

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ НА СТРУКТУРУ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ e^+e^- -ПАР, РОЖДАЮЩИХСЯ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Ч. Банерджи^{a,b}, М. П. Сингх^{a,b**}*

^a *Центр перспективных технологий им. Раджи Раманни
452013, Индаур, Индия*

^b *Национальный институт им. Хоми Бабы
400094, Мумбай, Индия*

Поступила в редакцию 12 июля 2016 г.

(Перевод с английского)

EFFECT OF POLARIZATION ON THE STRUCTURE OF ELECTROMAGNETIC FIELD AND SPATIOTEMPORAL DISTRIBUTION OF e^+e^- PAIRS BY COLLIDING LASER PULSES

Ch. Banerjee, M. P. Singh

Изучено рождение электрон-позитронных пар за счет поляризации вакуума в присутствии сильного электромагнитного поля двух встречных лазерных пучков. Для нахождения структуры электромагнитного поля импульсов с круговой поляризацией использована трехмерная модель сфокусированных лазерных импульсов, предложенная Нарожным и Фофановым. Аналитический расчет показывает, что электрические и магнитные поля почти параллельны друг другу в фокальной области, когда лазерные импульсы полностью поперечны либо по электрическому (E -волна), либо по магнитному (H -волна) полю. С другой стороны, когда лазерные импульсы состоят из смеси E -волн и H -волн равной амплитуды, электрическое и магнитное поля почти перпендикулярны. Обнаружено, что хотя вторая конфигурация встречных лазерных импульсов имеет гораздо больший порог рождения пар, она может порождать электрон-позитронные импульсы гораздо меньшей длительности, чем первая конфигурация. Зависимость эффективности рождения пар и их пространственно-временного распределения от поляризации лазерных импульсов проанализирована с использованием структуры электромагнитного поля в фокальной области.

DOI: 10.7868/S0044451017070021

1. ВВЕДЕНИЕ

Рождение электрон-позитронных пар является важным эффектом для изучения нелинейных процессов в квантовой электродинамике (КЭД) [1]. На-

пряженность электрического поля E_S , необходимая для рождения такой пары, равна $1.32 \cdot 10^{16}$ В/см [2] и является одним из характерных полей КЭД (швингерский предел). Этот непертурбативный механизм получения пар получил название механизма Швингера [3]. Величина необходимой напряженности электрического поля настолько велика, что этот процесс пока не реализован в лабораторных условиях. Доступные в настоящее время интенсивно-

* E-mail: cbanerjee@rrcat.gov.in

** E-mail: mpsingh@rrcat.gov.in

сти лазерных пучков I порядка 10^{22} Вт/см² [4] все еще много меньше критической интенсивности $I_{cr} = (c/4\pi)E_S^2 \approx 4.6 \cdot 10^{29}$ Вт/см². Достижению интенсивностей порядка $I \approx I_{cr}$ посвящено несколько проектов в разных странах мира [5–8].

Имеется много теоретических исследований, посвященных полям, переменным как в пространстве, так и во времени (см. работы [9–11] и ссылки в них). Во всех этих работах изучалось рождение электрон-позитронных пар при использовании фокусированных лазерных импульсов как с линейной, так и с круговой поляризацией. Была изучена зависимость образования пар от напряженности электрического поля для различных встречных лазерных импульсов [10, 11]. Эти исследования показали, что пороговое значение интенсивности лазерных импульсов, необходимое для рождения электрон-позитронной пары, для встречных импульсов оказывается примерно на два порядка ниже, чем для одиночного импульса [12]. Поэтому конфигурация встречных пучков широко использовалась для изучения различных аспектов процессов рождения e^+e^- -пар различными исследовательскими группами [13–18]. Гоносков и др. [19] применили электрическое дипольное поле, которое имеет максимальную эффективность преобразования электрического поля в электрон-позитронные пары по сравнению с другими моделями сфокусированного поля [20–22].

Поскольку задача достижения сверхвысоких интенсивностей лазерных пучков для экспериментальной реализации ряда эффектов КЭД в сильных полях продолжает оставаться актуальной, в работе [23] был изучен фундаментально важный вопрос: существуют ли какие-либо ограничения на достижимую интенсивность мощных лазерных пучков. Было показано, что даже одиночная e^+e^- -пара, рожденная в поле сверхсильного лазерного импульса в вакууме, вызовет развитие лавинного КЭД-каскада, который быстро истощит лазерный импульс. В свете результатов этой работы приобретает значение также и конфигурация лазерных пучков, подавляющая рождение электрон-позитронных пар. Например, было показано, что поперечное магнитное поле эффективно контролирует процесс рождения электрон-позитронных пар в закритическом статическом электрическом поле [24, 25] вплоть до полной приостановки.

В этой работе мы изучаем механизм рождения пар для различных состояний поляризации электромагнитного поля в двух встречных лазерных импульсах. Характерный параметр поляризации пучка определяется параметром асимметрии μ [26] меж-

ду E -волнами и H -волнами в выражении для поля. Главной целью нашего возвращения к этой теме было изучение пространственного и временного распределения возникающих пар для различных значений μ . Известно, что пучки чисто E -волн или H -волн ($\mu = \pm 1$) эффективны для рождения пар, в то время как пучки со смесью E -волн и H -волн равной амплитуды ($\mu = 0$) наименее эффективны для рождения пар [12]. Мы анализируем это наблюдение с точки зрения структуры соответствующих полей. Хотя случай $\mu = 0$ не подходит для эффективного рождения пар, оказалось, что он удобен для получения более коротких импульсов электронов и позитронов.

Статья построена следующим образом. В разд. 2 обсуждаются базовые вопросы рождения электрон-позитронных пар в присутствии электромагнитного поля. В этом разделе проанализирована роль структуры электромагнитных полей, инвариантов поля и инвариантных полей в рождении электрон-позитронных пар для разных значений параметра μ . В разд. 3 обсуждается пространственно-временное распределение электромагнитных полей в двух системах отсчета. В этом же разделе представлена зависимость пространственно-временного распределения рожденных пар от поляризации. В разд. 4 сформулированы выводы. Два приложения содержат технические подробности.

2. ОСНОВЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ПОДХОДА И МОДЕЛЬ ПОЛЯ

В присутствии сильного однородного электрического поля процесс расщепления вакуума приводит к рождению e^-e^+ -пар [3, 27]. Электромагнитное поле в типичных ультракоротких лазерных импульсах имеет длину волны порядка микрона и длительность несколько десятков фемтосекунд, которые могут считаться однородными во времени и пространстве на комптоновских масштабах длины и времени [3]. Тогда среднее число рожденных пар определяется выражением [3, 11]

$$N_{e^-e^+} = \frac{e^2 E_S^2}{4\pi^2 \hbar^2 c} \int dV \int dt \epsilon \eta \operatorname{cth} \left(\frac{\pi \eta}{\epsilon} \right) \times \exp \left(-\frac{\pi}{\epsilon} \right). \quad (1)$$

Здесь $\epsilon = \mathcal{E}/E_S$, $\eta = \mathcal{H}/E_S$, а $(\mathcal{E}, \mathcal{H}) = \sqrt{(\mathcal{F}^2 + \mathcal{G}^2)^{1/2} \pm \mathcal{F}}$ — инвариантные электрическое и магнитное поля в системе отсчета, в которой они параллельны друг другу, а $\mathcal{F} = (\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2)/2$ и

$\mathcal{G} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$ — лоренцевы инварианты электромагнитного поля. Для получения ненулевых лоренцевых инвариантов используются сфокусированные электромагнитные поля. Согласно полевой модели Нарожного–Фофанова [20], сфокусированное электромагнитное поле не обладает определенной поляризацией. Однако оно всегда может быть представлено как суперпозиция E -волн и H -волн:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \frac{(1-\mu)\mathbf{E}^e}{2} + \frac{(1+\mu)\mathbf{E}^h}{2}, \\ \mathbf{H} &= \frac{(1-\mu)\mathbf{H}^e}{2} + \frac{(1+\mu)\mathbf{H}^h}{2}. \end{aligned}$$

Здесь E -волны (H -волны) — это волны, в которых электрическое (магнитное) поле полностью поперечно к направлению распространения волны [20]. Мы рассмотрим два встречных лазерных пучка с правой круговой поляризацией, распространяющиеся в направлении $+z$ (вперед) и $-z$ (назад), причем оба пучка сфокусированы в начало координат. В модели Нарожного–Фофанова, которая верна в пределе слабой фокусировки (параметр фокусировки $\Delta \ll 1$), выражения для вещественных частей электрического и магнитного полей, получающиеся вследствие суперпозиции распространяющихся вперед и назад E -волн, дается выражениями

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^e &\approx 2E_0g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{(1+4\chi^2)} \times \\ &\times \left[\sin \omega t \left\{ \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \frac{2\xi^2 \sin \phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \sin\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right\} \hat{\mathbf{e}}_x - \right. \\ &\quad \left. - \cos \omega t \left\{ \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \frac{2\xi^2 \cos \phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \times \right. \right. \\ &\quad \quad \left. \left. \times \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right\} \hat{\mathbf{e}}_y \right], \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^e &\approx 2E_0g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{(1+4\chi^2)} \times \\ &\times \left[\sin \omega t \left\{ \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \frac{2\xi^2 \cos \phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \sin\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right\} \hat{\mathbf{e}}_x - \right. \\ &\quad \left. - \cos \omega t \left\{ \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \frac{2\xi^2 \sin \phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right\} \hat{\mathbf{e}}_y - \right. \\ &\quad \left. - \frac{8\Delta\xi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \cos(\omega t) \hat{\mathbf{e}}_z \right]. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь ω — частота лазерного импульса, λ — длина волны, Δ — параметр фокусировки; x, y, z — пространственные координаты; $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\xi = \rho/R$, $\chi = z/L$, $\exp(i\phi) = (x + iy)/\rho$, $\Delta = c/\omega R = \lambda/2\pi R$, $L = R/\Delta$, а g — временная огибающая лазерного импульса, учитывающая конечную

длительность импульса и определяемая как $g = \exp(-4(t^2/\tau^2 + z^2/c^2\tau^2))$. Длительность импульса τ принята равной 10 фс. Технические подробности этого вывода приведены в Приложении А. С использованием уравнений (2), (3), выражение для лоренцевых инвариантов принимает вид

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^e &\approx \frac{2E_0^2g^2 \exp\{-2\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{(1+4\chi^2)^2} \times \\ &\quad \times \left[\cos\left(\frac{2\omega z}{c}\right) - \frac{2\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ \cos\left(\frac{2\omega z}{c}\right) + \cos(2\omega t) \cos 2\phi \right\} + \mathcal{O}(\xi^4) \right], \quad (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^e &\approx \frac{2E_0^2g^2 \exp\{-2\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{(1+4\chi^2)^2} \times \\ &\quad \times \left[\sin\left(\frac{2\omega z}{c}\right) - \frac{2\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ \sin\left(\frac{2\omega z}{c}\right) - \cos(2\omega t) \sin 2\phi \right\} + \mathcal{O}(\xi^4) \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

Если встречные пучки состоят из H -волн, то, как следует из дуальности полей [20] (см. Приложение А), $\mathcal{F}^h = -\mathcal{F}^e$, $\mathcal{G}^h = \mathcal{G}^e$.

В случае, когда встречные пучки состоят из смеси E -волн и H -волн равной амплитуды, с использованием выражений для \mathbf{E}^{e+h} и \mathbf{H}^{e+h} , выведенных в Приложении В, получим выражения для инвариантов \mathcal{F}^{e+h} и \mathcal{G}^{e+h} :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{e+h} &\approx -A \left[\cos 2\left(\omega t + \phi - \frac{\psi}{2}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{16\Delta^2 \cos(2\omega t)}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos^2\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\xi^2 \cos 2(\omega t + \phi)}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \right], \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}^{e+h} &\approx A \left[\sin 2\left(\omega t + \phi - \frac{\psi}{2}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{16\Delta^2 \sin(2\omega t)}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos^2\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\xi^2 \sin 2(\omega t + \phi)}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \right], \end{aligned}$$

где $A = 2E_0^2g^2\xi^2 \exp[-2\xi^2/(1+4\chi^2)]/(1+4\chi^2)^{5/2}$.

Сравним теперь выражения для инвариантов \mathcal{F} и \mathcal{G} для случаев $\mu = 0$ и $\mu = \mp 1$. Во-первых, амплитуда инвариантов \mathcal{F} и \mathcal{G} при $\mu = 0$ включает множитель ξ^2 , который делает их пренебрежимо малыми в фокальной области, где $\xi \ll 1$. Вдали от фокальной области ξ^2 возрастает, но амплитуда инвариантов экспоненциально подавляется гауссовым

множителем $\exp(-2\xi^2/(1+4\chi^2))$, описывающим профиль пучка. Таким образом, амплитуда инвариантов \mathcal{F} и \mathcal{G} для $\mu = 0$ всегда много меньше, чем при $\mu = \mp 1$, где лоренцевы инварианты не содержат множитель ξ^2 .

Во-вторых, фазовая часть инвариантов для $\mu = -1$ демонстрирует осциллирующее поведение вдоль направления распространения с характерным масштабом длины порядка $2\pi c/\omega$, как и ожидается для формирования стоячей волны. Интерференция такого типа, которая переносится и в нормированные инвариантные поля ϵ и η (см. уравнение (7)), является главной причиной эффективного рождения пар во встречных лазерных пучках. Так как $\mathcal{G}^e/|\mathbf{E}^e||\mathbf{H}^e| \approx 1 - \mathcal{O}(\xi^2)$ вблизи фокуса, электрическое и магнитное поля в фокальной области почти параллельны друг другу в лабораторной системе отсчета. Выражения для нормированных инвариантных электрических и магнитных полей при $\mu = -1$ в пределе малых χ и ξ в фокальной области имеют вид

$$\begin{aligned} \epsilon^e \approx & \frac{2E_0 g \exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{(1+4\chi^2)} \left| \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \right| \times \\ & \times \left[1 - \frac{\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \{1 + \cos(2\omega t) \cos 2\phi\} + \right. \\ & \left. + \mathcal{O}(\xi^4) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \eta^e \approx & \frac{2E_0 g \exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{(1+4\chi^2)} \left| \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) \right| \times \\ & \times \left[1 - \frac{\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \{1 - \cos(2\omega t) \cos 2\phi\} + \right. \\ & \left. + \mathcal{O}(\xi^4) \right]. \quad (8) \end{aligned}$$

Для пучков H -волн приведенные электрическое и магнитное поля выражаются как $\epsilon^h = \eta^e$ и $\eta^h = \epsilon^e$. Наконец, при $\mu = 0$ можно для нормированных полей записать

$$\begin{aligned} \epsilon^{e+h} \approx & \frac{2E_0 g \exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\} \xi}{(1+4\chi^2)^{5/4}} \times \\ & \times \left| \sin\left(\omega t + \phi - \frac{\psi}{2}\right) \right| \times \\ & \times \left[1 - \frac{8\Delta^2 \cos^2(\phi + \omega z/c) \sin(\omega t - \phi + \psi/2)}{(1+4\chi^2)^{1/2} \sin(\omega t + \phi - \psi/2)} + \right. \\ & \left. + \mathcal{O}(\xi^2) \right] \quad (9) \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \eta^{e+h} \approx & \frac{2E_0 g \exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\} \xi}{(1+4\chi^2)^{5/4}} \times \\ & \times \left| \cos\left(\omega t + \phi - \frac{\psi}{2}\right) \right| \times \\ & \times \left[1 - \frac{8\Delta^2 \cos^2(\phi + \omega z/c) \cos(\omega t - \phi + \psi/2)}{(1+4\chi^2)^{1/2} \cos(\omega t + \phi - \psi/2)} + \right. \\ & \left. + \mathcal{O}(\xi^2) \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

Приведенные выше выражения для ϵ и η получены в приближении малых χ и ξ , для того чтобы понять физическую причину рождения электрон-позитронных пар с точки зрения структуры электромагнитных полей и инвариантов в фокальной области. Очевидно, что качественные черты инвариантов \mathcal{F} и \mathcal{G} переносятся на нормированные инвариантные поля ϵ и η . Как и ранее, амплитуды ϵ и η одинаковы во всех случаях. Они достигают максимума при $\xi = 0$ для $\mu = -1$, одновременно обращаются в нуль в случае $\mu = 0$ и имеют гораздо меньшую величину для любого другого значения ξ из-за наличия множителя ξ в главном порядке в выражении для амплитуды в последнем случае. При $\mu = \mp 1$ величины ϵ и η демонстрируют осциллирующее поведение со сдвигом фазы на $\pi/2$ с пространственной периодичностью около $2\pi\omega/c$ в направлении распространения пучков (z -направлении). Причиной этих осцилляций, как обсуждалось ранее, является интерференция встречных пучков. Этот тип осцилляций отсутствует в ϵ и η при $\mu = 0$, но при этом остаются осцилляции во времени.

При $\mu = -1$ величина ϵ достигает максимума при $\xi = 0$ и $\chi = 0$. Следовательно, пространственное распределение e^+e^- -пар должно иметь пик точно в центре области фокусировки. Однако при $\mu = 1$ величина ϵ достигает минимума при $\xi = \chi = 0$ и, следовательно, пространственное распределение e^+e^- -пар будет иметь провал точно в центре области фокусировки. Мы вернемся к обсуждению этого позже.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Как обсуждалось в предыдущем разделе, инвариантные поля очень чувствительны к поляризации сталкивающихся лазерных импульсов. В этом разделе мы обсудим пространственно-временное распределение инвариантных полей ϵ и η , их связь с полями в лабораторной системе отсчета и, наконец, рас-

пределение рожденных пар для различных состояний поляризации сталкивающихся лазерных импульсов

3.1. Импульсы, состоящие из чистых E -волн ($\mu = -1$)

Инвариантное электрическое поле, определяемое уравнением (7), демонстрирует явное сходство с величиной соответствующего электрического поля в лабораторной системе отсчета, определяемого уравнением (23). Действительно, сравнение выражения для $|\mathbf{E}^e|$ в уравнении (25) с выражением для ϵ^e показывает, что они различаются только членами порядка ξ^2 или выше. Тем самым, эти выражения совпадают при $\xi = 0$ и почти совпадают во всей фокальной области, где $\xi < 1$. То же можно сказать и про инвариантное магнитное поле η^e (уравнение (3)) и величину магнитного поля в лабораторной системе координат $|\mathbf{H}^e|$ (уравнение (26)). Это наблюдение проиллюстрировано на рис. 1, на котором приведены зависимости распределения полей ($|\mathbf{E}^e|$ и ϵ^e на верхней панели и $|\mathbf{H}^e|$ и η^e на нижней) от нормированной продольной координаты χ для $\xi = 0.8$ и $t = 0.3\tau$. Поля в обеих системах отсчета практически совпадают даже на периферии фокальной области. Распределение полей формирует рисунок стоячей волны с убывающей амплитудой внутри огибающей лазерного импульса g . Множественные максимумы осциллирующего поля находятся друг от друга на расстоянии $\approx 0.03272L$ вдоль направления распространения. Распределение электрического поля демонстрирует доминирующую центральную долю, расположенную при $\chi = 0$. С другой стороны, распределение магнитного поля имеет две эквивалентные доминирующие доли, расположенные по обе стороны от его минимума при $\chi = 0$. Продольная протяженность области сфокусированного поля в обоих случаях достигает $\chi = \pm 0.2$ и симметрична относительно $\chi = 0$.

Поскольку ϵ и η имеют смысл электрического и магнитного полей в лоренцевой системе отсчета, в которой они параллельны друг другу, их примерное равенство соответствующим полям в лабораторной системе координат следует из того факта, что встречные импульсы E -волн создают почти параллельные электрическое и магнитное поле в фокальной области, как это уже отмечалось в предыдущем разделе. Это можно дополнительно проанализировать, если вспомнить хорошо известный результат [28, 29], что для данных неортогональных полей \mathbf{E} и \mathbf{H} можно перейти в систему отсчета, в которой поля

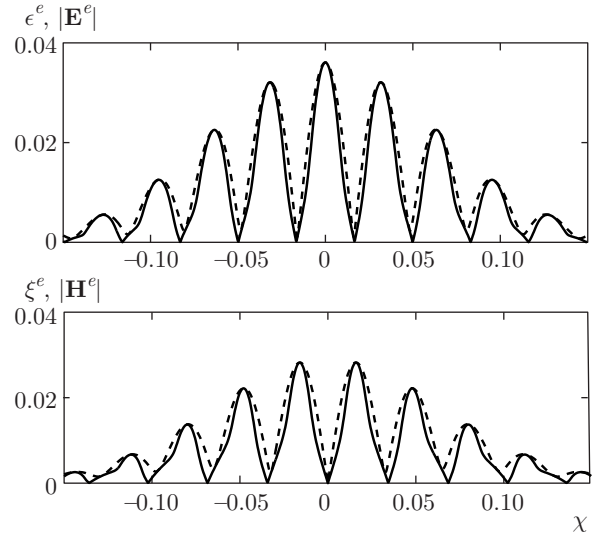


Рис. 1. Зависимости полей $|\mathbf{E}^e|$ (штриховая кривая), ϵ^e (сплошная кривая) и $|\mathbf{H}^e|$ (штриховая кривая), η^e (сплошная кривая) от χ для встречных лазерных импульсов при $\mu = -1$; $\xi = 0.8$, $t = 0.3\tau$ и $\phi = \pi/2$. Параметры поля: $E_0 = 0.0565E_S$, $\Delta = 0.1$, $\lambda = 1$ мкм и $\tau = 10$ фс

ϵ и η параллельны, посредством лоренцева буста, отвечающего скорости \mathbf{V} (в единицах скорости света c) такой, что

$$\frac{\mathbf{V}}{1 + V^2} = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{H}}{|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2}.$$

В этом случае при $\mu = -1$ компоненты векторов $\mathbf{C}^e (= \mathbf{E}^e \times \mathbf{H}^e)$ и \mathbf{V}^e даются выражениями

$$C_x^e \approx \frac{16E_0^2 g^2 \exp\{-2\xi^2/(1+4\chi^2)\} \Delta \xi \cos \phi}{(1+4\chi^2)^{5/2}} \times \cos^2\left(\frac{\omega z}{c}\right) \sin(2\omega t), \quad (11)$$

$$V_x^e \approx -\frac{\Delta \xi \sin(2\omega t)}{(1+4\chi^2)^2} \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right),$$

$$C_y^e \approx \frac{32E_0^2 g^2 \exp\{-2\xi^2/(1+4\chi^2)\} \Delta \xi \cos \phi}{(1+4\chi^2)^{5/2}} \times \cos^2\left(\frac{\omega z}{c}\right) \sin^2(\omega t), \quad (12)$$

$$V_y^e \approx -\frac{2\Delta \xi \sin^2 \omega t}{(1+4\chi^2)^2} \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right),$$

$$C_z^e \approx -\frac{4E_0^2 g^2 \exp\{-2\xi^2/(1+4\chi^2)\} \xi^2 \sin 2\phi}{(1+4\chi^2)^{5/2}} \times \sin(2\omega t), \quad (13)$$

$$V_z^e \approx -\frac{\xi^2 \sin 2\phi}{2(1+4\chi^2)^{1/2}} \sin(2\omega t).$$

Поскольку $\xi \ll 1$ и $\Delta \ll 1$, скорость $|\mathbf{V}^e|$ пренебрежимо мала в фокальной области и обращается в

нуль при $\xi = 0$. Это объясняет тот факт, что преобразование от (\mathbf{E}, \mathbf{H}) к (ϵ, η) практически тождественно в окрестности фокальной области и является точно тождественным для частного случая $\xi = 0$. Физическим следствием очень малой величины $|\mathbf{C}^e|$ в фокальной области является то, что очень малая часть энергии электромагнитных волн уходит из фокальной области, приводя таким образом к большой эффективности рождения пар при использовании встречных пучков при $\mu = -1$. Более того, поскольку $|\mathbf{C}^e|$ пропорционально Δ , уменьшение параметра Δ приведет к увеличению числа рождающихся пар. В литературе этот эффект приписывается возрастанию объема фокальной области [12]. Однако объяснение, представленное в данной работе, более прямое и физическое.

Ввиду почти полного равенства полей в обеих системах координат, естественно проверить, можно ли использовать выражения для напряженностей электрического и магнитного полей в лабораторной системе координат вместо ϵ и η для вычисления количества рождающихся пар при помощи уравнения (1). Мы вычислили число рождающихся пар, используя выражения для полей в обеих системах. Результаты вычислений приведены в таблице. В первом столбце показаны результаты вычислений, полученные с использованием полей $|\mathbf{E}^e|$ и $|\mathbf{H}^e|$ вместо полей ϵ^e и η^e . Во втором столбце показаны результаты вычислений, полученные с использованием полей ϵ^e и η^e . Видно, что результаты практически совпадают. Отсюда незамедлительно следует, что при рассмотрении встречных пучков E -волн с круговой поляризацией можно проводить все вычисления в лабораторной системе координат. Это приведет к существенному упрощению аналитических вычислений и может помочь достичь физического понимания происходящих процессов.

Мы обсудили структуру электромагнитных полей в фокальной области и их связь с нормированными инвариантными полями. Теперь рассмотрим пространственно-временное распределение рождающихся электрон-позитронных пар в фокальной области. Для удобства мы определим дифференциальное распределение частиц по отношению к конкретной пространственной или временной координате, которое проинтегрировано по всем остальным координатам, кроме выбранной. Это, очевидно, и есть производная от $N_{e^+e^-}$ по выбранной координате. Такое дифференциальное распределение частиц предоставляет способ определить пространственно-временную область рождения пар в фокальной области. Эти дифференциальные распределе-

Таблица. Количество рожденных электрон-позитронных пар $N_{e^+e^-}$, вычисленное с использованием уравнения (1) для различных значений интенсивности встречных лазерных пучков при $\mu = -1$ ($\Delta = 0.1$, $\tau = 10$ фс и $\lambda = 1$ мкм)

$I \times 10^{27}$ Вт/см ²	$N_{e^+e^-}(\mathbf{E}^e , \mathbf{H}^e)$	$N_{e^+e^-}(\epsilon^e, \eta^e)$
0.2	3.7157	3.5269
0.3	$2.1308 \cdot 10^4$	$2.0135 \cdot 10^4$
0.4	$4.1661 \cdot 10^6$	$3.9253 \cdot 10^6$
0.5	$1.5907 \cdot 10^8$	$1.4944 \cdot 10^8$
0.6	$2.4276 \cdot 10^9$	$2.2782 \cdot 10^9$
0.7	$2.0694 \cdot 10^{10}$	$1.9375 \cdot 10^{10}$
0.8	$1.1857 \cdot 10^{11}$	$1.1091 \cdot 10^{11}$
0.9	$5.158 \cdot 10^{11}$	$4.82 \cdot 10^{11}$
1	$1.7912 \cdot 10^{12}$	$1.6723 \cdot 10^{12}$

ния близко повторяют распределение инвариантного электрического поля ϵ (или, как обсуждено выше, $|\mathbf{E}|$). Следствием формирования стоячей волны в распределении электрического поля является появление пиков в дифференциальном распределении частиц $dN_{e^+e^-}/d\chi$ вдоль направления распространения (см. рис. 2). Это означает, что рождение пар происходит в меньшей области центральной пучности в распределении электрического поля при $\chi = 0$. Продольный размер области рождения пар составляет $0.0048L \approx 0.076$ мкм. Поперечный размер этой области в направлении x составляет $0.17R \approx 0.27$ мкм, а в направлении y составляет $0.2R \approx 0.31$ мкм (данные не показаны). Поперечное распределение в основном определяется гауссовым формфактором пучка F_1 . Небольшая асимметрия в направлениях x и y возникает из-за зависимости от угла ϕ , появляющейся с членами порядка ξ^2 в формфакторе F_2 . Распределение рождения пар во времени определяется огибающей функцией импульса g , хотя частицы рождаются в течение времени много меньшем длительности импульса. Это показано на рис. 3. Длительность рождения электрон-позитронного импульса, определенная по ширине распределения на полувысоте, составляет примерно 1.4 фс.

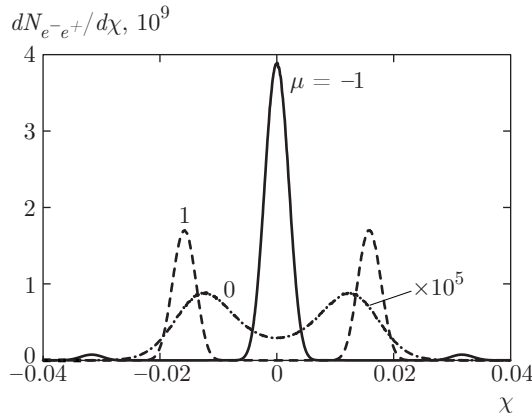


Рис. 2. Дифференциальное распределение рождаемых пар для встречных лазерных пучков с $\mu = -1, 1$ и 0 как функция χ . Данные для $\mu = 0$ умножены на 10^5 . Параметры поля те же, что и на рис. 1

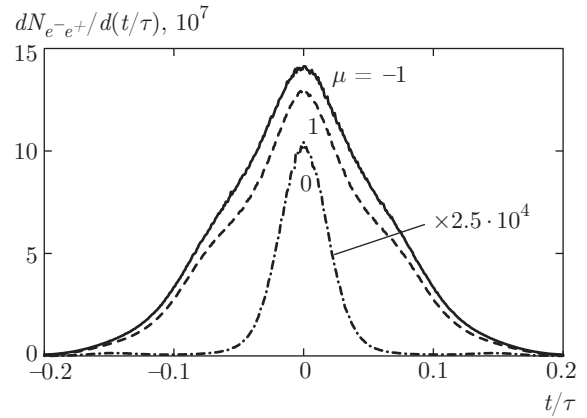


Рис. 3. Дифференциальное распределение рождаемых пар для встречных лазерных пучков с $\mu = -1, 1$ и 0 как функция нормированного времени t/τ . Данные для $\mu = 0$ умножены на $2.5 \cdot 10^4$. Параметры поля те же, что и на рис. 1

3.2. Импульсы, состоящие только из H -волн ($\mu = 1$)

Из-за дуальности конфигураций E -волн и H -волн противоположно распространяющихся импульсов структура полей и инвариантных полей, а также соотношение между ними остаются такими же, как и при $\mu = -1$. При этом, однако, происходит перестановка между инвариантными электрическим и магнитным полями: $\epsilon^h = \eta^e$; $\eta^h = \epsilon^e$ и $|\mathbf{E}^h| = |\mathbf{H}^e|$; $|\mathbf{H}^h| = |\mathbf{E}^e|$. В результате этой перестановки ϵ^h как функция χ оказывается сдвинута по фазе на $\pi/2$ по отношению к ϵ^e . В результате это поле приобретает узел при $\chi = 0$ и две эквивалентные пучности по обе стороны от $\chi = 0$, в которых в основном и рождаются пары. Таким образом, пространственное распределение рождающихся пар в продольном направлении оказывается двухмодовым с пиками, совпадающими с положением пучностей, расположенных при $\chi = \mp 0.0164$. Амплитуда пиков слегка меньше половины пика при $\mu = -1$. Продольная протяженность области рождения пар в обеих областях составляет 0.0732 мкм. Пространственное распределение в поперечном направлении и распределение пар во времени ожидаемо оказываются примерно такими же, как и при $\mu = -1$.

3.3. Импульсы, состоящие из равного числа E -волн и H -волн ($\mu = 0$)

Полученные инвариантные поля (уравнения (9), (10)) в этом случае заметно отличаются количественно и качественно от аналогичных выражений

для E -волн (уравнения (7), (8)) или H -волн. Инвариантные поля в фокальной области оказываются в этом случае много меньше на множитель 2ξ . При этом инвариантные поля (уравнения (9), (10), (30), (31)) заметно не совпадают с соответствующими полями в лабораторной системе отсчета. Это можно объяснить, непосредственно вычисляя компоненты вектора $\mathbf{C}^{e+h} = \mathbf{E}^{e+h} \times \mathbf{H}^{e+h}$. Компоненты x и y вектора \mathbf{C}^{e+h} пропорциональны $\xi\Delta$ и, следовательно, пренебрежимо малы, однако z -компонента весьма существенна и равна

$$C_z^{e+h} = \frac{4E_0^2 g^2 \exp\{-2\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{(1+4\chi^2)^2} \times \left[1 - \frac{2\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos\psi \right]. \quad (14)$$

Это выражение означает, что электрическое и магнитное поля почти ортогональны друг другу в лабораторной системе отсчета. Параллельные составляющие полей пропорциональны ξ^2 , на что также указывает наличие множителя ξ^2 в инварианте \mathcal{G}^{e+h} в уравнении (29). Инвариантные поля, следовательно, гораздо слабее полей в лабораторной системе отсчета. Это также означает, что большое количество энергии электромагнитного поля уходит из фокальной области. Поэтому данная конфигурация не эффективна для рождения электрон-позитронных пар.

В отличие от случаев $\mu = \pm 1$ инвариантное электрическое поле в данном случае не содержит в главном порядке осциллирующего члена с пространственной частотой $\omega z/c$ вдоль направления распространения (уравнение (9)). Следовательно, продоль-

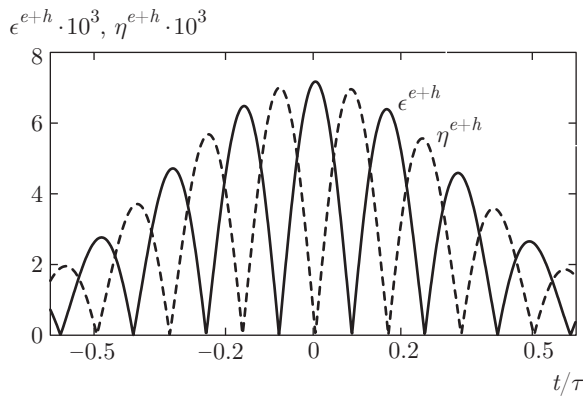


Рис. 4. Зависимости инвариантных полей ϵ^{e+h} и η^{e+h} для случая $\mu = 0$ от нормированного времени t/τ . $\xi = 0.1$, $\chi = 0.1$ и $\phi = \pi/2$. Параметры поля те же, что и на рис. 1

ное распределение пар оказывается гораздо шире. Однако из-за наличия осциллирующих слагаемых в следующих порядках распределение, показанное на рис. 2, имеет провал в центре и два пика по сторонам от провала. Протяженность эффективной области рождения пар увеличивается по сравнению со случаями $\mu = \mp 1$. Полная ширина на полувысоте каждого пика составляет $0.0139L$.

Поперечная протяженность области рождения пар в направлении x составляет $0.15R \approx 0.23$ мкм, а в направлении y составляет $0.8R \approx 1.27$ мкм (данные не показаны). Большая асимметрия в поперечном направлении связана с сильной зависимостью инвариантных полей от азимутального угла ϕ .

Влияние интерференции встречных пучков проявляется в распределении инвариантных полей во времени (см. рис. 4). Оно имеет множественные максимумы и минимумы внутри g -огнивающей функции импульса. На рис. 3 приведено дифференциальное распределение частиц во времени, при $\mu = 0$ виден очень острый пик с полной шириной на полувысоте, равной 449 ас. Это означает, что в данной конфигурации встречных пучков могут возникать ультракороткие импульсы частиц длительностью гораздо меньшей, чем та, которой можно добиться, используя лазерные импульсы при $\mu = \mp 1$.

4. ВЫВОДЫ

Обсуждено рождение электрон-позитронных пар за счет механизма Швингера во встречных лазерных пучках с параметром поляризации $\mu = \mp 1$ и 0. Все особенности рождения пар объяснены на основе анализа структуры электромагнитных

полей в фокальной области и их связи с инвариантами и нормированными инвариантными полями. Рассмотрены аналитические выражения для распределений полей в лабораторной и движущейся системах отсчета, что позволило прояснить, почему конфигурации встречных пучков с $\mu = \mp 1$ особенно эффективны для рождения электрон-позитронных пар и почему конфигурация с $\mu = 0$ порождает гораздо меньшее число пар. Установлено, что конфигурации с $\mu = \mp 1$ создают электрическое и магнитное поля, которые почти параллельны друг другу в фокальной области. Это минимизирует утечку энергии из фокальной области и таким образом позволяет получить максимальное количество электрон-позитронных пар. Обратная ситуация возникает для конфигурации $\mu = 0$. В этом случае получающиеся электрические и магнитные поля оказываются почти ортогональными и большая часть электромагнитной энергии уходит из фокальной области, уменьшая количество рождающихся пар. Хотя конфигурация $\mu = 0$ не эффективна для рождения электрон-позитронных пар, она предоставляет возможность генерации ультракоротких импульсов частиц. Кинематические свойства частиц или распределение по импульсу [30] в настоящей работе не обсуждаются. Существуют интересные модели полей, такие как E -дипольные импульсы [19, 31] или сильно сфокусированные ($\Delta > 1$) поля [21], в которых ожидается проявление различных эффектов КЭД [23] и которые требуют отдельного рассмотрения.

Авторы благодарят А. Федотова, Л. Лабун и Г. Сарри за критические замечания и ценные предложения, высказанные при прочтении статьи. Авторы также благодарят С. Кришнагопала и П. А. Наик за полезные обсуждения и поддержку во время выполнения этой работы.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Поля встречных лазерных импульсов с круговой поляризацией при $\mu = -1, 1$

Сначала мы получим выражение для электрического и магнитного полей для противоположно распространяющихся лазерных импульсов с правой круговой поляризацией, состоящих только из E -волн, распространяющихся в направлениях $+z$ (вперед) и $-z$ (назад), как обсуждалось в разд. 2. Следуя работе [20], мы начнем с выражений для комплексных амплитуд электрического и магнит-

ного полей E -волны в сфокусированных лазерных пучках, распространяющихся в направлениях вперед и назад и имеющих область фокусировки при $z = 0$. В конце мы возьмем действительную часть найденных полей, которая и будет использована для вычисления инвариантов, описанных в разд. 2.

Поля для импульса, распространяющегося вперед, равны

$$\mathbf{E}_f^e = iE_0 \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right\} g \times \left\{F_1(\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y) - F_2 e^{2i\phi}(\hat{\mathbf{e}}_x - i\hat{\mathbf{e}}_y)\right\} \quad (15)$$

и

$$\mathbf{H}_f^e = E_0 \exp\left\{-i\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right\} g \times \left\{\left(1 - i\Delta^2 \frac{\partial}{\partial \chi}\right) \left[F_1(\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y) + F_2 e^{2i\phi}(\hat{\mathbf{e}}_x - i\hat{\mathbf{e}}_y)\right] + 2i\Delta e^{i\phi} \frac{\partial F_1}{\partial \xi} \hat{\mathbf{e}}_z\right\}. \quad (16)$$

Поля для импульса, распространяющегося назад, равны

$$\mathbf{E}_b^e = iE_0 \exp\left\{-i\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right\} g \times \left\{F_1^*(\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y) - F_2^* e^{-2i\phi}(\hat{\mathbf{e}}_x - i\hat{\mathbf{e}}_y)\right\} \quad (17)$$

и

$$\mathbf{H}_b^e = -E_0 \exp\left\{-i\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right\} g \times \left\{\left(1 + i\Delta^2 \frac{\partial}{\partial \chi}\right) \left[F_1^*(\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y) + F_2^* e^{-2i\phi}(\hat{\mathbf{e}}_x - i\hat{\mathbf{e}}_y)\right] + 2i\Delta e^{-i\phi} \frac{\partial F_1^*}{\partial \xi} \hat{\mathbf{e}}_z\right\}. \quad (18)$$

Здесь F_1, F_2 — гауссовы формфакторы сфокусированного лазерного пучка [20], имеющие вид

$$F_1 = (1 + 2i\chi)^{-2} \left(1 - \frac{\xi^2}{1 + 2i\chi}\right) \exp\left(-\frac{\xi^2}{1 + 2i\chi}\right),$$

$$F_2 = -\xi^2 (1 + 2i\chi)^{-3} \exp\left(-\frac{\xi^2}{1 + 2i\chi}\right).$$

Функции F_1^* и F_2^* являются комплексно сопряженными к соответствующим формфакторам. Прочие параметры определены в разд. 2. Получающиеся электрическое и магнитное поля при суперпозиции прямого и обратного импульсов задаются выражениями

$$\mathbf{E}^e = \mathbf{E}_f^e + \mathbf{E}_b^e = 2iE_0 e^{-i\omega t} g \times \left\{(\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y) \operatorname{Re} \left[F_1 e^{i\omega z/c}\right] - (\hat{\mathbf{e}}_x - i\hat{\mathbf{e}}_y) \operatorname{Re} \left[F_2 e^{2i\phi} e^{i\omega z/c}\right]\right\}. \quad (19)$$

$$\mathbf{H}^e = \mathbf{H}_f^e + \mathbf{H}_b^e = 2iE_0 e^{-i\omega t} g \times \left\{(\hat{\mathbf{e}}_x + i\hat{\mathbf{e}}_y) \operatorname{Im} \left[F_1 e^{i\omega z/c}\right] + (\hat{\mathbf{e}}_x - i\hat{\mathbf{e}}_y) \operatorname{Im} \left[F_2 e^{2i\phi} e^{i\omega z/c}\right] + 2i\Delta \operatorname{Im} \left[e^{i\phi} e^{i\omega z/c} \frac{\partial F_1}{\partial \xi}\right] \hat{\mathbf{e}}_z\right\}. \quad (20)$$

В уравнении (20) мы отбросили члены, содержащие множитель Δ^2 , так как в пределе слабой фокусировки $\Delta \ll 1$. С использованием выражений для F_1 и F_2 комплексные электрическое и магнитное поля могут быть записаны в виде

$$\mathbf{E}^e = 2iE_0 g \exp(-i\omega t) \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \left\{\left[\cos\left(\frac{\omega z}{c} - 2\psi + \frac{2\chi\xi^2}{1+4\chi^2}\right) - \frac{2\xi^2 \sin\phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \sin\left(\phi + \frac{\omega z}{c} - 3\psi + \frac{2\chi\xi^2}{1+4\chi^2}\right)\right] \mathbf{e}_x + \left[\cos\left(\frac{\omega z}{c} - 2\psi + \frac{2\chi\xi^2}{1+4\chi^2}\right) - \frac{2\xi^2 \cos\phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}}\right] \times \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c} - 3\psi + \frac{2\chi\xi^2}{1+4\chi^2}\right) \mathbf{e}_y\right\}, \quad (21)$$

$$\mathbf{H}^e = 2iE_0 g \exp(-i\omega t) \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \left\{\left[\sin\left(\frac{\omega z}{c} - 2\psi\right) - \frac{2\xi^2 \cos\phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}}\right] \times \sin\left(\phi + \frac{\omega z}{c} - 3\psi\right) \mathbf{e}_x + \left[\sin\left(\frac{\omega z}{c} - 2\psi\right) - \frac{2\xi^2 \sin\phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c} - 3\psi\right)\right] \mathbf{e}_y - \frac{8\Delta\xi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{\xi^2}{2(1+4\chi^2)^{1/2}}\right) \times \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \mathbf{e}_z\right\}. \quad (22)$$

Полученные уравнения можно дополнительно упростить, если пренебречь членами $2\chi\xi^2/(1+4\chi^2)$ и $\psi (= \arctg 2\chi)$ по сравнению с пространственной частотой $\omega z/c$ в фазовых членах, описывающих осцилляции электромагнитного поля вдоль направления распространения (z). В дальнейшем будет использоваться именно это приближение. Наконец, мы получаем в явном виде выражения для действительной части электрического и магнитного полей:

$$\mathbf{E}^e = 2E_0g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \\ \times \left[\sin \omega t \left\{ \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \frac{2\xi^2 \sin \phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \times \right. \right. \\ \times \left. \left. \sin\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right\} \hat{\mathbf{e}}_x - \cos \omega t \left\{ \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2\xi^2 \cos \phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right\} \hat{\mathbf{e}}_y \right], \quad (23)$$

$$\mathbf{H}^e \approx 2E_0g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \\ \times \left[\sin \omega t \left\{ \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \frac{2\xi^2 \cos \phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \times \right. \right. \\ \times \left. \left. \sin\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right\} \hat{\mathbf{e}}_x - \cos \omega t \left\{ \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2\xi^2 \sin \phi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right\} \hat{\mathbf{e}}_y - \right. \\ \left. - \frac{8\Delta\xi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{\xi^2}{2(1+4\chi^2)^{1/2}} \right) \times \right. \\ \left. \times \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \cos(\omega t) \hat{\mathbf{e}}_z \right]. \quad (24)$$

С использованием уравнений (23), (24), амплитуду полей в фокальной области можно записать в виде

$$|\mathbf{E}^e| \approx \frac{2E_0g \exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \left| \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) \right| \times \\ \times \left[1 - \frac{\xi^2}{\cos(\omega z/c)(1+4\chi^2)^{1/2}} \left\{ \cos\left(\frac{\omega z}{c}\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \cos(2\omega t) \cos\left(\frac{\omega z}{c} + 2\phi\right) \right\} + \mathcal{O}(\xi^4) \right], \quad (25)$$

$$|\mathbf{H}^e| \approx \frac{2E_0g \exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \left| \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) \right| \times \\ \times \left[1 - \frac{\xi^2}{\sin(\omega z/c)(1+4\chi^2)^{1/2}} \left\{ \sin\left(\frac{\omega z}{c}\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos(2\omega t) \sin\left(\frac{\omega z}{c} + 2\phi\right) \right\} + \mathcal{O}(\xi^4) \right]. \quad (26)$$

Уравнения (25), (26) используются для получения выражения для \mathcal{F}^e , в то время как уравнения (23), (24) используются для получения выражения для \mathcal{G}^e и, следовательно, для получения выражений для ϵ^e и η^e , приведенных в разд. 2. Выражения для электромагнитных полей, инвариантов и инвариантных полей для случая $\mu = 1$ могут быть получены дуальным преобразованием результатов, полученных для случая $\mu = -1$. Для комплексных амплитуд имеем $\mathbf{E}^h = i\mathbf{H}^e$ и $\mathbf{H}^h = -i\mathbf{E}^e$ [20], что означает $\mathcal{F}^h = -\mathcal{F}^e$, $\mathcal{G}^h = \mathcal{G}^e$, $\epsilon^h = \eta^e$ и $\eta^h = \epsilon^e$.

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Поля для встречных лазерных импульсов с круговой поляризацией при $\mu = 0$

Аналогично тому, как сделано в Приложении А, мы начнем с комплексных полей, что позволит записать электрическое и магнитное поля для встречных лазерных импульсов, состоящих из смеси E -волн и H -волн одинаковой амплитуды ($\mu = 0$), в виде

$$\mathbf{E}^{e+h} = \frac{\mathbf{E}^e + \mathbf{E}^h}{2} = \frac{\mathbf{E}^e + i\mathbf{H}^e}{2},$$

$$\mathbf{H}^{e+h} = \frac{\mathbf{H}^e + \mathbf{H}^h}{2} = \frac{\mathbf{H}^e - i\mathbf{E}^e}{2}.$$

Используя для \mathbf{E}^e и \mathbf{H}^e уравнения (21), (22), мы получаем явное выражение для \mathbf{E}^{e+h} :

$$\mathbf{E}^{e+h} = iE_0e^{-i\omega t}g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \\ \times \left\{ \left[\exp\left(i\left(\frac{\omega z}{c} - 2\psi\right)\right) - \frac{2i\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} e^{-i\phi} \times \right. \right. \\ \times \left. \left. \sin\left(\frac{\omega z}{c} + \phi - 2\psi\right) \right] \hat{\mathbf{e}}_x + i \left[\exp\left(i\left(\frac{\omega z}{c} - 2\psi\right)\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2i\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} e^{-i\phi} \cos\left(\frac{\omega z}{c} + \phi - 2\psi\right) \right] \hat{\mathbf{e}}_y - \right. \\ \left. - \frac{8\Delta\xi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \left(1 - \frac{\xi^2}{2(1+4\chi^2)^{1/2}} \right) \times \right. \\ \left. \times \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \hat{\mathbf{e}}_z \right\}, \quad (27)$$

и $\mathbf{H}^{e+h} = -i\mathbf{E}^{e+h}$. Физические поля получаются выделением действительной части полученных равенств:

$$\mathbf{E}^{e+h} \approx E_0g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \\ \times \left[\hat{\mathbf{e}}_x \left\{ \sin\left(\omega t - \frac{\omega z}{c} + 2\psi\right) + \frac{2\xi^2 \cos(\omega t + \phi)}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \times \right. \right. \\ \times \left. \left. \sin\left(\frac{\omega z}{c} + \phi - 3\psi\right) \right\} - \hat{\mathbf{e}}_y \left\{ \cos\left(\omega t - \frac{\omega z}{c} + 2\psi\right) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{2\xi^2 \cos(\omega t + \phi)}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos\left(\frac{\omega z}{c} + \phi - 3\psi\right) \right\} + \right. \\ \left. + \frac{8\Delta\xi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos \omega t \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \hat{\mathbf{e}}_z \right], \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{e+h} \approx E_0 g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \\ \times \left[\hat{\mathbf{e}}_x \left\{ \cos\left(\omega t - \frac{\omega z}{c} + 2\psi\right) - \frac{2\xi^2 \sin(\omega t + \phi)}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \times \right. \right. \\ \times \left. \sin\left(\frac{\omega z}{c} + \phi - 3\psi\right) \right\} + \hat{\mathbf{e}}_y \left\{ \sin\left(\omega t - \frac{\omega z}{c} + 2\psi\right) - \right. \\ \left. - \frac{2\xi^2 \sin(\omega t + \phi)}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos\left(\frac{\omega z}{c} + \phi - 3\psi\right) \right\} - \\ \left. - \frac{8\Delta\xi}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \sin \omega t \cos\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \hat{\mathbf{e}}_z \right]. \quad (29) \end{aligned}$$

Вычислим величину действительной части электрического и магнитного полей:

$$\begin{aligned} |\mathbf{E}^{e+h}| \approx E_0 g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \\ \times \left[1 - \frac{2\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \cos(\omega t + \phi) \cos(\omega t + \phi - \psi) + \right. \\ \left. + \frac{2\xi^4}{1+4\chi^2} \cos^2(\omega t + \phi) + \frac{32\Delta^2\xi^2}{(1+4\chi^2)^3} \times \right. \\ \left. \times \cos \omega t \cos^2\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right], \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{H}^{e+h}| \approx E_0 g \frac{\exp\{-\xi^2/(1+4\chi^2)\}}{1+4\chi^2} \times \\ \times \left[1 - \frac{2\xi^2}{(1+4\chi^2)^{1/2}} \sin(\omega t + \phi) \sin(\omega t + \phi - \psi) + \right. \\ \left. + \frac{2\xi^4}{1+4\chi^2} \sin^2(\omega t + \phi) + \frac{32\Delta^2\xi^2}{(1+4\chi^2)^3} \times \right. \\ \left. \times \sin \omega t \cos^2\left(\phi + \frac{\omega z}{c}\right) \right]. \quad (31) \end{aligned}$$

Уравнения (30), (31) используются для получения выражения для \mathcal{F}^{e+h} , а уравнения (28), (29) используются для получения выражения для \mathcal{G}^{e+h} и, следовательно, для ϵ^{e+h} и η^{e+h} , приведенных в разд. 2.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Di Piazza, C. Müller, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, *Rev. Mod. Phys.* **84**, 1177 (2012).
2. F. Sauter, *Z. Phys.* **69**, 742 (1931).
3. J. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).
4. V. Yanovsky, V. Chvykov, G. Kalinchenko, P. Rousseau, T. Planchon, T. Matsuoka, A. Maksimchuk, J. Nees, G. Cheriaux, G. Mourou, and K. Krushelnick, *Opt. Express* **16**, 2109 (2008).
5. D. L. Burke, R. C. Field, G. Horton-Smith, J. E. Spencer, D. Walz, S. C. Berridge, W. M. Bugg, K. Shmakov, A. W. Weidemann, C. Bula, K. T. McDonald, E. J. Prebys, C. Bamber, S. J. Boege, T. Koffas, T. Kotseroglou, A. C. Melissinos, D. D. Meyerhofer, D. A. Reis, and W. Ragg, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1626 (1997).
6. C. Bula, K. T. McDonald, E. J. Prebys, C. Bamber, S. Boege, T. Kotseroglou, A. C. Melissinos, D. D. Meyerhofer, W. Ragg, D. L. Burke, et al., *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3116 (1996).
7. T. Tajima and G. Mourou, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5**, 031301 (2002).
8. M. Dunne, *Nature Phys.* **2**, 2 (2006).
9. E. Brezin and C. Itzykson, *Phys. Rev. D* **2**, 1191 (1970).
10. S. S. Bulanov, *Phys. Rev. E* **69**, 036408 (2004).
11. S. S. Bulanov, V. D. Mur, N. B. Narozhny, J. Nees, and V. S. Popov, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 220404 (2010).
12. С. С. Буланов, Н. Б. Нарожный, В. Д. Мур, В. С. Попов, *ЖЭТФ* **129**, 14 (2006).
13. A. R. Bell and J. G. Kirk, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 200403 (2008).
14. M. Ruf, G. R. Mocken, C. Müller, K. Z. Hatsagortsyan, and C. H. Keitel, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 080402 (2009).
15. F. Hebenstreit, R. Alkofer, and H. Gies, *Phys. Rev. D* **82**, 105026 (2010).
16. E. N. Nerush, I. Y. Kostyukov, A. M. Fedotov, N. B. Narozhny, N. V. Elkina, and H. Ruhl, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 035001 (2011).
17. C. Kohlfürst, M. Mitter, G. von Winckel, F. Hebenstreit, and R. Alkofer, *Phys. Rev. D* **88**, 045028 (2013).
18. A. Wöllert, H. Bauke, and C. H. Keitel, *Phys. Rev. D* **91**, 125026 (2015).
19. A. Gonoskov, I. Gonoskov, C. Harvey, A. Ilderton, A. Kim, M. Marklund, G. Mourou, and A. Sergeev, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 060404 (2013).
20. Н. Б. Нарожный, М. С. Фофанов, *ЖЭТФ* **117**, 867 (2000).
21. A. Fedotov, *Laser Phys.* **19**, 214 (2009).
22. Y. I. Salamin, G. R. Mocken, and C. H. Keitel, *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **5**, 101301 (2002).

23. A. M. Fedotov, N. B. Narozhny, G. Mourou, and G. Korn, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 080402 (2010).
24. W. Su, M. Jiang, Z. Q. Lv, Y. J. Li, Z. M. Sheng, R. Grobe, and Q. Su, *Phys. Rev. A* **86**, 013422 (2012).
25. Q. Su, W. Su, Q. Z. Lv, M. Jiang, X. Lu, Z. M. Sheng, and R. Grobe, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 253202 (2012).
26. N. Narozhny, *Laser Phys.* **15**, 1458 (2005).
27. V. Berestetskii, L. Pitaevskii, and E. Lifshitz, *Quantum Electrodynamics*, Vol. 4, Elsevier Science (2012).
28. L. Landau and E. Lifshitz, *The Classical Theory of Fields*, 4 ed., Vol. 2, *Course of Theoretical Physics*, Pergamon, Amsterdam (1975).
29. D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, 3rd ed., Prentice Hall (1999).
30. V. Popov, *Phys. Lett. A* **298**, 83 (2002).
31. I. Gonoskov, A. Aiello, S. Heugel, and G. Leuchs, *Phys. Rev. A* **86**, 053836 (2012).