

НЕСОХРАНЕНИЕ ЛЕПТОННОГО ТОКА И АСИММЕТРИЯ РЕЛИКТОВЫХ НЕЙТРИНО

М. С. Дворников^{a,b*}, В. Б. Семикоз^{a**}

^a *Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н. В. Пушкова
Российской академии наук
108840, Троицк, Москва, Россия*

^b *Национальный исследовательский Томский государственный университет
634050, Томск, Россия*

Поступила в редакцию 4 декабря 2016 г.

Вычисляется нейтринная асимметрия, $n_\nu - n_{\bar{\nu}}$, в плазме ранней Вселенной, генерированная как до, так и после электрослабого фазового перехода (ЭФП). Хорошо известно, что в рамках стандартной модели лептогенезис до ЭФП, в частности, для нейтрино, обязан абелевой аномалии в безмассовом гиперзарядовом поле. В то же время генерация нейтринной асимметрии в хиггсовской фазе после ЭФП не рассматривалась ранее из-за отсутствия во внешнем электромагнитном поле какой-либо квантовой аномалии для таких электронейтральных частиц как нейтрино, в отличие от адлеровской аномалии для заряженных лево- и правополяризованных безмассовых электронов в том же электромагнитном поле. С использованием уравнения Больцмана для нейтрино, модифицированного с учетом слагаемого, связанного с кривизной Берри в импульсном пространстве, устанавливается нарушение макроскопического тока нейтрино в плазме после ЭФП, а также в точности воспроизводится несохранение лептонного тока в симметричной фазе до ЭФП, обязанного вкладу треугольной аномалии во внешнем гиперзарядовом поле, но уже без вычисления соответствующих фейнмановских диаграмм. Применяется новое кинетическое уравнение для расчета нейтринной асимметрии с учетом кривизны Берри и электрослабого взаимодействия с частицами плазмы в хиггсовской фазе, в том числе после закалки нейтрино в отсутствие их столкновений в плазме. Определяется, что эта асимметрия слишком мала для наблюдений. Таким образом, разница между плотностями реликтовых нейтрино и антинейтрино, если существует, должна появиться уже в симметричной фазе ранней Вселенной до ЭФП.

DOI: 10.7868/S0044451017050078

1. ВВЕДЕНИЕ

Как известно, несохранение барионного и лептонного чисел в стандартной модели (СМ) обязано квантовым неабелевым и (или) абелевым аномалиям, которые отвечают сохранению глобальных зарядов (правилу 'т Хоофта), $B/3 - L_a = \text{const}$, $a = e, \mu, \tau$. Как одну из возможностей для генерации барионной асимметрии Вселенной (БАВ) посредством лептогенеза с сохранением глобального заряда до электрослабого фазового перехода (ЭФП) при температурах $T \geq T_{EWPT} \sim 100$ ГэВ в работах [1, 2] мы рассмотрели хорошо известный сценарий бариогенеза с начальной асимметрией правых элек-

тронов [3]. В данном подходе нами была учтена абелева треугольная аномалия в безмассовом гиперзарядовом поле Y^μ [4]. В статьях [1, 2] мы установили, что подобная абелева аномалия для левого дублета лептонов $L = (\nu_{eL}, e_L)^T$,

$$\frac{\partial j_L^\mu}{\partial x^\mu} = -\frac{g'^2}{16\pi^2}(\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y), \quad (1)$$

где $g' = e/\cos\theta_W$ — калибровочная константа в СМ, $\sin^2\theta_W = 0.23$ — параметр Вайнберга, а $\mathbf{E}_Y = -\partial_t \mathbf{Y} - \nabla Y_0$ и $\mathbf{B}_Y = (\nabla \times \mathbf{Y})$ — соответственно гиперэлектрическое и гипермагнитное поля, играет, скорее, второстепенную роль в бариогенезе для выбранных начальных условий, поскольку асимметрия левых лептонов не успевает развиваться до ЭФП таким образом, чтобы нивелировать БАВ посредством сфалеронных переходов за счет взаимодействия сфалеронов с левыми компонентами первичной плазмы.

* E-mail: maxdvo@izmiran.ru

** E-mail: semikoz@yandex.ru

В любом случае можно ожидать, что после ЭФП при $T < T_{EWPT}$ появится начальная нейтринная асимметрия $n_{\nu_a} - n_{\bar{\nu}_a} \approx \xi_{\nu_a} T^3/6$, где $\xi_{\nu_a} = \mu_{\nu_a}/T \neq 0$ — параметр нейтринной асимметрии, а μ_{ν_a} — химический потенциал нейтрино-антинейтринного ферми-газа¹⁾. Конкретное, возможно большее, начальное значение нейтринной асимметрии в горячей плазме при температурах $\mathcal{O}(\text{МэВ}) < T < T_{EWPT}$ остается неизвестным за исключением ограничения первичного нуклеосинтеза на такой параметр $|\xi_{\nu_a}| < 0.07$ [5] при температуре $T_{BBN} = 0.1$ МэВ при учете нейтринных осцилляций с эквивалентными асимметриями, $\xi_{\nu_e} \sim \xi_{\nu_\mu} \sim \xi_{\nu_\tau}$, уже при $T \sim \mathcal{O}(\text{МэВ})$. Ниже мы пытаемся найти другие способы получить ограничения на асимметрию реликтовых нейтрино как до, так и после ЭФП.

Поскольку нейтрино имеет нулевой электрический заряд, для него не существует треугольной аномалии после ЭФП, в противоположность заряженным фермионам в КЭД. Напомним, что несохранение тока, обязанного адлеровской треугольной аномалии для киральных (безмассовых) заряженных фермионов,

$$\partial_t n_{R,L} + (\nabla \cdot \mathbf{j}_{R,L}) = \pm \frac{\alpha}{\pi} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}), \quad (2)$$

приводит к неустойчивости магнитного поля в релятивистской плазме, например, в случае горячей плазмы ранней Вселенной при наличии затравочной разности между химическими потенциалами (плотностями) правополяризованных и левополяризованных частиц, $\mu_5(t) = (\mu_R - \mu_L)/2 \neq 0$, уменьшающейся за счет изменения спиральности при учете массы фермионов [6].

Отметим, что аномалия в (2) была недавно получена независимым способом из кинетического уравнения Больцмана с учетом кривизны Берри в импульсном пространстве (см. формулу (20) в [7]). Такое уравнение экстенсивно изучается и широко применяется в физике конденсированных сред, а также при изучении столкновений тяжелых ионов с образованием кварк-глюонной плазмы [8]. Ниже мы рассматриваем киральную среду для безмассовых нейтрино до и после ЭФП, описываемую кинетическим уравнением Больцмана, в обоих случаях с учетом кривизны Берри и получаем аналоги аномалии в (2) с несохранением 4-тока для $\nu\bar{\nu}$ -газа.

В нашей работе рассмотрены следующие вопросы. В разд. 2 мы напоминаем понятие кривизны Берри для нейтрино (или индуцированного калибровочного поля, связанного с топологической фазой Берри [9,10]). Затем, в разд. 3, начиная с уравнений Больцмана без учета такой кривизны, обобщаем последние, добавляя слагаемые, обязанные этому топологическому эффекту. Обобщение сделано в двух случаях: а) при наличии безмассовых гиперзарядовых полей до ЭФП; и главным образом б) в горячей плазме после ЭФП при температурах $T \ll T_{EWPT}$, когда применимо приближение Ферми для взаимодействий нейтрино с частицами фоновой плазмы. В случае а) мы воспроизводим хорошо известную абелеву аномалию для правых и левых лептонов, в частности, несохранение тока j_L^μ в уравнении (1). В случае б) мы предсказываем аномальное нарушение тока нейтрино, $\partial_\mu j_{\nu_a}^\mu(\mathbf{x}, t) \neq 0$, неизвестное прежде в литературе. Затем в разд. 4 вычисляем временную эволюцию нейтринной асимметрии в расширяющейся Вселенной, используя такую новую аномалию. В разд. 5 мы подводим итоги.

2. КРИВИЗНА БЕРРИ

Мы рассматриваем безмассовые нейтрино, $m_{\nu_a} = 0$, $a = e, \mu, \tau$, т.е. пренебрегаем нейтринными осцилляциями. В электрослабых взаимодействиях такие частицы в СМ являются киральными, т.е. их поля входят в лагранжиан взаимодействия как $\psi_\nu \equiv \psi_{\nu L} = (1 - \gamma^5)\psi_\nu/2$, что соответствует левополяризованным нейтрино, $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k})u_-(\mathbf{k}) = -ku_-(\mathbf{k})$, и правополяризованным антинейтрино, $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k})u_+(\mathbf{k}) = ku_+(\mathbf{k})$. Здесь

$$\begin{aligned} u_-(\mathbf{k}) &= \begin{pmatrix} -e^{-i\varphi} \sin(\theta/2) \\ \cos(\theta/2) \end{pmatrix}, \\ u_+(\mathbf{k}) &= \begin{pmatrix} e^{-i\varphi} \cos(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

— соответствующие двухкомпонентные спиноры, а $\boldsymbol{\sigma}$ — матрицы Паули. Данные спиноры определяют ненулевую связность Берри (компоненты индуцированного калибровочного поля в импульсном пространстве, см. [10]):

$$\mathbf{a}_{\mathbf{k}}^\pm = (a_{\mathbf{k}}^\pm, a_\varphi^\pm, a_\theta^\pm) = iu_\pm^\dagger(\mathbf{k})\nabla_{\mathbf{k}}u_\pm(\mathbf{k}). \quad (4)$$

Используя спиноры в формуле (3), можно легко найти компоненты такого поля в сферической системе координат $a_{\mathbf{k}}^\pm = a_\theta^\pm = 0$, $a_\varphi^- = \text{tg}(\theta/2)/2k$ и $a_\varphi^+ = -\text{ctg}(\theta/2)/2k$, что позволяет вычислить кривизну Берри $\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}}^\pm$,

¹⁾ Для начальных условий, выбранных в работе [1], асимметрия левых лептонов $\xi_{eL} \equiv \xi_{\nu_{eL}}$ достигает в момент ЭФП величины, сравнимой с БАВ, $\xi_{\nu_{eL}} \sim 10^{-10}$ (см. рис. 2 в статье [1]).

$$\Omega_{\mathbf{k}}^{\pm} = \nabla_{\mathbf{k}} \times \mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\pm} = \pm \frac{\hat{\mathbf{k}}}{2k^2}, \quad \mathbf{n} \equiv \hat{\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}}{k}, \quad n^2 = 1, \quad (5)$$

где верхний знак соответствует $\bar{\nu}_a$, а нижний знак — ν_a . Связность Берри в (4) входит как добавочное слагаемое в действие для киральных право- и левополяризованных заряженных частиц в присутствии электромагнитного поля $A^\mu = (A_0, \mathbf{A})$ [7],

$$S = \int dt [(\mathbf{p} - e\mathbf{A}) \cdot \dot{\mathbf{x}} - (\varepsilon_{\mathbf{p}} - eA_0) - \mathbf{a}_{\mathbf{p}}^{\pm} \cdot \dot{\mathbf{p}}]. \quad (6)$$

Аналогичное соотношение имеет место и для лептона (в частности, левого нейтрино), взаимодействующего с гиперзарядовым полем до ЭФП посредством константы в СМ $g_{R,L} = g'y_{R,L}/2$, где $y_L = -1$ — гиперзаряд для левого дублета, а $y_R = -2$ — гиперзаряд для правого синглета (правого электрона):

$$S = \int dt \times \left[(\mathbf{k} - g_{R,L} \mathbf{Y}) \cdot \dot{\mathbf{x}} - (\varepsilon_{\mathbf{k}} - g_{R,L} Y_0) - \mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\pm} \cdot \dot{\mathbf{k}} \right]. \quad (7)$$

В последнем случае мы пренебрегли вкладом псевдовекторного тока²⁾ в лагранжиане взаимодействия лептонов с безмассовым гиперзарядовым полем

$$\mathcal{L}_{int} = \sum_a [g_L \bar{L}_a \gamma_\mu L_a + g_R \bar{l}_{aR} \gamma_\mu l_{aR}] Y^\mu, \quad (8)$$

учитывая только векторное взаимодействие в (7) по аналогии с векторным электромагнитным взаимодействием, $\mathcal{L}_{em} = e\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu$. Это упрощает вывод кинетического уравнения Больцмана

$$\frac{\partial f_{R,L}}{\partial t} + \dot{\mathbf{x}} \cdot \frac{\partial f_{R,L}}{\partial \mathbf{x}} + \dot{\mathbf{k}} \cdot \frac{\partial f_{R,L}}{\partial \mathbf{k}} = J_{coll}, \quad (9)$$

см. ниже.

Наконец, для вывода кинетического уравнения из действия для нейтрино в неполяризованной среде после ЭФП, в фермиевском приближении при температурах $T \ll T_{EWPT}$,

$$S = \int dt \left[(\mathbf{k} - G_F \sqrt{2} c_V^a \delta \mathbf{j}^{(e)}) \cdot \dot{\mathbf{x}} - (\varepsilon_{\mathbf{k}} - G_F \sqrt{2} c_V^a \delta n^{(e)}) - \mathbf{a}_{\mathbf{k}}^{\pm} \cdot \dot{\mathbf{k}} \right], \quad (10)$$

²⁾ В результате мы опустили вклад слагаемого Черн–Саймонса в лагранжиане взаимодействия частиц с гиперзарядовым полем, пропорционального $\mu_{eR}(\mathbf{Y} \cdot \mathbf{B}_Y)$ в модели [4], связанного с несохранением четности в СМ и обязанного поляризации токов электронов и позитронов на основном уровне Ландау, движущихся вдоль внешнего гипермагнитного поля [11]. Такое слагаемое приводит к неустойчивости гипермагнитного поля, которое здесь не рассматривается.

укажем соответствующие уравнения движения. Последние с учетом кривизны Берри в (5) имеют вид (см. случай заряженных частиц в [7, 12]):

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} - \dot{\mathbf{k}} \times \Omega_{\mathbf{k}}^{\pm}, \\ \dot{\mathbf{k}} &= G_F \sqrt{2} c_V^a \times \\ &\times \left[-\frac{\partial \delta \mathbf{j}^{(e)}}{\partial t} - \nabla \delta n^{(e)} + \dot{\mathbf{x}} \times [\nabla \times \delta \mathbf{j}^{(e)}] \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Для нелинейных $\nu\nu$ -взаимодействий вместо $G_F \sqrt{2} c_V^a$ следует использовать коэффициент $2G_F \sqrt{2}$ с заменой верхнего индекса $e \rightarrow \nu$ для плотностей числа частиц и 3-тока. Здесь $G_F = 1.17 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$ — постоянная Ферми, $c_V^a = 2 \sin^2 \theta_W \pm 0.5$ — векторная константа связи для $\nu_a e$ -взаимодействий (верхний знак для электронных нейтрино), $\delta n^{(e)}(\mathbf{x}, t) = n_e(\mathbf{x}, t) - n_{\bar{e}}(\mathbf{x}, t)$ — асимметрия электрон-позитронной плотности в e^-e^+ -плазме, а $\delta \mathbf{j}^{(e)}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{j}_e(\mathbf{x}, t) - \mathbf{j}_{\bar{e}}(\mathbf{x}, t)$ — асимметрия плотности 3-тока. Отметим сложность зацепляющихся уравнений движения в (11) при учете кривизны Берри, когда после некоторых алгебраических преобразований при расщеплении скоростей $\dot{\mathbf{x}}$ и сил $\dot{\mathbf{k}}$ меняются их выражения и фазовый объем $d^3x d^3k$, см. ниже.

3. КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ НЕЙТРИНО С УЧЕТОМ КРИВИЗНЫ БЕРРИ

а) Без учета кривизны Берри. Неудивительно, что при ограничении векторным взаимодействием с гиперзарядовым полем без учета кривизны Берри, в полной аналогии с обычным уравнением Больцмана для заряженных частиц, кинетическое уравнение для нейтрино и антинейтрино в симметричной фазе ранней Вселенной имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \frac{\partial f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \pm \\ \pm g_L [\mathbf{E}_Y(\mathbf{x}, t) + \mathbf{n} \times \mathbf{B}_Y(\mathbf{x}, t)] \cdot \frac{\partial f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{k}} = \\ = J^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (12)$$

где $J^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}$ — интегралы столкновений, а $f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)$ — функции распределения нейтрино (антинейтрино) с подстановкой верхнего (нижнего) знака в силовом слагаемом.

Напомним, что уравнение Больцмана для нейтрино (антинейтрино) в неполяризованной среде при температурах $T \ll T_{EWPT}$ и также без кривизны Берри имеет вид [13–16], следующий из действия (10), когда для $\Omega_{\mathbf{k}} = 0$ скорость становится

обычной единичной скоростью безмассовой частицы, $\dot{\mathbf{x}} = \partial \varepsilon_{\mathbf{k}} / \partial \mathbf{k} = \mathbf{n}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \frac{\partial f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \pm \\ \pm [\mathbf{E}_e(\mathbf{x}, t) + \mathbf{n} \times \mathbf{B}_e(\mathbf{x}, t)] \cdot \frac{\partial f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{k}} = \\ = J^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t), \quad (13) \end{aligned}$$

где для безмассовых ν_a ($\bar{\nu}_a$) подставляется верхний (нижний) знак в третьем (силовом) слагаемом, определяемом слабым νe -взаимодействием в приближении Ферми:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_e(\mathbf{x}, t) = G_F \sqrt{2} c_V^a \times \\ \times \left[-\nabla \delta n^{(e)}(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial \delta \mathbf{j}^{(e)}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right], \quad (14) \\ \mathbf{B}_e(\mathbf{x}, t) = G_F \sqrt{2} c_V^a \nabla \times \delta \mathbf{j}^{(e)}(\mathbf{x}, t). \end{aligned}$$

Интересно отметить, что, поскольку силовое слагаемое в (13) имеет вид силы Лоренца, соответствующие эффективные электромагнитные поля (14) удовлетворяют стандартным уравнениям Максвелла: $\nabla \cdot \mathbf{B}_e = 0$ и $\partial_t \mathbf{B}_e = -\nabla \times \mathbf{E}_e$.

Подчеркнем, что, пренебрегая кривизной Берри, мы имеем спектр $\varepsilon_{\mathbf{k}} = k$, для которого 4-ток нейтринного газа

$$\begin{aligned} j^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)\mu}(\mathbf{x}, t) = (n_{\nu_a, \bar{\nu}_a}(\mathbf{x}, t), \mathbf{j}_{\nu_a, \bar{\nu}_a}(\mathbf{x}, t)) = \\ = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{k^\mu}{\varepsilon_k} f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t) \quad (15) \end{aligned}$$

сохраняется³⁾, как видно из кинетических уравнений (12) и (13) проинтегрированных по $d^3 k$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial j_\mu^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{x}, t)}{\partial x_\mu} = \frac{\partial n^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \\ + \frac{\partial [\mathbf{V}^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{x}, t) n^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{x}, t)]}{\partial \mathbf{x}} = 0, \quad (16) \end{aligned}$$

где макроскопическая скорость $\nu_a \bar{\nu}_a$ -газа

³⁾ Интеграл упругих столкновений не дает вклада для любых функций распределения, поскольку $\int d^3 k J^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)} = 0$. Данный факт следует, например, из формулы (A.7) в статье [17], где рассмотрено νe -рассеяние. Действительно, при замене электронных (нейтринных) импульсов $p \leftrightarrow p'$ ($q \leftrightarrow q'$) внутри полного фазового объема после интегрирования по q изменяется знак проинтегрированного интеграла столкновений: $\int d^3 q J_{coll}^{(\nu e)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t) \rightarrow -\int d^3 q J_{coll}^{(\nu e)}(\mathbf{q}, \mathbf{x}, t)$. Лептонное число сохраняется и в неупругих столкновениях (что эквивалентно сохранению макроскопического тока в равновесной среде), например, для аннигиляции нейтринных пар, $\nu_e \bar{\nu}_e \rightarrow e^+ e^-$.

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{n^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{x}, t)} \times \\ \times \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \mathbf{n} f^{(\nu_a, \bar{\nu}_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t), \quad (17) \end{aligned}$$

может быть нерелятивистской, $|\mathbf{V}| \ll 1$, в отличие от микроскопической скорости в кинетическом уравнении: $|\mathbf{n}| = 1$.

б) С учетом кривизны Берри. Теперь обратимся к случаю учета кривизны в (5) и рассмотрим, например, обобщение кинетического уравнения Больцмана для нейтрино в нарушенной фазе ранней Вселенной (13). В полной аналогии с подходом в работах [7, 12] можно записать для киральных фермионов, имеющих модифицированный спектр

$$\varepsilon_{\mathbf{k}} = k[1 - (\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{B}_e(\mathbf{x}, t))], \quad (18)$$

модифицированное уравнение Больцмана для нейтринной функции распределения $f_{\mathbf{k}}^{(\nu_a)} \equiv f^{(\nu_a)}(\mathbf{k}, \mathbf{x}, t)$ (для простоты только для нейтрино),

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{(\nu_a)}}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{\omega}} (\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{E}}_e \times \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} + (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}}) \mathbf{B}_e) \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{(\nu_a)}}{\partial \mathbf{x}} + \\ + \frac{1}{\sqrt{\omega}} (\tilde{\mathbf{E}}_e + \tilde{\mathbf{v}} \times \mathbf{B}_e + (\tilde{\mathbf{E}} \cdot \mathbf{B}_e) \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}}) \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{(\nu_a)}}{\partial \mathbf{k}} = \\ = J^{(\nu_a)}(f_{\mathbf{k}}^{(\nu_a)}). \quad (19) \end{aligned}$$

Здесь $\omega = [1 + (\mathbf{B}_e \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}})]^2$ — коэффициент, модифицирующий фазовый объем, $d^3 k d^3 x \rightarrow \sqrt{\omega} d^3 k d^3 x$, за счет кривизны Берри (5) и эффективного магнитного поля (14); $\tilde{\mathbf{v}} = \partial \varepsilon_{\mathbf{k}} / \partial \mathbf{k}$ — эффективная скорость нейтрино и $\tilde{\mathbf{E}}_e = \mathbf{E}_e - \partial \varepsilon_{\mathbf{k}} / \partial \mathbf{x}$ — эффективное электрическое поле в модифицированном уравнении Больцмана (19), оба с учетом спектра в (18).

Плотность числа нейтрино и плотность нейтринного 3-тока,

$$n^{(\nu_a)}(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \sqrt{\omega} f_{\mathbf{k}}^{(\nu_a)}, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{j}^{(\nu_a)}(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \times \\ \times [\tilde{\mathbf{v}} + \tilde{\mathbf{E}}_e \times \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} + (\tilde{\mathbf{v}} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}}) \mathbf{B}_e] f_{\mathbf{k}}^{(\nu_a)}, \quad (21) \end{aligned}$$

удовлетворяют квантовой аномалии (несохранению макроскопического 4-тока нейтрино, $\partial^\mu j_\mu^{(\nu_a)} \neq 0$) благодаря слабым взаимодействиям в СМ при наличии кривизны Берри (см. статью [7]):

$$\begin{aligned} \partial_t n^{(\nu_a)} + \nabla \cdot \mathbf{j}^{(\nu_a)} = -(\mathbf{E}_e \cdot \mathbf{B}_e) \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \times \\ \times \left(\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} \cdot \frac{\partial f_{\mathbf{k}}^{(\nu_a)}}{\partial \mathbf{k}} \right) = -C^{(\nu_a)} (\mathbf{E}_e \cdot \mathbf{B}_e) \neq 0. \quad (22) \end{aligned}$$

Можно легко вычислить интеграл в уравнении (22) для нейтрино с фермиевским распределением

$$f^{(\nu_a)}(k) = [\exp[(k - \mu_{\nu_a})/T] + 1]^{-1},$$

подставляя $\Omega_{\mathbf{k}} = -\mathbf{k}/2k^3$ из определения кривизны (5) для нейтрино⁴⁾,

$$\begin{aligned} C^{(\nu_a)} &= \frac{1}{4\pi^2 T} \int_0^\infty dk \frac{\exp[(k - \mu_{\nu_a})/T]}{[\exp[(k - \mu_{\nu_a})/T] + 1]^2} = \\ &= \frac{1}{4\pi^2(1 + \exp(-\mu_{\nu_a}/T))}. \end{aligned} \quad (23)$$

Благодаря тому, что для антинейтрино этот параметр имеет противоположный знак из-за другого знака кривизны Берри $\Omega_{\mathbf{k}}$, и с учетом противоположного знака химического потенциала для $\bar{\nu}_a$, $\mu_{\nu_a} \rightarrow -\mu_{\nu_a}$, получаем (после интегрирования по объему) из несохранения тока нейтрино (22) и противоположного ему по знаку выражения для тока антинейтрино основной результат данной работы для эволюции нейтринной асимметрии:

$$\frac{d}{dt}(n_{\nu_a} - n_{\bar{\nu}_a}) = -\frac{1}{4\pi^2} \int \frac{d^3x}{V} (\mathbf{E}_e \cdot \mathbf{B}_e), \quad (24)$$

где эффективные электромагнитные поля \mathbf{E}_e и \mathbf{B}_e задаются уравнением (14).

3.1. Аномалии лептонных токов в симметричной фазе ранней Вселенной

Теперь мы в состоянии получить из уравнения Больцмана с учетом кривизны Берри квантовый эффект несохранения лептонных токов в гиперзарядовом поле Y^μ . Аналогично спектру (18) и нейтринной аномалии после ЭФП (24), вводя нейтринный спектр $\varepsilon_{\mathbf{k}} = k[1 - g_L(\Omega_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{B}_Y)]$ из уравнения Больцмана (12), по аналогии с модификацией (13), ведущей к виду (19), а затем к 4-току (20) и (21), выводим подобную аномалию для левого лептонного тока до ЭФП:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(n_{\nu_a} - n_{\bar{\nu}_a}) &= -\frac{g_L^2}{4\pi^2} \int \frac{d^3x}{V} (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y) = \\ &= -\frac{g'^2}{16\pi^2} \int \frac{d^3x}{V} (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y). \end{aligned} \quad (25)$$

⁴⁾ Здесь в самом низшем приближении по $\Omega_{\mathbf{k}}$ мы пренебрегаем малой поправкой кривизны Берри в спектре (18), $\varepsilon_{\mathbf{k}} \rightarrow k$.

Очевидно, что абсолютно такая же абелева аномалия существует для левых электронов e_L ⁵⁾, или их асимметрия плотностей $(n_e - n_{\bar{e}})$ удовлетворяет соотношению (25) благодаря той же начальной форме уравнения Больцмана (12).

Однако в случае правого электрона e_R мы, во-первых, должны заменить $g_L \rightarrow g_R$ в кинетическом уравнении (12) и, во-вторых, принять во внимание, что безмассовый e_R является правополяризованным подобно антинейтрино, т. е. для него кривизна Берри $\Omega_{\mathbf{k}}$ ведет к противоположному знаку в уравнении (23):

$$\begin{aligned} C^{(e_R)} &= -\frac{g_R^2}{4\pi^2 T} \int_0^\infty dk \frac{\exp[(k - \mu_{e_R})/T]}{[\exp[(k - \mu_{e_R})/T] + 1]^2} = \\ &= -\frac{g_R^2}{4\pi^2(1 + \exp(-\mu_{e_R}/T))}. \end{aligned} \quad (26)$$

Наоборот, безмассовый правый позитрон является левополяризованным подобно ν_{eL} и e_L , или для него получается такой же знак, как и в уравнении (23) с заменой химического потенциала $\mu_{\nu_a} \rightarrow -\mu_{e_R}$, так что

$$C^{(\bar{e}_R)} = (g_R^2/4\pi^2)[1 + \exp(\mu_{e_R}/T)]^{-1}.$$

Окончательно нетрудно восстановить абелеву аномалию для правых электронов с эффективным зарядом $g_R = g' y_R/2$:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(n_{e_R} - n_{\bar{e}_R}) &= \frac{g_R^2}{4\pi^2} \int \frac{d^3x}{V} (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y) = \\ &= \frac{g'^2}{4\pi^2} \int \frac{d^3x}{V} (\mathbf{E}_Y \cdot \mathbf{B}_Y). \end{aligned} \quad (27)$$

Таким образом, мы в точности вывели хорошо известные абелевы аномалии для лептонных токов в гиперзарядовых полях, не прибегая к использованию диаграммной техники Фейнмана.

В заключение данного раздела подчеркнем, что для того, чтобы получить для нейтрино некий аналог абелевой аномалии в хиггсовской (нарушенной) фазе после ЭФП в виде (24), нам понадобилось рассмотреть электрослабое взаимодействие нейтрино с плазмой, используя эффективные электромагнитные поля (14) и кривизну Берри в уравнении (22).

⁵⁾ Мы ограничили наше рассмотрение моделью [4], где отсутствуют другие лептонные асимметрии (для мюонов и тау-лептонов), в то время как распады бозонов Хиггса, находясь в равновесии с хаббловским расширением, ведут к генерации ненулевой асимметрии для левого дублета $L = (\nu_{eL}, e_L)^T$ [2] дополнительно к асимметрии правого синглета e_R , учтенного в работе [4].

4. ГЕНЕРАЦИЯ НЕЙТРИННОЙ АСИММЕТРИИ В ГОРЯЧЕЙ ПЛАЗМЕ

В этом разделе мы применим нейтринную аномалию (24) для изучения генерации нейтринной асимметрии в ранней Вселенной. Будем рассматривать горячую плазму при релятивистских температурах много ниже температуры ЭФП, $m_e \ll T \ll T_{EWPT}$, когда мы можем применить приближение Ферми для слабых взаимодействий нейтрино с веществом. Заметим, что для простоты наши вычисления ограничены взаимодействием нейтрино в лептонной e^+e^- -плазме, хотя учет других компонент плазмы для температур $T > T_{QCD} \approx 100$ МэВ не вызывает принципиальных затруднений.

Эффективные электромагнитные поля \mathbf{E}_e и \mathbf{V}_e заданы соотношениями (14). Учитывая стандартные уравнения Максвелла для обычных электромагнитных полей \mathbf{E} и \mathbf{B} в МГД-приближении,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{B}} &= -\nabla \times \mathbf{E}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} &= -e\delta n^{(e)}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mathbf{j}_{em} = -e\delta \mathbf{j}^{(e)}, \end{aligned} \quad (28)$$

где асимметрии плотностей заряда и 3-тока $\delta n^{(e)} = n_e - n_{\bar{e}}$ и $\delta \mathbf{j}^{(e)} = \mathbf{j}_e - \mathbf{j}_{\bar{e}}$ определены в уравнениях движения (11), получаем, что эффективные поля (14), обязанные слабому взаимодействию, прямо выражаются через максвелловские поля:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_e(\mathbf{x}, t) &= A\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{x}, t), \\ \mathbf{V}_e(\mathbf{x}, t) &= A\nabla^2 \mathbf{B}(\mathbf{x}, t). \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь $A = G_F \sqrt{2} c_V^a / e$, $e = \sqrt{4\pi\alpha_{em}} \approx 0.3 > 0$ — абсолютная величина заряда электрона, $\alpha_{em} = 1/137$ — постоянная тонкой структуры.

Затем мы используем фурье-представление электромагнитного поля,

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \mathbf{E}_k(t), \quad (30)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \mathbf{B}_k(t),$$

где учтено, что $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}^*(\mathbf{x}, t)$. В этом случае эволюция нейтринной асимметрии в основном уравнении (24),

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(n_{\nu_a} - n_{\bar{\nu}_a}) &= -\frac{A^2}{8\pi^2 V} \times \\ &\times \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} k^4 [\mathbf{E}_k(t) \cdot \mathbf{B}_k^*(t) + \text{c.c.}] = \\ &= \frac{A^2}{8\pi^2} \int k^4 \frac{\partial}{\partial t} h(k, t) dk, \end{aligned} \quad (31)$$

определяется изотропным спектром $h(k, t)$ плотности магнитной спиральности $h(t) = \int dk h(k, t)$, где $h(k, t) = k^2 [\mathbf{A}_k(t) \cdot \mathbf{B}_k^*(t) + \text{c.c.}] / 4\pi^2 V$, и

$$\frac{\partial}{\partial t} h(k, t) = -\frac{k^2}{2\pi^2 V} [\mathbf{E}_k(t) \cdot \mathbf{B}_k^*(t) + \text{c.c.}]. \quad (32)$$

Подставляя плотность нейтринной асимметрии $n_{\nu_a} - n_{\bar{\nu}_a} = T^3 \xi_{\nu_a}(T) / 6$ и вводя переменную $\xi_{\nu_a} = \mu_{\nu_a}(T) / T$, где μ_{ν_a} — химический потенциал нейтрино, а также используя конформные безразмерные переменные $t \rightarrow \eta = M_0 / T$, $a = T^{-1}$, $\tilde{h}(\tilde{k}, \eta) = a^2 h(k, t)$, где $\tilde{k} = ak$ — сохраняющаяся во времени величина, можно переписать уравнение (31) в сопутствующем расширении объема:

$$\frac{d\xi_{\nu_a}(\eta)}{d\eta} = \frac{3A^2}{4\pi^2 a^2} \int \tilde{k}^4 \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\frac{\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)}{a^2} \right] d\tilde{k}. \quad (33)$$

Эволюция спектров плотностей магнитной спиральности и магнитной энергии удовлетворяет системе уравнений [6]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \eta} \tilde{h}(\tilde{k}, \eta) &= -\frac{2\tilde{k}^2}{\sigma_c} \tilde{h}(\tilde{k}, \eta) + \frac{4\tilde{\Pi}}{\sigma_c} \tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta), \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta) &= -\frac{2\tilde{k}^2}{\sigma_c} \tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta) + \frac{\tilde{\Pi}}{\sigma_c} \tilde{k}^2 \tilde{h}(\tilde{k}, \eta), \end{aligned} \quad (34)$$

где $\tilde{\Pi} = 2\alpha_{em} \tilde{\mu}_5 / \pi$ и $\tilde{\mu}_5 = a\mu_5$. В уравнении (34) мы полагаем электропроводность $\sigma_{cond} = \sigma_c T$, где $\sigma_c \approx 100$ в горячей КЭД-плазме. В дальнейшем будем считать, что затравочное магнитное поле имеет максимальную спиральность: $\tilde{h}(\tilde{k}, \eta_0) = 2\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta_0) / \tilde{k}$.

Для замкнутости системы уравнений (34) необходимо описать эволюцию кирального дисбаланса $\mu_5 = (\mu_{eR} - \mu_{eL}) / 2 \neq 0$. Это может быть сделано с помощью закона сохранения (см., например, статью [18]):

$$\frac{d}{dt} \left[(n_{eR} - n_{eL}) + \frac{\alpha_{em}}{\pi} h(t) \right] = 0. \quad (35)$$

С использованием формулы (35) кинетическое уравнение для кирального дисбаланса $\tilde{\mu}_5 = (\xi_{eR} - \xi_{eL}) / 2$ принимает вид

$$\frac{d\tilde{\mu}_5}{d\eta} + \frac{6\alpha_{em}}{\pi} \int d\tilde{k} \frac{d\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)}{d\eta} = -\tilde{\Gamma}_f \tilde{\mu}_5, \quad (36)$$

где мы учли скорость изменения киральности $\tilde{\Gamma}_f = a\Gamma_f$ благодаря ненулевой массе электрона $m_e \neq 0$. Величина такой скорости $\tilde{\Gamma}_f$ оценена в статье [6], что и будет использоваться в нашем расчете в разд. 4.2.

4.1. Монохроматический спектр плотности магнитной спиральности: пробная модель

Чтобы показать возможность генерации нейтринной асимметрии, обязанной электрослабому взаимодействию с e^-e^+ -плазмой, рассмотрим монохроматический спектр магнитной спиральности $h(k, t) = h(t)\delta(k - k_0)$, где $k_0 = r_D^{-1}$, $r_D = v_T/\omega_p$ — дебаевский радиус, $\omega_p = \sqrt{4\pi\alpha n_e/\langle E \rangle}$ — плазменная частота. Заметим, что ω_p совпадает с массой поперечного плазмона в дисперсионном соотношении $\omega = \sqrt{K^2 + \omega_p^2}$, где $\langle E \rangle \approx 3T$ — средняя энергия в горячей ультррелятивистской плазме, для которой тепловая скорость $v_T = 1$. Если рассматривается нерелятивистская плазма (после аннигиляции позитронов) при температурах $T \ll m_e$, то $\langle E \rangle = m_e$, а $v_T = \sqrt{T/m_e}$. Затем получаем из уравнения (31) закон сохранения, который подобен закону (35), выведенному для заряженных частиц из адлеровской аномалии,

$$\frac{d}{dt} \left[(n_{\nu_a} - n_{\bar{\nu}_a}) - \frac{\alpha_{ind}^a}{2\pi} h(t) \right] = 0, \quad (37)$$

где $\alpha_{ind}^a = [e_{ind}^{(\nu_a)}]^2/4\pi$ — эффективная электромагнитная «постоянная», а $e_{ind}^{(\nu_a)}$ — индуцированный заряд нейтрино в плазме⁶⁾. Для дираковского нейтрино заряд $e_{ind}^{(\nu_a)}$ был найден в статьях [19, 20],

$$e_{ind}^{(\nu_a)} = -\frac{G_F c_V^a (1 - \lambda)}{\sqrt{2} e r_D^2}, \quad (38)$$

где $\lambda = \mp 1$ — спиральность нейтрино, а нижний знак соответствует стерильному нейтрино.

Используя уравнение (38), получаем, что

$$[e_{ind}^{(\nu_a)}]^2 = 7(c_V^a)^2 \cdot 10^{-14} (T/m_p)^4$$

в горячей плазме при температурах $T \gg m_e$, а $r_D^{-1} = 0.075T$. Окончательно, эффективная связь в законе сохранения (37) меняется с расширением Вселенной следующим образом:

$$\alpha_{ind}^a(T) = 5.6(c_V^a)^2 \cdot 10^{-15} \left(\frac{T}{m_p} \right)^4, \quad (39)$$

где подставлена плотность электронов $n_e = 0.183T^3$.

С учетом выражения для радиуса Дебая, $r_D = \omega_p^{-1}$, максимума монохроматической плотнос-

ти магнитной спиральности, $h(t) = 2\rho_B(t)/k_0 = B^2(T)/\omega_p(T)$, и из закона сохранения (37) получается асимметрия электронных нейтрино при $T \gg m_e$:

$$\xi_{\nu_a}(T) = \frac{3}{\pi T^3} \left[\frac{\alpha_{ind}^a(T) B^2}{\omega_p(T)} - \frac{\alpha_{ind}^a(T_0) B_0^2}{\omega_p(T_0)} \right] \approx -\frac{3}{\pi T^3} \frac{\alpha_{ind}^a(T_0) B_0^2}{\omega_p(T_0)}, \quad (40)$$

где в нарушенной фазе при температурах $m_e \ll T \ll T_0 \ll T_{EWPT}$ будем полагать нулевую начальную асимметрию, $n_{\nu_a} - n_{\bar{\nu}_a} = \xi_{\nu_e}(T_0) T_0^3/6 = \xi_{\nu_e}(T_0) = 0$.

Подставляя $\alpha_{ind}^a(T)$ из уравнения (39) и затравочное магнитное поле $B_0 = 0.1T_0^2$, которое для магнитного поля, замороженного в плазму как $B = 0.1T^2$, успешно удовлетворяет пределу $B < 10^{11}$ Гс [21] при температуре первичного нуклеосинтеза $T = T_{BBN} = 0.1$ МэВ, получаем из (40)⁷⁾

$$\xi_{\nu_a}(T) = -0.712(c_V^a)^2 \cdot 10^{-15} \left(\frac{T_0}{m_p} \right)^4 \left(\frac{T_0}{T} \right)^3. \quad (41)$$

Для начальной температуры $T_0 = 1$ ГэВ это дает при $T = \mathcal{O}(\text{МэВ})$ отрицательную асимметрию $\xi_{\nu_a} = -0.912(c_V^a)^2 \cdot 10^{-6}$. Требуя, чтобы величина асимметрии (41) не превосходила при этом верхнего предела $|\xi_{\nu_e}| < 0.07$ [5], определяемого первичным нуклеосинтезом при учете выравнивания асимметрий при температурах $T = \mathcal{O}(\text{МэВ})$ благодаря нейтринным осцилляциям, $\xi_{\nu_e} \sim \xi_{\nu_\mu} \sim \xi_{\nu_\tau}$, получаем ограничение для начальной температуры, $T_0 < 5$ ГэВ. Отметим, что при более высоких начальных температурах закон сохранения (37) должен быть дополнен эволюцией спектров магнитной спиральности и магнитной энергии (34), в которых при более высоких температурах значительно возрастает роль магнитной диффузии, явно не учитывавшейся при выводе результата (41). С учетом диффузии генерируемая спиральность должна затухать как

$$h(\eta) \sim h_0(t_0) \exp[-2k_0^2(t - t_0)/\sigma_{cond}],$$

где под знаком экспоненты $k_0^2/\sigma_{cond} \sim T$.

Таким образом, мы продемонстрировали, что мелкомасштабное, соответствующее $k_0 = r_D^{-1}$ магнитное поле с максимальной спиральностью, усиленное механизмом динамо в e^-e^+ -плазме, может породить нейтринную асимметрию посредством

⁶⁾ Найденное в статье [19] выражение для индуцированного заряда для дираковского нейтрино $e_{ind}^{(\nu_a)} = -G_F |e| c_V / 2\pi\sqrt{2} \alpha_{em} r_D^2$ совпадает здесь с формулой (38), взятой из уравнения (5.16) более поздней статьи [20].

⁷⁾ Используя известное соотношение $1 \text{ Гс} = 1.95 \times 10^{-20} \text{ ГэВ}^2$, получаем $T_{EWPT}^2 = (100 \text{ ГэВ})^2 = 5 \cdot 10^{23} \text{ Гс}$, что для максимального поля $\tilde{B}_0 = 0.1 T_{EWPT}^2$ в модели непрерывного спектра в разд. 4.2 дает значение $B_0 = 5 \cdot 10^{22} \text{ Гс}$, т. е. $B(T_{BBN}) = 5 \cdot 10^{10} \text{ Гс} < 10^{11} \text{ Гс}$.

электрослабого взаимодействия с плазмой. Чтобы приблизить пробную модель к реальности, в разд. 4.2 мы рассмотрим поля с непрерывным спектром начальной плотности магнитной энергии.

4.2. Непрерывный колмогоровский спектр плотности магнитной энергии

Будем рассматривать начальный колмогоровский спектр плотности магнитной энергии $\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta_0) = C\tilde{k}^{\nu_B}$, с показателем $\nu_B = -5/3$, где константа C определяется затравочным полем $\tilde{B}_0 = a^2 B_0$,

$$C = \frac{(\nu_B + 1)\tilde{B}_0^2}{2[\tilde{k}_{max}^{\nu_B+1} - \tilde{k}_{min}^{\nu_B+1}]} \quad (42)$$

В этом случае эволюция спектров в уравнении (34) определяется затравочным спектром максимальной спиральности $\tilde{h}(\tilde{k}, \eta_0) = 2\tilde{\rho}_B(\tilde{k}, \eta_0)/\tilde{k}$.

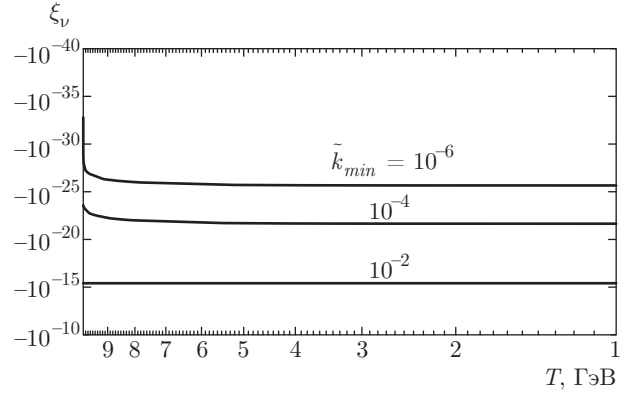
Нейтринная асимметрия, получаемая из основного уравнения (33),

$$\xi_{\nu_a}(\eta) = \xi_{\nu_a}(\eta_0) + \frac{3A^2 M_0^4}{4\pi^2} \int \tilde{k}^4 d\tilde{k} \times \left[\frac{\tilde{h}(\tilde{k}, \eta)}{\eta^4} - \frac{\tilde{h}(\tilde{k}, \eta_0)}{\eta_0^4} + 2 \int_{\eta_0}^{\eta} d\eta' \frac{\tilde{h}(\tilde{k}, \eta')}{\eta'^5} \right], \quad (43)$$

определяется решением самосогласованных уравнений (34) и (36) для спектра магнитной спиральности и кирального дисбаланса $\tilde{\mu}_5$.

Мы решаем указанные уравнения (34) и (36) со следующими начальными условиями: $\tilde{B}_0 = 0.1$ (см. мотивировку в разд. 3.1) и $\tilde{\mu}_5(\eta_0) = 4 \cdot 10^{-5}$. Будем предполагать, что \tilde{k}_{max} есть наименьший масштаб магнитного поля, определяемый радиусом Дебая $r_D = \omega_p^{-1}$ в горячей плазме: $\tilde{k}_{max} = \omega_p/T = 0.1$. Будем также рассматривать эволюцию Вселенной при температурах $T < T_0 = 10$ ГэВ. Фермиевское приближение остается применимым для этих температур, так как $T_0 \ll M_W \sim 10^2$ ГэВ. Более того, как и в разд. 3.1, мы предполагаем нулевую начальную нейтринную асимметрию, $\xi_{\nu_a}(\eta_0) = 0$. Отметим также, что начальный киральный дисбаланс в наших численных расчетах согласуется с результатами статьи [6].

На рисунке показана асимметрия электронных нейтрино в нарушенной фазе в зависимости от T для различных \tilde{k}_{min} . Можно видеть, что ξ_ν становится отрицательным и при $T \sim 1$ ГэВ достигает



Эволюция асимметрии электронных нейтрино $\xi_\nu \equiv \xi_{\nu_e}$ в зависимости от температуры T для различных минимальных волновых чисел \tilde{k}_{min}

насыщения, которое зависит от \tilde{k}_{min} . Чем больше \tilde{k}_{min} , тем больше величина насыщения $|\xi_\nu|$. Самое большое значение \tilde{k}_{min} , которое используется в нашем анализе, равно $\tilde{k}_{min} = 10^{-2} \ll \tilde{k}_{max}$. Поскольку ξ_ν становится постоянным, нет смысла изучать зависимости при $T < 1$ ГэВ.

Можно видеть на рисунке, что $|\xi_\nu|$ достигает значительно меньшей величины по сравнению с результатами расчетов в разд. 4.1, выполненных в пробной модели для монохроматического спектра. Предсказанная величина $|\xi_\nu|$, генерируемая в нарушенной фазе при $T \sim \mathcal{O}(\text{МэВ})$, оказывается на много порядков меньше, чем для тех же левых нейтрино в симметричной фазе, $|\xi_{\nu_e L}| \sim 10^{-10}$, как это было получено в работе [2] в сценарии лепто- и бариогенеза с учетом влияния сфалеронных переходов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе мы получили новые кинетические уравнения для безмассовых нейтрино в горячей плазме ранней Вселенной с учетом как кривизны Берри, так и электрослабого взаимодействия нейтрино с фоновыми фермионами. Основываясь на этих уравнениях, мы вывели новую нейтринную аномалию в плазме после ЭФП, связанную с несохранением лептонного числа при учете кривизны Берри, и получили хорошо известную абелеву аномалию для лептонных токов в гиперзарядовом поле до ЭФП, не используя диаграммную технику Фейнмана. Затем мы применили полученную аномалию для генерации нейтринной асимметрии в нарушенной фазе ранней Вселенной.

Основываясь на наших результатах в разд. 4.2, можно заключить, что новая нейтринная аномалия, описывающая несохранение нейтринного тока в уравнении (24) при температурах много ниже температуры ЭФП, $T \ll T_{EWPT}$, для реального непрерывного спектра плотности магнитной энергии ведет к нейтринной асимметрии в уравнении (43). Как видно из рисунка, такая асимметрия оказывается слишком малой для каких-либо наблюдений реликтовых нейтрино. Наоборот, в случае абелевой аномалии в уравнении (1), полученной независимым способом в уравнении (25) посредством обобщения уравнения Больцмана для нейтрино в (12) при помощи кривизны Берри (5), генерация нейтринной асимметрии оказалась более эффективной. Рассматривая нейтринную асимметрию до ЭФП при температурах $T > T_{EWPT}$, например, в статье [1], получается, что $\xi_{\nu_{eL}}$ может быть на уровне 10^{-10} для некоторых пространственных масштабов гипермагнитного поля \tilde{k}_0^{-1} при $T_{EWPT} \approx 100$ ГэВ. Эта величина близка к наблюдаемому значению барионной асимметрии $B \sim 10^{-10}$.

Тем не менее полученные нами результаты представляются важными, так как мы показали, что нейтринная асимметрия может быть генерирована благодаря учету двух факторов: добавочных слагаемых в уравнении Больцмана, обязанных учету кривизны Берри в импульсном пространстве как части полного фазового объема для функций распределения нейтрино, и электрослабого взаимодействия последних с фоновой плазмой. Предсказанный эффект может проявиться и при нулевой затравочной нейтринной асимметрии благодаря несохранению нейтринного лептонного числа, связанного с несохранением 4-тока нейтрино в среде с внешним магнитным (гипермагнитным) полем.

По общему мнению, после закалки нейтрино при температурах $T < T_{dec} \sim (2-3)$ МэВ в нерелятивистской плазме ($T \ll m_e$) в течение радиационной эры (красное смещение $z > 10^4$) нейтринное развязывание с веществом означает, что нейтринные асимметрии замораживаются на исходном уровне до закалки нейтрино. Однако в действительности нейтринный ток по-прежнему не сохраняется из-за кривизны Берри и во власовском приближении уравнения Больцмана без интегралов столкновений, $\partial_\mu j_{\nu_a}^\mu \neq 0$, как это следует из уравнения (24). Мы изучили этот случай отдельно и нашли, что, хотя рост нейтринной асимметрии ненулевой, он слишком мал даже по сравнению с результатом в ультрарелятивистской плазме; см. формулу (43). Разумеется, в этой ситуации электропроводность плазмы отличается заме-

ной: $\sigma_{cond} \sim T^{3/2}$ вместо $\sigma_{cond} \sim T$ в формуле (43), основанной на эволюции магнитной спиральности в уравнении (34).

Резюмируя, подчеркнем что основная часть нейтринной асимметрии может быть приобретена главным образом до ЭФП посредством квантовой (абелевой) аномалии в уравнении (1) во внешнем гипермагнитном поле (см., например, в статье [1]). В настоящей работе мы вывели такую аномалию новым методом с использованием кривизны Берри в уравнении Больцмана (12).

Работа одного из авторов (М. С. Д.) поддержана РФФИ (грант № 15-02-00293) и Программой повышения конкурентоспособности ТГУ среди ведущих мировых научно-образовательных центров.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. B. Semikoz, A. Yu. Smirnov, and D. D. Sokoloff, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **10**, 014 (2013).
2. M. Dvornikov and V. B. Semikoz, *Phys. Rev. D* **87**, 025023 (2013).
3. B. A. Campbell, S. Davidson, J. Ellis et al., *Phys. Lett. B* **297**, 118 (1992).
4. M. Giovannini and M. E. Shaposhnikov, *Phys. Rev. D* **57**, 2186 (1998).
5. A. D. Dolgov, S. H. Hansen, S. Pastor et al., *Nucl. Phys. B* **632**, 363 (2002).
6. A. Boyarsky, J. Fröhlich, and O. Ruchayskiy, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 031301 (2012).
7. D. T. Son and N. Yamamoto, *Phys. Rev. D* **87**, 085016 (2013).
8. D. E. Kharzeev, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **65**, 193 (2015).
9. M. V. Berry, *Proc. Roy. Soc. London A* **392**, 45 (1984).
10. С. И. Веницкий, В. Л. Дербов, В. М. Дубовик и др., *УФН* **160**, 1 (1990).
11. V. B. Semikoz and J. W. F. Valle, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **11**, 048 (2011).
12. N. Yamamoto, *Phys. Rev. D* **93**, 065017 (2016).

13. L. O. Silva, R. Bingham, J. M. Dawson et al., Phys. Rev. Lett. **83**, 2703 (1999).
14. V. N. Oraevsky and V. B. Semikoz, Astropart. Phys. **18**, 261 (2002).
15. L. Bento, Phys. Rev. D **61**, 013004 (2000).
16. V. B. Semikoz, PoS AHEP **2003**, 059 (2003).
17. V. B. Semikoz, Physica A **142**, 157 (1987).
18. Y. Akamatsu and N. Yamamoto, Phys. Rev. Lett. **111**, 052002 (2013).
19. V. N. Oraevsky and V. B. Semikoz, Physica A **142**, 135 (1987).
20. J. Nieves and P. B. Pal, Phys. Rev. D **49**, 1398 (1994).
21. B. Cheng, D. N. Schramm, and J. W. Truran, Phys. Rev. D **49**, 5006 (1994).