

РАЗЛЕТ МОНОСЛОЯ СВЕРХТЕКУЧЕГО ФЕРМИ-ГАЗА

А. В. Турлапов^{a*}, М. Ю. Каган^{b,a**}

^a Институт прикладной физики Российской академии наук
603000, Нижний Новгород, Россия

^b Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук
119334, Москва, Россия

Поступила в редакцию 8 мая 2018 г.

Монослой сверхтекучего ферми-газа может быть получен в оптической дипольной ловушке при плотном удержании вдоль выбранного направления. Куперовские пары в этом случае населяют нижнее состояние движения пленяющего потенциала. Отключение пленения приводит к разлету исходно двумерного газа в трехмерное пространство. Рассчитана динамика разлета ферми-газа в унитарном пределе s -взаимодействий, в рамках подходящим образом модифицированного уравнения Гросса – Питаевского. Обнаружено, что в отличие от исходно трехмерного газа разлет в сверхтекучей фазе происходит существенно быстрее, чем в нормальной. Показано, что данные одного из экспериментов [P. Duke et al., Phys. Rev. A **93**, 011603 (2016)] близки к результатам расчета в рамках приведенной модели.

Статья для специального выпуска ЖЭТФ, посвященного 85-летию Л. П. Питаевского

DOI: 10.1134/S0044451018110081

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерное охлаждение и пленение вещества [1–3] позволило получить квантовые газы атомов и впервые наблюдать явления, математические модели которых составляют основу квантовой физики, например, давление Ферми [4] и бозе-конденсацию [5]. К настоящему времени выполнен широкий круг экспериментов с бозе-конденсатами [6–8] и ферми-газами [6, 9, 10].

Во многих экспериментах выводы о свойствах системы сделаны на основе наблюдения разлета газа после мгновенного отключения пленяющего потенциала. В первом эксперименте по бозе-конденсации атомов [5] анизотропный разлет исходно веретеноподобного облака интерпретировался как дифракция коллективной волновой функции конденсата. Позже выяснилось [11], что подобный анизотропный разлет возможен и в классическом газе, без конденсации. Это стало стимулом к поиску новых доказательств конденсации, таких как интерференция [12], замедление неупругих процессов [13, 14] и решетка

вихрей [15]. А сама динамика разлета стала предметом подробного исследования, например в работах [16, 17].

Сильно взаимодействующий ферми-газ выступает другим примером неоднозначной интерпретации разлета [18]. И сверхтекучая фаза в этой системе, и нормальная фаза с большим числом столкновений описывается в ходе разлета уравнением Эйлера [19]. Таким образом, ситуация еще более сложна, чем для бозе-газа — совпадение является не только качественным, но и количественным, что не позволяет сделать вывод о фазовом состоянии по данным об одном лишь разлете [18].

В настоящей работе теоретически исследован сверхтекучий разлет ферми-газа для особого случая начальных условий — газа, исходно приготовленного в виде монослоя. Сверхтекучесть моделируется для s -взаимодействий в унитарном пределе. Показано, что разлет сверхтекучей фазы происходит быстрее, чем разлет нормального ферми-газа с большим числом столкновений, при тех же начальных условиях. Появляется, таким образом, возможность идентифицировать наличие сверхтекучей фазы по характеру разлета. Результаты расчетов сверхтекучего разлета близки к данным эксперимента [20]. Это позволяет предположить, что исходным объектом эксперимента выступает сверхтекучий моно-

* E-mail: turlapov@appl.sci-nnov.ru

** E-mail: kagan@kapitza.ras.ru

слой в ловушке.

В разд. 2 изложена модель разлета сверхтекучего монослоя, показана роль сверхтекучей фазы в скорости разлета. В разд. 3 результаты моделирования сравниваются с экспериментом, обсуждаются альтернативные подходы к объяснению данных.

2. МОДЕЛЬ РАЗЛЕТА

В качестве объекта моделирования рассмотрим газ ферми-атомов в двух равнонаселенных спиновых состояниях при нулевой температуре. Парное взаимодействие частиц происходит в s -канале. В вакууме и без удержания длина рассеяния $a = \infty$. Для получения монослоя в плоскости xy газ помещается в сильно анизотропный гармонический потенциал с частотами $\omega_z \gg \omega_x = \omega_y$ так, что в отсутствие взаимодействий все атомы занимали бы нижнее состояние движения вдоль z . Из-за взаимодействий происходит спаривание атомов в разных спиновых состояниях [6, 21]. В приближении лишь парных столкновений движение центра массы пары и взаимодействие внутри пары разделяются, и в результате пары населяют лишь нижнее состояние осциллятора, что позволяет говорить о монослое или кинематически двумерном газе. В приближении нулевой температуры газ находится в сверхтекучем состоянии. Предположим, что он описывается общей волновой функцией $\psi_0(\mathbf{r})$.

Отключение пленения приводит к разлету исходно двумерного газа в трехмерное пространство. Для выбора математической модели разлета заметим, что ферми-газ с бесконечной длиной s -рассеяния является частным случаем более общей задачи о кроссовере фермионов между асимптотическими состояниями Бардина–Купера–Шриффера и бозе-конденсата двухатомных молекул-бозонов [9, 22, 23]. На бозонной асимптоте трехмерная динамика описывается уравнением Гросса–Питаевского [24, 25] для общей волновой функции бозе-конденсата. Предположим, что в унитарном режиме, при $a = \infty$, система также описывается общей волновой функцией

$$\psi(\mathbf{r}, t) \equiv \sqrt{n(\mathbf{r}, t)} e^{i\varphi(\mathbf{r}, t)},$$

где n — концентрация пар фермионов, а $\psi(\mathbf{r}, t)$ подчиняется уравнению

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2(2m)} \Delta \psi + \mu(n)\psi, \quad (1)$$

где m — масса фермиона, $\mu(n)$ — химический потенциал пары атомов. От уравнения Гросса–Питаевского

уравнение отличается формой химического потенциала, которая характерна для резонансных s -взаимодействий между ферми-частицами:

$$\mu = 2(1 + \beta)\varepsilon_F, \quad (2)$$

где

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} (6\pi^2 n)^{2/3}$$

— локальная энергия Ферми, $\beta = -0.63$ — универсальный параметр взаимодействия [18, 26, 27].

Уравнение (1) также можно записать в виде уравнений гидродинамики на поле концентрации n и скорости пар

$$\mathbf{v} = \frac{\hbar}{2m} \nabla \varphi$$

в отсутствие вихрей ($\text{rot } \mathbf{v} = 0$):

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla(n\mathbf{v}) = 0, \quad (3)$$

$$2m \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \left[\mu(n) + \frac{(2m)\mathbf{v}^2}{2} + T_{QP} \right] = 0, \quad (4)$$

где

$$T_{QP} \equiv -\frac{\hbar^2}{2(2m)} \frac{\nabla^2 \sqrt{n}}{\sqrt{n}} \quad (5)$$

— слагаемое квантового давления, известное также как потенциал Бома [28]. Известным проявлением квантового давления можно считать стабилизацию бозе-конденсата с отрицательной длиной рассеяния и числом частиц меньше критического [29, 30]. Появление слагаемого ∇T_{QP} в (4) является прямым следствием введения общей волновой функции. Уравнение (4) отличается от традиционного уравнения Эйлера только наличием этого слагаемого. Традиционное уравнение Эйлера применялось для описания разлета сильно взаимодействующего трехмерного ферми-газа как в нормальной фазе с бесконечным числом столкновений, так и в сверхтекучей [18, 19]. Уравнение с квантовым давлением (4) рассматривалось в контексте динамики ферми-газов в работах [31, 32]. Обсуждалась величина коэффициента перед T_{QP} [32]. В данной работе предполагается коэффициент равный единице путем распространения уравнения Гросса–Питаевского на область сильных взаимодействий $a = \infty$.

Слагаемое T_{QP} в начальный момент имеет порядок величины $\hbar^2/(m\sigma^2)$, где σ — среднеквадратичная полуширина облака. Сравнив эту величину с химическим потенциалом $\mu \sim \hbar^2 k_F^2/m$, где $\hbar k_F$ — импульс Ферми, найдем, что T_{QP} даст существенный вклад при

$$k_F \sigma \sim 1, \quad (6)$$

т. е. как раз для монослоя или для цепочки пар атомов.

Рассчитаем разлет монослоя в условиях, характерных для эксперимента [20]: $N = 12000$ атомов ${}^6\text{Li}$ в каждом из двух равнонаселенных спиновых состояний, частотах ловушки $\omega_z/(2\pi) = 5.15$ кГц, $\omega_\perp/(2\pi) = 24.4$ Гц ($\omega_\perp \equiv \sqrt{\omega_x\omega_y}$). В качестве начального условия примем

$$\psi_0(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\sigma}\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/4\sigma^2} \sqrt{n_2(x,y)}, \quad (7)$$

где $n_2(x,y)$ — двумерная концентрация пар в монослое. В качестве толщины монослоя возьмем $\sigma = \sqrt{\hbar/(2(2m)\omega_z)}$ — размер основного состояния точечной частицы массой $2m$. Для отыскания профиля концентрации воспользуемся приближением масштабной инвариантности двумерных систем [33], в рамках которого локальный химический потенциал пар $\mu_2 \propto n_2$, что позволяет записать его в виде

$$\mu_2(n_2) = 2\alpha\varepsilon_{F2}, \quad (8)$$

где $\varepsilon_{F2} = 2\pi\hbar^2 n_2/m$ — энергия Ферми двумерного газа. В приближении Томаса–Ферми условие термодинамического равновесия плененного монослоя дает уравнение для $\mu_2(n_2)$:

$$\mu_{2c} = \mu_2(n_2) + \frac{(2m)\omega_\perp^2 \rho^2}{2}, \quad (9)$$

где $\rho \equiv \sqrt{x^2 + y^2}$, μ_{2c} — химический потенциал в центре облака. Примем α одинаковой во всех точках облака, что позволяет выразить искомое $n_2(\rho)$ из (9):

$$n_2(\rho) = \frac{\mu_{2c}}{2\pi\alpha\hbar^2/m} \left(1 - \frac{\rho^2}{\rho_{TF}^2} \right), \quad (10)$$

где $\rho_{TF} \equiv \sqrt{\mu_{2c}/(m\omega_\perp^2)}$ — радиус Томаса–Ферми, а $\mu_{2c} = 2\hbar\omega_\perp\sqrt{2\alpha N}$ следует из условия $N = \int n_2(\rho)2\pi\rho d\rho$.

Параметр α лежит в пределах от нуля до единицы. Значения $1 - \alpha \ll 1$ соответствуют слабосвязанным парам фермионов, пары достаточно протяженные и перекрываются друг с другом. Предел $\alpha \ll \ll 1$ отвечает почти точечным неперекрывающимся парам, которые слабо расталкиваются. В промежуточной области $\alpha \approx 1/2$ размер пар сравним с межчастичным расстоянием. Конкретное значение α , необходимое для вычисления начальных условий (7) и (10), может быть установлено по известным расчетам и измерениям μ_2 или давления P_2 в двумерных ферми-газах:

$$\alpha = \mu_2/(2\varepsilon_{F2}), \quad \alpha = P_2/P_{2ideal},$$

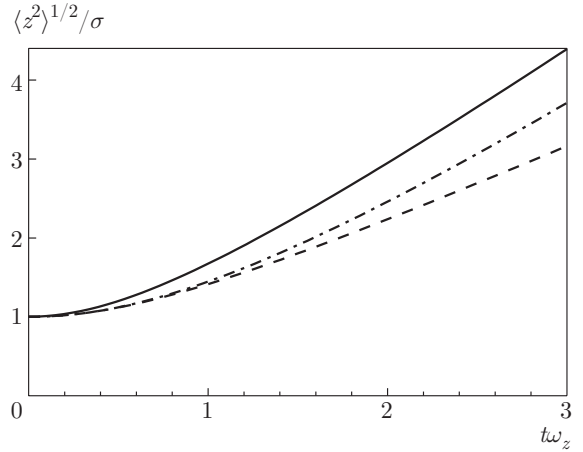


Рис. 1. Нормированная среднеквадратичная полутолщина разлетающегося облака $\sqrt{\langle z^2 \rangle}$ в зависимости от безразмерного времени $t\omega_z$. Сплошная (верхняя) кривая — расчет в рамках полной квантовой гидродинамики согласно уравнению (1) или уравнениям (3) и (4). Средняя (штрихпунктир) — гидродинамический расчет по уравнениям (3), (4) без члена T_{QP} . Нижняя (штриховая) — разлет волновой функции точечной молекулы в свободном пространстве. Параметры газа соответствуют одному из экспериментов работы [20]: атомы ${}^6\text{Li}$, $N = 12000$, $\omega_z/(2\pi) = 5.15$ кГц, $\omega_\perp/(2\pi) = 24.4$ Гц

где P_2 и $P_{2ideal} = n_2\varepsilon_{F2}/2$ — соответственно давление во взаимодействующем и идеальном ферми-газе. Известные расчеты и измерения зависимости α от параметра взаимодействия двумерного газа $a_2\sqrt{n_2}$ приведены в обзоре [34] на рис. 10, 14. Длину двумерного s -рассеяния a_2 для случая $a = \infty$ найдем, пренебрегая кинетической энергией фермионов, $a_2 = 4.19\sigma$ [34]. Далее, при вычислении параметра $a_2\sqrt{n_2}$ воспользуемся значением концентрации в центре облака $n_2 = n_2(0)$. Это позволяет найти $n_2(0)$ и α самосогласованно и дает $a_2\sqrt{n_2(0)} \approx 1$, $\alpha \approx 0.5$.

Рассчитанная зависимость толщины облака от времени разлета представлена на рис. 1. Приведен результат полного расчета в рамках уравнения (1) или, что аналогично, в рамках уравнений квантовой гидродинамики (3) и (4). Также для сравнения представлены результаты гидродинамического расчета согласно уравнению Эйлера, т. е. по уравнению (4) без квантового давления T_{QP} , и бесстолкновительный разлет точечных пар атомов. Видно, что полный учет гидродинамики и квантового давления дает наибо́льший разлет. В рассмотренных условиях вклад квантового давления дает очевидно больший размер разлетающегося облака в сравнении с уравнением Эйлера, которым могла бы описывать-

ся нормальная система с большим числом столкновений. Это различие можно использовать для обнаружения сверхтекучей фазы в квантовом газе.

Ранее [35] уравнения гидродинамики с квантовым давлением (3) и (4) использовались для расчета динамики облака, которое до выпуска было достаточно протяженным вдоль всех трех координат [18]. Моделирование не выявило вклада квантового давления T_{QR} из-за его малости. В трехмерном газе, обнаружению вклада T_{QR} препятствует также оболочечная структура газа в ловушке — сверхтекучая сердцевина окружена газом в нормальной фазе, который при достаточно частых столкновениях подчиняется уравнению Эйлера, не содержащему квантового давления.

3. СРАВНЕНИЕ МОДЕЛИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

В уравнении (1) последнее слагаемое нелинейно по плотности сверхтекучего газа. Вклад нелинейности в разлет возрастает с ростом плотности. В параболической ловушке плотность двумерного газа растет примерно как \sqrt{N} . Используем зависимость динамики разлета от N для проверки соответствия между моделью и экспериментом. В эксперименте [20] измерена среднеквадратичная полутолщина облака $\sqrt{\langle z^2 \rangle}$ после фиксированного времени разлета $t = 600$ мкс для ряда значений N . На рис. 2 приведены данные и результаты моделирования. Из данных [20] нами убран вклад конечного разрешения оптической системы, указанный авторами эксперимента.

Результаты расчета по уравнению (1) лежат достаточно близко к данным, что свидетельствует в пользу того, что в эксперименте действительно происходит разлет сверхтекучего монослоя. Сдвиг данных вниз от расчетной кривой ожидаем, поскольку не все атомы или пары атомов входят в сверхтекучую фазу из-за конечной температуры. На данный момент представленный расчетный результат — единственная количественная модель разлета для рассматриваемой системы, учитывающая коллективные эффекты.

Рассмотрим альтернативные объяснения динамики разлета в эксперименте [20], среди которых столкновительный разлет неспаренных атомов из монослоя, бесстолкновительный разлет нормального газа молекул из монослоя, нарушение приближения монослоя.

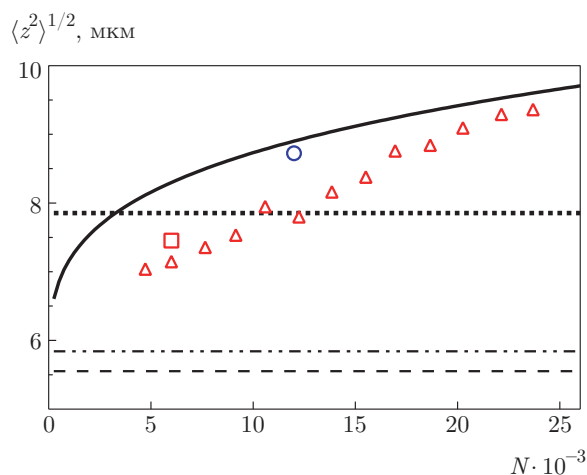


Рис. 2. Размер облака $\sqrt{\langle z^2 \rangle}$ после $t = 600$ мкс разлета в зависимости от числа пар атомов N . Сплошная кривая — расчет согласно уравнению (1) с начальным условием (7). Треугольники — данные из [20] с рис. 3а, кружок и квадрат — данные из [20] с рис. 2. Пунктир — разлет волновой функции единичного атома. Штриховая прямая — разлет волновой функции точечной пары атомов. Штрихпунктир — разлет пары атомов в остаточном потенциале (14) [20]

Предположим, что происходит разлет индивидуальных атомов из монослоя, и покажем противоречие данным этому предположению. Кинетическая энергия сохраняется после выключения действующего на атомы потенциала $m\omega_z^2 z^2 / 2$, оценим ее величину. Для двух атомов даже в отсутствие взаимодействия кинетическая энергия, связанная с движением вдоль z , может быть разбита на два слагаемых: энергию центра массы, по $\hbar\omega_z/8$ на атом, и энергию взаимного движения, которая равна $\hbar\omega_z/8$ на атом при отсутствии взаимодействия и увеличивается с ростом межчастичного притяжения. В отсутствие взаимодействий происходит разлет гауссовой волновой функции атома, кинетическая энергия $\hbar\omega_z/4$ приводит к росту полуширины по закону

$$\sqrt{\langle z^2 \rangle} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_z}} \sqrt{1 + (\omega_z t)^2}. \quad (11)$$

Эта величина отложена на рисунке и согласуется с замерами для N вблизи 10000. До отключения пленения, в двумерной системе из-за взаимодействий атомы связаны в пары размером $d_x = a_2 e^{\gamma_E} / (2\sqrt{3})$ вдоль плоскости xy , где $\gamma_E = 0.577$ — постоянная Эйлера. При $a = \infty$ можно найти $a_2 = 2.09 \sqrt{\hbar / (m\omega_z)}$ [6, 21], что дает $d_x \approx 1.08 \sqrt{\hbar / (m\omega_z)}$. Эта величина чуть больше размера вдоль z для пары невзаимодействующих

щих атомов $\sqrt{\hbar/(m\omega_z)}$, откуда можно заключить, что сферически-симметричное взаимодействие двух атомов при $a = \infty$ не приводит к сколь-нибудь существенному сужению волновой функции вдоль z и, следовательно, не добавляет кинетической энергии вдоль z . Поэтому, если в ходе разлета атомы не сталкиваются, монослой распавшихся пар разлетается лишь чуть быстрее, чем по формуле (11). Зависимость от N согласно данным рис. 2 говорит о столкновительном энергообмене в ходе разлета. Сосредоточимся на данных при $N < 10000$, где запаздывание разлета относительно разлета по формуле (11) означает переток энергии в радиальное направление. Та часть кинетической энергии, которая связана с взаимным движением в паре, передаваться не может, поскольку размеры волновой функции вдоль радиального и поперечного направлений почти равны. В радиальное направление может быть передана только часть энергии $\hbar\omega_z/8$, связанная с движением пары как целого, и то, лишь при условии

$$K_x < \frac{\hbar\omega_z}{8}, \quad (12)$$

где K_x — кинетическая энергия движения атома в направлении x или y , которую можно выразить через параметры монослоя $K_x(n_2) = \varepsilon_{F2}/4$. Для центра ловушки, где столкновения наиболее часты, а значит, и последующий переток энергии наиболее вероятен, используя (10), найдем

$$K_x = \hbar\omega_\perp \sqrt{N} / (2\sqrt{2\alpha}),$$

что вместе с (12) создает ограничение на число атомов в каждом спиновом состоянии, при котором возможен переток:

$$N < \left(\frac{\omega_z \sqrt{2\alpha}}{8\omega_\perp} \right)^2 \approx 2800. \quad (13)$$

На рис. 2 видно, что разлет запаздывает относительно разлета по формуле (11) вплоть до $N \approx 10000$, что противоречит ограничению (13) и противоречит предположению о столкновительном разлете индивидуальных атомов из монослоя.

Во время разлета на атомы действует небольшой остаточный потенциал из-за кривизны магнитного поля

$$V_{res} = \frac{m\omega_\perp^2 \rho^2}{2} - m\omega_\perp^2 z^2. \quad (14)$$

Отмечено [20], что радиальная часть потенциала приводит к сохранению спаривания атомов после выключения удержания вдоль z . Результат разлета невзаимодействующих пар атомов, без учета коллективных эффектов, также представлен на рис. 2.

Видно, что он близок разлету точечных молекул. Данные лежат дальше от этих расчетов, чем от модели сверхтекучего разлета.

Авторы эксперимента [20] в качестве основного объяснения данных предполагают, что благодаря межчастичным взаимодействиям в ловушке нарушается режим монослоя, населяются возбужденные состояния движения; вклад взаимодействий возрастает с плотностью, что приводит к росту населенности возбужденных состояний и росту кинетической энергии. Количественная модель разлета такой системы отсутствует. В то же время даже для максимального $N = 24000$ величина химического потенциала пар

$$\mu_{2c} = 2\hbar\omega_\perp \sqrt{2\alpha N} = 1.4\hbar\omega_z$$

не противоречит кинематической двумерности. Смесь фермионов, взаимодействующих путем парных столкновений, четных по разности координат фермионов, кинематически двумерна вплоть до $\mu_{2c} = 2\hbar\omega_z$. Вклад многочастичных соударений в нарушение двумерности, в свою очередь, остается интересным открытым вопросом [36].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, рассчитана динамика разлета монослоя сверхтекучего ферми-газа в унитарном режиме s -взаимодействий. Обнаружено, что при разлете существенную роль играет квантовое давление, что может быть использовано для идентификации возникновения общей волновой функции и сверхтекучести. Проведено сравнение расчета с одним из экспериментов работы [20]. Согласие с экспериментом можно считать удовлетворительным, учитывая, что это единственная модель данного эксперимента, учитывающая коллективные эффекты. В то же время полная количественная интерпретация эксперимента требует более сложной модели, учитывающей конечную температуру.

Авторы благодарят за обсуждения И. Бётчера (I. Boettcher), С. Ёхима (S. Jochim), П. Мёрфи (P. Murthy). Работа А. В. Т. выполнена при финансовой поддержке Президиума РАН в рамках программы № 2 «Нелинейная динамика: фундаментальные проблемы и приложения», работа М. Ю. К. выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-12-00002).

ЛИТЕРАТУРА

1. V. I. Balykin, V. G. Minogin, and V. S. Letokhov, *Rep. Progr. Phys.* **63**, 1429 (2000).
2. Р. Онофрио, *УФН* **186**, 1229 (2016).
3. Н. Н. Колачевский, А. В. Тайченачев, *КЭ* **47**, 393 (2017).
4. Andrew G. Truscott, Kevin E. Strecker, William I. McAlexander, Guthrie B. Partridge, and Randall G. Hulet, *Science* **291**, 2570 (2001).
5. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995).
6. I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).
7. D. M. Stamper-Kurn and M. Ueda, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 1191 (2013).
8. Marios C. Tsatsos, Pedro E. S. Tavares, André Cidrim, Amilson R. Fritsch, Mônica A. Caracanhas, F. Ednilson A. dos Santos, Carlo F. Barenghi, and Vanderlei S. Bagnato, *Phys. Rep.* **622**, 1 (2016).
9. Stefano Giorgini, Lev P. Pitaevskii, and Sandro Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 1215 (2008).
10. А. В. Турлапов, *Письма в ЖЭТФ* **95**, 104 (2012).
11. Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).
12. M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Science* **275**, 637 (1997).
13. Ю. Каган, Б. В. Свистунов, Г. В. Шляпников, *Письма в ЖЭТФ* **42**, 169 (1985).
14. E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).
15. J. R. Abo-Shaer, C. Raman, J. M. Vogels, and W. Ketterle, *Science* **292**, 476 (2001).
16. W. Gawlik, W. Jastrzebski, J. Szczepkowski, M. Witkowski, J. Zachorowski, and M. Zawada, *Physica Scripta* **135**, 014028 (2009).
17. Ю. В. Лиханова, С. Б. Медведев, М. П. Федорук, П. Л. Чаповский, *Письма в ЖЭТФ* **103**, 452 (2016).
18. K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, *Science* **298**, 2179 (2002).
19. J. E. Thomas, J. Kinast, and A. Turlapov, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 120402 (2005).
20. P. Dyke, K. Fenech, T. Peppler, M. G. Lingham, S. Hoinka, W. Zhang, S.-G. Peng, B. Mulkerin, H. Hu, X.-J. Liu, and C. J. Vale, *Phys. Rev. A* **93**, 011603 (2016).
21. D. S. Petrov and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **64**, 012706 (2001).
22. R. Combescot, X. Leyronas, and M. Yu. Kagan, *Phys. Rev. A* **73**, 023618 (2006).
23. G. Calvanese Strinati, P. Pieri, G. Röpke, P. Schuck, and M. Urban, *Phys. Rep.* **738**, 1 (2018).
24. Л. П. Питаевский, *ЖЭТФ* **40**, 646 (1961).
25. E. P. Gross, *Nuovo Cimento* **20**, 454 (1961).
26. Mark J. H. Ku, Ariel T. Sommer, Lawrence W. Cheuk, and Martin W. Zwierlein, *Science* **335**, 563 (2012).
27. G. Zürn, T. Lompe, A. N. Wenz, S. Jochim, P. S. Julienne, and J. M. Hutson, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 135301 (2013).
28. D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 166 (1952).
29. C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995).
30. Yu. Kagan, G. V. Shlyapnikov, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2670 (1996).
31. Yeong E. Kim and Alexander L. Zubarev, *Phys. Rev. A* **70**, 033612 (2004).
32. L. Salasnich and F. Toigo, *Phys. Rev. A* **78**, 053626 (2008).
33. L. P. Pitaevskii and A. Rosch, *Phys. Rev. A* **55**, R853 (1997).
34. A. V. Turlapov and M. Yu. Kagan, *J. Phys.: Cond. Matter* **29**, 383004 (2017).
35. W. Y. Zhang, L. Zhou, and Y. L. Ma, *Europhys. Lett.* **88**, 40001 (2009).
36. V. Makhalov, K. Martiyanov, and A. Turlapov, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 045301 (2014).