovchinnikova, S. P. Collins, G. Nisbet, G. Beutier, Y. O. Kvashnin, V. V. Mazurenko, A. I. Lichtenstein, and M. I. Katsnelson, *Nature Phys.* **10**, 202 (2014).
2. Л. В. Великов, А. С. Прохоров, Е. Г. Рудащевский, В. Н. Селезнев, *ЖЭТФ* **66**, 1847 (1974).
3. G. V. Bondarenko, S. G. Ovchinnikov, V. V. Rudenko, V. M. Sosnin, V. I. Tugarinov, and A. M. Vorotynov, *J. Magn. Magn. Mater.* **335**, 90 (2013).
4. Л. В. Великов, С. В. Миронов, Е. Г. Рудащевский, *ЖЭТФ* **75**, 1110 (1978).
5. С. Н. Лукин, В. В. Руденко, В. Н. Селезнев, Г. А. Цинцадзе, *ФТТ* **22**, 51 (1980).
6. G. E. Barberis, R. Calvo, H. G. Maldonado, and C. E. Zarate, *Phys. Rev. B* **12**, 853 (1975).
7. С. Г. Овчинников, В. В. Руденко, *УФН* **184**, 1299 (2014).
8. В. В. Руденко, *ФТТ* **22**, 775 (1980).
9. С. А. Альтшулер, Б. М. Козырев, *Электронный парамагнитный резонанс соединений элементов промежуточных групп*, Наука, Москва (1972).
10. V. V. Lupei, A. Lupei, and I. Ursu, *Phys. Rev. B* **6**, 4125 (1972).
11. T. Moriya, *Magnetism*, ed. by G. T. Rado and H. Suhl, Acad. Press, New York (1963), p. 85.
12. J. Wertz and J. Bolton, *Electron Paramagnetic Resonance*, John Wiley and Sons, New York (1972).
13. С. Г. Овчинников, В. В. Руденко, В. И. Тугаринов, *ФТТ* **58**, 1926 (2016).
14. W. P. Wolf, *Phys. Rev.* **108**, 1152 (1957).
15. P. J. Flanders, *J. Appl. Phys.* **43**, 2430 (1972).
16. А. М. Кадомцева, Р. З. Левитин, Ю. Ф. Попов, В. Н. Селезнев, В. В. Усков, *ФТТ* **14**, 214 (1972).
17. В. Д. Дорошев, И. М. Крыгин, С. Н. Лукин, А. Н. Молчанов, А. Д. Прохоров, В. В. Руденко, В. Н. Селезнев, *Письма в ЖЭТФ* **29**, 286 (1979).
18. V. G. Bar'yakhtar, V. D. Doroshev, N. M. Kovtun, and V. M. Siryuk, in *Abstr. of the 19th All-Russia Seminar on Low-Temperature Physics*, Minsk (1976), p. 561.