ЖЭТФ, 2017, том 151, вып. 6, стр. 1011–1030

МОНТЕ-КАРЛОВСКАЯ МОДЕЛЬ ГЛАУБЕРА ПОВРЕЖДЕННЫХ НУКЛОНОВ С МЕЗОННЫМ ОБЛАКОМ

Б. Г. Захаров[*]

Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук
142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

Поступила в редакцию 11 ноября 2016 г.

На основе предсказаний, сделанных в рамках монте-карловской модели Глаубера, изучено влияние мезонного облака нуклона на AA-, pA- и pp-столкновения. Из анализа данных по плотности зарядовой множественности в AA-столкновениях найдено, что мезон-барионная компонента Фока уменьшает требуемую долю бинарных столкновений примерно в 2 раза для столкновений Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ и примерно в 1.5 раза для столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. Для центральных AA-столкновений мезонное облако может увеличивать плотность множественности на 16–18 %. Даны предсказания для среднебыстротной плотности зарядовой множественности столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ для экспериментов будущего второго этапа эксплуатации LHC. Обнаружено, что мезонное облако оказывает слабое влияние на зависимость эллиптичности ϵ_2 от центральности в AA-столкновениях. Для столкновений деформированных ядер урана при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ найдено, что мезонное облако может в некоторой степени улучшить согласие с данными по зависимости эллиптического потока от зарядовой множественности для очень малых центральностей, определенных по ZDC-сигналам. Обнаружено, что мезонное облако может привести к заметному уменьшению коэффициента асимметрии ϵ_2 и размера файербола в pA- и pp-столкновениях.

DOI: 10.7868/S0044451017060037

1. ВВЕДЕНИЕ

Эксперименты, проведенные на RHIC и LHC по столкновениям тяжелых ионов, дали целый ряд фактов в пользу образования горячей КХД-материи в фазе кварк-глюонной плазмы. Гидродинамический анализ потоковых эффектов в AA-столкновениях при энергиях RHIC и LHC свидетельствует, что кварк-глюонная плазма, образующаяся при AA-столкновениях, течет, как почти идеальная жидкость [1, 2]. Гидродинамические модели дают время образования такой плазмы в диапазоне $\tau_0 \approx \approx 0.5$–1 Фм [3, 4]. Однако последовательная трактовка образования кварк-глюонной плазмы в настоящее время отсутствует, поэтому для гидродинамических моделей эволюции плазмы в AA-столкновениях невозможно использовать строгие начальные условия, полученные из первых принципов, и приходится применять феноменологические модели.

На сегодняшний день наиболее популярными феноменологическими методиками для определения начальных условий файербола плазмы являются модели IP-глазмы [5, 6] и модель Глаубера поврежденных нуклонов [7, 8]. Модель IP-глазмы основана на пертурбативной КХД-схеме цветного спинового конденсата [9], в которой предполагается, что глюонные поля сталкивающихся ядер могут быть рассмотрены в рамках теории возмущений вплоть до инфракрасной области $m_g \sim 1/R_p \approx 0.2$ ГэВ [5,6] (R_p — радиус протонного заряда). При таком малом инфракрасном масштабе глюонная плотность (и плотность морских кварков) нуклона может быть описана как произведенная радиационно с использованием полей Вайцзеккера – Вильямса для составляющих кварков [10, 11]. В этом случае пертурбативное дипольное сечение рассеяния $\sigma_{q\bar{q}}$ взаимодействия $q\bar{q}$-пары с нуклоном (которое может быть выражено через распределение глюонов [12]), соответствующее двойному глюонному обмену, позволяет воспроизвести πp-сечение рассеяния в области до нескольких десятков гигаэлектронвольт [13]. Однако инфракрасное обрезание масштаба порядка $1/R_p$ находится в противоречии с тем, что обратный ради-

[*] E-mail: bgz@itp.ac.ru

ус корреляции глюонного поля в КХД-вакууме составляет $1/R_c \approx 0.75$ ГэВ [14]. Этот масштаб, являющийся естественным нижним пределом виртуальности для пертурбативных глюонов, в несколько раз больше, чем $1/R_p$. Можно ожидать, что для пары $q\bar{q}$ с поперечным размером $\rho \gtrsim R_p$ неупругие взаимодействия определяются непертурбативными процессами реорганизации цветовых трубок [15, 16], а пертурбативный механизм становится доминирующим только при $\rho \lesssim R_c$. В дипольном подходе к уравнению БФКЛ [17] данные по структурной функции F_2 протона при малых x могут быть хорошо описаны в предположении, что дипольное сечение рассеяния содержит пертурбативную компоненту с инфракрасным обрезанием $m_g \sim 1/R_c$ и независимую от энергии непертурбативную компоненту, которая может быть подобрана так, чтобы воспроизвести экспериментальное пион-протонное сечение рассеяния [18]. Важно, что в этом сценарии эволюция БФКЛ и эффекты насыщения в пертурбативном дипольном сечении рассеяния с инфракрасным обрезанием $m_g \sim 1/R_c$ оказываются значительно слабее, чем для $m_g \sim 1/R_p$. Недавний анализ [19] pp-сечения рассеяния в описанной выше двухкомпонентной дипольной схеме с $m_g \approx 0.75$ ГэВ показывает, что пертурбативный вклад оказывается меньше, чем непертурбативный вплоть до $\sqrt{s} \sim 10^3$ ГэВ [19]. Это ставит под вопрос точность чисто пертурбативных схем для расчета начальных параметров кварк-глюонной плазмы в AA-столкновениях при энергиях RHIC и LHC.

Модель Глаубера поврежденных нуклонов [7, 8] представляет собой феноменологическое расширение обычной модели Глаубера, разработанное для расчета адронных спектров в неупругих столкновениях ядро–ядро и адрон–ядро. В первоначальном виде [7] предполагалось, что в AA-столкновении каждый нуклон, участвующий в неупругом мягком взаимодействии (так называемый участвующий или поврежденный нуклон) дает фиксированный вклад в плотность зарядовой множественности. Изначально эта идея была чисто эмпирической. Однако недавно была сделана попытка дать этой картине интерпретацию в рамках КХД [20–22]. Для рождения частиц в центральной области быстрот ($\eta = 0$) в системе центра масс сталкивающихся ядер вклад каждого участвующего нуклона равен половине плотности зарядовой множественности в pp-соударениях. Для AA-столкновений это дает плотность множественности, пропорциональную N_{part}, где N_{part} — число участников в обоих сталкивающихся ядрах. Позднее [8] была предложена двухкомпонентная версия этой модели, где, в дополнение к пропорциональному N_{part} вкладу, учитывается вклад жестких бинарных столкновений, пропорциональный N_{coll}. В этой двухкомпонентной версии плотность зарядовой множественности для AA-столкновений принимает вид

$$\frac{dN_{ch}(AA)}{d\eta} = \frac{1-\alpha}{2}\, n_{pp} N_{part} + \alpha n_{pp} N_{coll}\,, \quad (1)$$

где $n_{pp} = dN_{ch}/d\eta$ — среднебыстротная зарядовая плотность множественности в pp-столкновениях, а α характеризует относительный вклад жестких процессов в многочастичное рождение частиц. В модели Глаубера величины N_{part} и N_{coll} могут быть выражены через неупругое pp сечение рассеяния σ_{in}^{NN} и ядерную плотность ρ_A. Для столкновения $A+B$ тяжелых ядер с заданным прицельным параметром $\mathbf{b}$ в оптическом приближении эти величины имеют вид

$$\begin{aligned} N_{part}(\mathbf{b}) = &\int d\boldsymbol{\rho}\, T_A(\boldsymbol{\rho}) \times \\ &\times \left\{1 - \exp[-T_B(\mathbf{b}-\boldsymbol{\rho})\sigma_{in}^{NN}]\right\} + \\ &+ \int d\boldsymbol{\rho}\, T_B(\boldsymbol{\rho}) \left\{1 - \exp[-T_A(\mathbf{b}-\boldsymbol{\rho})\sigma_{in}^{NN}]\right\}\,, \end{aligned} \quad (2)$$

$$N_{coll}(\mathbf{b}) = \sigma_{in}^{NN} \int d\boldsymbol{\rho}\, T_A(\boldsymbol{\rho}) T_B(\mathbf{b}-\boldsymbol{\rho})\,, \quad (3)$$

где $T_A(\mathbf{b}) = \int dz\, \rho_A(\mathbf{b}, z)$ — функция профиля ядра.

Важно, что двухкомпонентная модель Глаубера допускает монте-карловскую формулировку [23–25]. Монте-карловская глауберовская (МКГ) модель оказывается весьма удобной для анализа флуктуаций наблюдаемых величин в AA-столкновениях. Анализ данных по зависимости плотности зарядовой множественности от центральности в столкновениях Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ и в соударениях Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ дает $\alpha \approx 0.13$–0.15 [26–28]. Для таких значений α жесткий вклад в образование частиц в AA-столкновениях оказывается достаточно большим (40–50 % для центральных столкновений). Однако недавно большой вклад бинарных столкновений был подвергнут сомнению в силу отсутствия структуры «плеча» в данных коллаборации STAR по потоковому коэффициенту v_2 в столкновениях U+U при $\sqrt{s} = 193$ ГэВ [29], которое было предсказано в МКГ-моделировании [30, 31]. В [30, 31] предсказывалось, что, благодаря вытянутой форме уранового ядра, начальная асимметрия ϵ_2 для столкновений U + U при топ-1 %-множественности должна иметь подобную плечу структуру. Этот эффект связан с ростом вклада бинарных столкновений, пропорционального N_{coll} для продольно-продольных конфигураций сталкивающихся ядер, по сравнению с событиями с конфигурацией ядер «бок в бок». Зависимость, подобная плечу в эллиптическом потоке для столкновений U+U, предсказанная в работах [30, 31], стимулировала поиск альтернативных подходов к распределению энтропии в AA-соударениях в модели Глаубера, которые могли бы согласовываться с меньшим (или отсутствующим) вкладом бинарных столкновений [32, 33].

Требуемый вклад бинарных столкновений может быть меньше в том случае, если модель Глаубера поврежденных нуклонов формулируется на субнуклонном уровне, когда неупругие NN-взаимодействия описываются как неупругие взаимодействия конституентов нуклона, например кварков. Формализм поврежденных нуклонов на кварковом уровне был развит в работах [34, 35]. Для моделей поврежденных нуклонов с внутренними субнуклонными степенями свободы величина $dN_{ch}(AA)/d\eta$ представляет собой нелинейную функцию числа поврежденных нуклонов даже в отсутствие вклада жесткого рассеяния [36–40]. Это обусловлено ростом доли поврежденных компонент каждого нуклона, участвующего в AA-столкновениях, по сравнению с pp-столкновениями. В таком представлении двухкомпонентная структура (1), подтвержденная экспериментально, может выступать просто как приближенная модель, имитирующая кварковый скейлинг произведенной энтропии в отсутствие (или при наличии очень малого) вклада бинарных столкновений [40]. Однако недавний анализ [36] показывает, что в модели поврежденных кварков, вклад qq-взаимодействий в множественность, необходимый для описания данных по AA-столкновениям, может значительно отличаться от вклада, требуемого для pp-столкновений. Например, данные по столкновениям Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ требуют вклада кварков, уменьшенного примерно в 1.4 раза по сравнению с pp-взаимодействием [36]. Результаты, полученные в работе [37] показывают, что соответствие между AA- и pp-столкновениями улучшается, если нуклон рассматривать как кварк-дикварковую систему.

В предыдущих обобщениях стандартной модели Глаубера поврежденных нуклонов на субнуклонном уровне предполагалось, что субнуклонные степени свободы представляют собой составляющие кварки (или дикварки) [34–40]. Однако хорошо известно, что во внутренней нуклонной структуре важную роль также играют крупномасштабные мезон-барионные флуктуации. Анализ нуклонной волновой функции в системе бесконечного импульса (СБИ) показывает, что вес мезон-барионных состояний Фока в нуклоне может доходить примерно до 40 % [41]. В мезон-барионные флуктуции нуклона основной вклад вносит фоковская компонента πN физического нуклона. Известно, что эффект пионного облака играет важную роль в дифракционных процессах [42–44]. При наличии мезон-барионных составляющих, дифракционное возбуждение налетающего протона возникает благодаря хорошо известному механизму Гуда – Уокера [45] связанного с различием упругих амплитуд для разных фоковских состояний. Вклад мезон-барионных компонент важен также в инклюзивных реакциях $pp \to n(\Delta^{++})X$, в которые основной вклад вносит неупругое взаимодействие пиона из налетающего протона с протоном мишени [46–49]. Уже давно стало понятно, что мезон-барионные фоковские компоненты нуклона играют значительную роль в флейворной зависимости партонных функций распределения (ПФР) нуклона в глубоко-неупругом рассеянии (ГНР) [41]. Считается, что мезон-барионные компоненты Фока отвечают за нарушение правила сумм Готтфрида [41]. С точки зрения AA-столкновений важно, что, подобно модели поврежденных нуклонов с составляющими кварками, в модели с мезонными степенями свободы должен быть нелинейный рост $dN_{ch}(AA)/d\eta$ с увеличением числа поврежденных нуклонов. Понятно, что такой эффект должен возникать независимо от специфики механизма неупругих процессов.

В настоящей работе мы развиваем МКГ-формализм, учитывающий мезон-барионную компоненту Фока физического нуклона, и рассматриваем ее влияние на производство энтропии в AA-столкновениях. Мы также изучаем ее влияние на образование малоразмерного плазменного файербола в pA- и pp-столкновениях. Следуя работам по влиянию мезонного облака на ПФР нуклона [41], мы используем СБИ-схему для мезон-барионных состояний Фока[1]. В рамках нашей МКГ-модели мы анализируем доступные данные по зарядовой плотности для столк-

[1] Заметим, что наши вычисления с точки зрения неупругого сечения рассеяния, соответствуют учету эффекта неупругих грибовских перерассеяний [50]. Но следует иметь в виду, что с точки зрения плотности зарядовой множественности схема поврежденных нуклонов не эквивалентна вычислениям в модели Глаубера с правилами Абрамовского – Грибова – Канчели, которые без померонных взаимодействий дают для ядерных AB-столкновений $dN_{ch}(AA)/d\eta = ABn_{pp}$ в центральной области быстрот [51].

новений Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ [27] и столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ [52], а также даем предсказания для столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ для предстоящих экспериментов на LHC.

План работы таков. В разд. 2 мы обсуждаем СБИ-модель физического нуклона, а в разд. 3 — детали построенной МКГ-схемы. В разд. 4 мы представляем наши численные результаты. Сначала мы фиксируем параметры модели из распределения зарядовой плотности в pp-столкновениях. Затем представляем результаты МКГ-моделирования плотности зарядовой множественности и азимутальной асимметрии ϵ_2 в AA-столкновениях. Мы также представляем результаты для pA- и pp-столкновений. Раздел 5 содержит выводы. Некоторые наши результаты по плотности зарядовой множественности для столкновений Au+Au и Pb+Pb были опубликованы ранее в кратком сообщении [53].

2. МОДЕЛЬ МЕЗОН-БАРИОННОЙ КОМПОНЕНТЫ НУКЛОНА

Наше рассмотрение мезон-барионной компоненты соответствует подходу, который был использован при анализе влияния мезонного облака на ПФР нуклона (хороший обзор содержится в [41]). Этот подход основан на СБИ-картине волновой функции физического нуклона. При высоких энергиях эта модель применима в лидирующем порядке по энергии нуклона. Мы записываем волновую функцию физического нуклона в СБИ в виде суммы одночастичного и двухчастичного состояний Фока [41, 54]:

$$|N_{phys}\rangle = \sqrt{1-n_{MB}}\,|N\rangle + \\ + \sum_{MB}\int dx\, d\mathbf{k}\, \Psi_{MB}(x,\mathbf{k})|MB\rangle\,. \quad (4)$$

Здесь N, B и M обозначают голые состояния барионов и мезона, x — относительный продольный импульс мезона в физическом нуклоне, $\mathbf{k}$ — поперечный импульс мезона, Ψ_{MB} — амплитуда вероятности для двухчастичного MB-состояния Фока, а

$$n_{MB} = \sum_{MB}\int dx\, d\mathbf{k}\, |\Psi_{MB}(x,\mathbf{k})|^2 \quad (5)$$

дает общий вес MB-компонент Фока. Доминирующей двухчастичной компонентой Фока является состояние πN. Энергетический знаменатель временной теории возмущений в СБИ для MB-компоненты есть $E_N - E_M - E_B \approx [m_N^2 - M_{MB}^2(x,\mathbf{k}^2)]/2E_N$, где

$$M_{MB}^2(x,\mathbf{k}^2) = \frac{m_M^2+\mathbf{k}^2}{x} + \frac{m_B^2+\mathbf{k}^2}{1-x} \quad (6)$$

— квадрат инвариантной массы двухчастичной системы MB.

Волновая функция фоковской компоненты MB в СБИ (для точечных частиц) может быть написана в виде

$$\Psi_{MB}(x,\mathbf{k}) = \frac{\langle MB|V|N\rangle}{4\pi^{3/2}\sqrt{x(1-x)}\,[m_N^2 - M_{MB}^2(x,\mathbf{k})]}. \quad (7)$$

Уравнение (7) соответствует нормировке волновой функции из уравнения (5). Здесь $\langle MB|V|N\rangle$ — вершинный фактор в пределе СБИ, зависящий от формы лагранжиана. Для доминирующего состояния πN вершина имеет вид $\langle \pi N'|V|N\rangle = g_{\pi NN}\bar{u}_{N'}\gamma_5 u_N$ (зависящие от спиральности вершинные функции для различных MB-состояний можно найти в обзоре [41]). Учет внутренней структуры адронов можно провести, умножая вершинный фактор для точечных частиц на формфактор F. Для обеспечения сохранения заряда и импульса для волновой функции в СБИ формфактор должен зависеть от x и $\mathbf{k}$ только через инвариантную массу $M_{MB}(x,\mathbf{k})$ [41, 54–56]. Информация о феноменологическом формфакторе F для доминирующей компоненты πN может быть получена из данных по нейтронному спектру в процессе $pp \to nX$. Анализ экспериментального нейтронного спектра [57] в формализме СБИ с дипольным формфактором [56]

$$F = \left(\frac{\Lambda^2 + m_N^2}{\Lambda^2 + M_{\pi N}^2(x,\mathbf{k})}\right)^2 \quad (8)$$

дает $\Lambda \approx 1.3$ ГэВ. Это значение также подтверждается данными по ПФР нуклона, так как оно позволяет описать нарушение правила сумм Готтфрида [41]. На рис. 1 показано x-распределение для πN-системы при этом значении Λ. Видно, что пик спектра приходится на $x \approx 0.3$. Для ρ-мезона пик спектра приходится на несколько большее значение x ($x \approx 0.5$ [41]).

Поперечное распределение для состояния πN при $x = 0.3$ показано на рис. 2. Это распределение дает для среднеквадратичного поперечного радиуса πN-компоненты значение $\langle \rho_{\pi N}^2\rangle^{1/2} \approx 0.87$ Фм.

Схема СБИ позволяет избежать трудностей с сохранением заряда и импульса, присутствующих в ранних анализах влияния мезонного облака на ГНР в ковариантной формулировке [58, 59]. Для формфактора F, зависящего от $M_{MB}(x,\mathbf{k})$, мезонное и барионное x-распределения физического нуклона удовлетворяют соотношению

$$f_{M/N}(x) = f_{B/N}(1-x)\,, \quad (9)$$

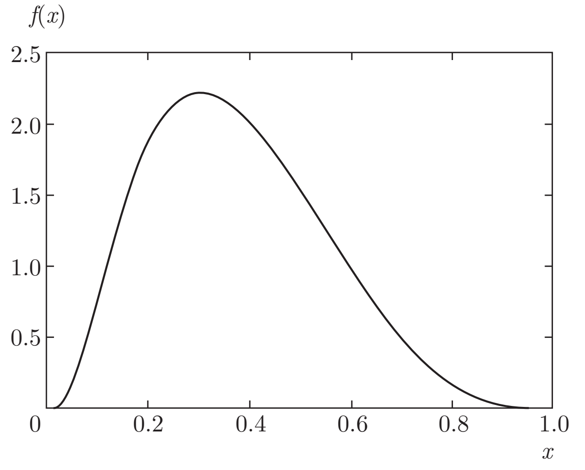

Рис. 1. Нормированное на единицу продольное распределение для компоненты Фока πN, полученное для дипольного формфактора (8) при $\Lambda = 1.3$ ГэВ

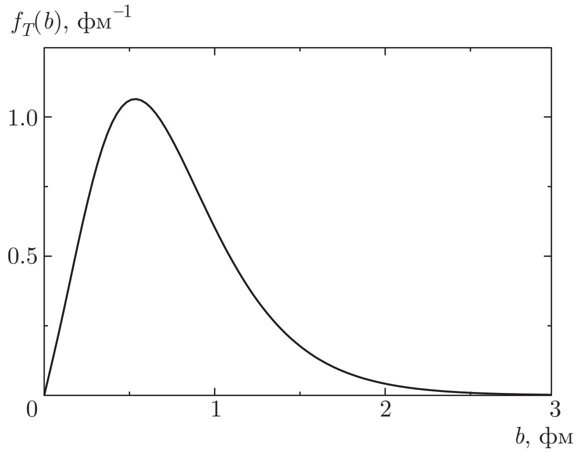

Рис. 2. Поперечное распределение для компоненты Фока πN в зависимости от b при $x = 0.3$, полученное для дипольного формфактора (8) при $\Lambda = 1.3$ ГэВ и нормировке $\int db\, f_T(b) = 1$

где

$$f_{M/N}(x) = \int d\mathbf{k} |\Psi(x, \mathbf{k})|^2 \,, \qquad (10)$$

и

$$f_{B/N}(x) = \int d\mathbf{k} |\Psi(1-x, \mathbf{k})|^2 \,. \qquad (11)$$

Соотношение симметрии (9) между функциями расщепления $N \to M$ и $N \to B$ не выполняется в ковариантном описании мезонного облака с феноменологическими формфакторами, зависящими от инвариантной переменной t [41, 55].

В ГНР мезон и барион в двухчастичных состояниях Фока выступают как независимые источники партонных распределений [41, 56]. Результаты предыдущих анализов влияния мезонного облака на ГНР показывают, что для получения хорошей точности достаточно включить в разложение по фоковским состояниям (2) двухчастичные системы πN, $\pi\Delta$, ρN и $\rho\Delta$. Суммарный вес этих четырех двухчастичных состояний составляет для физического нуклона около 40 % [41]. В представлении (4) пренебрегается членами высших порядков от многочастичных систем. Количественный анализ [55] показывает, что влияние фоковских состояний высших порядков должно быть относительно малым для реалистических формфакторов. Мы полагаем, что мягкое неупругое NN-взаимодействие может быть описано как независимые неупругие взаимодействия голых мезонных и барионных составляющих сталкивающихся нуклонов. Специфический механизм неупругого взаимодействия голых составляющих не является важным[2)]. Поскольку кварковый состав голых Δ-барионов и ρ-мезонов такой же, как и для голых N- и π-состояний, мы предполагаем, что с точки зрения неупругих взаимодействий, голая Δ-изобара эквивалентна N, а ρ-мезон эквивалентен пиону. Тогда в модели поврежденных нуклонов каждый физический нуклон взаимодействует с вероятностью $1 - n_{MB}$ как голое N-состояние и с вероятностью n_{MB} как двухчастичная πN-система. Поскольку пик доминирующего πN-состояния находится при $x \approx 0.3$, для простоты примем это значение x для относительного импульса мезона в эффективном MB-состоянии. Для поперечного пространственного распределения MB-состояния используем распределение для доминирующей πN-компоненты при $x = 0.3$ (см. рис. 2). Мы перенормировали ее так, чтобы ее вес точно соответствовал суммарному весу $n_{MB} = 0.4$ компонент πN, $\pi\Delta$, ρN и $\rho\Delta$ [41]. Заметим, что результаты МКГ-моделирования не очень чувствительны к величине Λ. Это происходит по причине отсутствия эффекта экранирования для неупругих взаимодействий мезонных и барионных составляющих.

2) Мы ограничиваемся вкладом лидирующего порядка по мезонным и барионным степеням свободы физического нуклона в СБИ. Конечно, каждый участник (мезон/барион) порождает свою собственную волновую функцию в СБИ на кварк-глюонном уровне, что важно с точки зрения неупругих взаимодействий составляющих частиц. Как это происходит, например, в модели IP-глазмы [5, 6]. В принципе, фоковские мезон-барионные состояния в волновой функции в СБИ более высокого порядка также могут давать вклад в неупругие взаимодействия состояний голых частиц. Заметим, однако, что в модели Глаубера поврежденных нуклонов эта сложная динамика заменяется простым феноменологическим рецептом генерации энтропии в неупругих столкновениях голых частиц (мезонов/барионов).

3. ФОРМУЛИРОВАНИЕ СХЕМЫ МКГ

Для двухкомпонентной модели нуклона (4) неупругое взаимодействие физических нуклонов из сталкивающихся объектов происходит в виде столкновений $N+N$, $N+MB$, $MB+N$ и $MB+MB$. Мы предполагаем, что неупругие сечения рассеяния голых состояний подчиняются правилу кваркового счета

$$4\sigma_{in}^{NN} = 6\sigma_{in}^{MB} = 9\sigma_{in}^{MM}.$$

Для профиля вероятности неупругого столкновения ab по прицельному параметру мы используем гауссиан

$$P_{ab}(\rho) = \exp\left(-\pi\rho^2/\sigma_{in}^{ab}\right) . \qquad (12)$$

Мы подобрали величину параметра σ_{in}^{NN} так, чтобы воспроизвести экспериментальное неупругое pp-сечение рассеяния σ_{in}^{pp} (см. ниже).

Мы рассматриваем плотность зарядовой множественности $dN_{ch}/d\eta$ для центральной области $\eta = 0$ (иногда, для ясности, будем использовать для $dN_{ch}/d\eta$ простое обозначение N_{ch}, считая, что зарядовая множественность определена в единичном окне псевдобыстроты $|\eta| < 0.5$). Для вычисления вклада MB-компоненты в плотность множественности нам требуется знать $dN_{ch}/d\eta$ для пион-нуклонных и пион-пионных столкновений. Прямые данные для пион-протонных и пион-пионных столкновений при энергиях RHIC и LHC отсутствуют. Поэтому мы используем предсказания кварк-глюонной струнной модели [60,61]. Вычисления в рамках этой модели показывают, что плотность зарядовой множественности частиц в центральной области быстрот в πp- и $\pi\pi$-столкновениях оказывается несколько большей, чем в pp-столкновениях. Из наших расчетов следует, что это малое превышение с хорошей точностью компенсирует возможное уменьшение зарядовой плотности в πp- в $\pi\pi$-взаимодействиях из-за несколько меньшей энергии в системе центра масс в нашей модели. Поэтому для простоты мы предполагаем, что все поврежденные голые частицы производят одинаковое количество энтропии на единицу быстроты в системе центра масс сталкивающихся объектов. Мы пренебрегаем влиянием малого (около 0.5) быстротного сдвига системы центра масс для пар с различными энергиями (например, для πN-взаимодействий) на быстротную плотность энтропии, поскольку плотность зарядовой множественности при средней быстроте является почти плоской.

Общая быстротная плотность энтропии файербола для AB-столкновения представляет собой сумму вкладов источников, соответствующих поврежденным участникам, и бинарным столкновениям участников:

$$\frac{dS}{dy} = \sum_{i=1}^{N_w} \frac{dS_w^i}{dy} + \sum_{i=1}^{N_{bin}} \frac{dS_{bin}^i}{dy} , \qquad (13)$$

где

$$\frac{dS_w^i}{dy} = \frac{1-\alpha}{2} S \qquad (14)$$

— вклад индивидуального источника от поврежденных участников в системах A и B и

$$\frac{dS_{bin}^i}{dy} = S \qquad (15)$$

— вклад индивидуального бинарного столкновения. При МКГ-моделировании мы считаем, что для каждой пары поврежденных частиц вероятность жесткого бинарного столкновения есть α. Как это обычно принято для МКГ-схем, чтобы смоделировать флуктуации плотности множественности в pp-столкновениях, мы рассматриваем величину S в соотношениях (14), (15) как случайную переменную. Предполагаем, что эволюция файербола является изоэнтропической. При изоэнтропическом расширении начальная быстротная плотность энтропии пропорциональна конечной псевдобыстротной плотности зарядовой множественности,

$$dS/dy = C\frac{dN_{ch}}{d\eta} , \qquad (16)$$

где $C \approx 7.67$ [62]. В этом приближении мы можем непосредственно работать с псевдобыстротной плотностью $dN_{ch}/d\eta$ заряженных частиц. Поэтому будем рассматривать каждый флуктуирующий источник энтропии, как источник, производящий флуктуирующее количество заряженных частиц $n = S/C$ в единичном интервале псевдобыстроты $|\eta| < 0.5$. Мы описываем флуктуации n для каждого источника гамма-распределением

$$\Gamma(n, \langle n\rangle) = \left(\frac{n}{\langle n\rangle}\right)^{\kappa-1} \frac{\kappa^\kappa \exp\left[-n\kappa/\langle n\rangle\right]}{\langle n\rangle\Gamma(\kappa)} , \qquad (17)$$

широко используемым в МКГ-моделировании. Мы подобрали параметры $\langle n\rangle$ и κ так, чтобы добиться соответствия с экспериментальными pp-данными по средней зарядовой плотности и ее разбросу в единичном окне псевдобыстроты $|\eta| < 0.5$ (см. ниже). Наши вычисления показывают, что для AA-столкновений результаты для гамма-распределения очень похожи на результаты для отрицательного биномиального распределения.

При сравнении с экспериментальными данными мы, как обычно, определяем центральность c в AA-столкновениях, используя теоретическое распределение зарядовой плотности P [63]:

$$c(N_{ch}) = \sum_{N=N_{ch}}^{\infty} P(N) \,. \qquad (18)$$

Здесь N_{ch} — теоретическая зарядовая плотность для $|\eta| < 0.5$, т. е. $dN_{ch}/d\eta$ в нашем МКГ-моделировании. Для вычисления зависимости множественности заряженных частиц от центральности распределение быстротной плотности энтропии по поперечным координатам несущественно. Однако пространственное распределение произведенной энтропии существенно для таких геометрических величин, как начальные коэффициенты анизотропии ϵ_n файербола. В терминах пространственного распределения энтропии, которое мы обозначаем $\rho_s = dS/dy\, d\boldsymbol{\rho}$, коэффициенты ϵ_n выглядят так [64, 65]:

$$\epsilon_n = \frac{\left| \int d\boldsymbol{\rho}\, \rho^n e^{in\phi} \rho_s(\boldsymbol{\rho}) \right|}{\int d\boldsymbol{\rho}\, \rho^n \rho_s(\boldsymbol{\rho})} \qquad (19)$$

(здесь предполагается, что поперечные векторы $\boldsymbol{\rho}$ вычислены в поперечной системе центра масс, т. е. $\int d\boldsymbol{\rho}\, \boldsymbol{\rho} \rho_s(\boldsymbol{\rho}) = 0$). Для точечных источников получаем

$$\rho_s(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^{N_w} \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_i) \frac{dS_w^i}{dy} + \sum_{i=1}^{N_{bin}} \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_i) \frac{dS_{bin}^i}{dy} \,. \quad (20)$$

Как обычно, предполагаем, что для поврежденных участников центры источников находятся в местах расположения поврежденных частиц, а для каждого бинарного столкновения источник находится посередине между сталкивающимися частицами. Конечно, приближение точечных источников физически совершенно неприемлемо. Учтем качественно конечный размер источников, заменяя δ-функции в уравнении (20) распределением Гаусса

$$\exp\left(-\boldsymbol{\rho}^2/\sigma^2\right)/\pi\sigma^2, \qquad (21)$$

и выполним вычисления для $\sigma = 0.7$ Фм и $\sigma = 0.4$ Фм. Результаты для коэффициентов анизотропии в AA-столкновениях становятся чувствительными к ширине размытия источников только для самых периферийных столкновений, однако для файерболов малого размера в pA- и pp-столкновениях величина σ является весьма существенной (см. ниже).

Выполним вычисления для ядерного распределения Вудса–Саксона и примем во внимание деформацию ядер ^{197}Au и ^{238}U. Для этих ядер используем θ-зависимую ядерную плотность Вудса–Саксона

$$\rho_A(r,\theta) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_A(\theta))/a]} \,, \qquad (22)$$

$$R_A(\theta) = R[1 + \beta_2 Y_{20}(\theta) + \beta_4 Y_{40}(\theta)] \,, \qquad (23)$$

где Y_{20} и Y_{40} — сферические гармоники. Следуя работе [25], возьмем $R = 6.37(6.8)$ Фм, $\beta_2 = -0.13(0.28)$ и $\beta_4 = -0.03(0.093)$ для ядер Au(U) и $a = 0.54$ Фм . Для ядра ^{207}Pb используем обычную сферически-симметричную формулу Вудса–Саксона с θ-независимым ($\beta_{02} = \beta_{04} = 0$) радиусом $R_A = (1.12A^{1/3} - 0.86/A^{1/3}) = 6.49$ Фм и $a = 0.54$ Фм [25].

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

4.1. Параметры модели для *pp*-столкновений

В численных расчетах для pp-столкновений возьмем значение $n_{pp} = 2.65$ при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ, полученное коллаборацией UA1 [66] для событий без вклада однократной дифракции (non-single-diffractive (NSD)).

Для NSD pp-событий при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ воспользуемся результатом коллаборации ALICE: $n_{pp} \approx 4.63$ [67]. При МКГ-моделировании для σ_{in}^{pp} мы также используем неупругое pp-сечение рассеяния, соответствующее событиям NSD-класса. Исключение дифракционного вклада представляется вполне разумным, поскольку дифракционные события не дают вклада в плотность зарядовой множественности в центральной области быстрот, рассматриваемой в настоящей работе. Мы используем для NSD-сечения неупругого pp-рассеяния при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ значение 35 мб, измеренное коллаборацией UA1 [66], а для $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ — значение 50.24 мб, полученное коллаборацией ALICE [68]. Для этих значений NSD σ_{in}^{pp} мы подобрали сечение σ_{in}^{NN} для голых нуклонов, необходимое для МКГ-моделирования в версии с MB-компонентой Фока. Для этой версии получаем

$$\sigma_{in}^{NN}\left[\sqrt{s} = 0.2\,,\, 2.76\,\text{ТэВ}\right] \approx [26.15,\, 38.4]\,\text{мб}\,. \quad (24)$$

В версии без мезонного облака параметр σ_{in}^{NN} равен просто экспериментальному NSD pp-сечению. Мы подобрали параметры $\langle n \rangle$ и κ гамма-распределения (17) так, чтобы воспроизвести среднее экспериментальное значение N_{ch} в pp-столкновениях и удов-

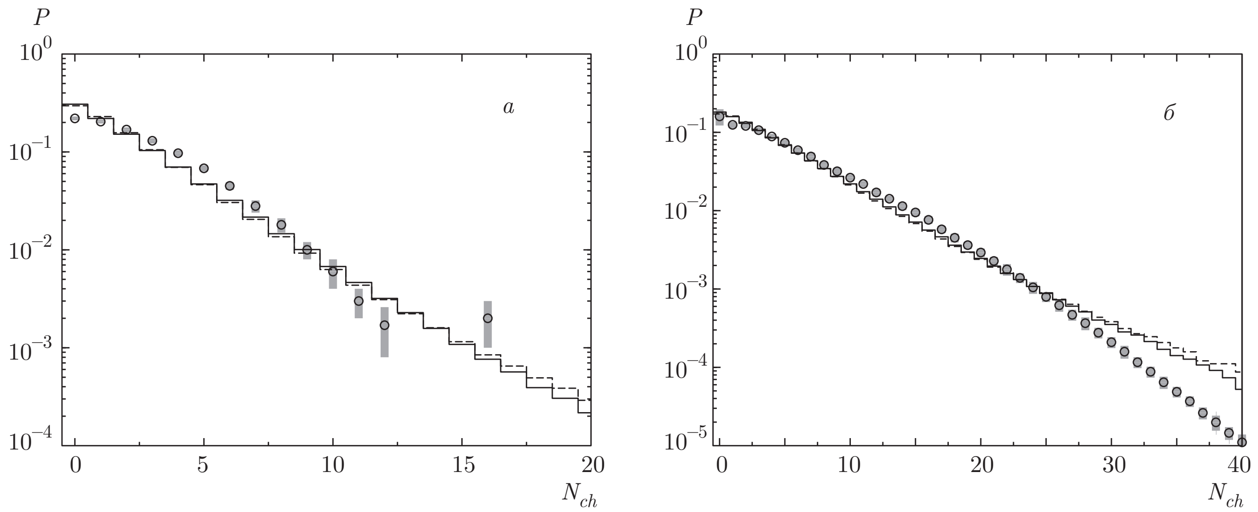

Рис. 3. Распределения зарядовой множественности в pp-столкновениях для окна псевдобыстроты $|\eta| < 0.5$: a — МКГ-моделирование для $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ в сценарии с мезонным облаком для $\alpha = 0.06$ (сплошная линия) и без мезонного облака для $\alpha = 0.135$ (штриховая); данные коллаборации UA5 [69] (точки); $б$ — МКГ-моделирование для $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ в сценарии с мезонным облаком при $\alpha = 0.09$ (сплошная линия) и без мезонного облака при $\alpha = 0.14$ (штриховая); данные коллаборации ALICE [67] (точки)

летворить соотношению $N_{ch}/D = 1$ (D^2 — дисперсия N_{ch}) в окне псевдобыстроты $|\eta| < 0.5$, что соответствует экспериментальным данным по распределению множественности как при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ [66], так и при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ [67]. В сценарии без мезонного облака параметр $\langle n\rangle$ должен равняться экспериментальному значению $dN_{ch}/d\eta$ для любой доли α бинарных столкновений. Но величина параметра κ зависит от α. При $\alpha = 0$ соотношение $N_{ch}/D = 1$ дает $\kappa = 0.5$. При $\alpha > 0$ величина κ слабо растет с ростом α, однако отклонение от 0.5 относительно мало. В сценарии с MB-компонентой значение κ также близко к 0.5, а требуемое значение $\langle n\rangle$ меньше экспериментального среднего значения N_{ch}.

Чтобы определить значения параметра α, мы применили двухэтапную процедуру. Сначала подогнали параметры $\langle n\rangle$ и κ к pp-данным по N_{ch}, накладывая условие $N_{ch}/D = 1$ для большого набора значений α от 0 до 0.2. На втором шаге мы использовали полученный набор $\langle n\rangle$ и κ для подгонки параметра α так, чтобы наилучшим образом воспроизвести данные по зависимости $dN_{ch}/d\eta$ в центральной области быстрот от центральности в столкновениях Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ для данных коллаборации STAR [27] и в столкновениях Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для данных коллаборации ALICE [52]. Для столкновений Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ эта процедура дает $\alpha \approx 0.06$ и $\alpha \approx 0.135$ в сценариях соответственно с мезонным облаком и без него. Из данных ALICE по столкновениям Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ [52] мы получили $\alpha \approx 0.09$ и $\alpha \approx 0.14$ для сценариев соответственно с мезонным облаком и без него. Для сценария с мезонным облаком из подгонки по pp-данным для указанных выше оптимальных значений α для значения параметров гамма-распределения (17) мы получили

$$\langle n\rangle[\sqrt{s} = 0.2,\ 2.76\,\text{ТэВ}] \approx [2.39,\ 4.13]\,, \tag{25}$$

$$\kappa[\sqrt{s} = 0.2,\ 2.76\,\text{ТэВ}] \approx [0.506,\ 0.52]\,. \tag{26}$$

Для сценария без мезонного облака при оптимальных значениях α имеем

$$\kappa[\sqrt{s} = 0.2,\ 2.76\,\text{ТэВ}] \approx [0.57,\ 0.57] \tag{27}$$

(как было сказано выше, величина $\langle n\rangle$ равна экспериментальному значению n_{pp}). Как можно было бы ожидать, мезонное облако приводит к уменьшению требуемой доли бинарных столкновений. При энергиях LHC этот эффект становится несколько меньше, что естественно, поскольку радиус взаимодействия при таких энергиях возрастает. Это приводит к понижению чувствительности к внутренней структуре нуклона.

На рис. 3 мы сопоставляем распределение множественности заряженных адронов для версий с мезонным облаком и без него для $|\eta| < 0.5$ в pp-столкновениях при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ и при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ с экспериментальными данными коллабораций UA5

[69] и ALICE [67]. Видно, что для обеих версий согласие с данными хорошее в области $N_{ch} \lesssim 5\langle N_{ch}\rangle$. Заметим, однако, что распределения множественности в AA-столкновениях не очень чувствительны к специфической форме распределения множественности в pp-столкновениях, за исключением области самых периферийных столкновений, где число поврежденных нуклонов становится малым. В любом случае хвост распределения зарядовой множественности с $N_{ch} \gg \langle N_{ch}\rangle$ практически не влияет на теоретические предсказания для AA-столкновений.

4.2. AA-столкновения: плотность зарядовой множественности

На рис. 4 и 5 мы сравниваем наши результаты для зависимости плотности зарядовой множественности $dN_{ch}/d\eta$ при $\eta = 0$ от центральности для подогнанных значений α с данными STAR по столкновениям Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ [27] и с данными ALICE по столкновениям Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ [52]. Теоретические гистограммы были получены методом Монте-Карло при генерации выборок с количеством событий около $2 \cdot 10^6$. Как было отмечено ранее, наши параметры гамма-распределения (17) и определение центральности для AA-столкновений (18) отвечают единичному окну псевдобыстроты $|\eta| < 0.5$. Категоризация центральности в данных STAR [27] и ALICE [52] выполнена также посредством зарядовой множественности при $|\eta| < 0.5$. Однако, в принципе, для столкновений тяжелых ядер это не очень существенно, поскольку влияние флуктуаций множественности при заданном прицельном параметре столкновения (за исключением самых периферийных) на категоризацию центральности мало [63]. Чтобы лучше проиллюстрировать величину эффекта мезонного облака, на рис. 4*a* и 5*a* мы показали результаты для сценария без мезонного облака, но полученные с оптимальным значением α для сценария с мезонным облаком. Сопоставление этих двух гистограмм показывает, что при малой центральности мезонное облако увеличивает множественность на 16–18 %. Поскольку наши вычисления не предполагают какого-либо механизма производства энтропии в столкновениях голых барионных и мезонных состояний, можно ожидать, что MB-компоненты Фока в волновой функции нуклона должны увеличивать множественность в AA-столкновениях в любой схеме.

В экспериментах предстоящего второго этапа эксплуатации LHC столкновения Pb+Pb будут изучаться при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ. Для того чтобы дать теоретические предсказания для столкновений Pb+Pb при этой энергии, мы использовали такие же значения параметра α, как и для $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. Поскольку величина α не сильно меняется в диапазоне от $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ до $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ, можно ожидать что изменение α в диапазоне от $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ до $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ будет незначительным. Прямые pp-данные по $dN_{ch}/d\eta$ при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ отсутствуют. Мы воспользовались степенной интерполяцией $dN_{ch}/d\eta \propto s^{\delta}$ между данными ALICE [67] при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ ($dN_{ch}/d\eta \approx 4.63$) и при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ ($dN_{ch}/d\eta = 5.74 \pm 0.15$). Это дает $dN_{ch}/d\eta \approx 5.35$ при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ. Для NSD-сечения неупругого pp-рассеяния при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ мы используем значение 55.44 мб, полученное при интерполяции между данными ALICE [68] при $\sqrt{s} = 2.76$ и $\sqrt{s} = 7$ ТэВ. Используя приведенное выше NSD σ_{in}^{pp}, мы подогнали параметр σ_{in}^{NN} в сценарии с мезонным облаком для $\alpha = 0.09$. Мы получили $\sigma_{in}^{NN}(\sqrt{s} = 5.02\,\text{ТэВ}) \approx 42.49$ мб (как и в анализе при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ в сценарии без мезонного облака σ_{in}^{NN} равно NSD pp-сечению). Как и выше, параметры гамма-распределения $\langle n\rangle$ и κ (17) были подогнаны так, чтобы воспроизвести экспериментальное значение n_{pp} и удовлетворить соотношению $n_{pp}/D = 1$. Без мезонного облака значение $\langle n\rangle$ просто равняется интерполяции экспериментальной величины $dN_{ch}/d\eta$ между $\sqrt{s} = 2.76$ и $\sqrt{s} = 7$ ТэВ, а подгонка κ для $\alpha = 0.14$ дает $\kappa = 0.564$. Для сценария с мезонным облаком мы получили $\langle n\rangle \approx 4.72$ и $\kappa \approx 0.52$. На рис. 6 приведено сравнение наших результатов для зависимости зарядовой множественности от центральности в соударениях Pb+Pb при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ и при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. На рис. 6 можно видеть, что по сравнению со случаем $\sqrt{s} = 2.76$ рост $dN_{ch}/d\eta$ в центральных столкновениях Pb+Pb при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ составляет около 20 %. Это соответствует увеличению начальной температуры файербола примерно на 6 %.

Как было отмечено, в схеме с мезонным облаком вклад мягких процессов в плотность множественности не является пропорциональным числу поврежденных нуклонов, поскольку вероятность неупругих взаимодействий мезонных состояний зависит от центральности. Чтобы проиллюстрировать зависимость от центральности вклада каждого поврежденного нуклона, связанного с MB-компонентой, на рис. 7 мы приводим отношение $(dN_{ch}/d\eta)/N_w$ как функцию от N_w, полученное при наличии MB-компоненты и без нее, при одинаковых α ($\alpha = 0.06$ для столкновений Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ и $\alpha = 0.09$ для столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ). Вид-

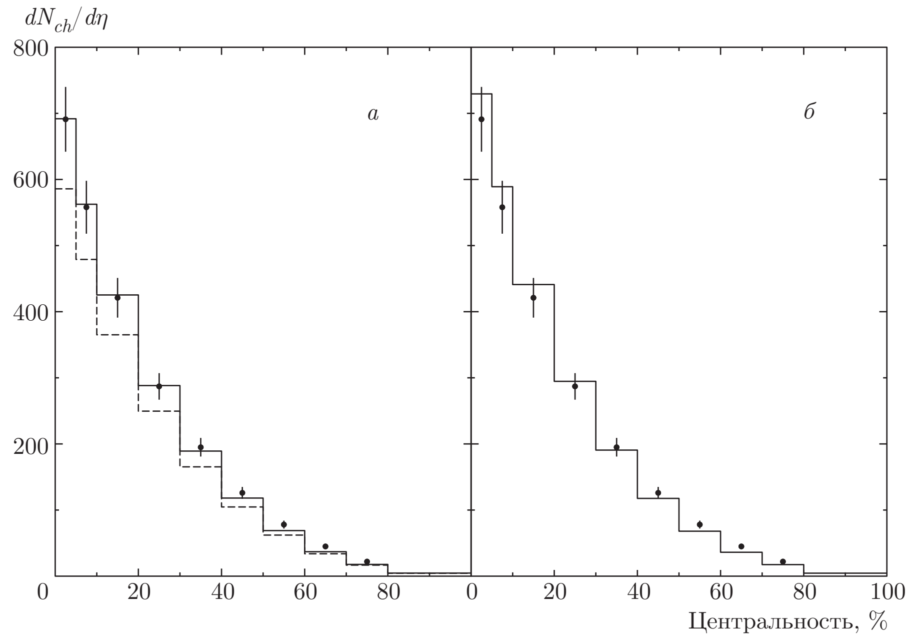

Рис. 4. Зависимости $dN_{ch}/d\eta$ от центральности при $\eta = 0$ для столкновений $\mathrm{Au}+\mathrm{Au}$ при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ; *а* — МКГ-моделирование для сценариев с мезонным облаком (сплошная линия) и без него (точки) при $\alpha = 0.06$; *б* — МКГ-моделирование для сценария без мезонного облака при $\alpha = 0.135$. Данные STAR [27] — точки

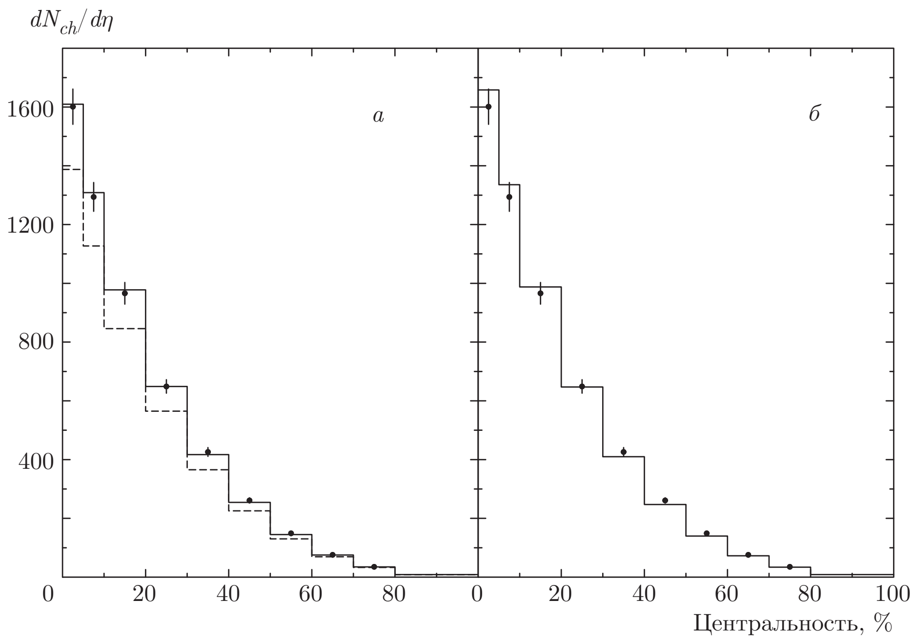

Рис. 5. Зависимости $dN_{ch}/d\eta$ от центральности для столкновений $\mathrm{Pb}+\mathrm{Pb}$ при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ: *а* — МКГ-моделирование для сценариев с мезонным облаком (сплошная линия) и без него (точки) при $\alpha = 0.09$; *б* — МКГ-моделирование для сценария без мезонного облака при $\alpha = 0.14$. Данные ALICE [52] — точки

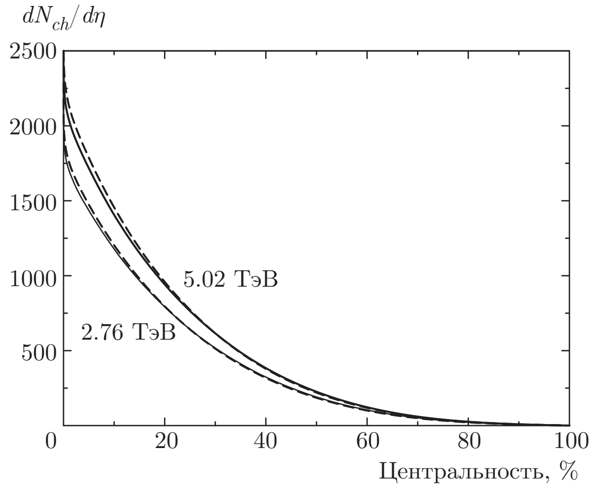

Рис. 6. Сравнение зависимости $dN_{ch}/d\eta$ от центральности при $\eta = 0$ для столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ и $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ, полученное из МКГ-моделирования для сценариев с мезонным облаком (сплошная линия) при $\alpha = 0.09$ и без него (штриховая) при $\alpha = 0.14$

но, что от периферийных до центральных столкновений это отношение возрастает примерно на 20 % и на 15 % соответственно в условиях RHIC и LHC.

4.3. *AA*-столкновения: азимутальная эксцентричность файербола

Мы также изучили влияние MB-компоненты на среднеквадратичный коэффициент анизотропии ϵ_2 (который часто обозначают $\epsilon_2\{2\}$). На рис. 8 мы представляем результаты для зависимости этой величины ϵ_2 от центральности для столкновений Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ и столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для двух моделей. Мы представляем результаты для двух значений гауссовой ширины источников, $\sigma = 0.7$ Фм и $\sigma = 0.4$ Фм. Видно, что при малой центральности результаты с мезонным облаком и без него близки. Для нецентральных столкновений с центральностью $\lesssim 80$ % версия с мезонным облаком дает несколько большее значение ϵ_2. Но для самых периферийных столкновений с центральностью $\gtrsim 80$ % анизотропность в модели с мезонным облаком становится больше, чем в модели без мезонного облака. Зависимость асимметрии от σ является относительно слабой, за исключением области большой центральности ($\gtrsim 60$–70 %), где типичное количество источников мало и результаты становятся чувствительными к форме распределения энтропии в индивидуальных NN-столкновениях. Конечно, в этой области результаты сильно зависят от модели и не являются надежными. Таким образом, мы видим, что влияние мезонного облака на эксцентричность ϵ_2 в AA-столкновениях относительно мало.

В последнее время значительное внимание уделялось зависимости эксцентричности ϵ_2 от центральности/множественности для столкновений U+U [30–33] в связи с ожидаемой чувствительностью множественности к ориентации сталкивающихся ядер, связанной с вытянутой формой ядра ^{238}U. В работах [30, 31] было предсказано, что в столкновениях U+U начальная асимметрия ϵ_2 должна иметь подобную плечу структуру при множественностях, входящих в топ-1 % центральных столкновений U+U (плечевидная структура была также обнаружена в недавнем МКГ-моделировании [33]). Это можно интерпретировать как следствие роста относительного вклада бинарных столкновений для продольно-продольных конфигураций сталкивающихся ядер при ненулевом коэффициенте α при пропорциональном N_{coll} члене в МКГ-схеме. Однако эллиптический поток v_2, измеренный STAR [29] в столкновениях U+U при $\sqrt{s} = 193$ ГэВ, не подтверждает наличия такой плечевидной структуры. Это поставило под сомнение саму двухкомпонентную модель Глаубера с значительным вкладом бинарных столкновений и стимулировало поиски альтернативного подхода к производству энтропии в картине Глаубера [32, 33]. Но стоит заметить, что теоретическая ситуация с наличием плеча в структуре ϵ_2 для стандартной двухкомпонентной МКГ-модели по-прежнему является отчасти противоречивой. В самом деле, анализ в работе [30] был выполнен без учета флуктуаций множественности в NN-столкновениях. В то же время в работах [31, 33] флуктуации зарядовой множественности в NN-столкновениях учитывались. Однако позднее [70] было показано, что подобная плечу структура исчезает, когда флуктуации учтены, что противоречит анализам работ [31, 33]. С другой стороны, более поздний анализ [71] указывает на появление слабого признака плеча, даже когда флуктуации множественности NN учитываются. На рис. 9*а* показаны наши результаты для зависимости ϵ_2 от центральности в столкновениях U+U при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ для ширины источника $\sigma = 0.7$ Фм. Чтобы растянуть область малых центральностей, использован логарифмический масштаб. Видно, что предсказания для среднеквадратичного значения ϵ_2 в области центральности $0.01 \lesssim c \lesssim 1$ % для версий с MB-компонентой и без нее очень похожи. В этой области ϵ_2 очень плавно уменьша-

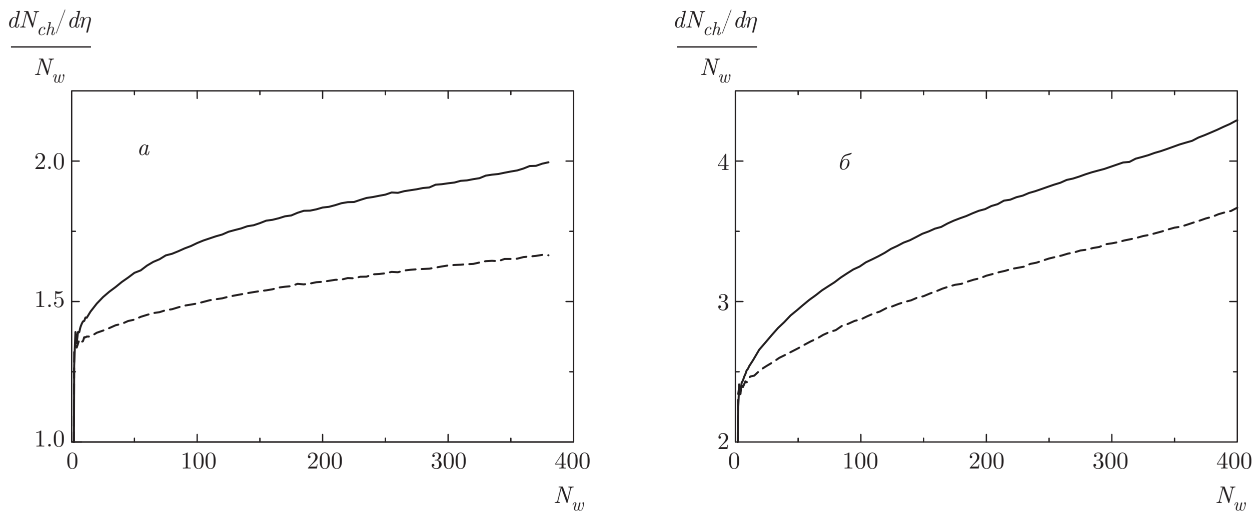

Рис. 7. Отношение $(dN_{ch}/d\eta)/N_w$ в зависимости от числа N_w поврежденных нуклонов: *a* — МКГ-моделирование для столкновений Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ для сценариев с мезонным облаком (сплошная линия) и без него (пунктир) при $\alpha = 0.06$; *б* — МКГ-моделирование для столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для сценариев с мезонным облаком (сплошная линия) и без него (штриховая) при $\alpha = 0.09$

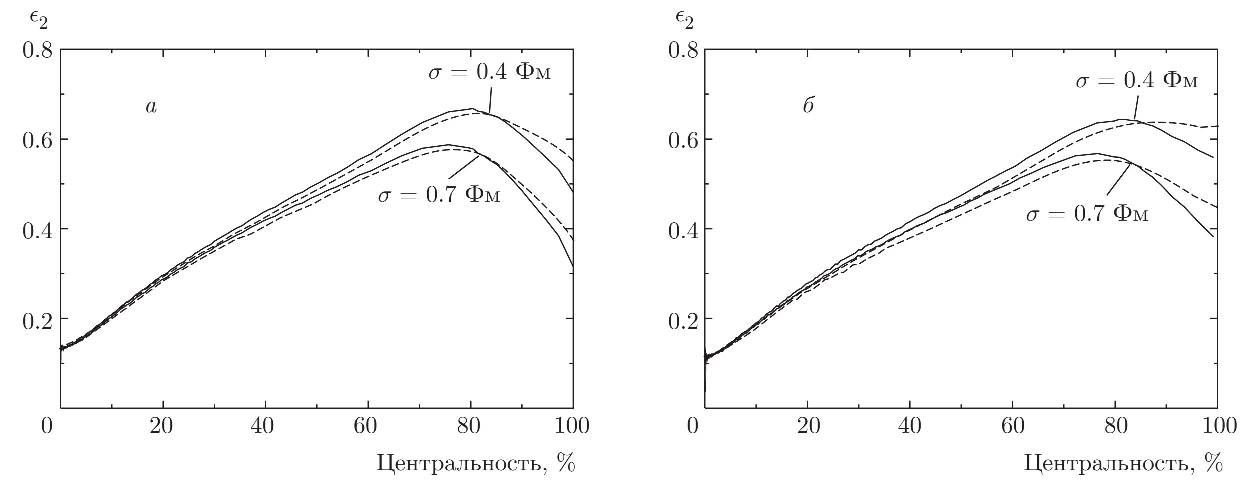

Рис. 8. Зависимости среднеквадратичного коэффициента асимметрии ϵ_2 от центральности для гауссова распределения источника (21) для $\sigma = 0.7$, 0.4 Фм: *a* — МКГ-моделирование для столкновений Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ для сценариев с мезонным облаком при $\alpha = 0.06$ (сплошная линия) и без него при $\alpha = 0.135$ (штриховая); *б* — МКГ-моделирование для столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ для сценариев с мезонным облаком (сплошная линия) при $\alpha = 0.09$ и без него (штриховая) при $\alpha = 0.14$

ется с уменьшением c и не имеет подобной плечу структуры. На рис. 9*a* также приведены предсказания МКГ-моделирования без мезонного облака, полученные без флуктуаций множественности в *pp*-столкновениях. В этом случае эллиптичность имеет слабую плечевидную структуру при $c \sim 1\%$. Плечо для этой версии лучше видно на рис. 9*б*, на котором показана зависимость $\epsilon_2(N_{ch})$. Чтобы уменьшить статистические флуктуации, кривые на рис. 9 были получены усреднением ϵ_2 в интервалах шириной $\Delta N_{ch} \sim 20$. Для двух версий (с MB-компонентой и без нее) с флуктуирующими источниками плечевидная структура на рис. 9*б* отсутствует. Таким образом, мы подтверждаем вывод, сделанный в работе [70], что в стандартной МКГ-схеме поврежденных нуклонов (без MB-компоненты) флуктуации разрушают плечевидную структуру в ϵ_2. Это предсказание находится в

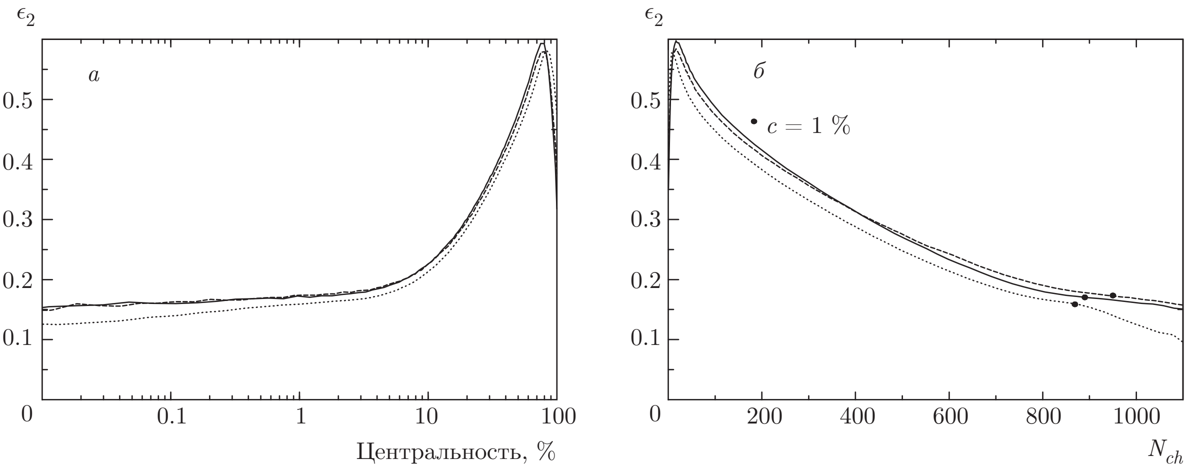

Рис. 9. Зависимости среднеквадратичного значения ϵ_2 от центральности (a) и от N_{ch} ($б$) для столкновений U+U при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ, полученные для гауссова распределения источника (21) при $\sigma = 0.7$ Фм: сплошные линии — МКГ-моделирование для сценария с мезонным облаком при $\alpha = 0.06$; штриховые — МКГ-моделирование для сценария без мезонного облака при $\alpha = 0.135$; пунктирные — МКГ-моделирование для сценария без мезонного облака при $\alpha = 0.135$ без флуктуаций зарядовой множественности в NN-столкновениях при $n_{pp} = 2.65$. Большими точками обозначены позиции, соответствующие $c = 1$ %

противоречии с результатами работ [31, 33], где плечо было обнаружено. На рис. 9a видно, что при малой центральности величина ϵ_2 без флуктуаций множественности в pp-столкновениях становится меньше на 20–10 %. Это уменьшение существенно больше, чем разница между двумя нашими версиями с флуктуирующими источниками. Отметим, что при $c \sim 0.01$–1 % отношение предсказанного нами значения ϵ_2 к потоковому коэффициенту v_2, измеренному коллаборацией STAR составляет примерно 6–6.25. Это качественно согласуется с отношением ϵ_2/v_2, полученным при гидродинамическом моделировании [72, 73].

Интересным способом исследования механизма производства энтропии в AA-столкновениях и формы начального файербола плазмы в столкновениях несферических ядер является использование для категоризации центральности сигналов калориметров нулевого угла (zero-degree calorimeters (ZDCs)) [74], которые детектируют нейтроны-спектаторы. Отбор событий с очень низкими ZDC-сигналами означает выбор почти полностью перекрывающихся столкновений с высокой множественностью и очень малым числом нейтронов-спектаторов [29, 75]. Коллаборация STAR [29] измерила зависимость потокового коэффициента v_2 от множественности для топ-1 % и 0.1 % наиболее центральных событий, отобранных по малости ZDC-сигналов в столкновениях U+U при $\sqrt{s} = 193$ ГэВ и в столкновениях Au+Au при $\sqrt{s} = 200$ ГэВ. В МКГ-модели поврежденных нуклонов сигнал ZDC обычно имитируется посредством числа нуклонов-спектаторов $N_s = 2A - N_w$ [71, 75]. Однако эквивалентность категоризации центральности, полученной посредством экспериментально измеренной активности ZDC и посредством N_s в МКГ-моделировании, никоим образом не очевидна. Это связано с физически совершенно очевидным фактом, что динамическая эволюция адронных систем в областях фрагментации ядер после AA-столкновения является сложным процессом, который может включать взаимодействие поврежденных и неповрежденных нуклонов. Эти взаимодействия в конечных состояниях, которые полностью игнорируются в схеме Глаубера, могут уменьшать число нейтронов, которые могли бы достигнуть ZDCs. По этой причине возможность моделировать отбор событий по ZDC-сигналам в терминах N_s в МКГ-моделированиях следует рассматривать скорее как рабочую гипотезу, которая заслуживает детального изучения в будущем.

В настоящей работе мы игнорируем возможные динамические эффекты в областях фрагментации ядер и, следуя предыдущим работам [32, 71], принимаем, что N_s-категоризация воспроизводит категоризацию через ZDC-сигналы. В терминах N_s центральность определяется как

$$c_s(N_s) = \sum_{N=0}^{N_s} P_s(N)\,, \qquad (28)$$

где $P_s(N)$ — распределение вероятности по N_s для AA-столкновений. События с очень малыми значениями $c_s \ll 1$ отвечают столкновениям с малым прицельным параметром. Для столкновений несферических ядер начальная асимметрия рожденного файербола чувствительна к угловой ориентации сталкивающихся ядер. Для аксиально-симметричного ядра ориентация описывается двумя полярными углами (θ, ϕ). Ядро урана имеет вытянутую форму. Центральные продольно-продольные столкновения U+U с большим перекрытием соответствуют полярным углам, для которых $|\cos\theta_1| + |\cos\theta_2| \approx 2$. В этом случае азимутальная асимметрия рожденного файербола определяется статистическими флуктуациями нуклонных распределений и поэтому должна быть малой. В случае сильно перекрывающихся столкновений для поперечно-поперечных конфигураций ядер, для которых $|\cos\theta_1| + |\cos\theta_2| \ll 1$ и $|\phi_1 - \phi_2| \ll \pi$ (или $|\phi_1 - \phi_2| \approx \pi$), асимметрия файербола должна быть больше из-за вытянутой формы ядерных эллипсоидов. В МКГ-моделях сильно перекрывающиеся столкновения соответствуют малым значениям N_s. По этой причине можно ожидать, что для малых c_s эксцентричность ϵ_2 должна уменьшаться с увеличением зарядовой плотности N_{ch}, поскольку относительный вклад члена N_{coll} в производство энтропии становится больше в продольно-продольных столкновениях, которые дают меньшую эллиптичность. Ситуации для столкновений Au+Au и U+U противоположны, поскольку ядро золота имеет сплющенную форму. Поэтому в двухкомпонентной схеме Глаубера зарядовая множественность в сильно перекрывающихся столкновениях должна быть меньше в продольно-продольных столкновениях, и можно ожидать, что для малых c_s эксцентричность ϵ_2 должна расти с зарядовой множественностью.

На рис. 10*а,б* представлены линейные приближения наших МКГ-результатов в интервале $0.9 < N_{ch}/\langle N_{ch}\rangle < 1.1$ для среднеквадратичного значения ϵ_2 в зависимости от отношения $N_{ch}/\langle N_{ch}\rangle$ для окон центральности $c_s < 0.1\,\%$ (*а*) и $c_s < 1\,\%$ (*б*) (результаты показаны для ширины размытия $\sigma = 0.7$ Фм, но для $\sigma = 0.4$ Фм они сходны). Видно, что, как ожидалось, для сильно перекрывающихся столкновений в окне $c_s < 0.1\,\%$ наклон кривых отрицательный для столкновений U+U и положительный для столкновений Au+Au. Наклон кривых меньше в версии с MB-компонентой. Для столкновений Au+Au в этой версии зависимость ϵ_2 практически пологая. Для $c_s < 1\,\%$ наклон кривых для столкновений U+U становится чуть меньше, но для столкновений Au+Au предсказания очень близки к случаю $c_s < 0.1\,\%$. На рис. 10*в,г* мы сравниваем теоретические предсказания с данными работы [29] по потоковому коэффициенту v_2 для топ-0.1 % и 1 % ZDC центральностей, принимая, что $v_2 \approx k\epsilon_2$ [72, 73]. Из-за неопределенностей величины отношения v_2/ϵ_2 в каждом случае мы просто выбираем значения k так, чтобы произведение $k\epsilon_2$ соответствовало экспериментальным значениям v_2 при $N_{ch}/\langle N_{ch}\rangle \approx 1$. Видно, что при уменьшении наклона в версии с MB-компонентой улучшается согласие с данными для окна центральности $c_s < 0.1\,\%$. Для столкновений U+U в окне 1 % согласие с данными результатов без MB-компоненты такого же качества, как и с MB-компонентой. Однако есть значительное расхождение с данными для столкновений Au+Au. Экспериментальная зависимость v_2 имеет заметный отрицательный наклон. Теоретическая кривая для версии без MB-компоненты имеет небольшой положительный наклон. Наклон становится положительным в версии с MB-компонентой, однако он значительно меньше, чем в экспериментальных данных. Таким образом, на рис. 10 видно, что учет MB-компоненты улучшает согласие с данными (особенно для столкновений U+U) для окна центральности $c_s < 0.1\,\%$. Но для $c_s < 1\,\%$ ситуация в некоторой степени противоречива, и невозможно сделать определенный вывод. Возможно, что проблема для окна $c_s < 1\,\%$ обусловлена неэквивалентностью категоризаций центральности: теоретической, через N_s, и экспериментальной, через ZDC-сигналы, использованные STAR [29], которая может усиливаться с ростом центральности.

4.4. *pA*- и *pp*-столкновения

Нельзя исключить, что горячая кварк-глюонная плазма малого размера может рождаться в pA- и даже в pp-столкновениях. Идея о том, что она может рождаться в адронных столкновениях очень стара [76]. Наблюдение эффекта хребта в столкновениях p+Pb при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ [77–79] и в pp-событиях с высокой множественностью при $\sqrt{s} = 7$ ТэВ [80] подкрепляют эту идею. Из наблюдаемых зарядовых множественностей можно заключить, что для типичных pPb- и pp-событий при энергиях LHC начальная температура кварк-глюонной миниплазмы при собственном времени $\tau \approx 0.5$ Фм может быть около 250 МэВ [81, 82], что значительно выше температуры деконфайнмента. В сценарии с образованием кварк-глюонной миниплазмы эффект хребта в pPb- и pp-столкновениях может быть связан с гидро-

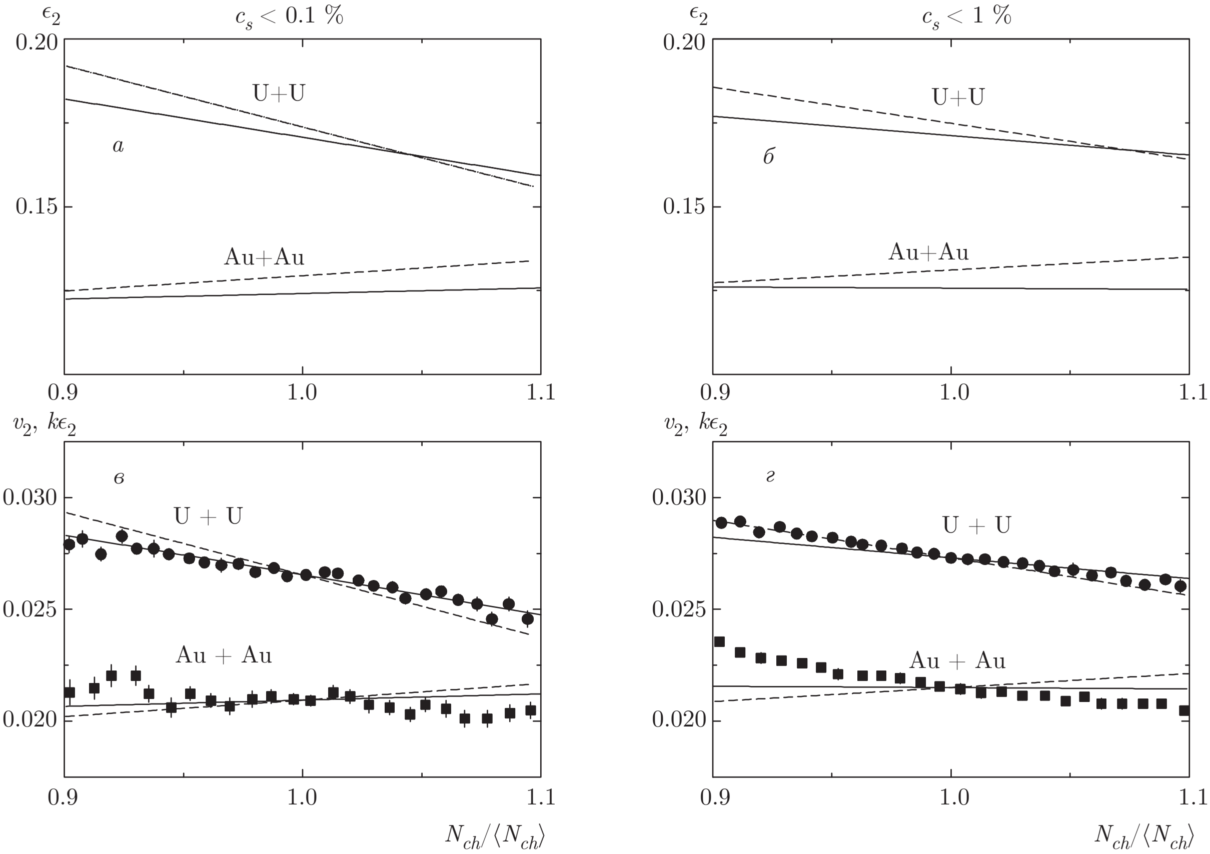

Рис. 10. Среднеквадратичные значения эллиптичности ϵ_2 (*а, б*) и v_2 (*в,г*) в зависимости от $N_{ch}/\langle N_{ch}\rangle$ для столкновений Au+Au и U+U для спектаторной центральности $c_s < 0.1\%$ (*а,в*) и $c_s < 1\%$ (*б,г*). На графиках *а,б* — линейные приближения нашего МКГ-моделирования для $\sigma = 0.7$ Фм с MB-компонентой при $\alpha = 0.06$ (сплошные линии) и без MB-компоненты при $\alpha = 0.135$ (штриховые). На графиках *в,г* — сравнение с данными STAR [29] (точки) по v_2 в столкновениях Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ и столкновениях U+U при $\sqrt{s} = 0.193$ ТэВ: сплошные и штриховые линии — результаты МКГ для $k\epsilon_2$ с константой перенормировки k, определенной так, чтобы воспроизвести экспериментальные значения v_2 при $N_{ch} = \langle N_{ch}\rangle$. Обозначение линий то же, что и на графиках *а,б*

динамическим расширением азимутально-асимметричного плазменного файербола [83–85].

В этом разделе представлены наши результаты МКГ-моделирования минифайерболов в pPb- и pp-столкновениях при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ. Как и выше, для столкновений Pb+Pb при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ для параметра α мы используем значения, полученные из анализа зависимости плотности зарядовой множественности от центральности в столкновениях Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ. На рис. 11 показаны результаты для плотности зарядовой множественности $dN_{ch}/d\eta$ в зависимости от центральности для версий с мезонным облаком и без него. Как и для AA-столкновений, мы определяем теоретическую центральность через распределение зарядовой множественности при $\eta = 0$ (18). Мы сравниваем наши результаты с данными коллаборации ALICE [86], полученными посредством критерия центральности, отвечающего центральной области быстрот (CL1 на рис. 16 в работе [86]). Заметим, что результаты [86], полученные посредством критериев центральности с большими интервалами $|\eta|$ (V0M, V0A на рис. 16 в [86]) и по энергии, выделенной в нейтронном калориметре на стороне ядра Pb (ZNA на рис. 16 в [86]) дают несколько более слабую зависимость плотности зарядовой множественности от центральности. Тот факт, что различные критерии центральности c дают различные результаты, неудивителен, поскольку для pA-столкновений флуктуации N_{ch} порядка N_{ch} при заданном прицельном расстоянии. По этой причине, в отличие от AA-столкновений, где роль флуктуаций оказывается относительно малой [63], геометрия pA-столкновения не может быть аккуратно определена из наблюдаемой зарядовой множе-

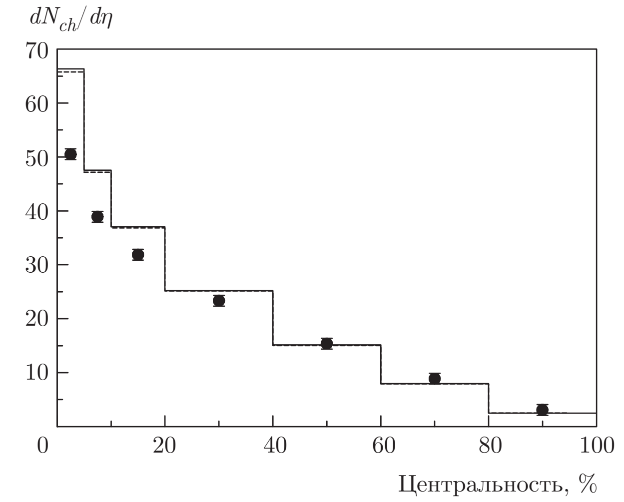

Рис. 11. Зависимость $dN_{ch}/d\eta$ от центральности для столкновений p+Pb при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ, $\eta = 0$: сплошная линия — МКГ-моделирование в сценарии с мезонным облаком для $\alpha = 0.09$; штриховая — МКГ-моделирование без мезонного облака для $\alpha = 0.14$; точки — данные ALICE [86]

ственности в отдельных событиях. Несмотря на указанные выше неопределенности в определении центральности для pA-столкновений, на рис. 11 видно, что на качественном уровне теоретические результаты согласуются с экспериментальными данными. В некоторой степени более слабое уменьшение экспериментальной плотности зарядовой множественности с ростом центральности может быть обусловлено значительно более широкой областью псевдобыстротности ($|\eta| < 1.4$), использованной в работе [86] при категоризации центральности, в то время как наша процедура соответствует $|\eta| < 0.5$. Понятно, что для более широкой области η эффект флуктуаций множественности должен быть меньше, а категоризация центральности должна быть смещена к более высоким центральностям. На рис. 11 видно, что теоретические результаты с мезонным облаком и без него оказываются очень близкими. Для средней плотности зарядовой множественности нет проблемы с выбором центральности. Наши вычисления для полного диапазона центральности дают $dN_{ch}/d\eta \approx 19.5$, что достаточно хорошо согласуется с результатом $dN_{ch}/d\eta \approx 17.8$ для всех центральностей из работы [86].

На рис. 12 показаны результаты МКГ-моделирований с мезонным облаком и без него для усредненного по событиям среднеквадратичного радиуса файербола в зависимости от плотности зарядовой множественности для pPb- и pp-столкновений при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ, полученные для ширин размытия $\sigma = 0.4$, 0.7 Фм.

Видно, что при небольших зарядовых множественностях версия с MB-компонентой дает несколько меньший радиус файербола. Это обусловлено меньшими радиусами взаимодействия в этой версии. На рис. 12 видно, что увеличение радиуса файербола с шириной размытости σ менее выражено для pPb-столкновений. Так происходит потому, что для pPb-столкновений геометрия файербола в большой степени контролируется распределением нуклонов в ядре на всем пути налетающего протона. Рост размера файербола с ростом множественности для pPb-столкновений связан с увеличением числа NN-взаимодействий с большими прицельными расстояниями.

На рис. 13 показаны результаты для зависимости эллиптичности ϵ_2 от множественности в pPb- и pp-столкновениях при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ. Видно, что как для pPb-столкновений, так и для pp-столкновений эллиптичность меньше в случае с MB-компонентой. Различие более выражено для pp-столкновений. Уменьшение эллиптичности с ростом множественности для версии с MB-компонентой обусловлено ростом доли жесткой составляющей для больших множественностей. Это связано с нашим выбором положения жестких источников посередине между двумя сталкивающимися частицами. Этот механизм также остается в силе и для версии с MB-компонентой. Конечно, эффект должен быть несколько слабее для меньшей величины α. Однако в случае с MB-компонентой есть дополнительный механизм уменьшения эллиптичности с множественностью, обусловленный событиями с одновременным неупругим взаимодействием мезонных и барионных участников в MB-компоненте Фока, который приводит к более симметричному файерболу. Заметим, что наши результаты для среднеквадратичного значения ϵ_2 в pPb-столкновениях при $\sigma = 0.7$ Фм качественно согласуются со среднеквадратичным потоковым коэффициентом $v_2\{2\} \sim 0.055$–0.07, полученным коллаборацией CMS [77], если принять, что $\epsilon_2/v_2 \sim 6$, как это было получено для кварк-глюонной плазмы большого размера в гидродинамических моделированиях [72, 73]. К сожалению, эллиптический поток v_2 в данных CMS [77] приведен в зависимости от числа треков в CMS-детекторе, и нет возможности непосредственно сравнить его с нашей зависимостью от N_{ch} на рис. 13. Но в любом случае такое сравнение не могло бы быть критичным, поскольку наши предсказания геометрии файербола малого размера в pA- и pp-столкновениях зависимы от предположений о поперечных пространственных распределени-

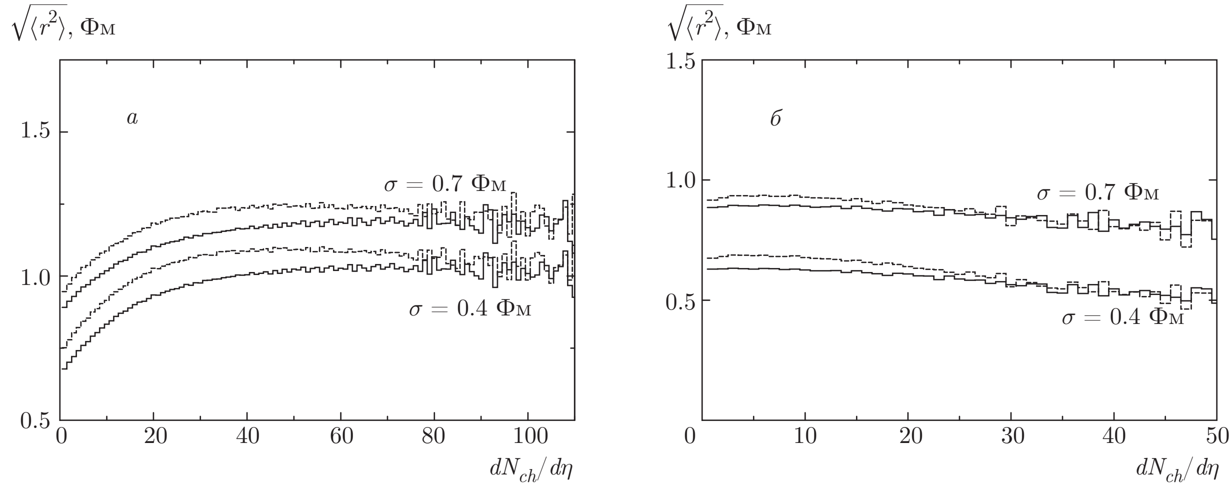

Рис. 12. Зависимости $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ от множественности для столкновений p+Pb (a) и $p+p$ ($б$) при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ, $\eta = 0$, полученные из МКГ-моделирования для ширин гауссова источника $\sigma = 0.7$ Фм и $\sigma = 0.4$ Фм: сплошные линии — результаты для сценария с мезонным облаком для $\alpha = 0.09$; пунктирные — без мезонного облака для $\alpha = 0.14$

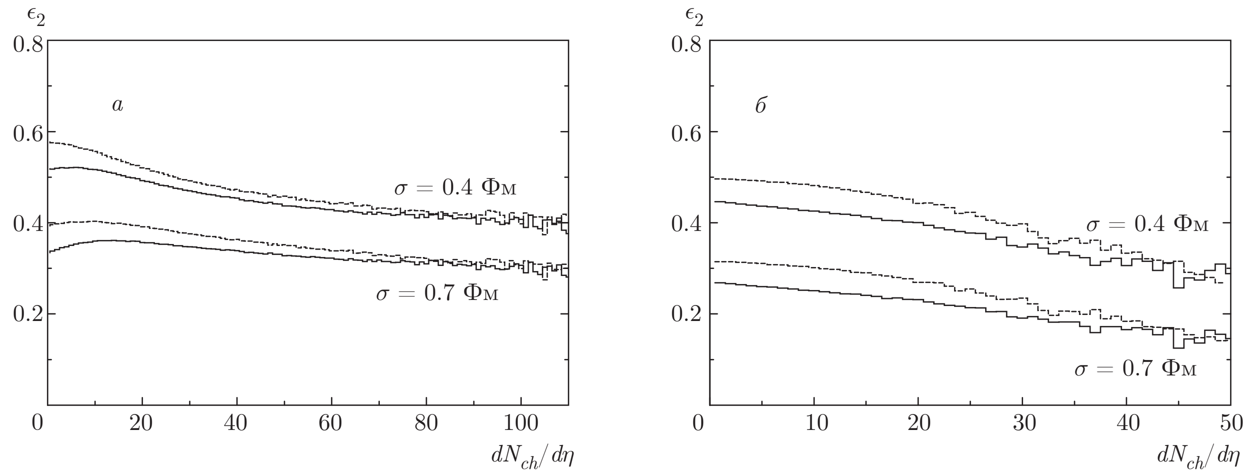

Рис. 13. Зависимости среднеквадратичного значения ϵ_2 от множественности для соударений p+Pb (a) и для $p+p$ ($б$) при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ, $\eta = 0$, полученные из МКГ-моделирований для гауссовой ширины источника $\sigma = 0.7$, 0.4 Фм: сплошные линии — результаты для сценария с мезонным облаком для $\alpha = 0.09$, пунктирные — без мезонного облака для $\alpha = 0.14$

ях источников энтропии и по этой причине модельно-зависимы.

5. ВЫВОДЫ

Мы разработали монте-карловскую модель Глаубера для AA-, pA- и pp-столкновений, которая учитывает MB-компоненты Фока в нуклоне. Мы использовали вес MB-компоненты в волновой функции нуклона в СБИ, который позволяет описать данные ГНР по нарушению правила сумм Готтфрида [41]. Мы обнаружили, что при наличии MB-компоненты Фока требуемая доля бинарных столкновений в модели поврежденных нуклонов становится меньше. Из анализа данных коллаборации STAR [27] по плотности зарядовой множественности в столкновениях Au+Au при $\sqrt{s} = 0.2$ ТэВ мы получили для доли бинарных столкновений $\alpha = 0.06$ и $\alpha = 0.135$ соответственно для версий с MB-компонентой и без нее. Аналогичная подгонка по данным коллаборации ALICE [52] по столкновениям Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ дает для двух версий модели $\alpha = 0.09$ и $\alpha = 0.14$. Наши результаты показывают, что для центральных AA-столкновений при энергиях RHIC и LHC мезонное облако может увеличивать плотность множественности в центральной области быстрот примерно на 16–18 %. Мы обнаружили, что MB-компонента приводит к росту отношения плотности зарядовой множественности к числу поврежденных нуклонов от периферийных до центральных AA-столкновений примерно на 20 % и 15 % при энергиях соответственно RHIC и LHC.

Мы использовали результаты нашего анализа данных по плотности зарядовой множественности в столкновениях Pb+Pb при $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ, чтобы сделать предсказания для экспериментов будущего второго этапа эксплуатации LHC при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ. Мы обнаружили рост $dN_{ch}/d\eta$ в центральных столкновениях Pb+Pb при $\sqrt{s} = 5.02$ ТэВ примерно на 20 % по сравнению со случаем $\sqrt{s} = 2.76$ ТэВ.

Мы выяснили, что влияние мезонного облака на эксцентричность ϵ_2 в столкновениях Au+Au и Pb+Pb относительно мало за исключением самых периферийных столкновений, где оно уменьшает ϵ_2 примерно на 20 %. Мы также изучили эксцентричность ϵ_2 для столкновений деформированных ядер урана. Для столкновений U+U наше МКГ-моделирование с MB-компонентой и без нее дает величину ϵ_2, которая не имеет плечевидной структуры для почти центральных столкновений. Наши результаты для ϵ_2 в версии без MB-компоненты находятся в противоречии с результатами работ [31, 33], в которых была предсказана плечевидная структура в ϵ_2. Мы обнаружили плечевидную структуру только в версии МКГ-модели без мезонного облака и без флуктуаций множественности в pp-столкновениях. Это согласуется с предсказаниями работ [30, 70]. Мы также изучили зависимость ϵ_2 от множественности для почти центральных столкновений U+U и Au+Au с центральностью c_s, определенной через число нуклонов-спектаторов N_s, которое используется, чтобы смоделировать категоризацию центральности через ZDC-сигналы [74]. Мы обнаружили, что для $c_s < 0.1$ % MB-компонента Фока улучшает согласие с данными коллаборации STAR [29] по зависимости ϵ_2 от N_{ch}. Но результаты для $c_s < 1$ % не согласуются с данными (особенно для столкновений Au+Au). Возможно, что это связано с неэквивалентностью теоретической категоризации центральности через N_s и через ZDC-сигналы, использованной STAR [29].

Мы также применили нашу МКГ-модель к pA- и pp-столкновениям. Мы обнаружили, что эффект MB-компоненты может быть важен для начальной асимметрии файербола плазмы в pA- и pp-столкновениях, где он приводит к уменьшению эксцентричности ϵ_2 примерно на 15–20 % для типичных зарядовых множественностей. Мы обнаружили, что для файербола малого размера в pA- и pp-столкновениях МКГ-модель с мезонным облаком уменьшает размер файербола на 10–20 %.

Поскольку MB-компоненты представляют собой дальнодействующие флуктуации в физическом нуклоне, можно ожидать, что обнаруженные эффекты должны присутствовать и в других схемах производства энтропии. Поэтому представляет большой интерес изучить влияние мезонного облака в рамках модели IP-глазмы [5, 6] (особенно для pA- и pp-столкновений, где эффект MB-компоненты должен быть больше).

Автор благодарен В. Брониовски и С. А. Волошину за полезную информацию. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-02-00668-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Huovinen, Int. J. Mod. Phys. E **22**, 1330029 (2013) and references therein.
2. R. Derradi de Souza, T. Koide, and T. Kodama, Progr. Part. Nucl. Phys. **86**, 35 (2016) and references therein.
3. U. Heinz and R. Snellings, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **63**, 123 (2013).
4. H. Song, S. A. Bass, U. Heinz, and T. Hirano, Phys. Rev. C **83**, 054910 (2011), Erratum: Phys. Rev. C **86**, 059903 (2012).
5. B. Schenke, P. Tribedy, and R. Venugopalan, Phys. Rev. Lett. **108**, 252301 (2012).
6. B. Schenke, P. Tribedy, and R. Venugopalan, Phys. Rev. C **86**, 034908 (2012).
7. A. Bialas, M. Bleszynski, and W. Czyz, Nucl. Phys. B **111**, 461 (1976).
8. D. Kharzeev and M. Nardi, Phys. Lett. B **507**, 121 (2001).
9. L. D. McLerran and R. Venugopalan, Phys. Rev. D **49**, 2233 (1994).
10. N. N. Nikolaev and B. G. Zakharov, Z. Phys. C **49**, 607 (1991); C **53**, 331 (1992).

11. V. Barone, M. Genovese, N. N. Nikolaev, E. Predazzi, and B. G. Zakharov, Z. Phys. C **58**, 541 (1993).

12. N. N. Nikolaev and B. G. Zakharov, Phys. Lett. B **332**, 184 (1994).

13. F. E. Low, Phys. Rev. D **12**, 163 (1975).

14. E. V. Shuryak, Rev. Mod. Phys. **65**, 1 (1993).

15. A. Casher, H. Neuberger, and S. Nussinov, Phys. Rev. D **20**, 179 (1979).

16. E. Gotsman and S. Nussinov, Phys. Rev. D **22**, 624 (1980).

17. N. N. Nikolaev, B. G. Zakharov, and V. R. Zoller, Письма в ЖЭТФ **59**, 8 (1994).

18. N. N. Nikolaev and B. G. Zakharov, Phys. Lett. B **327**, 149 (1994).

19. R. Fiore, N. N. Nikolaev, and V. R. Zoller, Письма в ЖЭТФ **99**, 427 (2014).

20. A. Bialas and M. Jezabek, Phys. Lett. B **590**, 233 (2004).

21. A. Bialas, A. Bzdak, and R. Peschanski, Phys. Lett. B **665**, 35 (2008).

22. A. Bzdak, Acta Phys. Polon. B **41**, 2471 (2010).

23. B. Alver, M. Baker, C. Loizides, and P. Steinberg, arXiv:0805.4411.

24. W. Broniowski, M. Rybczynski, and P. Bozek, Comput. Phys. Comm. **180**, 69 (2009).

25. M. Rybczynski, G. Stefanek, W. Broniowski, and P. Bozek, Comput. Phys. Comm. **185**, 1759 (2014).

26. B. B. Back et al. [PHOBOS Collaboration], Phys. Rev. C **70**, 021902 (2004).

27. B. I. Abelev et al. [STAR Collaboration], Phys. Rev. C **79**, 034909 (2009).

28. M. Rybczynski and W. Broniowski, arXiv:1510.08242.

29. L. Adamczyk et al. [STAR Collaboration], Phys. Rev. Lett. **115**, 222301 (2015).

30. P. Filip, R. Lednicky, H. Masui, and N. Xu, Phys. Rev. C **80**, 054903 (2009).

31. S. A. Voloshin, Phys. Rev. Lett. **105**, 172301 (2010).

32. J. S. Moreland, J. E. Bernhard, and S. A. Bass, Phys. Rev. C **92**, 011901 (2015).

33. S. Chatterjee, S. K. Singh, S. Ghosh et al., Phys. Lett. B **758**, 269 (2016).

34. A. Bialas, W. Czyz, and W. Furmanski, Acta Phys. Polon. B **8**, 585 (1977).

35. A. Bialas and W. Czyz, Acta Phys. Polon. B **10**, 831 (1979).

36. P. Bozek, W. Broniowski, and M. Rybczynski, arXiv:1604.07697.

37. A. Bialas and A. Bzdak, Phys. Rev. C **77**, 034908 (2008).

38. S. Eremin and S. Voloshin, Phys. Rev. C **67**, 064905 (2003).

39. C. Loizides, arXiv:1603.07375.

40. S. S. Adler et al. [PHENIX Collaboration], Phys. Rev. C **89**, 044905 (2014).

41. J. Speth and A. W. Thomas, Adv. Nucl. Phys. **24**, 83 (1997).

42. S. D. Drell and K. Hiida, Phys. Rev. Lett. **7**, 199 (1961).

43. R. T. Deck, Phys. Rev. Lett. **13**, 169 (1964).

44. A. B. Kaidalov, Phys. Rep. **50**, 157 (1979).

45. M. L. Good and W. D. Walker, Phys. Rev. **120**, 1857 (1960).

46. К. Г. Боресков, А. Б. Кайдалов, Л. А. Пономарев, ЯФ **17**, 1285 (1973); **19**, 1103 (1974).

47. К. Г. Боресков, А. А. Григорян, А. Б. Кайдалов, ЯФ **24**, 789 (1976).

48. Б. Г. Захаров, В. Н. Сергеев, ЯФ **38**, 1555 (1983).

49. Б. Г. Захаров, В. Н. Сергеев, ЯФ **28**, 1339 (1978).

50. В. Н. Грибов, ЖЭТФ **56**, 892 (1969).

51. A. Kaidalov, Nucl. Phys. A **525**, 39 (1991).

52. K. Aamodt et al. [ALICE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **106**, 032301 (2011).

53. B. G. Zakharov, Письма в ЖЭТФ **104**, 8 (2016).

54. V. R. Zoller, Z. Phys. C **60**, 141 (1993).

55. V. R. Zoller, Z. Phys. C **53**, 443 (1992).

56. W. Melnitchouk, J. Speth, and A. W. Thomas, Phys. Rev. D **59**, 014033 (1998).

57. H. Holtmann, A. Szczurek, and J. Speth, Nucl. Phys. A **596**, 631 (1996).

58. J. D. Sullivan, Phys. Rev. D **5**, 1732 (1972).

59. A. Szczurek and J. Speth, Nucl. Phys. A **555**, 249 (1993).

60. A. B. Kaidalov and M. G. Poghosyan, Eur. Phys. J. C **67**, 397 (2010).

61. A. Capella and E. G. Ferreiro, Eur. Phys. J. C **72**, 1936 (2012).

62. B. Müller and K. Rajagopal, Eur. Phys. J. C **43**, 15 (2005).

63. W. Broniowski and W. Florkowski, Phys. Rev. C **65**, 024905 (2002).

64. D. Teaney and L. Yan, Phys. Rev. C **83**, 064904 (2011).

65. E. Retinskaya, M. Luzum, and J.-Y. Ollitrault, Nucl. Phys. A **926**, 152 (2014).

66. C. Albajar et al. [UA1 Collaboration], Nucl. Phys. B **335**, 261 (1990).

67. J. Adam et al. [ALICE Collaboration], arXiv:1509. 07541.

68. B. Abelev et al. [ALICE Collaboration], Eur. Phys. J. C **73**, 2456 (2013).

69. R. E. Ansorge et al. [UA5 Collaboration], Z. Phys. C **43**, 357 (1989).

70. M. Rybczynski, W. Broniowski, and G. Stefanek, Phys. Rev. C **87**, 044908 (2013).

71. A. Goldschmidt, Z. Qiu, C. Shen, and U. Heinz, arXiv:1502.00603.

72. H. Niemi, G. S. Denicol, H. Holopainen, and P. Huovinen, Phys. Rev. C **87**, 054901 (2013).

73. Z. Qiu and U. W. Heinz, Phys. Rev. C **84**, 024911 (2011).

74. A. Goldschmidt, Z. Qiu, C. Shen, and U. Heinz, Phys. Rev. C **92**, 044903 (2015).

75. A. J. Kuhlman and U. W. Heinz, Phys. Rev. C **72**, 037901 (2005).

76. E. V. Shuryak, Phys. Lett. B **78**, 150 (1978).

77. S. Chatrchyan et al. [CMS Collaboration], Phys. Lett. B **718**, 795 (2013).

78. B. Abelev et al. [ALICE Collaboration], Phys. Lett. B **719**, 29 (2013).

79. G. Aad et al. [ATLAS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **110**, 182302 (2013).

80. S. Chatrchyan et al. [CMS Collaboration], JHEP **1009**, 091 (2010).

81. B. G. Zakharov, Phys. Rev. Lett. **112**, 032301 (2014).

82. B. G. Zakharov, J. Phys. G **41**, 075008 (2014).

83. W. Broniowski, P. Bozek, M. Rybczynski, and E. R. Arriola, Acta Phys. Polon. Supp. **8**, 301 (2015).

84. P. Bozek, Acta Phys. Polon. B **41**, 837 (2010).

85. M. Habich, G. A. Miller, and P. Romatschke, Eur. Phys. J. C **76**, 408 (2016).

86. J. Adam et al. [ALICE Collaboration], Phys. Rev. C **91**, 064905 (2015).