

КОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ АТОМА В ПОЛЕ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ В УСЛОВИЯХ НАЧАЛЬНОЙ КВАНТОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ ПОДСИСТЕМ

*А. И. Трубилко**

*Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России
196105, Санкт-Петербург, Россия*

Поступила в редакцию 26 января 2016 г.

Рассмотрено явление когерентного рассеяния двухуровневого атома в поле квантованной стоячей волны микромазера в условиях, когда между атомом и полем существует начальная квантовая корреляция. Такая корреляция может быть создана с помощью широкополосного параметрического источника. Взаимодействие, приводящее к рассеянию атома на неоднородном поле, осуществляется в дисперсионном пределе или крыле линии поглощения атома. Кроме квантованного поля с атомом одновременно взаимодействуют две классические встречнобегающие волны разных частот, действующие в плоскости, перпендикулярной скорости распространения атома и волновому вектору стоячей волны. Совместное действие квантованного поля и двух классических волн осуществляет эффективное двухфотонное и комбинационное резонансное взаимодействие на рабочем переходе. С помощью метода унитарного преобразования, развитого для случая движущегося атома, выведен эффективный гамильтониан взаимодействия в рассматриваемом случае. Найден сильный эффект, позволяющий отличить в рассеянии атома начальное состояние атома и поля, обладающее корреляцией, от состояния независимых систем. При рассеянии в случае всех трех волн рассеяние отсутствует для случая приготовления систем с квантовой корреляцией, в условиях их приготовления параметрическим источником высокой интенсивности. Напротив, при взаимодействии атома только с неоднородным полем стоячей волны, рассеяние не наблюдается в случае начального факторизованного состояния.

DOI: 10.7868/S0044451016100023

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к уединенным квантовым объектам, таким как одиночный атом, ион, квантовая точка, уединенная высокочастотная резонаторная мода, в значительной мере обусловлен развитием экспериментальных методов и технологий. Так, с большой степенью точности косвенными спектроскопическими методами удается зафиксировать локализацию единичного атома или иона в ловушке, а современными резонаторами — обеспечить возможность получения монохроматической моды, характеристики которой практически не изменяются в течение длительного времени [1]. Такие объекты представляют фундаментальный и практический интерес. Действительно, во-первых, появляется возможность экспериментальной проверки основ квантовой меха-

ники, например, выполнения различного рода неравенств типа неравенств Белла [2], которые свидетельствуют о формировании квантового состояния объекта. Во-вторых, возникают условия для приготовления системы в заданном квантовом состоянии и проведения с ним различного рода контролируемых взаимодействий и измерений. Практическая сторона связана, прежде всего, с использованием названных объектов для целей квантовой информатики и новых технологий, где они являются основными базовыми элементами в протоколах передачи, обработки и хранения информации [3]. В связи с этим возникает необходимость рассмотрения даже и достаточно хорошо известных задач под иным углом зрения. Она связана с формированием у взаимодействующих систем недоступных ранее, казавшихся экзотическими квантовых состояний [4]; с новым взглядом на устоявшиеся понятия [5]; с постановкой новых нетривиальных начальных и граничных условий [6].

* E-mail: trubilko.andrey@gmail.com

Задача о рассеянии атома в поле стоячей световой волны является фундаментальной для атомной оптики и спектроскопии. Она исследовалась достаточно широко и подробно [7–9] и стала основой для целого ряда отдельных направлений исследований. К последним, безусловно, следует отнести исследования локализации атомов и ионов в ловушках, их лазерное охлаждение, атомную интерферометрию, а также применение в квантовой информатике. Как хорошо известно, полное решение задачи, по-видимому, невозможно ввиду ее многопараметричности и многозначности решений для различных режимов рассеяния. Обычно для описания кинетики используют квантовое управляющее уравнение для матрицы плотности атома и поля достаточно общего вида, которое анализируют посредством тех или иных приближений [10]. Это уравнение связывает в общем случае трансляционные степени свободы динамического движения атома и внутренние степени свободы атома и электромагнитного поля. Наиболее просто такое уравнение удается решить в условиях режима когерентного рассеяния, когда взаимодействие между подсистемами осуществляется достаточно короткое время. В этом случае релаксационным оператором, отвечающим за диссипативные процессы в системе, можно пренебречь, и динамика системы отвечает унитарному развитию. В таком режиме существенную роль играют начальные условия приготовления систем и появляющиеся в динамике когерентности, ответственные за корреляции внутри самих систем и между ними.

Мы будем исследовать режим когерентного рассеяния атома в поле стоячей волны в условиях, когда между атомом и полем существует начальная корреляция, которая носит квантовый характер. Такую корреляцию между атомом и резонаторной модой можно относительно просто создать посредством воздействия на них двух широкополосных квазимод параметрического источника. При слабом взаимодействии с подсистемой световые поля источника могут выступать в роли термостатов. Другими словами, состояние параметрического источника не изменяется. Усреднение по состоянию термостатов позволяет определить состояние объединенной системы атом+мода, которое описывается несепарабельной матрицей плотности $\rho_{af}^{(1)}$. Состояние отдельных систем собственно атома и резонаторного поля описывается матрицами плотности $\rho_a = \text{Sp}_f \rho_{af}^{(1)}$, $\rho_f = \text{Sp}_a \rho_{af}^{(1)}$, полученными в результате усреднения ρ_{af} соответственно по полевым и атомным переменным. Эти же самые состояния атома и полевой мо-

ды могут быть получены и в результате воздействия на них широкополосных полей от двух независимых источников с теми же значениями средних, что и в первом случае. При этом состояние атомно-полевой системы факторизуется, $\rho_{af}^{(2)} = \rho_a \otimes \rho_f$. Следовательно, возникает задача различения или верификации состояний, которая является достаточно общей в области квантовой информации для обеспечения кодирования, передачи и считывания информации. Ее решение на примере поляризационных состояний световых полей продемонстрировано в работах [11].

В настоящей работе для отождествления или идентификации корреляций между атомом и модой используется когерентное рассеяние атома на стоячей волне микромазера. Для эффективного рассеяния взаимодействие электромагнитного поля микромазера с атомом может быть и достаточно слабым [8], поэтому мы исследовали задачу рассеяния при взаимодействии между атомом и микромазерным квантованным полем в так называемом дисперсионном пределе или в крыле линии поглощения. Кроме микромазерного поля в резонаторе, в плоскости, перпендикулярной скорости распространения атома и волнового вектора стоячей волны, предполагается наличие еще двух встречнобегающих волн. Они представляют собой классические световые поля двух разных частот, также взаимодействующие с атомом в области прозрачности. Однако микромазерное поле и каждая из этих волн совместно обеспечивают резонансное комбинационное и двухфотонное взаимодействия на переходе. Чтобы вывести эффективное взаимодействие в рассматриваемом случае, мы использовали метод унитарного преобразования [12, 13], который развили для случая движущегося атома. Это оказывается возможным, поскольку время взаимодействия атома с электромагнитными полями много меньше времени его движения. Поэтому используемые здесь унитарные операторы развития системы имеют тот же вид, что и в случае неподвижного атома. Вместе с тем в эффективном гамильтониане появляется ряд новых слагаемых, отвечающих учету влияния отдачи на взаимодействие и обратному влиянию этого взаимодействия на атомное движение. Они появляются вследствие учета некоммутативности оператора кинетической энергии и энергии взаимодействия, зависящей от координат. Найденные слагаемые в некоторых случаях играют важную и определяющую роль при описании трансляционного движения атома. При исследовании когерентного рассеяния мы ограничились двумя известными режимами — режимом тонкой фазовой дифракционной

решетки, или режимом Рамана–Ната [14], и режимом когерентного рассеяния атомов [15, 16]. При выбранном типе взаимодействия возникают интегралы движения, позволяющие получить уравнения только для трансляционных степеней свободы атома. В результате имеет место сильный эффект, позволяющий отличить коррелированное начальное состояние подсистем от факторизованного. Следует заметить, что выявленный эффект обусловлен квантовыми корреляциями подсистем, а проявляется в классической динамике развития атома. С этой точки зрения рассматриваемая задача является важной и для определения квантово-классического соответствия. Обычно квантовые эффекты проявляются лишь как малые добавки к классическим величинам. Здесь, напротив, именно квантовые корреляции обуславливают сам эффект. К эффектам подобного проявления можно отнести изменение скорости релаксации двухуровневого атома в широкополосном сжатом световом поле [17], эффекты типа квантовой линзы [18] и квантовой призмы [19], связанные с отклонением атома на определенный угол, в зависимости от фоковского состояния поля стоячей волны.

Простая система, состоящая из уединенной резонаторной моды и одиночного двухуровневого атома, может быть описана с помощью разного типа полиномиальных алгебр [20]. Коллективные операторы образующих таких алгебр в атомно-фотонном кластере [21] могут характеризовать его двойственную природу [22]. Действительно, электромагнитное поле описывается бозонными операторами рождения и уничтожения и характеризуется непрерывным пространством состояний, двухуровневый атом описывается операторами фермионного типа и отвечает дискретному пространству состояний. Такая дуальная природа системы может проявиться при некоторых взаимодействиях или при измерениях. Хорошо известны эффекты, где проявляются свойства бозонной природы электромагнитного поля. К ним следует отнести сдвиг Лэмба–Резерфорда [23], спонтанное излучение атома Вигнера–Вайскопфа [24], эффект Казимира [25]. Фермионная природа приводит к известному распределению Ферми–Дирака для многочастичных систем тождественных частиц, которое обусловлено принципом Паули. Здесь мы приведем пример проявления фермионных свойств непосредственно отдельного двухуровневого атома или фермионной составляющей кластера. Для его наблюдения необходимо наличие нетривиальных начальных условий, обеспечивающих квантовую корреляцию между полем

стоячей волны микромазера и рассеиваемым им атомом. Мы продемонстрируем различие в рассеянии атома при резонансном характере его двухфотонного взаимодействия с полем микрорезонатора и классическими волнами, а также при взаимодействии атома непосредственно только с квантованным полем при двух разных начальных условиях задачи, когда атом и поле имеют начальную квантовую корреляцию либо независимы.

Статья построена следующим образом. Поскольку мы обсуждаем задачу когерентного рассеяния атома на стоячей волне, важное значение имеет постановка начальных условий задачи, которые отвечают квантовым корреляциям между подсистемами. Они не могут быть взяты извне, а должны быть получены *ab initio* из согласованной квантовой задачи для их реализации. Именно поэтому вначале мы приводим кинетическое управляющее уравнение для матрицы плотности атома и резонаторной моды при воздействии на них широкополосных полей параметрического источника. С его помощью описывается перенос квантовых корреляций от источника к анализируемой системе [26] и могут быть получены все необходимые средние, обеспечивающие начальные условия в задаче рассеяния. Далее рассмотрена постановка задачи о когерентном рассеянии атома в условиях одновременного воздействия на него низкочастотного микромазерного квантованного поля стоячей волны в резонаторе и двух встречнобегающих классических волн на разных оптических частотах. Последние считаются однородными широкопертурными полями, захватывающими всю область микрорезонатора и распространяющиеся перпендикулярно плоскости скорости атомного движения и волнового вектора стоячей волны. Соотношения между частотой микромазерного поля и частотами классических волн обеспечивают условия эффективного резонансного двухфотонного и комбинационного взаимодействия для атомного перехода. Здесь же, с помощью метода унитарного преобразования [12], получен эффективный гамильтониан рассматриваемого взаимодействия с учетом движения атома. В последнем разделе исследованы режимы когерентного рассеяния атома в случае его взаимодействия только с микромазерным квантованным полем резонатора, в отсутствие внешних классических волн, и в их присутствии для двух разных начальных условий — независимого состояния атома и микромазерного поля, а также их состояния с квантовой корреляцией. Показано, что при описании рассеяния атома для этих двух разных видов взаимодействий существенную роль играют со-

отношения для атомных операторов, характеризующие его природу. Они определяют сильные эффекты рассеяния атома или его отсутствие, в зависимости от начального состояния взаимодействующих подсистем.

2. НАЧАЛЬНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В АТОМНО-ПОЛЕВОЙ СИСТЕМЕ

Квантовые корреляции между двумя системами, пусть даже и разной физической природы, могут быть относительно просто созданы с помощью воздействия на них широкополосных электромагнитных полей, обладающих взаимными корреляциями. В качестве простого источника таких световых полей выберем параметрический источник, основанный на взаимодействии волн в нелинейной квадратичной среде. Такой процесс может быть описан на основе эффективного гамильтониана $V = i\hbar\chi(b_1^\dagger b_2^\dagger - \text{H.c.})$. Здесь χ — константа связи, пропорциональная квадратичной восприимчивости нелинейной среды и интенсивности волны накачки с частотой Ω_0 , операторы b_m^\dagger, b_m — операторы рождения и уничтожения мод $m = 1, 2$ с частотой $\tilde{\omega}_m$: $\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2 = \Omega_0$. При таком описании предполагаются выполненными условия фазового синхронизма, которые связывают волновые векторы мод. Последние имеют конечную ширину $\delta\tilde{\omega}$, которая определяется полосой синхронизма, поэтому операторы рождения и уничтожения могут рассматриваться в качестве огибающих генерируемых компонент.

При генерации из вакуума состояние выделенных пространственных компонент на выходе источника определяется волновой функцией [27]

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\text{ch}(r)} \sum_{n=0}^{\infty} \text{th}^n(r) |n\rangle \otimes |n\rangle, \quad (1)$$

где $r = \chi t$ — параметр сжатия, а $|n\rangle$ отвечает фокковскому состоянию. Волновая функция (1) полностью определяет все статистические свойства света генерации, которые описываются корреляционными функциями любого порядка. Так, например, средние от огибающих полевых операторов второго порядка определены корреляционной матрицей вида

$$\langle b_m^i(t) b_n^j(t + \tau) \rangle = \mathcal{K}_{mn}^{i,j} \delta(\tau), \quad (2)$$

где верхние индексы $i, j = \dagger, -$ отвечают операторам рождения и/или уничтожения, верхний индекс у оператора уничтожения будем опускать. В правой части (2) временная дельта-функция является крупномасштабной и имеет ширину, которая определяется обратной шириной полосы синхронизма $(\delta\tilde{\omega})^{-1}$.

Поскольку статистика света является гауссовой, для описания свойств света достаточно представленной матрицы, а состояние (1) определяет следующие отличные от нуля элементы:

$$\mathcal{K}_{11}^{\dagger,-} = \mathcal{K}_{22}^{\dagger,-} = N, \quad \mathcal{K}_{11}^{-,\dagger} = \mathcal{K}_{22}^{-,\dagger} = N + 1,$$

$$\mathcal{K}_{12}^{\dagger,\dagger} = \mathcal{K}_{21}^{\dagger,\dagger} = M, \quad \mathcal{K}_{12}^{-,-} = \mathcal{K}_{21}^{-,-} = M^*,$$

где $N = \text{sh}^2(r)$ — среднее число фотонов в модах, а величина $M = \text{ch}(r) \text{sh}(r) \exp(-i\phi)$ описывает межмодовую оптическую когерентность, ϕ — фаза классической волны накачки, которую в дальнейших вычислениях положим равной нулю. Последнее означает определенный тип параметрического источника, для которого дисперсии суммарной координаты и разностного импульса оказываются подавленными ниже классического предела, отвечающего когерентному состоянию. Такое свойство обусловлено наличием у источника оптической межмодовой когерентности.

Рассмотрим систему, состоящую из двухуровневого атома и уединенной высокодобротной резонаторной моды, которые не взаимодействуют между собой и находятся в разных областях пространства. В начальном состоянии атом и мода считаются независимыми и их состояние факторизовано. Пусть на такую систему воздействуют световые поля параметрического источника вида (1). В условиях, когда собственные спектральные ширины $\delta\tilde{\omega}$ квазимод параметрического источника много больше скоростей спонтанных распадов атома γ и резонаторной моды C в вакуум, световые поля играют роль термостатов для подсистемы и их состояние не изменяется. Для подсистемы, которую опишем посредством матрицы плотности ρ , следует диссипационное кинетическое уравнение [26]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = (\mathcal{R}_a + \mathcal{R}_f + \mathcal{R}_{af})\rho. \quad (3)$$

В (3) действие релаксационного оператора \mathcal{R}_a определено выражением

$$\mathcal{R}_a \rho = -\frac{\gamma}{2} \left[N(S^- S^+ \rho - 2S^+ \rho S^- + \rho S^- S^+) + (N + 1)(S^+ S^- \rho - 2S^- \rho S^+ + \rho S^+ S^-) \right],$$

зависящим только от атомных операторов $S^+ = |e\rangle\langle g|$, $S^- = |g\rangle\langle e|$ перехода между нижним $|g\rangle$ и верхним $|e\rangle$ состояниями энергетического базиса двухуровневого атома. Атомные операторы отвечают коммутационным соотношениям $[S^+, S^-] = S_z$,

$[S_z; S^\pm] = \pm 2S^\pm$, характерным для образующих алгебры фермиевского типа, и соотношению $S^+S^- + S^-S^+ = \hat{1}$, где $S_z = (|g\rangle\langle g| - |e\rangle\langle e|)$ является оператором инверсии. Широкополосное поле соответствующей квазимоды параметрического источника проявляется здесь средним значением ее числа фотонов N .

Второе слагаемое правой части (3) является операторозначной функцией только фотонных операторов рождения a^\dagger и уничтожения a резонаторной моды, а его явный вид определяется выражением вида

$$\mathcal{R}_f\rho = -\frac{C}{2} \left[N(aa^\dagger\rho - 2a^\dagger\rho a + \rho aa^\dagger) + (N+1)(a^\dagger a\rho - 2a\rho a^\dagger + \rho a^\dagger a) \right].$$

Операторы a^\dagger, a подчиняются бозонным коммутационным соотношениям $[a; a^\dagger] = 1$ алгебры Гейзенберга–Вейля. Отметим, что и в этом слагаемом широкополосное поле источника проявляется средним значением числа фотонов N соответствующей квазимоды.

Наконец, последнее слагаемое (3) имеет вид

$$\mathcal{R}_{af}\rho = -\sqrt{\gamma C} \left[M(aS^-\rho - S^-\rho a - a\rho S^- + \rho aS^-) + M^*(a^\dagger S^+\rho - S^+\rho a^\dagger - a^\dagger\rho S^+ + \rho a^\dagger S^+) \right]$$

и зависит от комбинаций атомных и полевых операторов. Это слагаемое отвечает переносу квантовых корреляций от источника к анализируемой системе и описывает эффективное нелокальное взаимодействие между атомом и модой. Сам источник проявляется здесь средним значением величины межмодовой оптической когерентности M , заданной аномальными средними. Эти аномальные средние являются проявлением коммутационных соотношений вакуумных полей на входе источника и возникают только в рамках его квантовомеханического описания.

Уравнение (3) является уравнением Лимблада–Коссаковского, оно получено во втором порядке теории возмущения по константе взаимодействия система–термостат. Уравнение этого вида описывает релаксацию различных физических систем в термостате, обладающем взаимными квантовыми корреляциями компонент, или перепутанном термостате, и выведено в ряде наших работ [26, 28].

Чтобы описать релаксацию отдельно атома или только моды, необходимо усреднить уравнение (3) по состоянию другой подсистемы. Тогда уравнение

релаксации для матрицы плотности $\rho_i, i = a, f$, отдельно атома или моды в любом широкополосном поле с заданным средним числом фотонов N имеет вид

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} = \mathcal{R}_i \rho_i, \tag{4}$$

что является следствием равенства $\text{Sp}_a(\mathcal{R}_{af}\rho) = \text{Sp}_f(\mathcal{R}_{af}\rho) = 0$.

На основе уравнения (4) могут быть получены все необходимые атомные и полевые средние, характеризующие состояние отдельно атома или только полевой моды. Например, в стационарном случае средние $\langle a^\dagger \rangle = \langle a \rangle = 0, \langle S^+ \rangle = \langle S^- \rangle = 0$. Среднее число фотонов резонаторной моды $\langle a^\dagger a \rangle$ определяется средним числом фотонов N соответствующей квазимоды широкополосного источника, посредством этого же параметра определяется и стационарное среднее значение инверсии $\langle S_z \rangle$ двухуровневого атома:

$$\langle a^\dagger a \rangle = N, \quad \langle S_z \rangle = -\frac{1}{2N+1}. \tag{5}$$

Вместе с тем в стационарных условиях между атомом и модой возникают корреляции, обусловленные связью квазимод источника, что отражено наличием последнего слагаемого в уравнении (3). Наиболее полно такие корреляции проявляются в случае равенства скоростей релаксации атома и поля, что может быть достаточно успешно реализовано в современных экспериментах. Поэтому будем считать выполненным равенство скоростей релаксации атома и моды $C = \gamma$. В этом случае отличными от нуля оказываются стационарные нормальные атомно-полевые средние:

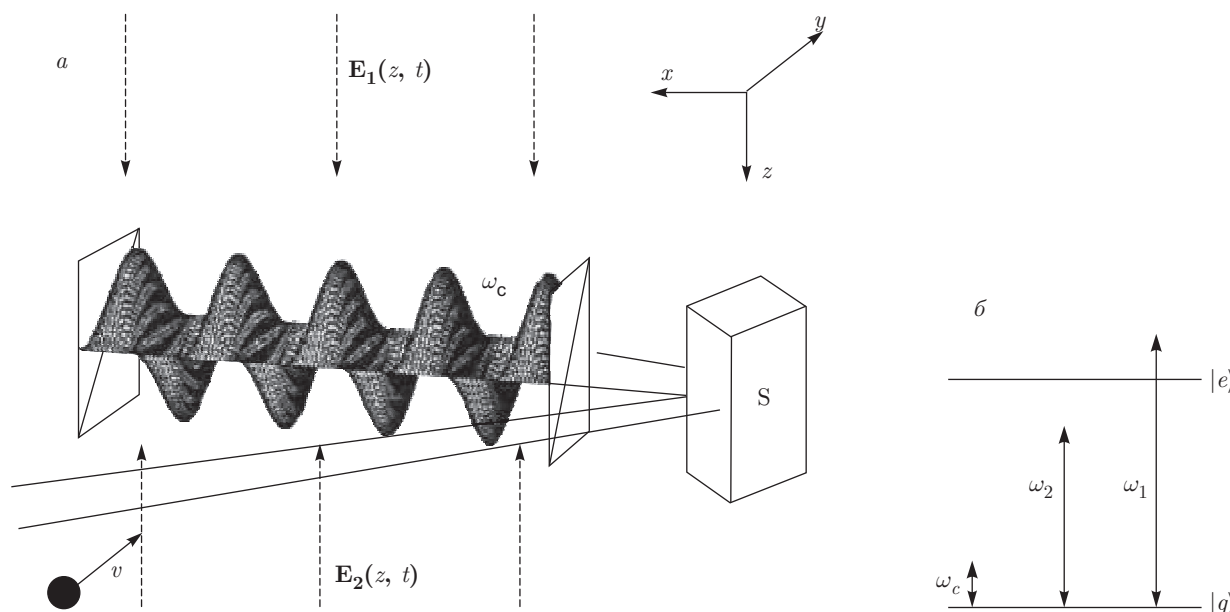
$$\langle S^+ a \rangle = \langle S^- a^\dagger \rangle = -\frac{N}{(N+1)(2N+1)}, \tag{6}$$

и аномальные атомно-полевые средние:

$$\langle S^+ a^\dagger \rangle = \frac{M}{(N+1)(2N+1)}, \tag{7}$$

$$\langle S^- a \rangle = \frac{M^*}{(N+1)(2N+1)}.$$

Последние связаны с наличием оптической межмодовой когерентности внешних полей и играют определяющую роль для квантовых корреляций коллективной системы. Подчеркнем, что эти средние могут быть получены только посредством широкополосного квантового источника света и не могут быть получены в рамках классического описания электромагнитных полей, а потому имеют сугубо квантовую природу. Отличные от нуля аномальные средние приводят к полному подавлению среднего от



Когерентное рассеяние атома на стоячей световой волне квантованного поля микроазера (а). Квантовая корреляция между атомом и полем создается посредством параметрического источника S. Две классические встречнобегающие волны $E_1(z, t)$ и $E_2(z, t)$ обеспечивают эффективное двухфотонное ($\omega_2 + \omega_c$) и комбинационное ($\omega_1 - \omega_c$) взаимодействие на рабочем переходе (б)

совместного действия оператора числа фотонов резонаторной моды и инверсии двухуровневого атома $\langle a^\dagger a S_z \rangle = 0$, а также и некоторых других средних, например, $\langle a^{\dagger 2} S_z \rangle = \langle a^2 S_z \rangle = 0$ для рассматриваемого здесь параметрического источника. При возбуждении атома и моды независимыми широкополосными источниками света с теми же значениями средних, что и у параметрического источника, такие средние факторизуются, например $\langle a^\dagger a S_z \rangle = \langle a^\dagger a \rangle \langle S_z \rangle$, $\langle a^{\dagger 2} S_z \rangle = \langle a^{\dagger 2} \rangle \langle S_z \rangle$, и, естественно, отличны от нуля.

3. КОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ АТОМОВ В ПОЛЕ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ

Хорошо известно, что статистика светового поля проявляется в эффектах рассеяния атома в световом поле стоячей волны [18]. Однако общее решение такой задачи является сложным ввиду ее многопараметричности [8]. Наиболее простым при рассмотрении является режим когерентного рассеяния атомов на стоячей волне, где наиболее полно проявляются различия в начальных условиях [6].

Рассмотрим когерентное рассеяние атома на поле стоячей волны в следующей постановке эксперимента (см. рисунок). Пусть поле стоячей волны об-

разовано низкочастотной квазимодой широкополосного внешнего источника света. Атом, двигающийся вдоль направления y , до взаимодействия со стоячей волной частоты ω_c в некоторой области пространства взаимодействует с широкополосным полем другой квазимоды. Для атома внешнее широкополосное поле представляет собой бегущую волну, само взаимодействие слабое, что дает возможность пренебречь эффектами отдачи. Таким способом готовится начальное состояние атома и стоячей волны до их взаимодействия. Будем предполагать, что на входе резонатора есть однородное по поперечному направлению распределение монокинетических атомов, обладающих импульсом p и пролетающих через резонатор по одному, с заданными начальными корреляциями атома и поля. В поперечном направлении, перпендикулярном плоскости волнового вектора стоячей волны и скорости распространения атома, в резонаторе также существуют две однородные широкоапертурные по периметру резонатора встречнобегающие классические световые волны, распространяющиеся вдоль оси z , имеющие соответственно частоты несущих ω_1, ω_2 и волновые векторы $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$. Будем считать, что каждая из частот квантованного поля резонатора и классических полей встречнобегающих волн находятся в крыле линии поглощения двухуровневого атома, обладающе-

го частотой перехода ω_0 . Внутриврезонаторное поле принадлежит микроволновому диапазону частот $\omega_c \ll \omega_1, \omega_2$. Тогда при электродипольном характере взаимодействия считаем выполненными условия комбинационного и двухфотонного резонансов на одном и том же переходе, что описывается следующими соотношениями между частотами:

$$\begin{aligned}\omega_0 &\approx \omega_1 - \omega_c, \\ \omega_0 &\approx \omega_2 + \omega_c.\end{aligned}\quad (8)$$

Будем обсуждать две разные начальные ситуации, когда атом и мода обладают взаимными корреляциями либо они независимы. Для этого в первом случае используется излучение параметрического источника, обладающего межмодовыми корреляциями, а во втором — излучение от двух независимых параметрических источников. Нас будет интересовать распределение атомов после взаимодействия со стоячей волной резонатора.

Отдельный атом, пролетая резонатор за время τ , взаимодействует с полем стоячей волны, имеющей пространственную неоднородность вдоль оси x , и двумя плоскими встречнобегущими классическими волнами. Чтобы начальное состояние атомно-полевой системы не было разрушено, а взаимные корреляции проявились в рассеянии, время взаимодействия τ должно быть много меньше скорости релаксации γ атома и скорости релаксации полевой моды в вакууме C . Последние для простоты расчета положим одинаковыми по величине, что может быть достигнуто в современных экспериментах.

Будем считать, что движение атома вдоль оси y отвечает классическому характеру. Это означает, что его взаимодействие с внешними электромагнитными полями не влияет на характер движения вдоль указанного направления. Иными словами, величина начальной кинетической энергии движения атома вдоль оси y значительна и мало меняется из-за изменения продольного импульса при взаимодействии атома с внешними полями. В этом квазиклассическом приближении задача сводится к описанию квантового характера только двумерного рассеяния [29]. Напомним, что в условиях задачи рассеяния наряду с внутренним состоянием атома необходимо учитывать и его трансляционные степени свободы, более того, и внутренние, и трансляционные степени свободы оказываются в общем случае связанными. Последнее обстоятельство имеет известное математическое обоснование, заключающееся в отличной от нуля величине коммутатора кинетической энергии атома и его потенциальной энергии. Рассматриваемая ситуация может

быть в общем случае описана посредством следующего кинетического управляющего уравнения для атомно-полевой матрицы плотности ρ , характеризующей атомные (внутренние и трансляционные) и полевые степени свободы системы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho]. \quad (9)$$

В этом уравнении отсутствует релаксационное слагаемое, поскольку считается, что время взаимодействия много меньше характерных времен релаксации системы. Полный гамильтониан системы H представляет собой сумму:

$$H = H_{0,f} + H_{0,a} + T_a + V_1(z) + V_2(z) + V_c(x). \quad (10)$$

Здесь

$$H_{0,f} = \hbar\omega a^\dagger a$$

является гамильтонианом квантованной полевой моды стоячей волны резонатора, описываемой операторами рождения a^\dagger и уничтожения a .

Слагаемое

$$H_{0,a} = \hbar\omega_0 \frac{S_z}{2}$$

отвечает собственной энергии неподвижного двухуровневого атома, где $S_z = S^+ S^- - S^- S^+$ — оператор инверсии, а S^+ , S^- — по-прежнему повышающий и понижающий оператор перехода. Оператор кинетической энергии атома обозначен как

$$T_a = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right), \quad (11)$$

где m — его масса.

Для простоты будем считать все внешние поля в задаче линейно поляризованными в одной плоскости и пренебрегать поляризационными степенями свободы при описании взаимодействий. Слагаемые $V_1(z)$ и $V_2(z)$ описывают взаимодействие двухуровневого атома с двумя однородными по периметру резонатора, широкоапертурными классическими полями с несущими частотами ω_1 и ω_2 . Эти поля представляют собой две плоские встречнобегущие вдоль оси z волны с волновыми векторами \mathbf{k}_1 , \mathbf{k}_2 . Такие электродипольные взаимодействия опишем операторами

$$\begin{aligned}V_1(z) &= - \left[E_1(z, t) + E_1^*(z, t) \right] (d^* S^+ + d S^-), \\ V_2(z) &= - \left[E_2(z, t) + E_2^*(z, t) \right] (d^* S^+ + d S^-),\end{aligned}\quad (12)$$

где $d = \langle e | d | g \rangle$ — матричный элемент дипольного момента рабочего перехода двухуровневого атома, а

классические световые поля встречнобегающих волн, имеющие амплитуды $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, определены выражениями

$$E_1(z, t) = \varepsilon_1 \exp(-i\omega_1 t + ik_1 z),$$

$$E_2(z, t) = \varepsilon_2 \exp(-i\omega_2 t - ik_2 z).$$

Последнее слагаемое в правой части (10) отвечает взаимодействию двухуровневого атома с квантованной модой неоднородного поля стоячей волны резонатора. При электродипольном характере такое взаимодействие описывается оператором вида

$$V_c(x) = -i(a - a^\dagger)(g^* S^+ + g S^-) \sin(kx), \quad (13)$$

где $g = \sqrt{\hbar\omega_c/2\varepsilon_0 V} d$ — константа взаимодействия атома с квантованным внутрирезонаторным полем, образованным стоячей волной, V — объем квантования, ε_0 — электрическая постоянная. Особо подчеркнем, что при описании взаимодействия мы исходили из электродипольного характера взаимодействия атома с внешними электромагнитными полями, не требуя, однако, выполнения условий приближения вращающихся волн.

Для получения эффективного гамильтониана рассеяния воспользуемся известным методом унитарного преобразования [12, 21], который в данном случае распространим на учет движения атома. Основная идея этого метода, как известно, заключается в унитарном преобразовании основного кинетического уравнения (9). Это преобразование должно быть таким, чтобы преобразованный, вновь полученный эффективный гамильтониан задачи содержал в представлении взаимодействия только недиагональные элементы, не имеющие быстроосциллирующих слагаемых.

Для получения эффективного гамильтониана совершим унитарное преобразование матрицы плотности,

$$\hat{\rho} = U \rho U^\dagger, \quad (14)$$

которое, несомненно, изменяет и гамильтониан (10) задачи,

$$\hat{H} = U H U^\dagger - i\hbar U \frac{\partial}{\partial t} U^\dagger, \quad (15)$$

а также приводит кинетическое уравнение, описывающее эволюцию всей системы, к виду (9) с заменами $\rho \rightarrow \hat{\rho}$ и $H \rightarrow \hat{H}$.

Теперь представим унитарный оператор U посредством эрмитовского оператора \mathcal{S} :

$$U = \exp(-i\mathcal{S}), \quad \mathcal{S}^\dagger = \mathcal{S}. \quad (16)$$

Используем разложение оператора \mathcal{A} по формуле Бейкера–Хаусдорфа,

$$\begin{aligned} \exp(-i\mathcal{S})\mathcal{A}\exp(-i\mathcal{S}) &= \mathcal{A} + \frac{-i}{1!}[\mathcal{S}; \mathcal{A}] + \\ &+ \frac{(-i)^2}{2!} \left[\frac{-i}{1!}[\mathcal{S}; [\mathcal{S}; \mathcal{A}]] \right] + \dots, \end{aligned}$$

и представим оператор \mathcal{S} и гамильтониан \hat{H} в виде разложения в ряд по константам взаимодействия атома с классическими полями и квантованной модой стоячей волны:

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &= \mathcal{S}^{(100)} + \mathcal{S}^{(010)} + \mathcal{S}^{(001)} + \dots, \\ \hat{H} &= \hat{H}^{(000)} + \hat{H}^{(100)} + \hat{H}^{(010)} + \hat{H}^{(001)} + \dots \end{aligned} \quad (17)$$

В этих выражениях правый индекс указывает соответствующий порядок разложения по константе связи атома с квантованным полем микрорезонатора, а левый и центральный индексы — порядок разложения по константе связи с соответствующим классическим полем бегущей волны. Подставим разложения (17) и (16) в (15), используем формулу Бейкера–Хаусдорфа и приравняем слагаемые соответствующих порядков, в результате этого имеем следующие равенства, определяющие \hat{H} в нулевом и первом порядках:

$$\hat{H}^{(000)} = H_{0,f} + H_{0,a} + T_a, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}^{(100)} &= V_1(z) - i \left[\mathcal{S}^{(100)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(100)}}{\partial t}, \\ \hat{H}^{(010)} &= V_2(z) - i \left[\mathcal{S}^{(010)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(010)}}{\partial t}, \\ \hat{H}^{(001)} &= V_c(x) - i \left[\mathcal{S}^{(001)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(001)}}{\partial t}. \end{aligned} \quad (19)$$

Нетрудно также получить и выражения, отвечающие второму порядку разложения:

$$\begin{aligned}
\hat{H}^{(110)} &= -\frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(100)}; V_2(z) \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(010)}; V_1(z) \right] - \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(100)}; \hat{H}^{(010)} \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(010)}; \hat{H}^{(100)} \right] - i \left[\mathcal{S}^{(110)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \\
&\quad + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(110)}}{\partial t}, \\
\hat{H}^{(101)} &= -\frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(100)}; V_c(x) \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(001)}; V_1(z) \right] - \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(100)}; \hat{H}^{(001)} \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(001)}; \hat{H}^{(100)} \right] - i \left[\mathcal{S}^{(101)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \\
&\quad + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(101)}}{\partial t}, \\
\hat{H}^{(011)} &= -\frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(010)}; V_c(x) \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(001)}; V_2(z) \right] - \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(010)}; \hat{H}^{(001)} \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(001)}; \hat{H}^{(010)} \right] - i \left[\mathcal{S}^{(011)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \\
&\quad + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(011)}}{\partial t}, \\
\hat{H}^{(200)} &= -\frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(100)}; V_1(z) \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(100)}; \hat{H}^{(100)} \right] - i \left[\mathcal{S}^{(200)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \\
&\quad + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(200)}}{\partial t}, \\
\hat{H}^{(020)} &= -\frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(010)}; V_2(z) \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(010)}; \hat{H}^{(010)} \right] - i \left[\mathcal{S}^{(020)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \\
&\quad + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(020)}}{\partial t}, \\
\hat{H}^{(002)} &= -\frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(001)}; V_c(x) \right] - \\
&- \frac{i}{2} \left[\mathcal{S}^{(001)}; \hat{H}^{(001)} \right] - i \left[\mathcal{S}^{(002)}; \hat{H}^{(000)} \right] + \\
&\quad + \hbar \frac{\partial \mathcal{S}^{(002)}}{\partial t}.
\end{aligned} \tag{20}$$

Теперь необходимо учесть два важных обстоятельства. Во-первых, в силу условий (8), в приводимом гамильтониане необходимо избавиться от слагаемых, которые линейны по константам взаимодействия атома с классическими и квантованным полями. Во-вторых, необходимо учесть, что движение атома происходит значительно медленнее процесса его взаимодействия с электромагнитными полями. Эти обстоятельства определяют тот же самый вид эрмитовского оператора унитарного преобразования, что и в условиях для неподвижного атома.

В нашем случае матричные элементы оператора \mathcal{S} первых порядков равны соответственно

$$\begin{aligned}
\mathcal{S}^{(100)} &= -\frac{i}{\hbar} \left[\frac{E_1(z, t)}{\omega_0 - \omega_1} + \frac{E_1^*(z, t)}{\omega_0 + \omega_1} \right] d^* S^+ + \text{H.c.}, \\
\mathcal{S}^{(010)} &= -\frac{i}{\hbar} \left[\frac{E_2(z, t)}{\omega_0 - \omega_2} + \frac{E_2^*(z, t)}{\omega_0 + \omega_2} \right] d^* S^+ + \text{H.c.}, \\
\mathcal{S}^{(001)} &= \frac{1}{\hbar} \sin(kx) \left[a \left(\frac{g^* S^+}{\omega_0 - \omega_c} - \frac{g S^-}{\omega_0 + \omega_c} \right) \right] + \\
&\quad + \text{H.c.}
\end{aligned} \tag{21}$$

В противоположность случаю неподвижного атома, выражения для операторов взаимодействия первого порядка содержат отличный от нуля вклад от коммутатора соответствующих степеней свободы оператора кинетической энергии атома и операторов \mathcal{S} . Однако эти слагаемые при переходе в дальнейшем в картину взаимодействия оказываются равными нулю (как и должно быть!) ввиду усреднения по быстроосциллирующим оптическим процессам при выбранном виде взаимодействий. Приведем явные выражения для \hat{H} первых порядков, поскольку они нужны при получении слагаемых следующих порядков:

$$\begin{aligned}
\hat{H}^{(100)} &= \frac{\hbar}{2m} \left[\left(\frac{E_1(z, t)}{\omega_0 - \omega_1} d^* S^+ - \frac{E_1(z, t)}{\omega_0 + \omega_1} d S^- \right) \left(k_1^2 - 2ik_1 \frac{\partial}{\partial z} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{E_1^*(z, t)}{\omega_0 + \omega_1} d^* S^+ - \frac{E_1^*(z, t)}{\omega_0 - \omega_1} d S^- \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times \left(k_1^2 + 2ik_1 \frac{\partial}{\partial z} \right) \right], \\
\hat{H}^{(010)} &= \frac{\hbar}{2m} \left[\left(\frac{E_2(z, t)}{\omega_0 - \omega_2} d^* S^+ - \frac{E_2(z, t)}{\omega_0 + \omega_2} d S^- \right) \left(k_2^2 + 2ik_2 \frac{\partial}{\partial z} \right) + \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{E_2^*(z, t)}{\omega_0 + \omega_2} d^* S^+ - \frac{E_2^*(z, t)}{\omega_0 - \omega_2} d S^- \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times \left(k_1^2 - 2ik_1 \frac{\partial}{\partial z} \right) \right], \\
\hat{H}^{(001)} &= \frac{i\hbar}{2m} \left[\left(\frac{g^* a S^+ + g a^\dagger S^-}{\omega_0 - \omega_c} - \frac{g a S^- + g^* a^\dagger S^+}{\omega_0 + \omega_c} \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times \left(k^2 \sin(kx) - 2k \cos(kx) \frac{\partial}{\partial x} \right) \right].
\end{aligned} \tag{22}$$

Дальнейшее вычисление слагаемых следующих порядков, согласно соотношениям (20), оказывается достаточно громоздким. Мы приведем выраже-

ния, для которых в представлении взаимодействия уже отсутствуют быстроосциллирующие слагаемые. Как показывает расчет, слагаемые в \hat{H} , отвечающие вкладам второго порядка от взаимодействий с двумя разными полями $\hat{H}^{(110)}$, $\hat{H}^{(101)}$, $\hat{H}^{(011)}$, при последующем переходе в представление взаимодействия оказываются быстроосциллирующими и обращаются в нуль.

Вклады второго порядка по константе взаимодействия, отличные от нуля, дают прежде всего слагаемые, описывающие взаимодействие атома с классическими полями бегущих волн:

$$\begin{aligned} \hat{H}^{(200)} &= \hbar\Omega_1^2\Pi_+(\omega_1)S_z + \frac{\hbar^2}{2m}\Omega_1^2 \times \\ &\times \left[2ik_1\mathcal{R}_-(\omega_1)S_z\frac{\partial}{\partial z} + 2k_1^2\mathcal{R}_+(\omega_1) \right], \\ \hat{H}^{(020)} &= \hbar\Omega_2^2\Pi_+(\omega_2)S_z - \frac{\hbar^2}{2m}\Omega_2^2 \times \\ &\times \left[2ik_2\mathcal{R}_-(\omega_2)S_z\frac{\partial}{\partial z} - 2k_2^2\mathcal{R}_+(\omega_2) \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь $\Omega_m = (|d||\varepsilon_m|/\hbar)$, $m = 1, 2$, — частота Раби для поля соответствующей классической волны и введены следующие функции, типичные для спектроскопии двухуровневого атома:

$$\begin{aligned} \Pi_{\pm}(\omega) &= \frac{1}{\omega_0 - \omega} \pm \frac{1}{\omega_0 + \omega}, \\ \mathcal{R}_{\pm}(\omega) &= \frac{1}{(\omega_0 - \omega)^2} \pm \frac{1}{(\omega_0 + \omega)^2}. \end{aligned}$$

Первые слагаемые правых частей выражений (23) описывают известный эффект Штарка и отвечают сдвигу энергетических уровней в высокочастотном внешнем когерентном классическом поле. Вторые слагаемые правых частей полученных выражений являются проявлением учета коммутационных соотношений оператора кинетической энергии атома и локального оператора энергии взаимодействия атома и электромагнитного поля. Они описывают влияние энергии отдачи, в данном случае при вынужденных переходах атома, на внутренние степени свободы атома и обратный процесс — влияние внутренней динамики атома на трансляционные степени свободы его движения. Отметим, что эти слагаемые возникали и при описании резонансного взаимодействия двухуровневого атома с классическим полем стоячей волны как оператор неадиабатичности [8]. В большинстве ситуаций ими обычно пренебрегают.

Наконец, приведем выражение, определяющее неисчезающие слагаемые во втором порядке по взаимодействию движущегося атома с квантованным микромазерным полем стоячей волны,

$$\begin{aligned} \hat{H}^{(002)} &= \frac{|g|^2}{\hbar} \sin^2(kx) \times \\ &\times \left[\Pi_+(\omega_c) \left(a^\dagger a S_z + \frac{1}{2} S_z \right) + \frac{1}{2} \Pi_-(\omega_c) \right] + \frac{|g|^2}{\hbar^2} \varepsilon_r \times \\ &\times \cos^2(kx) \left[\mathcal{R}_+(\omega_c) \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) + \mathcal{R}_-(\omega_c) \frac{S_z}{2} \right]. \end{aligned} \quad (24)$$

Мы намеренно представили последнее слагаемое в правой части (24) как отношение произведения энергии отдачи $\varepsilon_r = \hbar^2 k^2 / 2m$ и энергии взаимодействия с квантованным полем к спектральным частотным интервалам, заданным функциями $\mathcal{R}_{\pm}(\omega_c)$. Это выражение вновь характеризует влияние движения атома на его внутреннюю динамику, а также обратный процесс, и является проявлением коммутационного соотношения $[V_c(x); T_a] \neq 0$. Однако это слагаемое является величиной меньшего порядка малости, по сравнению с первым слагаемым в правой части (24), и его можно не учитывать в последующих расчетах. Еще одной отличительной чертой рассматриваемой ситуации является появление важного слагаемого $(1/2)\Pi_-(\omega_c)$, которое играет существенную роль в различных режимах когерентного рассеяния атома на стоячей волне с учетом начальных атомно-полевых корреляций. Оно появляется как следствие использования соотношений для атомных операторов.

Мы получили эффективный гамильтониан задачи и теперь можем стандартным образом перейти к картине взаимодействия по квантованному микрорезонаторному полю и неподвижному атому с учетом сдвигов его уровней под действием внешних высокочастотных классических полей. В итоге анализируемое в дальнейшем кинетическое управляющее уравнение для матрицы плотности трансляционных и внутренних степеней свободы атома и квантованной полевой микрорезонаторной моды сводится к виду (9) с заменами $\rho \rightarrow \tilde{\rho}$, $H \rightarrow \mathcal{H}$:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, \tilde{\rho}], \quad (25)$$

где эффективный гамильтониан задачи определен выражением

$$\mathcal{H} = T_a + \mathcal{U}(x, z). \quad (26)$$

Здесь T_a — оператор кинетической энергии двумерного квантованного трансляционного движения атома, который задан выражением (11). Оператор

$$\begin{aligned}
\mathcal{U}(x, z) &= \mathcal{U}_1 \sin^2(kx) + \mathcal{U}_2(z), \\
\mathcal{U}_1 &= \frac{|g|^2}{\hbar} \left[\Pi_+(\omega_c) \left(a^\dagger a S_z + \frac{1}{2} S_z \right) + \frac{1}{2} \Pi_-(\omega_c) \right], \\
\mathcal{U}_2(z) &= \frac{\hbar^2}{2m} \left[2i(\Omega_1^2 k_1 \mathcal{R}_-(\omega_1) - \Omega_2^2 k_2 \mathcal{R}_-(\omega_2)) \times \right. \\
&\quad \left. \times S_z \frac{\partial}{\partial z} + 2(\Omega_1^2 k_1^2 \mathcal{R}_+(\omega_1) + \Omega_2^2 k_2^2 \mathcal{R}_+(\omega_2)) \right], \quad (27)
\end{aligned}$$

определяет эффективное взаимодействие атома с неоднородным внешним квантованным полем стоячей волны микроазера и классическими электромагнитными полями с учетом влияния энергии отдачи.

4. РЕЖИМЫ КОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Когерентное рассеяние атомов в поле стоячей волны наблюдается, если пролетное время атома через резонатор или время τ взаимодействия атома с полем много меньше времен релаксации и атома, и поля, чем собственно и определен в этом случае сам термин когерентности. В этих условиях динамика внутреннего состояния атома и поля подчинена унитарному развитию и происходит без релаксации, и некоторые операторозначные функции, а следовательно, и средние от них по внутренним степеням свободы подсистем являются интегралами движения.

Мы рассмотрим два вида взаимодействий. В первых, взаимодействие атома с квантованным полем стоячей волны микрорезонатора в дисперсионном пределе или в крыле линии его поглощения в отсутствие внешних классических полей. Во вторых, собственно режим взаимодействия атома с квантованным неоднородным полем микроазера в присутствии внешних классических волн, когда на переходе осуществляется двухфотонное и комбинационное взаимодействия. Мы продемонстрируем, что для двух видов взаимодействий, в случаях, когда атом и квантованное поле стоячей волны имеют начальную квантовую корреляцию либо независимы, в картине рассеяния получаются два противоположных результата, обусловленные проявлением фермионной природы атома.

4.1. Взаимодействие в дисперсионном пределе

Рассмотрим взаимодействие между атомом и квантованной модой в дисперсионном пределе или крыле линии поглощения атома. Оно описывается

уравнением вида (25), в котором оператор кинетической энергии атома отвечает одномерному движению вдоль оси x , и одномерным эффективным взаимодействием, определенным (27), где внешние классические поля должны быть положены равными нулю, $\Omega_m = 0$. В этом случае (27) преобразуется к известному виду [26, 29, 30]:

$$\mathcal{U}_1 = -\frac{|g|^2}{\hbar \Delta} \left[a^\dagger a S_z + \frac{1}{2} (S_z + 1) \right], \quad (28)$$

где $\Delta = |\omega_c - \omega_0|$ — частотная отстройка полевой моды и атомного перехода. Естественно, мы должны помнить, что всегда должно быть выполненным и условие

$$\frac{|g|^2}{\Delta} \langle a^\dagger a \rangle \ll 1. \quad (29)$$

В рассматриваемой ситуации режимы рассеяния существенным образом зависят от времени взаимодействия атома с полем стоячей волны или времени пролета атома через резонатор. Возможный захват атома оптическим потенциалом поля стоячей волны приводит к определенной неизохронной частоте $\tilde{\Omega}$ осцилляций атома, определяемой величиной атомно-полевого взаимодействия и начальными условиями влета атома в резонатор. В случае, если выполнено условие $\tilde{\Omega} \tau \ll 1$, рассеяние осуществляется в режиме Рамана – Ната, когда изменением положения атома в координатном пространстве можно пренебречь. Атом в этом случае не успевает сместиться на расстояние, сравнимое с $1/k$. Этот режим называется режимом тонкой дифракционной фазовой решетки, а общий вид решения для матрицы плотности сводится к выражению

$$\tilde{\rho}(x; t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mathcal{H} t\right) \tilde{\rho}(0) \exp\left(\frac{i}{\hbar} \mathcal{H} t\right), \quad (30)$$

где $\tilde{\rho}(0)$ — начальная атомно-полевая матрица плотности, а в исходном гамильтониане можно опустить оператор кинетической энергии. Усреднение по полевому переменным и переменным внутреннего состояния атома позволяет найти атомную матрицу плотности ее трансляционных степеней свободы. Последующее усреднение и фурье-преобразование приводит к распределению атомов по поперечным импульсам:

$$\begin{aligned}
\tilde{\rho}(p; t) &= \int dx_1 dx_2 \exp(ip(x_1 - x_2)) \times \\
&\quad \times \langle x_1 | \text{Sp}_{a,f} (\tilde{\rho}(x; t)) | x_2 \rangle, \quad (31)
\end{aligned}$$

где взятие следа проводится по состоянию полевой моды и внутреннему состоянию атома.

В обычном случае, когда начальные состояния атома и поля независимы и атом до влета в резонатор находится на нижнем уровне, импульсное распределение содержит четные пики на величинах отстроек [8]. Их величина, определяющая вероятность, с которой атом имеет то или иное значения импульса, описывается квадратом функции Бесселя от параметра $\langle \mathcal{U}_1 \rangle \tau / 2\hbar$, где уголковыми скобками обозначено усреднение оператора взаимодействия по состоянию поля и внутреннему состоянию атома.

В рассматриваемой ситуации мы должны построить решение, всегда учитывая выполнение условия (29) и условия существования режима Рамана–Ната. Однородное начальное распределение атомов по поперечной координате и последующее усреднение по нему в итоге приводят к распределению атомов по импульсам на выходе. Решение до первого не исчезающего порядка по малому параметру взаимодействия приводит к импульсному распределению атомов, состоящему из трех дельтаобразных пиков:

$$\tilde{\rho}(p; \tau) = (1 - A)\delta(p) + A\delta(p \pm 2\hbar k). \quad (32)$$

Величина A отвечает вероятности, с которой атом обладает тем или иным значением импульсов, а ее явный вид определен средним от квадрата оператора \mathcal{U}_1 и поэтому зависит от статистики фотонов резонаторной моды. Кроме того, величина A зависит от того, были ли атом и мода изначально независимы либо связаны между собой. В первом случае значение величины

$$A = A_{Ind} = \frac{2|g|^4\tau^2}{\Delta^2}N(N + 1),$$

где N — среднее число фотонов в модах. В случае приготовления начального коррелированного состояния систем

$$A = A_{Cor} = A_{Ind} + \frac{|g|^4\tau^2}{\Delta^2} \frac{N}{(2N + 1)}.$$

Различие в начальном приготовлении состояния системы определяется величиной второго слагаемого правой части в выражении для A_{Cor} и, как нетрудно видеть, имеет максимальное проявление при малом среднем числе фотонов $N \ll 1$ исходного светового источника. При этом высота исследуемых пиков в случае связанного начального состояния атомно-полевой системы в 1.5 раза больше, чем в отсутствие корреляции. Такие корреляции между атомом и полем в этих условиях, как следует из работ [22], носят существенно квантовый характер.

Заметим, однако, что величины побочных пиков в импульсном распределении оказываются невелики по параметру $|g|^4\tau^2/\Delta^2$, который следует считать малым, и в итоге экспериментально отличить коррелированное начальное состояние от независимого состояния подсистем очень затруднительно.

В режиме тонкой дифракционной решетки, или режиме Рамана–Ната, происходит эффективное расщепление на несколько когерентных компонент, в которых по мере роста кинетической энергии или с увеличением времени взаимодействия происходит заселение компонент и ограничение их количества [31]. Количество пиков при рассматриваемом нами взаимодействии может быть, как показано в работе [32], оценено параметром $\tilde{N} = 1 + 2(\langle \mathcal{U}_1 \rangle / \varepsilon_r)^{1/2}$. Рассмотрим теперь такие времена взаимодействия, при которых при описании рассеяния мы не можем пренебречь оператором кинетической энергии. Будем считать, что выполнены следующие условия: во-первых, средняя потенциальная энергия взаимодействия атома и моды сравнима с энергией отдачи $\varepsilon_r = \hbar^2 k^2 / 2m$, что отвечает эффективному рассеянию, где наблюдается $\tilde{N} = 3$ пика в импульсном распределении, и, во-вторых, время взаимодействия τ должно быть достаточно большим, $\varepsilon_r \tau > 1$. Однако надо помнить, что время взаимодействия всегда много меньше времен релаксации систем, именно этот факт и определяет здесь термин когерентности. В таких условиях возникает резонанс для трех атомных волн со значениями поперечного импульса $p_x = 0, \pm 2\hbar k$. Для описания рассеяния в этих условиях мы уже не можем пренебрегать в (25) оператором кинетической энергии, а должны получить уравнение движения трансляционных степеней свободы атома. Для его вывода проведем усреднение (25) по полевым степеням свободы и внутренним степеням свободы атома. Тогда для матричного элемента трансляционного движения атома

$$\tilde{\rho}_{x_1 x_2}^t = \langle x_1 | \tilde{\rho}^t | x_2 \rangle = \langle x_1 | \text{Sp}_{a,f} \tilde{\rho} | x_2 \rangle$$

имеем уравнение, которое позволяет представить эту матрицу плотности в факторизованном виде и получить стандартное уравнение Шредингера:

$$\frac{\partial \Psi(x; t)}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} \left(\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \langle \mathcal{U}_1 \rangle \sin^2(kx) \right) \Psi(x; t), \quad (33)$$

имеющее вид уравнения Матве и известное в теории рассеяния атома на стоячей волне.

Поскольку оператор \mathcal{U}_1 является интегралом движения, его среднее значение существенным образом зависит от способа начального приготовления

атомно-полевой системы. Так, при приготовлении начального состояния системы, обладающей корреляциями между атомом и модой, $\langle \mathcal{U}_1 \rangle \neq 0$, в то время как для независимых атома и моды $\langle \mathcal{U}_1 \rangle = 0$. Это означает, что при втором способе приготовления системы когерентное рассеяние атома вообще отсутствует, что и позволяет резко различить начальные состояния системы в рассматриваемом случае и в этом смысле получить сильный эффект.

Для описания рассеяния в эффективном потенциале при коррелированном начальном состоянии системы представим волновую функцию в виде разложения по плоским волнам:

$$\Psi(x; t) = \sum_n a_n(t) \exp(inkx), \quad (34)$$

где коэффициенты $a_n(t)$ являются парциальными амплитудами вероятности нахождения атома в данном состоянии. В этих приближениях предполагается, что начальное распределение атомов по поперечным импульсам достаточно узкое, практически дельтаобразное, и значение начального поперечного импульса меньше, чем импульс фотона $\hbar k$. Для отличных от нуля $a_n(t)$ из (33) следует простая система зацепляющихся уравнений:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial a_0}{\partial t} &= \frac{\langle \mathcal{U}_1 \rangle}{4} (2a_0 - (a_{-2} + a_{+2})), \\ i\hbar \frac{\partial a_{\pm 2}}{\partial t} &= \left(\frac{\langle \mathcal{U}_1 \rangle}{2} + 4\varepsilon_r \right) a_{\pm 2} - \frac{\langle \mathcal{U}_1 \rangle}{4} a_0, \end{aligned} \quad (35)$$

которую надо решать с начальным условием $a_n(t=0) = \delta_{n,0}$.

Импульсное распределение атомов на выходе резонатора, полученное в результате усреднения по однородному распределению атомов на входе, представляет трехпиковую структуру, интенсивности которой определяют вероятность нахождения атомов в том или ином состоянии. Величины пиков равны соответственно

$$\begin{aligned} W_0(\tau) &= |a_0(\tau)|^2 = \cos^2(\tilde{\Omega}\tau) + \\ &+ \frac{(4\varepsilon_r)^2}{(4\varepsilon_r)^2 + (1/2)\langle \mathcal{U}_1 \rangle^2} \sin^2(\tilde{\Omega}\tau), \\ W_{\pm 2}(\tau) &= |a_{\pm 2}(\tau)|^2 = \\ &= \frac{1}{4} \frac{\langle \mathcal{U}_1 \rangle^2}{(4\varepsilon_r)^2 + (1/2)\langle \mathcal{U}_1 \rangle^2} \sin^2(\tilde{\Omega}\tau), \end{aligned} \quad (36)$$

где

$$\tilde{\Omega} = (2\hbar)^{-1} \sqrt{(4\varepsilon_r)^2 + (1/2)\langle \mathcal{U}_1 \rangle^2}.$$

Таким образом, в условиях коррелированной квантовой связи атома и полевой моды, в условиях

когерентного рассеяния атома на поле стоячей волны при взаимодействии в дисперсионном пределе в импульсном распределении атомов наблюдается три характерных пика. В случае приготовления систем в независимом состоянии с теми же средними рассеяние отсутствует.

4.2. Двухфотонное взаимодействие

Рассмотрим теперь случай одновременного взаимодействия атома с квантованным микрорезонаторным полем и двумя полями встречнобегающих классических волн. Такое взаимодействие описывается двумерным управляющим уравнением с гамильтонианом (24). Обратим внимание, что для рассматриваемой ситуации слагаемым, содержащим $\Pi_-(\omega_c)$, можно пренебречь, поскольку $\omega_c \ll \omega_0$. Следовательно, эффективная энергия взаимодействия в данной постановке описывается теперь выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(x, z) &= \mathcal{U}_1 \sin^2(kx) + \mathcal{U}_2(z), \\ \mathcal{U}_1 &= \frac{|g|^2}{\hbar} \Pi_+(\omega_c) \left[a^\dagger a S_z + \frac{1}{2} S_z \right], \\ \mathcal{U}_2(z) &= \frac{\hbar^2}{2m} \left[2i(\Omega_1^2 k_1 \mathcal{R}_-(\omega_1) - \Omega_2^2 k_2 \mathcal{R}_-(\omega_2)) \times \right. \\ &\times \left. S_z \frac{\partial}{\partial z} + 2(\Omega_1^2 k_1^2 \mathcal{R}_+(\omega_1) + \Omega_2^2 k_2^2 \mathcal{R}_+(\omega_2)) \right], \end{aligned} \quad (37)$$

и отвечает взаимодействию атома с квантованным полем стоячей волны и взаимному влиянию взаимодействия атома с классическими встречнобегающими волнами и энергии отдачи атома.

Режимы когерентного рассеяния существенным образом зависят от времени пролета τ атома через зону взаимодействия. В режиме Рамана – Ната можно пренебречь оператором кинетической энергии. В этом случае картина рассеяния в низшем приближении определяется в основном величиной среднего квадрата первого слагаемого оператора (37) и, следовательно, не содержит информации об атомно-полевых начальных корреляциях в системе. Поэтому этот режим мы подробно анализировать не будем.

По мере увеличения времени взаимодействия, которое, естественно, все еще меньше времен релаксации в системе, для описания рассеяния необходимо учитывать кинетическую энергию атома. В рассматриваемых условиях когерентного рассеяния операторные величины, характеризующие внутренние степени свободы атома и поля, входящие в выражение (37), являются интегралами движения и зависят только от начального способа приготовления состояния атома и микромазерной моды. Усредним

основное управляющее кинетическое уравнение для матрицы плотности атома и моды по этим степеням свободы аналогично процедуре, описанной ранее. Тогда трансляционное двумерное движение атома можно описать посредством факторизованной волновой функции $\Phi(x, z; t) = \Psi(x; t) \otimes \Upsilon(z, t)$, а следовательно, динамика движения атома относительно двух квантованных степеней свободы трансляционного движения оказывается независимой.

Динамика состояния трансляционного движения атома в результате его взаимодействия с неоднородным полем стоячей волны описывается для координаты x уравнением Матъе (33), в котором

$$\langle \mathcal{U}_1 \rangle = \frac{|g|^2}{\hbar} \Pi_+(\omega_c) \left[\langle a^\dagger a S_z \rangle + \frac{1}{2} \langle S_z \rangle \right]. \quad (38)$$

Эта усредненная энергия взаимодействия отличается от средней энергии взаимодействия атома при дисперсионном характере взаимодействия только непосредственно с одним квантованным полем в резонаторе отсутствием слагаемого $(1/2)\Pi_-(\omega_c)$. Это обстоятельство приводит при когерентном рассеянии к эффекту, противоположному рассмотренному в разд. 4.1.

Решение задачи в данном случае вновь можно найти как разложение по плоским волнам вида (34), в котором коэффициенты разложения определяют парциальные амплитуды вероятности нахождения атома с тем или иным значением импульса. Импульсное распределение атомов и в этом случае представляет собой трехпиковую структуру, интенсивности которой заданы выражениями (36). Они определяют вероятность нахождения атомов в том или ином состоянии. Основное и главное различие заключается в величине результата усреднения энергии взаимодействия для двух способов начального приготовления системы. Напомним, что при взаимодействии атома только с уединенной квантованной модой рассеиваться могут только атомы, обладающие начальной квантовой связью с резонаторной микромазерной модой. Если такой связи нет, или начальное состояние системы атом и мода факторизовано, то рассеяния не происходит. В случае, если взаимодействие с квантованной модой резонатора происходит в присутствии встречнобегающих классических волн, результат оказывается противоположным. Действительно, из выражения (38) для случая, когда атом и мода изначально независимы, имеем рассеяние на оптическом потенциале, величина которого

$$\langle \mathcal{U}_1 \rangle_{Ind} = -\frac{|g|^2}{2\hbar} \Pi_+(\omega_c) \quad (39)$$

не зависит от интенсивности источников возбуждения в рассматриваемых приближениях. Это означает, что в данных условиях мы будем всегда наблюдать рассеяние атома на неоднородном поле стоячей волны.

Напротив, в условиях начального приготовления систем, обладающих квантовой корреляцией, величина энергии, усредненной по внутренним степеням свободы системы, равна

$$\langle \mathcal{U}_1 \rangle_{Cor} = -\frac{|g|^2}{2\hbar} \Pi_+(\omega_c) \frac{1}{2N+1} \quad (40)$$

и зависит от интенсивности параметрических источников. Для источника, обладающего малым средним числом фотонов, $N \ll 1$, значения $\langle \mathcal{U}_1 \rangle_{Cor} \approx \langle \mathcal{U}_1 \rangle_{Ind}$ и результаты рассеяния оказываются практически эквивалентными. В случае возбуждения системы высокоинтенсивным источником, $N \gg 1$, значение $\langle \mathcal{U}_1 \rangle_{Cor} \rightarrow 0$, в результате чего рассеяния для коррелированной системы не наблюдается. Этот важный, на наш взгляд, результат естественным образом обусловлен фермионной природой атома, описываемой соотношениями для атомных операторов.

Гамильтониан, определяющий эволюцию состояния атомного движения вдоль направления z , имеет вид

$$H_z = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \langle \mathcal{U}_2(z) \rangle, \quad (41)$$

где уголки скобки по-прежнему означают усреднение по внутреннему состоянию атомно-полевой системы. Нетрудно видеть, что величина $\langle \mathcal{U}_2(z) \rangle$ зависит только от начальной средней инверсии атома $\langle S_z \rangle$, которая, в свою очередь, определена согласно (5). При описании выделенной степени свободы будем рассматривать атом как волновой пакет с гауссовым координатным распределением:

$$\Upsilon(z, t = 0) = (\pi d)^{-1/2} \exp\left(-\frac{z}{2d}\right), \quad (42)$$

где d — ширина поперечного распределения атомов вдоль данного направления, значение которой считаем много меньше длин световых волн классических полей.

Найденный гамильтониан приводит к простой системе гейзенберговских уравнений движения, отвечающих рассматриваемой степени свободы. Так, оператор проекции импульса является сохраняющейся величиной,

$$p_z(t) = \text{const},$$

а следовательно, и средние от любой степени этого оператора, являются величинами, не изменяющимися со временем, в частности, $\langle p_z(t) \rangle = \langle p_z(0) \rangle = 0$ и его дисперсия $\langle \Delta p_z(t) \rangle = \langle \Delta p_z(0) \rangle = \hbar/2d$. Для среднего значения оператора координаты с начальным условием $\langle z(0) \rangle = 0$ имеем простое решение:

$$\langle z(\tau) \rangle = \hbar \langle S_z \rangle (\Omega_2^2 k_2 \mathcal{R}_-(\omega_2) - \Omega_1^2 k_1 \mathcal{R}_-(\omega_1)) \tau.$$

Это означает, что величина среднего смещения центра инерции атомного волнового пакета вдоль направления оси z изменяется линейным образом со временем взаимодействия и зависит от интенсивности исходного параметрического источника, создающего атомную инверсию. В случае источника большой интенсивности происходит выравнивание величин населенностей обоих рабочих уровней, среднее значение инверсии стремится к нулю и отклонение атома по рассматриваемой оси практически отсутствует. Эффект оказывается значительным лишь для малоинтенсивных источников.

Дисперсия координаты с начальными условиями $\langle z(0) \rangle = 0$, $\langle zp_z(0) + p_z z(0) \rangle = 0$ определяется с помощью следующей системы зацепляющихся уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle z^2 \rangle = \frac{\langle zp_z + p_z z \rangle}{m} + 2\hbar \langle S_z \rangle \times (\Omega_2^2 k_2 \mathcal{R}_-(\omega_2) - \Omega_1^2 k_1 \mathcal{R}_-(\omega_1)) \langle z \rangle,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle zp_z + p_z z \rangle = 2 \frac{\langle p_z^2 \rangle}{m} + \hbar \langle S_z \rangle \times (\Omega_2^2 k_2 \mathcal{R}_-(\omega_2) - \Omega_1^2 k_1 \mathcal{R}_-(\omega_1)) \langle p_z \rangle.$$

Из этой системы для дисперсии координаты имеем

$$\langle \Delta z(\tau) \rangle = d \sqrt{1 + \frac{\hbar^2}{4d^4 m^2} \tau^2},$$

что означает расплывание начального гауссова пакета, отвечающего его обычному свободному движению, как и в случае квантового движения броуновской частицы [33].

5. ВЫВОДЫ

Взаимодействие атома с полем стоячей волны является мощным методом исследования рассеяния и захвата атома и широко применяется в атомной оптике и спектроскопии. Здесь мы рассмотрели явление когерентного рассеяния в условиях, когда

между атомом и неоднородным полем, представляющим собой микромазерную моду микрорезонатора, существуют особые квантовые корреляции. Такой режим рассеяния отвечает временам взаимодействия, при которых можно пренебречь релаксацией как атома, так и поля, и поэтому начальное состояние атомно-полевой системы может проявиться в наиболее полной мере. Начальные квантовые корреляции системы могут быть получены посредством параметрического источника, корректное описание излучения которого возможно только с помощью полного квантовомеханического расчета. Мы нашли условия взаимодействия, при которых по результату рассеяния можно идентифицировать начальное состояние системы и отличить состояние, обладающее указанными корреляциями, от независимого. Для этого взаимодействие двухуровневого атома с полем должно осуществляться в крыле линии поглощения или в дисперсионном пределе. Мы исследовали два вида взаимодействия. Во-первых, собственно само взаимодействие атома и микромазерной моды и, во-вторых, взаимодействие атома и неоднородного поля в присутствии еще двух классических полей. Последние представляют собой две встречно-бегущие однородные широкоапертурные волны разных частот. Они распространяются перпендикулярно плоскости скорости движения атома и волнового вектора стоячей волны, а их частоты отвечают условиям резонанса на переходе для двухфотонного и комбинационного взаимодействий одной из этих волн и квантованного поля, соответственно. Для вывода эффективного гамильтониана взаимодействия применяется метод унитарного преобразования, развитый здесь для случая движущегося атома. При этом в эффективном взаимодействии появляется вклад новых слагаемых, ответственных за учет энергии отдачи при взаимодействии атома со световым полем. Обычно вклад таких слагаемых оказывается достаточно малым и ими пренебрегают. Однако в некоторых случаях, в частности при взаимодействии атома с классическими бегущими волнами, этим эффектом во взаимодействии пренебречь нельзя и необходим корректный анализ. Экспериментально регистрируемой наблюдаемой величиной является импульсное распределение атомов, полученных при рассеянии на стоячей волне. Мы получили результаты, согласно которым в рассеянии атома при взаимодействии с неоднородным полем в дисперсионном пределе наблюдается сильный эффект, заключающийся в отсутствии рассеяния изначально независимых атома и резонаторной моды. В случае взаимодействия атома и моды в присутствии

классических полей эффект оказывается прямо противоположным. А именно, рассеяния может не быть для подсистем, обладающих начальной квантовой корреляцией, в условиях их высокоинтенсивного начального возбуждения. Различие этих двух ситуаций связано с фермионной природой одиночного атома.

В заключение следует привести оценки рассматриваемых здесь эффектов. Следует отметить, что современная техника эксперимента уже позволяет манипулировать с уединенными квантовыми объектами. Типичные скорости атомных пучков составляют 10^2 – 10^5 см/с, а поперечная область локализации микромазерной моды — 10^{-3} см, следовательно, пролетное время атома через микрорезонатор равно 10^{-5} – 10^{-8} с. Для выполнения условий когерентного рассеяния при взаимодействии атома с полем стоячей волны в дисперсионном пределе необходимо лишь незначительное среднее число квантов в резонаторе, поэтому мощности полей в микрорезонаторе составляют десятые доли ватта. В качестве примера возможной реализации эффекта можно привести электродипольный переход $3^1S_0 \rightarrow 3^3P_1$ атома Mg, отвечающий длине волны $\lambda_0 = 457.1$ нм и обладающий временем жизни верхнего состояния $\gamma^{-1} \approx 2.7 \cdot 10^{-2}$ с. Низкочастотное поле высокодобротного микрорезонатора обычно имеет частоту порядка 20–100 ГГц [34, 35], при этом время затухания полевой моды составляет 10^{-1} – 10^{-2} с. Два внешних источника лазерного излучения оптических диапазонов с длинами волн $\lambda_1 \approx 456.9$ нм и $\lambda_2 \approx 458.6$ нм могут быть реализованы, например, на основе аргонового лазера, титан-сапфирового лазера с внешним удвоителем частоты во внешнем резонаторе с кристаллом LBO [36], Nd:YVO₄-лазера с длиной волны 914 нм и нелинейным кристаллом ррSLT во внешнем резонаторе [37] или диодного лазера DPSS. Параметрические источники, необходимые для реализации начальных условий в задаче рассеяния, генерирующие излучение необходимых диапазонов, также существуют [38]. Они реализуются в условиях сильного частотно невырожденного режима параметрической генерации в нелинейных кристаллах, где генерируются излучения существенно разных частот, одна из которых близка к частоте накачки. Отметим также, что рассматриваемый эффект можно также наблюдать, если низкочастотная составляющая принадлежит к терагерцевому диапазону, однако в этом случае существует проблема создания высокодобротных резонаторов.

Автор благодарен В. Н. Горбачеву, А. М. Башарову за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. M. Raimond, M. Brune, and S. Haroche, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 565 (2001); C. J. Hood, T. W. Lynn, A. C. Doherty et al., *Science* **287**, 1447 (2000); *Cavity Quantum Electrodynamics*, ed. by P. R. Bermann, Acad. Press, New York (1994).
2. J. H. Bell, *Physics* **1**, 195 (1964).
3. M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum Computation and Quantum Information*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2000); Д. Буамайстер, А. Экерт, А. Цайлингер, *Физика квантовой информации*, Постмаркет, Москва (2002).
4. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, *Science* **269**, 198 (1995); K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995); J. Klaers, J. Schmitt, F. Vewinger, and M. Weitz, *Nature* **468**, 545 (2010).
5. А. М. Башаров, Письма в ЖЭТФ **103**, 16 (2016).
6. А. И. Трубилко, Письма в ЖЭТФ **98**, 285 (2013).
7. В. Г. Миногин, В. С. Летохов, *Давление лазерного излучения на атомы*, Наука, Москва (1986).
8. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев, *Механическое действие света на атомы*, Наука, Москва (1991).
9. V. I. Balykin and V. S. Letokhov, *Atom Optics with Laser Light*, Harwood Acad., Switzerland (1995).
10. О. Н. Прудников, Р. Я. Ильенков, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, ЖЭТФ **139**, 1074 (2011); О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, В. И. Юдин, Письма в ЖЭТФ **102**, 660 (2015).
11. Ю. И. Богданов, А. К. Гавриченко, К. С. Кравцов, С. П. Кулик, Е. В. Морева, А. А. Соловьев, ЖЭТФ **140**, 224 (2011); Ю. И. Богданов, С. П. Кулик, Е. В. Морева, И. В. Тихонов, А. К. Гавриченко, Письма в ЖЭТФ **91**, 755 (2010).
12. А. М. Башаров, *Фотоника. Метод унитарного преобразования в нелинейной оптике*, МИФИ, Москва (1990).
13. А. М. Башаров, ЖЭТФ **116**, 1963 (1999).
14. P. E. Moskowitz, P. L. Gould, S. R. Atlas, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 370 (1983).

15. M. K. Oberthaler, B. Abfalterer, S. Barnett, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 4980 (1996); M. K. Oberthaler, B. Abfalterer, S. Barnett, J. Schmiedmayer, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. A* **60**, 456 (1999).
16. P. J. Martin, B. J. Oldager, A. H. Miklich, and D. E. Pritchard, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 515 (1988).
17. C. W. Gardiner, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1917 (1986).
18. I. Sh. Averbukh, V. M. Akulin, and W. P. Scheich, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 437 (1994).
19. P. Domokos, P. Adam, J. Janszky, and A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 1663 (1996).
20. В. П. Карасев, *ТМФ* **95**, 3 (1993).
21. А. М. Башаров, *ЖЭТФ* **137**, 1090 (2010).
22. А. И. Трубилко, *Письма в ЖЭТФ* **95**, 48 (2012); А. И. Трубилко, *ЖЭТФ* **141**, 659 (2012).
23. W. E. Lamb and R. C. Retherford, *Phys. Rev.* **72**, 241 (1947).
24. V. Weisskopf and E. Wigner, *Z. Phys.* **63**, 54 (1930).
25. Н. В. Casimir, *Proc. Kon. Nederl. Akad.* **51**, 793 (1948); Н. В. Casimir, *Physica* **19**, 846 (1953).
26. В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, *Письма в ЖЭТФ* **89**, 571 (2009); В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, *ЖЭТФ* **135**, 227 (2009).
27. D. F. Walls and G. J. Milburn, *Quantum Optics*, Springer (1994).
28. В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, *Письма в ЖЭТФ* **92**, 689 (2010); В. Н. Горбачев, А. И. Трубилко, *ЖЭТФ* **138**, 616 (2010).
29. В. П. Шляйх, *Квантовая оптика в фазовом пространстве*, Физматлит, Москва (2005).
30. A. M. Basharov, V. N. Gorbachev, and A. A. Rodichkina, *Phys. Rev. A* **74**, 042313 (2006); А. М. Башаров, В. Н. Горбачев, *Опт. и спектр.* **102**, 641 (2007).
31. S. M. Tan and D. F. Walls, *Phys. Rev. A* **18**, 2533 (1978); S. Dur and G. Rembe, *Phys. Rev. A* **59**, 1495 (1999); Special Issue on Atom Optics. *Appl. Phys. B* **54**, 321 (1992).
32. С. В. Борисенко, Ю. В. Рождественский, *Известия РГПУ им. Герцена, сер. Физика* **7**, 32 (2007).
33. Х.-П. Бройер, Ф. Петруччионе, *Теория открытых квантовых систем*, НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, Москва–Ижевск (2010).
34. Г. Вальтер, *УФН* **166**, 777 (1996).
35. Д. Б. Третьяков, И. И. Бетеров, В. М. Энтин, И. И. Рябцев, П. Л. Чаповский, *ЖЭТФ* **135**, 428 (2009); В. М. Энтин, Е. А. Яшкина, Д. Б. Третьяков, И. И. Бетеров, И. И. Рябцев, *ЖЭТФ* **143**, 831 (2013).
36. С. Н. Багаев, В. И. Барауля, А. Э. Бонерт, А. Н. Гончаров, М. Р. Сейдалиев, С. А. Фарносов, *КЭ* **31**, 495 (2001);
37. А. М. Шилов, А. Н. Гончаров, А. Э. Бонерт, *Вестник НГУ. Сер. Физика* **4**, 3 (2009).
38. E. V. Moreva, G. A. Maslennikov, S. S. Straupe, and S. P. Kulik, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 023602 (2006); Д. А. Калашников, В. П. Карасев, К. Г. Катамадзе, С. П. Кулик, А. А. Соловьев, *ЖЭТФ*, **135**, 40 (2009).