

ТЕОРИЯ СТАЦИОНАРНОГО СВЧ-РАЗРЯДА С МНОГОЗАРЯДНЫМИ ИОНАМИ В РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ СТРУЕ ГАЗА

*А. Г. Шалашов**, *И. С. Абрамов*, *С. В. Голубев*, *Е. Д. Господчиков*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 28 января 2016 г.

В рамках газодинамического приближения исследовано формирование потока неравновесной плазмы многозарядных ионов в условиях резонансного нагрева электронной компоненты в неоднородной газовой струе. Показано, что геометрическая расходимость потока приводит к ограничению максимальной кратности ионизации и к пространственной локализации разряда, построены стационарные решения, отвечающие таким режимам. Предложенная модель может быть использована для оптимизации современных экспериментов по генерации жесткого ультрафиолетового излучения за счет линейчатого излучения многократно ионизованных атомов в потоке газа, нагреваемого мощным миллиметровым и субмиллиметровым излучением.

DOI: 10.7868/S004445101608006X

1. ВВЕДЕНИЕ

Линейчатое излучение многозарядной плазмы является практически единственным доступным в лабораторных условиях способом получения экстремального ультрафиолетового (ЭУФ) излучения, необходимого для развития проекционной литографии высокого разрешения. Традиционные методы создания излучающих сгустков плазмы с высокой кратностью ионизации основаны на лазерном испарении вещества [1–3]. Однако наряду с лазерными рассматриваются также методы, использующие плотную сильнонеравновесную плазму СВЧ-разряда, в которых энергия вкладывается в электронную компоненту. Последние экспериментальные результаты показали перспективность такого подхода, причем прогресс был связан с переходом к более коротковолновым (по сравнению с традиционными) источникам микроволнового излучения на базе современных гиротронов миллиметрового [4–7] и субмиллиметрового [8] диапазонов.

Использование коротковолнового излучения для создания плазмы позволяет получать источники ультрафиолетового излучения со сравнительно ма-

лыми размерами и достаточно высокой плотностью плазмы. Например, в разряде, поддерживаемом полем импульсного (680 ГГц) гиротрона, поперечные размеры излучающей области составляли доли миллиметра, а плотность плазмы (по оценкам) достигала 10^{16} см⁻³ [8]. В этих экспериментах разряд поддерживался в условиях плазменного резонанса в свободно расширяющемся потоке изначально плотного газа, инжектируемого из сопла в откачиваемую камеру. Наличие геометрической расходимости, связанной с разлетом газовой струи, является принципиальным, поскольку именно она обеспечивает необходимый для приложений точечный режим излучения СВЧ-разряда.

Указанные выше эксперименты мотивировали теоретические исследования. В данной работе мы рассматриваем достаточно простую газодинамическую модель, описывающую основные наблюдаемые особенности локализованного разряда в неоднородном потоке газа.

2. ФИЗИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Мы пытаемся описать стационарный сильнонеравновесный разряд в расширяющейся по заданному закону газовой струе. Нейтральный газ достаточно высокого давления (1–20 атм) впрыскивается через тонкое (диаметром меньше миллиметра)

* E-mail: ags@appl.sci-nnov.ru

сопло в откачиваемую вакуумную камеру. На некотором расстоянии от сопла газ полностью ионизируется. Энергия в разряд вкладывается за счет резонансного СВЧ-нагрева электронов, локализованного в области с критической плотностью плазмы (ленгмюровский резонанс). В результате поддерживается высокая, от нескольких десятков до сотен электронвольт, температура электронов. Ионы при этом нагреться не успевают, зато они эффективно «обдираются» за счет электрон-ионных соударений. В результате формируется плазма многозарядных ионов. Давление плазменного разряда определяется электронной компонентой всюду за исключением области с низкой степенью ионизации вблизи сопла. Вне сопла электронная теплопроводность в разряде с горячими электронами настолько велика, что температуру электронов можно считать постоянной, несмотря на локализованный резонансный нагрев и сильно неоднородные потери энергии. При этом масштаб электронной теплопроводности существенно превышает характерную длину ионизации потока.

В оптимальных условиях основной канал потерь энергии в разряде — неупругие процессы возбуждения ионов электронным ударом и последующее высвечивание фотонов преимущественно в ультрафиолетовом диапазоне. При этом предполагается, что фотоны сразу покидают разряд, резонансный захват фотонов плазмой и безызлучательное гашение возбужденных состояний несущественны. В неоптимальных условиях наряду с излучением в «неинтересные» для нас части спектра заметная доля энергии может выноситься из разряда вместе с потоком плазмы или тратиться на ионизацию.

Нас интересует локализованный разряд в том смысле, что давление у стенок камеры должно быть на много порядков ниже давления в окрестности сопла.

Из физической постановки задачи возникает основная проблема. Медленное движение плотного нейтрального газа в окрестности сопла требуется согласовать с быстрым направленным движением разреженной плазмы вблизи стенок. При этом необходимо иметь в виду, что звуковая скорость нейтрального газа во много раз меньше скорости ионного звука, которая определяет характерный масштаб скорости движения газа вдали от сопла (отношение этих скоростей есть $\sqrt{\bar{Z}T_e/T_0}$, где \bar{Z} — эффективный заряд ионов, T_e и T_0 — температуры соответственно электронов и газа, $T_e \gg T_0$).

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Рассмотрим квазиодномерный поток газа, расширяющийся в заданный телесный угол с углом раскрытия ϑ . Поперечное сечение потока зависит от координаты r вдоль потока как

$$\sigma(r) = \Omega r^2 + \sigma_0, \quad \Omega = 4\pi \sin^2(\vartheta/4),$$

где σ_0 — начальное сечение. В качестве исходных рассмотрим уравнения, описывающие в гидродинамическом приближении стационарный поток многокомпонентной плазмы, движущийся со скоростью u по «трубе» с заданным поперечным сечением:

$$\frac{d}{dr}(\sigma n_i u) = \sigma n_e (k_{i-1} n_{i-1} - k_i n_i), \quad n_e = \sum_{i=1}^{Z_m} i n_i, \quad (1)$$

$$\frac{d}{dr}(\sigma m_i n u^2) = -\sigma \frac{d}{dr}(n_e T_e + n_0 T_0), \quad n = \sum_{i=0}^{Z_m} n_i. \quad (2)$$

Уравнения (1) описывают ионизационный баланс концентраций тяжелых компонентов плазмы (нейтральных атомов и ионов), уравнение (2) выражает изменение продольной компоненты суммарного импульса вдоль потока [9]. Здесь n_i — концентрации ионов в зарядовом состоянии i при $i = 1, \dots, Z_m$ или концентрация нейтральных атомов при $i = 0$, n_e — концентрация электронов, определяемая из условия квазинейтральности, n — суммарная концентрация всех тяжелых компонентов, $k_i = k_i(T_e)$ — константы ионизации, введенные так, что $k_i n_e$ есть частота перехода иона из зарядового состояния i в состояние $i+1$, $n_e T_e$ и $n_0 T_0$ — давление электронов и нейтральных атомов, m_i — масса атомов или ионов. Для нейтральных атомов отсутствует источник за счет ионизации, а для максимально ободранных атомов отсутствует сток, т. е. формально $n_{-1} = 0$ и $k_{Z_m} = 0$. Давлением ионов мы пренебрегли, считая $T_i \ll T_e$ [10]. Давление нейтральных атомов существенно только в начале разряда в окрестности сопла, где $n_0 \gg n_e$.

Заметим, что при ступенчатой ионизации изменяется только зарядовое распределение, суммарный поток тяжелых компонентов при этом сохраняется,

$$\Gamma = \sigma n u = \text{const.}$$

Для замыкания систему гидродинамических уравнений необходимо дополнить уравнением состояния. Для наших целей хорошим приближением является изотермический поток с заданной температурой,

$$T_e = \text{const.}$$

На практике это условие выполнено с большим запасом всюду, где теплопроводность обеспечивается электрон-электронными соударениями. Это отражает то обстоятельство, что в полностью ионизированной плазме тепловое равновесие устанавливается электронами, движущимися с тепловой скоростью, а перераспределение массы ограничено ионно-звуковой скоростью из-за амбиполярной связи электронов и ионов. Однако изотермическое приближение может нарушаться в близкой окрестности сопла, где электронная теплопроводность начинает определяться соударениями с нейтральными атомами. Нарушение изотермичности по электронной температуре может оказаться существенным для определения условий зажигания разряда и, возможно, для описания сшивки разряда с потоком нейтрального газа. Не претендуя на точное описание таких процессов, мы также будем считать, что и температура нейтрального газа постоянна, $T_0 = \text{const}$ и $T_0 \ll T_e$. Такое приближение не влияет на точность описания развитой стадии разряда и позволяет избежать сингулярностей при «сшивке» плазменного потока с нейтральным газом.

Как известно, уравнение для баланса импульса имеет особенность при переходе направленной скорости потока через скорость звука в среде. В этом легко убедиться, если воспользоваться сохранением потока и переписать уравнение (2) в виде уравнения для скорости:

$$\left(1 - \frac{c^2}{u^2}\right) \frac{du}{dr} = -\frac{\sigma}{u} \frac{d}{dr} \frac{c^2}{\sigma}, \quad (3)$$

где

$$c^2 \equiv \frac{n_e T_e + n_0 T_0}{nm_i}. \quad (4)$$

Последнее равенство следует рассматривать как определение локальной скорости звука c в потоке. Если пренебречь нейтральной компонентой, формально эта скорость совпадает с известным выражением для скорости ионно-звуковых волн в плазме с эффективным зарядом ионов $\bar{Z} = n_e/n$ [11]. Поскольку это число монотонно увеличивается вдоль потока, локальная скорость звука также возрастает по мере расширения потока несмотря на предположение о постоянстве температуры электронов.

Как уже отмечалось, нейтральный газ движется со скоростью много меньшей скорости ионного звука. С другой стороны, хорошо известно, что уменьшение плотности плазмы при сферически-симметричном разлете в вакуум возможно только в сверхзвуковом потоке. Поэтому нам необходимо согласовать дозвуковое движение в окрестности сопла и

сверхзвуковое движение на достаточном удалении от сопла. Таким образом, математически задача сводится к поиску решения системы уравнений (1) и (2), при котором поток плавно и непрерывно переходит через звуковой порог, и анализу устойчивости такого решения. Из уравнения (3) следует, что при $u = c$ и конечном du/dr справедливо равенство

$$\left(\frac{d}{dr} \frac{c^2}{\sigma}\right) \Big|_{u=c} = 0. \quad (5)$$

Обе величины, c^2 и σ , монотонно возрастают вдоль потока, но по разным законам. Поэтому условие (5) может оказаться выполненным при определенном значении координаты $r = r_c$ — в этой точке решение проходит через звуковой порог без кризиса. В дальнейшем мы будем называть эту точку критической, а значения всех физических величин в этой точке будем отмечать индексом « c ». Заметим, что без учета ионизации переход через звуковой барьер возможен только в сечении с минимальной площадью. Развивая эту аналогию со стандартной теорией истечения газа по трубе переменного сечения [12], можно утверждать, что в критической точке реализуется «виртуальное сопло». Из теории сопла известно, что условие (5) — это не только необходимое, но и достаточное условие существования стационарного перехода через звуковой барьер. Такое решение возможно лишь при специальном выборе начальных условий, поиск которых представляет собой отдельную математическую задачу. Для ионизирующегося изотермического потока такая задача была сформулирована и качественно рассмотрена в упрощенном виде в работе [13], ниже мы приводим полное количественное решение, позволяющее описывать ионизацию реальных газов.

Технически проще конструировать искомое решение, задавая необходимые параметры непосредственно в критической точке, а затем просчитывать решение «вниз» и «вверх» по потоку. Этот подход обладает двумя дополнительными преимуществами. Во-первых, расчет вниз по потоку, стартующий из высокоионизованного состояния, нечувствителен к неточностям модели в области слабой ионизации. Во-вторых, ниже будет показано, что искомое решение отвечает движению по сепаратрисе, поэтому малые ошибки при задании начальных условий в области слабой ионизации неизбежно приведут к срыву решения при численном интегрировании — течение либо останется дозвуковым, либо обострится на конечном расстоянии от сопла, не дойдя до критической точки. В случае же, когда начальные парамет-

ры задаются непосредственно в критической точке, такая проблема отсутствует.

4. ПЕРЕХОД ЧЕРЕЗ ЗВУКОВОЙ БАРЬЕР

Условие перехода через звуковой порог зависит от распределения ионов по зарядовым состояниям, которое, в свою очередь, определяется эволюцией разряда от физического сопла до критического сечения. Это обстоятельство затрудняет анализ задачи. Тем не менее в изотермическом приближении удается сформулировать условие перехода через звуковой порог в явном виде.

Для этого перейдем к вспомогательной переменной τ , определяемой уравнением $u d\tau = kn_e dr$, позволяющей представить уравнения баланса ионизации (1) в виде

$$k \frac{d\gamma_i}{d\tau} = k_{i-1}\gamma_{i-1} - k_i\gamma_i, \quad \gamma_i = \frac{\sigma u n_i}{\Gamma}. \quad (6)$$

Здесь γ_i — поток соответствующей составляющей плазмы, нормированный на сохраняющийся общий поток Γ , k — произвольный постоянный коэффициент, имеющий размерность константы ионизации. Развитию разряда без предварительной ионизации отвечают начальные условия $\gamma_0(0) = 1$ и $\gamma_{i>0}(0) = 0$. В изотермическом приближении это система линейных уравнений с постоянными коэффициентами, решение которой может быть легко найдено для любого заданного набора $\{k_i\}$. Полученные уравнения никак не зависят от уравнения баланса импульса, при этом в их решениях содержится вся необходимая для восстановления решения исходной задачи информация о процессе ступенчатой ионизации. Действительно, после того, как для заданного набора констант ионизации $\{k_i\}$ найдено решение $\{\gamma_i(\tau)\}$, локальная скорость звука и средняя кратность ионизации (заряд ионов) становятся известными функциями вспомогательной переменной τ :

$$c^2(\tau) = \frac{\bar{Z}(\tau)T_e}{m_i} + \frac{\gamma_0(\tau)T_0}{m_i}, \quad \bar{Z}(\tau) = \sum_{i=1}^{Z_m} i\gamma_i(\tau).$$

Таким образом, средняя кратность ионизации однозначно определяет параметр τ , а вместе с ним и распределение ионов по зарядовым состояниям.

На рис. 1 приведен пример результатов расчетов ионизационного баланса для аргона и ксенона с использованием констант ионизации из [14, 15]. Численное моделирование показывает, что в интересующем нас диапазоне температур с хорошей точностью

средняя кратность ионизации может быть аппроксимирована следующей простой зависимостью:

$$\bar{Z}(\tau) = \beta \ln \frac{1 + \alpha_1 \tau}{1 + \alpha_2 \tau}.$$

Значения коэффициентов и максимальная погрешность предложенной аппроксимационной формулы в диапазоне температур электронов 50–300 эВ приведены в таблице. Видно, что все параметры и функция $\bar{Z}(\tau)$ в целом достаточно слабо зависят от температуры электронов (точнее, основная зависимость «спрятана» в нормировочном коэффициенте $k = k_0(T_e)$, входящем в определение безразмерной переменной τ). Коэффициент α_2 нужен для описания насыщения при полной обдирке иона, он несуществен вдали от максимальной кратности ионизации. Для аналитических оценок достаточноными оказываются более простые приближения

$$\bar{Z}(\tau) = \alpha\tau \quad \text{и} \quad \bar{Z}(\tau) = \ln(1 + \alpha\tau), \quad \alpha \approx \alpha_1\beta.$$

Чтобы проиллюстрировать физический смысл приведенных выше формул заметим, что

$$\frac{d\bar{Z}}{d\tau} = \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{Z_m-1} k_i \gamma_i \approx \frac{k\bar{Z}}{k}. \quad (7)$$

Приближенное равенство отвечает условной ситуации, когда вся кратность ионизации набирается за счет одной ионной фракции с «дробным» зарядом \bar{Z} . Отсюда видно, что линейная зависимость $\bar{Z}(\tau)$ соответствует случаю одинаковых коэффициентов $k_i = \text{const}$ для всех кратностей ионизации вдали от насыщения (при $\bar{Z} \ll Z_m$ можно считать $\sum \gamma_i = 1 - \gamma_{Z_m} \approx 1$). Логарифмическая зависимость $\bar{Z}(\tau)$ соответствует геометрической прогрессии для коэффициентов ионизации — подстановка $\bar{Z} = \beta \ln(1 + \alpha_1 \tau)$ дает $k\bar{Z} \approx k\alpha_1 \beta \exp(-\bar{Z}/\beta)$ или $k_{i+1}/k_i = \exp(-1/\beta)$. При $\beta = 1$ получаем строго экспоненциальный ряд $k_{i+1}/k_i = 1/e$, что, как ни странно, довольно хорошо аппроксимирует данные для реальных газов.

Зная функции $c^2(\tau)$ и $\bar{Z}(\tau)$, зависимости от координаты r можно восстановить из совместной системы уравнений для неизвестных функций $u(r)$ и $\tau(r)$:

$$\begin{cases} \left(1 - \frac{c^2(\tau)}{u^2}\right) \frac{du}{dr} = -\frac{\sigma}{u} \frac{d}{dr} \frac{c^2(\tau)}{\sigma}, \\ \frac{d\tau}{dr} = \frac{k\Gamma}{\sigma u^2} \bar{Z}(\tau). \end{cases} \quad (8)$$

Первое уравнение следует из (3), второе уравнение — из способа ввода переменной τ и соотношения для концентрации электронов $n_e = Zn = \bar{Z}\Gamma/\sigma u$.

Таблица. Коэффициенты логарифмической аппроксимации функции $\bar{Z}(\tau)$ для аргона и ксенона для разных температур электронов. В качестве абсолютной ошибки указано максимальное отклонение от численного результата. При расчете для нормировки τ использовалось $k = k_0(T_e)$, константы ионизации брались из [14] для аргона и [15] для ксенона

$T_e, \text{эВ}$	Аргон					Ксенон				
	α_1	α_2	β	$\alpha_1\beta$	$\Delta\bar{Z}$	α_1	α_2	β	$\alpha_1\beta$	$\Delta\bar{Z}$
50	0.78	0.0014	1.20	0.94	0.09	0.76	0.0026	1.61	1.23	0.21
100	0.56	0.0021	1.48	0.82	0.10	0.71	0.0012	1.79	1.26	0.20
150	0.48	0.0022	1.61	0.76	0.12	0.69	0.0001	1.85	1.27	0.25
200	0.48	0.0019	1.64	0.78	0.13	0.52	0.0000	2.06	1.06	0.24
300	0.50	0.0011	1.63	0.82	0.16	0.31	0.0000	2.50	0.77	0.20

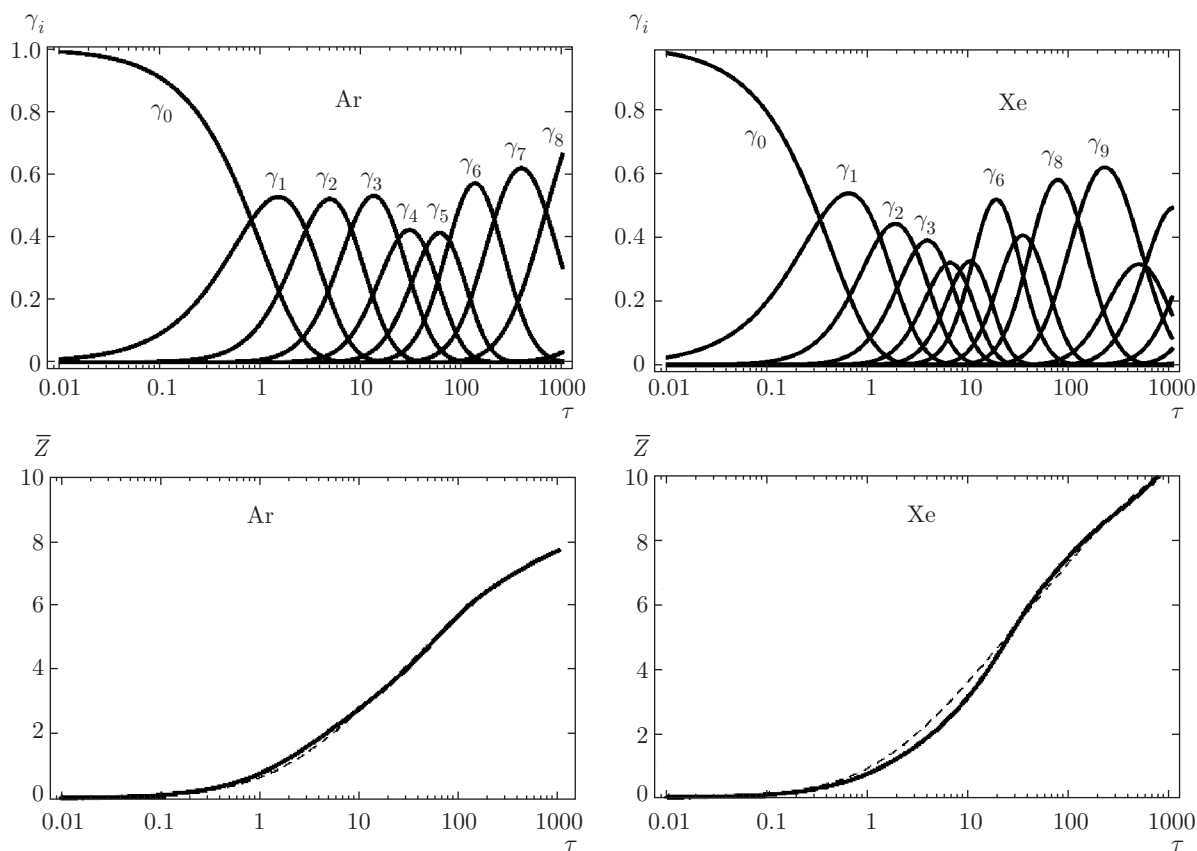


Рис. 1. Результаты расчетов ионизационного баланса для аргона и ксенона при $T_e = 100 \text{ эВ}$: зависимости $\gamma_i(\tau)$, зависимости $\bar{Z}(\tau)$ и их аппроксимация логарифмом (штрихи). Для нормировки τ использовалось $k = k_0(T_e)$, константы ионизации брались из работы [14] для аргона и работы [15] для ксенона

Таким образом, задачи определения баланса частиц и баланса импульса расцепились. Решив последовательно сначала уравнения (6), а затем (8), мы можем найти распределение в пространстве любой интересующей нас физической величины.

В частности, используя систему (8), условие перехода через звуковой барьер можно представить в

следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \frac{c^2}{\sigma} &= \frac{1}{\sigma} \frac{dc^2}{d\tau} \frac{d\tau}{dr} - \frac{c^2}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{dr} = \\ &= \frac{c^2}{\sigma^2} \left(\frac{dc^2}{d\tau} \frac{k\Gamma\bar{Z}}{c^4} - \frac{d\sigma}{dr} \right) = 0. \end{aligned}$$

Пренебрегая вкладом нейтральных атомов в звуковую скорость в сильно ионизированной плазме, находим, что

$$\frac{d\sigma}{dr} = L_\Gamma \frac{d}{d\tau} \ln \bar{Z}, \quad L_\Gamma = \frac{k\Gamma}{T_e/m_i}. \quad (9)$$

Отсюда можно получить координату критической точки как функцию температуры электронов, потока частиц и средней кратности ионизации в критической точке $Z_c = \bar{Z}(\tau_c)$:

$$r_c = \frac{L_\Gamma}{2\Omega} \frac{d}{d\tau} \ln \bar{Z} \Big|_{\tau=\tau_c} = \frac{k_{eff}\Gamma}{2\Omega Z_c T_e/m_i}. \quad (10)$$

Здесь $k_{eff} = k(d\bar{Z}/d\tau)_{\tau=\tau_c}$ характеризует усредненную по ионным компонентам константу ионизации в критической точке¹⁾; в разряде эта величина растет с температурой электронов примерно по линейному закону. Таким образом, нам удалось связать положение и характерный поперечный размер $\sigma_c = \Omega r_c^2 + \sigma_0$ виртуального сопла со средней кратностью ионизации протекающего через него потока. Как уже отмечалось, средняя кратность ионизации однозначно определяет распределение ионов по зарядовым состояниям и ионно-звуковую скорость, поэтому мы нашли и начальные условия для задачи в исходных переменных. Заметим, что при фиксированном расходе частиц размер виртуального сопла быстро убывает с ростом среднего заряда ионов. Ниже будет показано, что этот вывод меняется на противоположный, если фиксировать давление нейтрального газа в сопле, поскольку в этом случае расход газа сам определяется сечением сопла.

Рассмотрим поведение решений системы (8) вблизи критической точки. Разложим скорость газа, скорость звука и поперечное сечение вблизи звукового перехода:

$$\begin{aligned} r &= r_c + x, & x &\ll r_c, \\ u &= c_c + w, & w &\ll c_c = \sqrt{Z_c T_e/m_i}, \\ c^2 &= c_c^2(1 + \alpha\tau + \beta\tau^2 + \dots), & \tau &\ll 1, \\ \sigma &= \sigma_c(1 + \gamma x + \delta x^2 + \dots). \end{aligned}$$

Условие перехода через звук (9) эквивалентно условию $\alpha L_\Gamma = \gamma \sigma_c$. Другими словами, переход через звук возможен, если разложение c^2/σ не содержит членов первого порядка малости. Именно поэтому для анализа движения вблизи звукового перехода

¹⁾ $k_{eff} \approx k_{Z_c}$ в соответствии с формулой (7), т.е. это действительно «константа ионизации», отвечающая среднему заряду в критической точке.

нам понадобилось оставить члены второго порядка малости. С учетом этих замечаний можно получить

$$\frac{d\tau}{dx} = \frac{\gamma}{\alpha} - \frac{2w}{c_c} + \dots \Rightarrow \tau = \frac{\gamma}{\alpha} x - \frac{2}{c_c} \int_0^x w dx + \dots$$

Подставляя последнее соотношение в уравнение (8) для скорости и оставляя члены первого не исчезающего порядка, находим

$$\left(\frac{2w}{c_c} - \gamma x \right) \frac{dw}{dx} = 2\gamma w + 2c_c \left(\delta - \frac{\beta\gamma^2}{\alpha^2} \right) x.$$

Вводом нового эффективного времени ξ это неавтономное уравнение сводится к системе линейных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\xi} = \frac{2w}{c_c} - \gamma x, \\ \frac{dw}{d\xi} = 2\gamma w + 2c_c \left(\delta - \frac{\beta\gamma^2}{\alpha^2} \right) x. \end{cases}$$

Решения этой системы $x, w \propto \exp(\lambda\xi)$ полностью определяются ее характеристическим уравнением:

$$\begin{aligned} \lambda^2 - \gamma\lambda - 4\delta - 2\gamma^2 \left(1 - \frac{2\beta}{\alpha^2} \right) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \lambda_{1,2} &= \frac{\gamma}{2} \left(1 \pm \sqrt{9 + \frac{16\delta}{\gamma^2} - \frac{16\beta}{\alpha^2}} \right). \end{aligned}$$

Для потока, расширяющегося по квадратичному закону, $\delta > 0$. Насыщающейся зависимости $\bar{Z}(\tau)$ соответствует $\beta < 0$. Отсюда следует, что характеристическое уравнение имеет два действительных корня разного знака.

В результате мы приходим к важному выводу: в окрестности звукового перехода движение потока описывается седловыми траекториями в плоскости скорость–координата, причем сам звуковой переход возможен только по сепаратрисе, проходящей через состояние равновесия, совпадающее с положением виртуального сопла. Подобная динамика в окрестности звукового перехода проиллюстрирована на рис. 2. Подчеркнем еще раз, что уравнение баланса импульса в ионизирующемся потоке допускает ровно два линейных по координате решения $u(r) = c_c + \lambda_{1,2}(r - r_c)$, по которым возможен переход через звуковой барьер. Интересующий нас режим отвечает положительному корню характеристического уравнения, определяющему гладкий переход от дозвукового течения к сверхзвуковому. Заметим для общности, что помимо этого режима возможен гладкий переход от сверхзвукового течения к

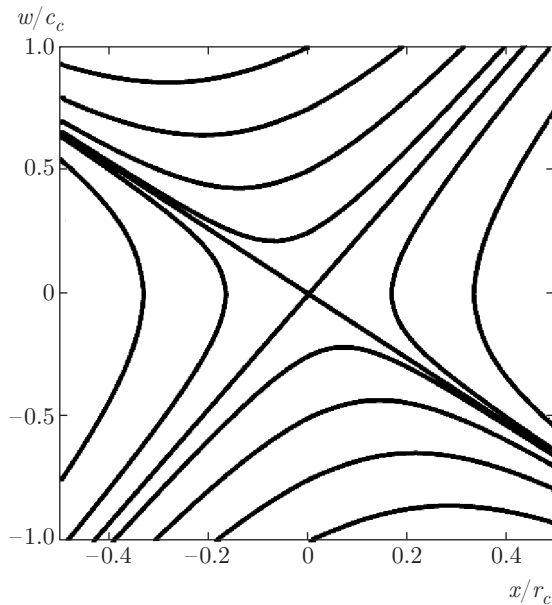


Рис. 2. Динамика потока в окрестности перехода через звуковой барьер

дозвуковому и «касание» звукового барьера, отвечающее переключению с одного корня характеристического уравнения на другой в критической точке. При «касании» течение остается до- или сверхзвуковым, но его скорость в одной точке точно совпадает со скоростью звука и испытывает излом.

Недостатком построенных нами решений является отсутствие «грубости» — бесконечно малое возмущение начальных условий разрушает движение по сепаратрисе. В результате звуковой переход становится невозможным — стационарный поток либо остается дозвуковым, либо упирается в кризис. Анализ структурной устойчивости решения с переходом «дозвук–сверхзвук» выходит за рамки данной работы. Заметим только, что в рамках используемых приближений указанное решение обеспечивает единственную возможность плавно сшить до- и сверхзвуковые течения, поэтому именно оно и реализуется, если стационарный режим вообще возможен. В этом отношении наша задача полностью аналогична известной задаче о стационарном вытекании плазмы из магнитной ловушки [16, 17].

5. ДОЗВУКОВОЕ ДВИЖЕНИЕ

Рассмотрим движение потока от области начала ионизации до звукового порога. В этой области происходит ускорение и основная ионизация потока. Численное моделирование показывает, что продоль-

ный размер этой области всегда ограничен, так что вариацией поперечной площади потока можно пренебречь. Это очень важное утверждение, поскольку позволяет применять изобарическое приближение при описании дозвукового течения.

Этот же вывод можно получить аналитически, используя теорию возмущений. Допустим, что в первом приближении $\sigma = \text{const}$. Тогда из уравнения (2) следует, что полное давление сохраняется. В наших обозначениях это означает

$$u + \frac{c^2}{u} = 2c_c^2 \Rightarrow u = c_c - \sqrt{c_c^2 - c^2(\tau)}.$$

Подставляя это соотношение в уравнение (8) для $\tau(r)$ и пренебрегая давлением нейтрального газа, получаем

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{\sigma_c}{k\Gamma} \frac{u^2}{Z} = \frac{\sigma_c}{L_\Gamma} \left(\sqrt{Z_c} - \sqrt{Z_c - Z(\tau)} \right)^2 \frac{1}{Z(\tau)}.$$

Интегрируя это соотношение по τ от нуля до τ_c можно найти длину области дозвукового движения Δr и отвечающую ей вариацию сечения потока $\Delta\sigma \approx 2\Omega r_c \Delta r$. С учетом выражения (10) для r_c окончательно получаем следующую оценку для относительной вариации сечения потока:

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_c} = \frac{d}{d\tau} \ln Z \Big|_{\tau=\tau_c} \int_0^{\tau_c} \left(\sqrt{Z_c} - \sqrt{Z_c - Z(\tau)} \right)^2 \frac{d\tau}{Z(\tau)},$$

граница интегрирования определяется условием $Z_c = Z(\tau_c)$. Полученное выражение можно вычислить для любого конкретного газа, однако для понимания достаточно рассмотреть два модельных случая. Для линейной зависимости $Z = \alpha\tau$ получаем

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\sigma}{\sigma_c} &= \frac{1}{\tau_c} \int_0^{Z_c} \left(\sqrt{Z_c} - \sqrt{Z_c - Z} \right)^2 \frac{1}{\alpha} \frac{dZ}{Z} = \\ &= 3 - 4 \ln 2 \approx 0.2. \end{aligned}$$

В этом приближении относительная вариация не зависит ни от каких параметров и уже достаточно мала. Но это оценка сверху. Очень хорошее приближение к практическим расчетам дает зависимость $Z = \ln(1 + \alpha\tau)$, учитывающая замедление темпа ионизации по мере увеличения ее кратности. В этом случае

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\sigma}{\sigma_c} &= \frac{\alpha}{1 + \alpha\tau_c} \int_0^{Z_c} \left(\sqrt{Z_c} - \sqrt{Z_c - Z} \right)^2 \frac{e^Z}{\alpha} \frac{dZ}{Z} \approx \\ &\approx \frac{0.2}{\sqrt{Z_c}}. \end{aligned}$$

Заметим, что и в этом случае ответ не зависит от подгоночного параметра α , а следовательно, и от температуры электронов. При $Z_c > 4$ вариация поперечного сечения потока в дозвуковой области составляет менее 10% от критического сечения.

Ограничение вариации площади поперечного сечения означает, что продольный размер области дозвукового течения в расширяющейся струе мал по сравнению с характерным масштабом изменения площади,

$$\frac{\Delta r}{r_\sigma} = \frac{\Delta \sigma}{\sigma} \ll 1,$$

где

$$r_\sigma = \frac{\sigma}{|\nabla \sigma|} = \frac{1}{2} r_c + \frac{1}{2} \frac{\sigma_0}{\Omega r_c}$$

для используемой нами модели расширения. Видно, что если расширение идет из точки ($\sigma_0 = 0$), то длина области дозвукового течения всегда мала по сравнению с радиусом виртуального сопла r_c . В случае расширения с конечной площади длина дозвуковой области может быть, в принципе, любой в зависимости от параметра σ_0/Ω . При этом возможна ситуация, когда $\Delta r \sim r_c$. Это означает, что область ионизации дотягивается до сопла, из которого инжектируется газ. Однако параметры реальных экспериментов, как правило, отвечают ситуации, в которой область ионизации прижата к критическому сечению, $\Delta r \sim 0.1 r_c$, т.е. инжектируемый газ некоторое время расширяется без ионизации. Разряд «сдувается» потоком, что, помимо всего прочего, обеспечивает его эффективную термоизоляцию.

Учтем теперь давление нейтрального газа $p_0 = n_0 T_0$ перед областью ионизации. В изобарическом приближении такое же давление будет и в критической точке:

$$p_0 = \{nm_i u^2 + n_e T_e\}_c = 2\{nm_i c^2\}_c = 2\Gamma(Z_c T_e m_i)^{1/2} / \sigma_c. \quad (11)$$

Множитель 2 возникает из-за того, что в критическом сечении кинетическое давление электронов в точности равно газодинамическому напору ионов. Это соотношение позволяет связать давление нейтрального газа с расходом газа и зарядовым состоянием в виртуальном сопле. Выражая расход газа из предыдущей формулы и подставляя его в соотношение (10), получаем

$$r_c = \frac{4(Z_c T_e)^{3/2}}{\sqrt{m_i} k_{eff} p_0}. \quad (12)$$

Эту формулу можно переписать в более наглядном виде $r_c = 2Z_c L_i$, где $L_i = c_c / (n_e k_{eff})$ имеет смысл

характерной длины ионизации потока, двигающегося с ионно-звуковой скоростью. В отличие от случая фиксированного полного потока массы, при фиксированном давлении газа размер виртуального сопла возрастает с ростом среднего заряда и длины ионизации. Этот случай представляется более адекватным для описания существующих экспериментов.

6. СВЕРХЗВУКОВОЕ ДВИЖЕНИЕ

Рассмотрим движение потока после прохождения звукового порога. Численные расчеты показывают, что в этой области происходит ускорение за счет расширения потока, при этом процесс ионизации останавливается. В результате расширения потока устанавливается некоторая предельная степень ионизации Z_∞ , которая примерно пропорциональна степени ионизации в области звукового перехода и слабо зависит от всех остальных параметров задачи. Для реалистичных параметров ионизация останавливается задолго до полной обдирки ионов из-за падения плотности плазмы в ускоряющемся и расширяющемся потоке.

Для оценки предельной степени ионизации положим $c = c_c$ в первом уравнении (8), в результате найдем зависимость координаты от локальной скорости потока:

$$\begin{aligned} \frac{u^2}{c_c^2} - 2 \ln \frac{u}{c_c} - 1 &= 2 \ln \frac{\sigma}{\sigma_c} \Rightarrow \\ \Rightarrow r &= \xi^{-1/2} \exp\left(\frac{1}{4}(\xi^2 - 1)\right) r_c, \end{aligned}$$

здесь $\xi = u/c_c$. Подставляя это выражение во второе уравнение (8) и переходя от интегрирования по координате к интегрированию по безразмерной скорости, получаем

$$\begin{aligned} \int_{\tau_c}^{\tau_\infty} \frac{d\tau}{\bar{Z}(\tau)} &= k\Gamma \int_{r_c}^{\infty} \frac{dr}{\sigma u^2} = \\ &= \frac{L_\Gamma r_c}{2\sigma_c} \left\{ \int_1^{\infty} \xi^{-5/2} (\xi^2 - 1) \exp\left(-\frac{1}{4}(\xi^2 - 1)\right) d\xi \right\}. \end{aligned}$$

Интеграл в фигурных скобках есть число $C \approx 0.46$. Множитель перед фигурными скобками определяется условием звукового перехода (9). В результате получаем

$$\frac{d\bar{Z}(\tau_c)}{d\tau} \int_{\tau_c}^{\tau_\infty} \frac{d\tau}{\bar{Z}(\tau)} = C.$$

Для простейшей оценки можно считать $\bar{Z} = \alpha\tau$, что приводит к

$$\ln(Z_\infty/Z_c) = C \Rightarrow Z_\infty \approx 1.58Z_c, \quad \tau_\infty \approx 1.58\tau_c.$$

Таким образом, независимо от параметров задачи кратность ионизации не может увеличиться больше, чем на 60%. Для более реалистичной зависимости $\bar{Z} = \ln(1 + \alpha\tau)$ получаем трансцендентное уравнение

$$\text{li } Z_\infty = \text{li } Z_c + C \exp Z_c,$$

которое также не зависит ни от параметра аппроксимации α , ни от остальных параметров задачи, кроме кратностей ионизации (li Z обозначает интегральный логарифм). Приближенное численное решение этого уравнения в области $Z_c > 1$ дает почти линейную зависимость от кратности ионизации в сечении звукового перехода:

$$Z_\infty \approx 1.45Z_c^{0.91}, \quad \tau_\infty \approx \sqrt{3}\tau_c(\alpha\tau_c)^{0.15}.$$

В случае высокой кратности ионизации небольшое отличие показателя степени от единицы приводит к довольно существенным количественным поправкам. Например, при $Z_c = 5$ максимальное увеличение кратности ионизации составляет всего 25%. Уменьшение предельного заряда связано с тем, что ионизация многозарядного иона замедляется по мере роста его заряда.

Размер области, занятой плазмой, определяется в основном геометрическим расширением потока. Это связано с тем, что вдали от сопла скорость возрастает по медленному логарифмическому закону $u \approx c_c \sqrt{2 \ln(\sigma/\sigma_c)}$, а кратность ионизации постоянна. Для концентрации электронов справедлива оценка

$$n_e \approx \frac{Z_\infty \Gamma}{\sigma u} \approx n_{ec} \frac{\sigma_c}{\sigma} \ln^{-1/2} \frac{\sigma}{\sigma_c}.$$

В первом приближении можно считать, что падение электронной плотности в K раз происходит на расстоянии $r = r_c \sqrt{K}$.

Резюмируя предыдущие два раздела можно сказать, что основная ионизация происходит в очень ограниченной области дозвукового течения. В процессе сверхзвукового разлета средний заряд ионов может повыситься на 10–50%, при этом размер области сверхзвукового течения многократно превышает размер области дозвукового течения.

В качестве примера приложения рассматриваемой модели рассмотрим задачу об определении продольной структуры разряда в эксперименте, в

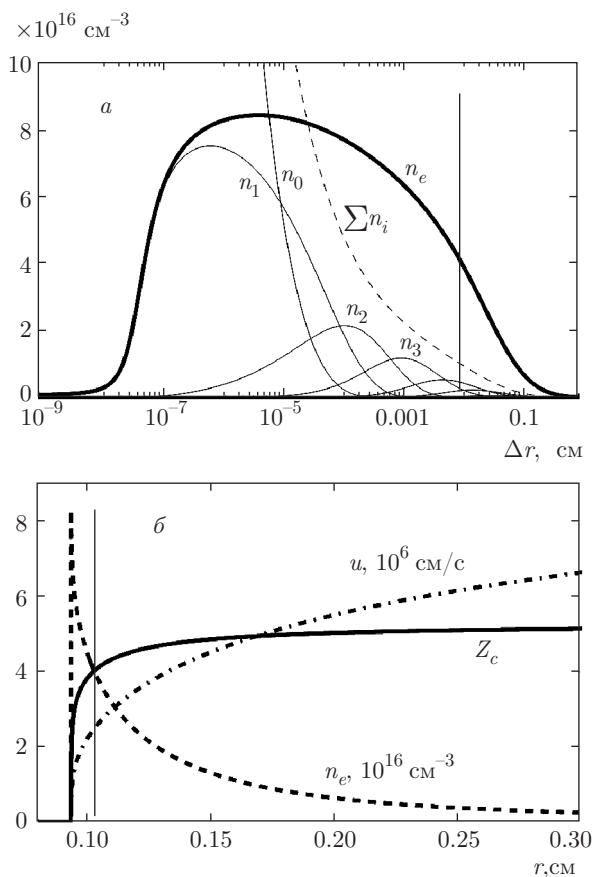


Рис. 3. Моделирование разряда в аргоне в условиях многократной ионизации в режиме перехода течения плазмы через ионный звуковой барьер: *a* — концентрации электронов и ионов аргона с различной кратностью ионизации в зависимости от расстояния от начала разряда, приведенного в логарифмическом масштабе; *б* — концентрация электронов n_e , скорость потока u , средний заряд ионов Z_c в зависимости от координаты вдоль потока. Вертикальная прямая линия разделяет области до- и сверхзвукового движения. Параметры моделирования соответствуют эксперименту [8] — температура электронов $T_e = 60$ эВ, давление нейтрального газа $p_0 = 8$ атм, начальный радиус сопла $r_0 = 75$ мкм, поток расширяется с углом раствора $\vartheta = \pi/6$

котором была впервые продемонстрирована возможность создания «точечного» источника экстремального УФ-излучения при пробое плотной газовой струи мощным субмиллиметровым излучением [8]. В первом приближении такой разряд можно рассматривать как стационарный разлет в вакуум ионизирующегося газа, истекающего из сопла малого диаметра. На рис. 3 приведены результаты численного решения системы балансных уравнений для параметров, близких к условиям эксперимента. На ри-

сунке видно, что разряд имеет продольные и поперечные размеры порядка 1 мм, ионизация начинается на расстоянии около 1 мм от газового сопла, что совпадает с данными эксперимента. Видно, что увеличение среднего заряда происходит в основном в дозвуковой части разряда, в сверхзвуковой области ионизация перестает быть существенной и в итоге полностью прекращается вследствие расширения потока.

7. БАЛАНС ЭНЕРГИИ И УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО РАЗРЯДА

Основные каналы потерь энергии для рассматриваемого типа разряда определяются ионизацией, излучением и конвективным выносом.

Суммарные объемные потери на ионизацию и излучение через возбуждение линий можно представить в виде

$$Q_{vol} = Q_{ion} + Q_{rad} = \int_0^\infty \sigma n_e \left\{ \sum_{i=0}^{Z_m-1} n_i k_i E_i + \sum_{i=0}^{Z_m} \sum_{lines} n_i k_i^* E_i^* \right\} dr.$$

Здесь E_i, k_i — энергии и константы ионизации, E_i^*, k_i^* — энергии и константы возбуждения электронным ударом, внутренняя сумма берется по всем излучательным переходам. Предполагается, что возбуждение ионов происходит из основного состояния, сброс возбуждения также происходит только при переходе в основное состояние, а излучаемый в результате спонтанного перехода фотон беспрепятственно покидает объем разряда. В изотермическом приближении приведенное выражение можно упростить, если воспользоваться введенными выше функциями $\gamma_i(\tau)$ и следующим из (1) свойством

$$\sigma k_i n_i n_e dr = - \sum_{j=0}^i d(\sigma n_j u) = -\Gamma \sum_{j=0}^i d\gamma_j.$$

В результате мощность объемных потерь энергии преобразуются к виду

$$Q_{vol} = \Gamma \sum_{i=0}^{Z_m} \varepsilon_i(T_e) \Delta\gamma_i, \quad \varepsilon_i(T_e) = E_i + \sum_{lines} \frac{k_i^* E_i^*}{k_i}, \quad \Delta\gamma_i = \sum_{j=0}^i (\gamma_j(0) - \gamma_j(\tau_\infty)). \quad (13)$$

Введенная здесь величина $\varepsilon_i(T_e)$ — энергетическая цена иона или атома, рассчитанная с учетом потерь на ионизацию и излучение, а $\Delta\gamma_i$ — весовой множитель, учитывающий распределение по зарядовым состояниям вылетающих из разряда ионов. Объемные потери энергии определяются тремя факторами — полным потоком Γ , температурой электронов и кратностью ионизации вылетающей на бесконечность плазмы.

Эти же результаты полезно получить и из более общего газодинамического соотношения для баланса энергии в квазиодномерном потоке:

$$\frac{d}{dr} \left(\sigma n u \left(\frac{1}{2} m_i u^2 + \frac{5}{2} \bar{Z} T_e \right) - \sigma \chi_e \frac{dT_e}{dr} \right) = \sigma q_{ext} - \sigma \sum_i \varepsilon_i k_i n_i n_e. \quad (14)$$

Здесь мы отошли от изотермического приближения и учли конечную теплопроводность электронов χ_e . Справа стоит плотность вкладываемой в разряд мощности q_{ext} и введенных выше потерь. В случае сильной теплопроводности масштаб изменения электронной температуры значительно превышает масштабы изменения потоков массы всех компонентов плазмы, кроме, возможно, нейтральных атомов в самом начале разряда. Поэтому потери в правой части (14) можно записать в дивергентной форме:

$$\sigma \sum_i \varepsilon_i k_i n_i n_e = \sum_i \varepsilon_i \sum_{j=0}^i \frac{d}{dr} (\sigma n_j u) \approx \frac{d}{dr} \left(\sum_i \sum_{j=0}^i \varepsilon_i \sigma n_j u \right).$$

В результате для слабо неизотермического случая уравнение баланса энергии переписывается в форме закона сохранения потока энергии $dS/dr = \sigma q_{ext}$, где

$$S = \Gamma \left(\frac{1}{2} m_i u^2 + \frac{5}{2} \bar{Z} T_e + \sum_i \varepsilon_i \sum_{j=0}^i \gamma_j \right) - \sigma \chi_e \frac{dT_e}{dr}. \quad (15)$$

Очевидно, что полные потери энергии из стационарного разряда есть разность

$$S(\infty) - S(0) = \int_0^\infty \sigma q_{ext} dr.$$

Слагаемое $\propto \varepsilon_i \gamma_j$ приводит к выражению (13) для объемных потерь энергии, которое было получено выше в изотермическом приближении.

С другой стороны, в случае неограниченного разряда изотермическое приближение приводит к абсурдному выводу для оставшихся (конвективных) потерь, поскольку при таком расширении скорость потока неограниченно растет. Поэтому для конвективных потерь энергии необходимо учесть либо отклонение от изотермического приближения на масштабах длины теплопроводности L_T , либо собирающую плазму стенку на конечном расстоянии от сопла $r = r_{wall} \ll L_T$. Оценки показывают, что в лабораторных условиях вероятнее реализуется второй случай, причем основной вклад в конвективный поток энергии определяется потоком ионов на стенку. В этом случае тепловой поток на плазмодриемник есть

$$Q_{conv} = \Gamma \left(\frac{1}{2} m_i u_{wall}^2 + AZ_{\infty} T_e \right), \quad (16)$$

где

$$u_{wall} \approx \left(\frac{Z_c T_e}{m_i} \right)^{1/2} \left(1 + 4 \ln \frac{r_{wall}}{r_c} \right)^{1/2}$$

— гидродинамическая скорость потока плазмы перед стенкой,

$$A \approx 1 + \ln \sqrt{\frac{T_e}{m_e u_{wall}^2}}$$

— коэффициент, учитывающий отражение потока электронов с максвелловским распределением от амбиполярного потенциала в двойном слое вблизи стенки. Отметим, что для приводимых в данной работе примеров $A = 3-3.5$, т. е. амбиполярные эффекты вблизи стенки дают лишь небольшую и несущественную поправку в численный коэффициент $5/2$ в выражении (15). При выводе формулы (16) мы считали, что кратность ионизации перестала меняться и вышла на насыщение, т. е. $\bar{Z} = Z_{\infty}$ при $r_{wall} \gg r_c$.

Очевидно, что для поддержания стационарного разряда необходимо сообщить системе мощность, равную полной мощности потерь,

$$Q = Q_{ion} + Q_{rad} + Q_{conv}.$$

Пример расчета мощности потерь в аргонной и ксенонной плазме с учетом распределения по различным ионным фракциям приведен на рис. 4. На поддержание стационарного разряда в аргонной плазме необходима полная мощность около 50 кВт, из которых всего 2 кВт идут на ионизацию, 20 кВт

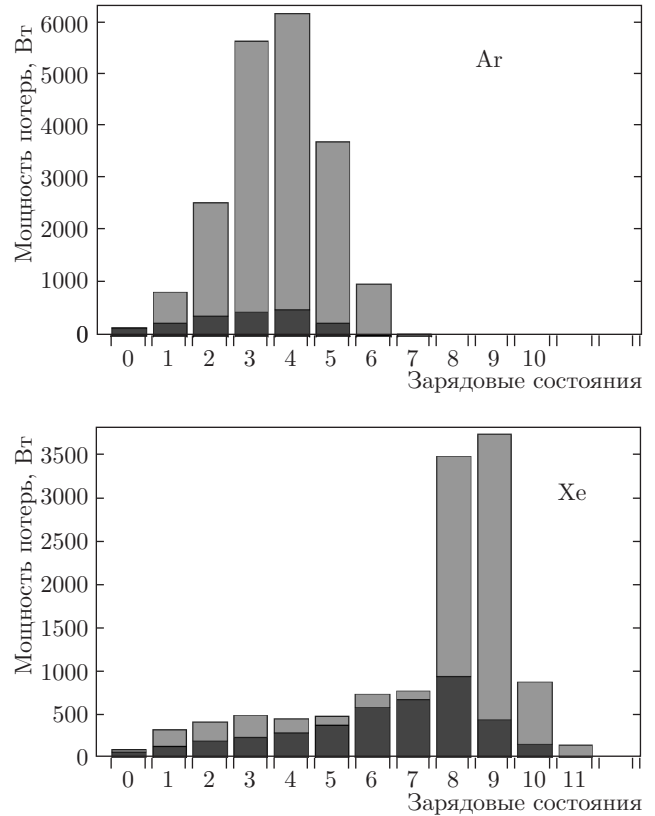


Рис. 4. Распределения полной мощности объемных потерь по зарядовым состояниям для разряда в аргонной и ксенонной плазме. Темным отмечена доля мощности, приходящаяся на ионизацию, светлая часть соответствует мощности, затрачиваемой на возбуждение ионов. Параметры моделирования для аргона: температура электронов $T_e = 60$ эВ, давление нейтрального газа $p_0 = 8$ атм, для ксенона: температура электронов $T_e = 115$ эВ, давление нейтрального газа $p_0 = 80$ атм, в обоих случаях начальный радиус сопла $r_0 = 75$ мкм, поток расширяется с углом раствора $\vartheta = \pi/6$. Данные о сечениях возбуждения ионов аргона взяты из работы [18], ксенона — из работы [19]

приходятся на потери из-за излучения возбужденных ионов и 28 кВт выносятся конвективным потоком. На поддержание разряда в ксенонной плазме необходима полная мощность около 75 кВт, причем большая часть вложенной мощности (66 кВт) выносятся конвективным потоком. На излучение идет около 6 кВт, из которых примерно 4 кВт приходится на излучение Xe^{9+} и Xe^{10+} в технологическом ЭУФ-диапазоне 11.2 нм.

Заметим, что в условиях эксперимента можно считать заданными начальное давление газа p_0 и вкладываемую в разряд мощность Q (поддерживающее разряд СВЧ-излучение полностью поглощается). С другой стороны, мы знаем полную мощность

энергетических потерь $Q(T_e, Z_c)$ как функцию двух пока свободных параметров теории — температуры электронов T_e и кратности ионизации Z_c в критическом сечении. Необходимый для определения потерь энергии поток массы определяется из соотношения (11). Как показывают расчеты, для фиксированной кратности ионизации Z_c потери энергии из плазмы имеют минимум по температуре. Из общих соображений можно заключить, что устойчивому горению разряда соответствует минимальное возможное значение мощности, необходимое для поддержания разряда. Поэтому баланс энергии позволяет определить оба свободных параметра из соотношений

$$Q(T_e, Z_c) = Q, \quad \frac{\partial}{\partial T_e} Q(T_e, Z_c) = 0.$$

Другими словами, Z_c подстраивается так, чтобы минимальное значение функции потерь совпадало с вкладываемой в разряд мощностью. Это утверждение эквивалентно другому — температура электронов подстраивается так, чтобы при заданной мощности кратность ионизации была максимальной. В качестве примера на рис. 5 построены зависимости полной мощности потерь и ее распределения по различным каналам (ионизация, излучение и конвективный вынос) от температуры электронов при фиксированном давлении нейтрального газа на выходе из сопла. Минимум полных потерь соответствует параметрам примеров, приведенных на рис. 4.

Поясним физический смысл сделанных утверждений. Убывающие участки кривой $Q(T_e)$, очевидно, неустойчивы по балансу энергии — нагрев приводит к уменьшению потерь, поэтому ничем не ограничен в условиях фиксированного энерговклада. Возрастающие участки кривой $Q(T_e)$ устойчивы по балансу энергии, но, как показывают оценки, неустойчивы по балансу ионизации. Действительно, при смещении из точки минимума по температуре вправо мы попадаем в стационарное положение, отвечающее меньшему среднему заряду. С другой стороны, увеличение температуры электронов приводит к тому, что ионизация начинается раньше (момент включения ионизации определяется условием $n_e T_e \approx p_0$), поэтому степень ионизации в критическом сечении должна увеличиваться. Поэтому стационарные состояния справа от точки минимума неустойчивы — кратность ионизации начинает увеличиваться при постоянной поглощаемой в плазме мощности до тех пор, пока не достигнет максимального значения в состоянии, отвечающему минимуму потерь энергии по температуре.

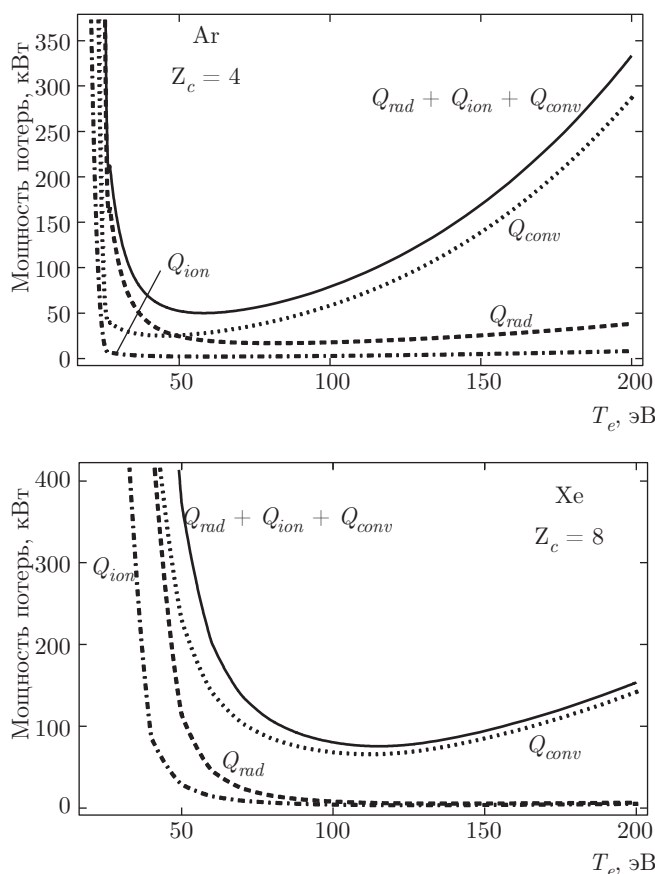


Рис. 5. Зависимости мощности энергетических потерь из разряда в аргоне и ксеноне от электронной температуры при постоянном давлении в сопле. Параметры те же, что на рис. 4

Важно отметить, что появление убывающей ветки функции потерь связано с радиационными потерями, т.е. именно с теми потерями, долю которых мы заинтересованы увеличить, а стабилизация происходит за счет паразитных конвективных потерь. Чтобы пояснить это обстоятельство, рассмотрим изолированную фракцию с одним излучающим уровнем. Пусть E_i и E_i^* есть энергии ионизации и возбуждения. Тогда константы ионизации и возбуждения есть

$$k_i \propto \exp\left(-\frac{E_i}{T_e}\right), \quad k_i^* \propto \exp\left(-\frac{E_i^*}{T_e}\right),$$

а потери на излучение согласно (13) —

$$Q_{rad} \approx \Gamma Z_\infty E_i^* \exp\left(\frac{E_i - E_i^*}{T_e}\right).$$

Особенностью нашей задачи является то, что степень ионизации перед экспонентой определяется фиксированным значением Z_c , а не бoльцмановским

законом $\propto \exp(-E_i/T_e)$. Поэтому множитель перед экспонентой либо медленно убывает с ростом температуры при постоянном давлении в сопле, либо постоянен при фиксированном газонапуске. А поскольку $E_i^* < E_i$, то потери на излучение убывают с ростом температуры. Разброс по многим ионным фракциям и многим линиям возбуждения несколько смазывает эту картину, но, как видно из примеров на рис. 5, тенденция остается той же.

8. ПРИМЕНИМОСТЬ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Приведенная выше теория в значительной мере опирается на предположение об однородности электронной температуры. Поэтому рассмотрим условия применимости изотермического приближения более подробно.

Для оценки масштаба изменения температуры в окрестности сопла будем считать, что энергия вкладывается в локализованной области разряда при $r > r_c$. Поэтому в окрестности критического сечения перед областью резонансного энерговклада поток энергии (15) равен нулю. Положим $S = 0$, в результате получим приближенное соотношение

$$\frac{\sigma_c \chi_e T_e}{L_T} \approx \Gamma Z_c (3T_e + \varepsilon_{z_c}),$$

где

$$\chi_e \approx \frac{3n_e T_e}{m_e \nu_{ei}} \propto T_e^{5/2}$$

— коэффициент электронной теплопроводности в полностью ионизованной плазме. Отсюда можно найти отношение характерного масштаба изменения температуры L_T к координате r_c критического сечения в виде

$$\frac{L_T}{r_c} \approx \frac{3}{2} \frac{m_i}{m_e} \frac{n_e k_{eff}}{\nu_{ei}} \frac{T_e}{\varepsilon_{Z_c} + 3T_e} \frac{1}{Z_c^2}.$$

Справа стоит функция только температуры и среднего заряда ионов в критическом сечении. Теплопроводность в приведенной оценке определяется кулоновскими соударениями, поэтому $n_e k_{eff} / \nu_{ei}$ характеризует долю неупругих (ионизирующих) соударений по отношению к упругим соударениям. Величина, обратная к L_T / r_c , характеризует относительное изменение температуры в области развитого разряда. В выражение для L_T / r_c вошло большое число m_i / m_e , которое формально и обеспечивает применимость изотермического приближения в широком диапазоне параметров.

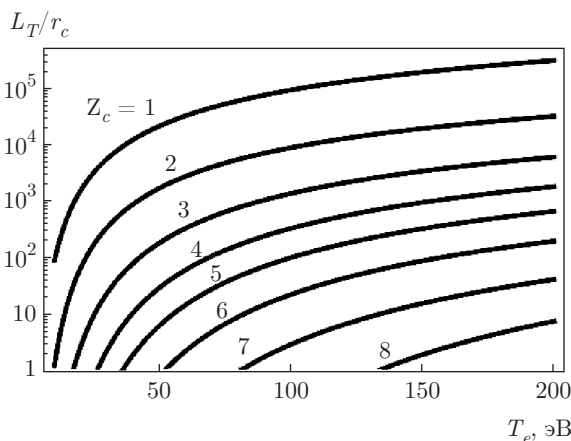


Рис. 6. Отношения характерной длины теплопроводности к координате критического сечения для потока аргонной плазмы. Кривые различаются значениями среднего зарядового состояния в критическом сечении

На рис. 6 приведен пример более аккуратного численного расчета величины L_T / r_c непосредственно из балансных уравнений (1), (2) и (14) для аргона с учетом распределения ионов по зарядовым состояниям. Отметим также, что для приведенного ранее примера ($Z_c = 4.5$, $T_e = 50$ эВ) длина теплопроводности в критическом сечении составляет $L_T \approx 20r_c \approx 2$ мм, в то время как основные потери сосредоточены в области размером менее $5r_c$ (на эту область приходится 98 % потерь на излучение и ионизацию).

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследованы особенности стационарного горения локализованного разряда в потоке многократно ионизованного газа с заданной электронной температурой, многократно превышающей температуру ионов и нейтральных атомов. Предложена газодинамическая модель расширяющегося потока плазмы, в котором формируется «виртуальное сопло», обеспечивающее гладкий переход от дозвукового к сверхзвуковому режиму. Это дает возможность сопрячь медленное движение изначально нейтрального газа с потоком ускоряющейся плазмы, и одновременно обеспечить пространственную ограниченность разряда. Показано, что геометрическое расширение сверхзвукового потока из сопла способно остановить ступенчатую ионизацию плазмы. Проанализированы режимы, в которых по мере движения потока плазмы за счет ступенчатой ионизации электронным ударом последовательно повы-

шается заряд ионов, при этом доля радиационных потерь растёт, а спектр излучения смещается в область более коротких волн. Установлено, что для этих потерь характерна обратная зависимость от температуры, поэтому разряд, в котором преобладают радиационные потери, может терять устойчивость в интересных для приложений областях параметров. Это также может приводить к существованию минимальной мощности, необходимой для зажигания такого разряда.

Разработанный подход позволяет оптимизировать параметры разряда для реализации наилучшего пространственного распределения ионов по кратностям ионизации, обеспечивающего максимум излучения плазмы в заданном спектральном диапазоне.

Авторы выражают благодарность В. Е. Семенову за внимание к работе и ценные замечания. Работа выполнена в рамках проекта РНФ (грант № 14-12-00609). И. С. Абрамов благодарит Фонд некоммерческих программ «Династия» за персональную поддержку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bakshi Vivek, *EUV Sources for Lithography*, SPIE Vol. PM149. Washington, SPIE Press Book (2006).
2. M. Richardson, C.-S. Koay, K. Takenoshita, C. Keyser, and M. Al-Rabban, *J. Vac. Sci. Technol. B* **22**, 785 (2004).
3. Akira Endo, Hiroshi Komori, Yoshifumi Ueno et al., *Proc. SPIE* **7271**, 727108 (2009).
4. А. В. Водопьянов, С. В. Голубев, Д. А. Мансфельд, А. Г. Николаев, К. П. Савкин, Н. Н. Салашенко, Н. И. Чхало, Г. Ю. Юшков, *Письма в ЖЭТФ* **88**, 103 (2008).
5. А. В. Водопьянов, С. В. Голубев, Д. А. Мансфельд, Н. Н. Салашенко, Н. И. Чхало, *Изв. РАН, серия физич.* **75**, 68 (2011).
6. N. I. Chkhalo, N. N. Salashchenko, S. V. Golubev, D. A. Mansfeld, A. V. Vodopyanov, and L. A. Sjmaenok, *J. Micro/Nanolithography, MEMS, and MOEMS* **11**, 021123 (2012).
7. G. Yu. Yushkov, A. V. Vodopyanov, A. G. Nikolaev, I. V. Izotov, K. P. Savkin, S. V. Golubev, and E. M. Oks, *IEEE Trans. on Plasma Science* **41**, 2081 (2013).
8. M. Yu. Glyavin, S. V. Golubev, I. V. Izotov, A. G. Litvak, A. G. Luchinin, S. V. Razin, A. V. Sidorov, V. A. Skalyga, and A. V. Vodopyanov, *Appl. Phys. Lett.* **105**, 174101 (2014).
9. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1992).
10. M. A. Dorf, V. E. Semenov, and V. G. Zorin, *Phys. Plasmas* **15**, 093501 (2008).
11. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, Наука, Москва (1980), т. X; Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
12. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теоретическая физика*, Наука, Москва (1986), т. VI.
13. И. С. Абрамов, Е. Д. Господчиков, А. Г. Шалашов, *Изв. ВУЗов, Радиофизика* **58**, 1022 (2015).
14. G. S. Voronov, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **65**, 1 (1997).
15. V. M. Povyshev et al., *Electron-Impact Ionization Cross Sections of H, He, N, O, Ar, Xe, Au, Pb Atoms and Their Ions in the Electron Energy Rates from the Threshold up to 200 keV*, Joint Institute of Nuclear Research, Dubna (2001).
16. A. V. Turlapov and V. E. Semenov, *Phys. Rev. E* **57**, 5937 (1998).
17. V. E. Semenov, A. N. Smirnov, and A. V. Turlapov, *Fusion Technology* **35**, 398 (1999).
18. D. A. Verner, E. M. Verner, and G. J. Ferland, *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **64**, 1 (1996).
19. E. B. Saloman, *Phys. Chem. Ref. Data* **33**, 765 (2004).