# ВЯЗКОСТНЫЕ И АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА РАСПЛАВОВ AlCu

 $P.\ M.\ Xуснутдинов\ ^{a,b^*},\ A.\ B.\ Мокшин\ ^{a,b^{**}},\ C.\ \Gamma.\ Меньшикова\ ^c,$   $A.\ Л.\ Бельтюков\ ^c,\ B.\ И.\ Ладьянов\ ^c$ 

<sup>а</sup> Казанский (Приволжский) Федеральный университет 420008, Казань, Россия

<sup>b</sup> Институт теоретической физики им. Л. Д. Ландау Российской академии наук 142432, Черноголовка, Московская обл., Россия

 $^c$  Физико-технический институт Уральского отделения Российской академии наук 426000, Ижевск, Россия

Поступила в редакцию 26 сентября 2015 г.

Моделирование атомарной динамики бинарной системы  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  выполнено при температуре T= $=973~{
m K}$  и давлении  $p=1.0~{
m бар}$  и различных концентрациях x атомов меди. Такие условия (температура, давление) позволяют охватить равновесную жидкую фазу  ${
m Al}_{100-x}{
m Cu}_x$  при концентрациях меди 0% < x < 40%, а также переохлажденный расплав в концентрационной области 40% < x < 100%. Рассчитанные спектральные плотности временных корреляционных функций продольного,  $C_L(k,\omega)$ , и поперечного,  $C_T(k,\omega)$ , потоков в расплаве  ${
m Al}_{100-x}{
m Cu}_x$  при температуре T=973 K обнаруживают распространяющиеся коллективные возбуждения продольной и поперечной поляризаций в широкой области значений волновых чисел. Показано, что максимальное значение скорости звука на концентрационной зависимости,  $v_L(x)$ , наблюдается для случая равновесного расплава при концентрациях атомов меди  $x=10\pm5\,\%$ , в то время как переохлажденный расплав  ${
m Al}_{100-x}{
m Cu}_x$ , насыщенный атомами меди  $(x \geq 40\,\%)$ , характеризуется минимальными значениями скорости звука. Установлено, что в случае переохлажденного расплава концентрационная зависимость кинематической вязкости  $\nu(x)$  интерполируется линейной зависимостью, а в случае равновесного расплава при  $x < 40\,\%$  наблюдается отклонение от линейной зависимости. При этом в области низких концентраций меди ( $x < 20\,\%$ ) наблюдается незначительное «плечо» на зависимости  $\nu(x)$ , наличие которого подтверждается полученными экспериментальными данными. Появление этого плеча обусловлено особенностями в концентрационной зависимости плотности  $\rho(x)$ .

## **DOI:** 10.7868/S0044451016050084

#### 1. ВВЕДЕНИЕ

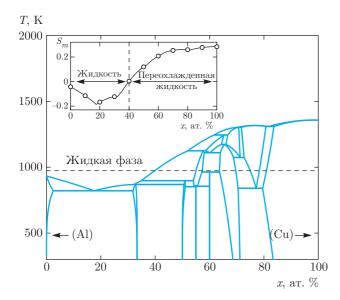
Алюминий-содержащие сплавы меди (дуралюмины и алюминиевые сплавы, основным компонентом которых является медь — алюминиевые бронзы) из-за своих уникальных физико-химических свойств находят широкое применение в машиностроении и авиапромышленности [1]. Так, алюминевомедные сплавы помимо легкости и прочности характеризуются пластичностью и высокой коррозионной стойкостью. При этом их физические свойства (тепло-

проводность, вязкость, электрическое сопротивление, магнитная восприимчивость и т. д.) определяются, главным образом, соотношением концентраций компонентов — атомов Al и Cu [2–5].

Бинарный алюминиевый сплав  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  характеризуется сложной фазовой диаграммой: областью существования расплава для температур  $T \geq 820~\mathrm{K}$  (при давлении p=1.0 бар и концентрации атомов меди  $x\approx 17.5\,\%$ ) и протяженной областью, включающей различные кристаллические фазы (см. фазовую диаграмму расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  на рис. 1). Как было показано в работах [5–7], алюминийсодержащие сплавы характеризуются высокой стеклообразующей способностью. Одной из наиболее важных характеристик, определяющих стеклообра-

<sup>\*</sup> E-mail: khrm@mail.ru

<sup>\*\*</sup> E-mail: anatolii.mokshin@mail.ru



**Рис. 1.** Фазовая диаграмма системы алюминий—медь  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  [15, 16]. Штриховой линией отмечена изотерма—изобара (T=973 K, p=1.0 бар), на которой рассматривается система. На вставке — зависимость параметра  $S_m=(T_m-T)/T_m$  от концентрации x атомов меди

зующую способность вещества, является коэффициент вязкости [8]. Так, в работе [9] из экспериментальных результатов для температурной зависимости коэффициента вязкости переохлажденного расплава  $Al_{80}Cu_{20}$  обнаруживались максимальные значения вязкости при  $T=1053~{\rm K}$  и  $T=1123~{\rm K}$ . С другой стороны, на наличие экстремумов на изотермах вязкости в расплаве алюминий—медь  $Cu_3Al$  указывалось в работах [10,11]. Появление этих особенностей предположительно связывалось с наличием «квазикристаллических микрогруппировок» в жидкой фазе.

Концентрационная зависимость сдвиговой вязкости  $\eta(x)$  расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при температуре Т = 1500 К экспериментально исследовалась в работе [12]. Было установлено, что на изотерме T= $= 1500 \; \mathrm{K}$  при концентрации атомов меди  $x \approx$  $\approx 70\,\%$  наблюдается максимум вязкости. Объяснение данной особенности зависимости  $\eta(x)$  было дано в рамках феноменологической модели, учитывающей энтальпию смешения  $\Delta H_{mix}$ , коэффициент вязкости и энергию активации чистых расплавов Al и Cu. В работе [13] были исследованы изотермы кинематической вязкости  $\nu$  расплава  $\mathrm{Cu}_{100-x}\mathrm{Al}_x$ для широкой области температур между ликвидусом и T=1723 К. На концентрационных зависимостях  $\nu(x)$  были обнаружены максимумы вблизи стехиометрической концентрации CuAl<sub>3</sub> и состава  $Al_{30}Cu_{70}$ , а также ветвление температурных зависимостей кинематической вязкости  $\nu(T)$ , полученных при нагреве и последующем охлаждении, — так называемый гистерезис вязкости.

Таким образом, к настоящему времени имеются противоречивые экспериментальные сведения, указывающие на особенности вязкости расплавов AlCu. При этом отсутствует общее понимание механизмов, обусловливающих эти особенности. В настоящей работе было выполнено моделирование атомарной динамики бинарной системы  $Al_{100-x}Cu_x$  при различных концентрациях x атомов меди при температуре T = 973 K и давлении p = 1.0 бар. Соответствующая изотерма-изобара представлена на фазовой диаграмме на рис. 1 штриховой линией. На вставке к рисунку показана зависимость параметра  $S_m = (T_m - T)/T_m$  от концентрации атомов меди xв системе  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$ . Безразмерный параметр  $S_m$ характеризует относительную удаленность состояния системы от состояния плавления с температурой  $T_m$ . Так,  $S_m = 0$  при температуре плавления Тт. В случае равновесного расплава при температурах, превышающих температуру плавления  $T_m$ , имеем  $S_m < 0$ , в то время как при  $T < T_m$  параметр принимает положительные значения,  $S_m > 0$ . В случае переохлажденной жидкости (расплава) при T< $< T_m$  параметр отождествляется с известной величиной — уровнем переохлаждения [14].

Для выбранных состояний с  $T=973~{\rm K}$  и p=1.0 бар при концентрациях меди  $x<40\,\%$  рассматривались равновесные расплавы. Как видно из фазовой диаграммы, представленной на рис. 1, при концентрациях меди  $x\geq40\,\%$  и заданных температуре и давлении равновесные состояния системы связываются с кристаллическими фазами. Поэтому для этой области концентраций ( $x\geq40\,\%$ ) рассматривались образцы, соответствующие переохлажденным расплавам. Для всей исследуемой области значений концентраций были рассчитаны значения вязкости, а также спектральные плотности временных корреляционных функций продольного и поперечного потоков при различных значениях волновых чисел.

# 2. ДЕТАЛИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Моделирование атомарной динамики металлического расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  выполнялось при температуре T=973 К и внешнем давлении p=1.0 бар. Исследуемая система состояла из N=4000 атомов, расположенных в кубической

ячейке с периодическими граничными условиями. Взаимодействие между атомами осуществлялось посредством потенциала «погруженного атома» (ЕАМ-потенциала) [17], разработанного 1) для бинарного расплава AlCu. Так, в соответствии с работой [17], потенциальная энергия i-го атома для расплава AlCu может быть выражена соотношением

$$U_i = F_\alpha \left( \sum_{j \neq i} \rho_\beta(r_{ij}) \right) + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} \phi_{\alpha\beta}(r_{ij}). \tag{1}$$

Здесь  $\phi_{\alpha\beta}(r_{ij})$  — короткодействующий парный потенциал межатомного взаимодействия,  $F(\rho)$  — потенциал «погружения», учитывающий многочастичные взаимодействия через эффективную электронную плотность  $\rho_i$  i-го атома. Индексами « $\alpha$ » и « $\beta$ » обозначены типы элементов, входящих в состав металлического сплава,  $\alpha, \beta \in \{Al, Cu\}$ .

Система  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  была получена быстрым охлаждением равновесного расплава с температурой T=3000 К. Скорость охлаждения системы составила  $dT/dt=10^{12}$  К/с. Интегрирование уравнений движения атомов выполнялось с помощью алгоритма Верле в скоростной форме с временным шагом  $\delta t=1.0$  фс [18,19]. Для приведения системы в состояние термодинамического равновесия программой было выполнено  $4.5\cdot 10^6$  временных шагов в NpT-ансамбле и  $5\cdot 10^6$  шагов в NVT-ансамбле для вычисления временных и спектральных характеристик.

### 3. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Измерения кинематической вязкости  $\nu$  расплавов осуществлялись методом крутильных колебаний на автоматизированной установке [20]. Измерения проводились в защитной атмосфере гелия в цилиндрических тиглях из  $\mathrm{Al_2O_3}$  с крышкой на верхней границе расплава (внутри тигля). Крышка в ходе измерений выполняла роль второй торцевой поверхности трения [21]. Температурные зависимости вязкости получали в режимах нагрева и последующего охлаждения. Перед началом измерений на каждой температуре проводилась изотермическая выдержка в течение 10 мин. Температуру расплава определяли с точностью  $\pm 5$  К при помощи вольфрамрениевой термопары, которая находилась под дном тигля. Показания термопары были откалиброваны

по температурам плавления чистых металлов (Al, Cu, Ni, Co, Fe).

При расчете вязкости с помощью численных методов решалось уравнение [20,22]

$$f(\nu) = \operatorname{Re} \mathcal{L} + \frac{\delta}{2\pi} \operatorname{Im} \mathcal{L} - 2I\left(\frac{\delta}{\tau} - \frac{\delta_0}{\tau_0}\right) = 0,$$
 (2)

где I — момент инерции подвесной системы,  $\delta$  и  $\tau$   $(\delta_0$  и  $\tau_0)$  — декремент затухания и период колебаний подвесной системы с расплавом (без расплава),  $\operatorname{Re} \mathcal{L}$  и  $\operatorname{Im} \mathcal{L}$  — действительная и мнимая части функции трения, учитывающей наличие двух торцевых поверхностей трения.

Для расчета погрешности измерений вязкости использовался метод, подробно изложенный в работе [23]. Общая относительная погрешность определения вязкости не превышает  $4\,\%$  при погрешности в единичном эксперименте  $2\,\%$ .

# 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

# 4.1. Структурные особенности расплава ${ m Al}_{100-x}{ m Cu}_x$

Анализ структурных особенностей расплава  ${\rm Al}_{100-x}{\rm Cu}_x$  может быть осуществлен с помощью функции радиального распределения атомов [24]

$$g(r) = \sum_{\alpha=\beta} W_{\alpha,\beta} g_{\alpha,\beta}(r) + 2 \sum_{\alpha \neq \beta} W_{\alpha,\beta} g_{\alpha,\beta}(r), \quad (3)$$

где  $W_{\alpha,\beta} = c_{\alpha}c_{\beta}f_{\alpha}f_{\beta}/\left(\sum c_{i}f_{i}\right)^{2}$  — весовой множитель,  $c_{i}$  и  $f_{i}$  — соответственно концентрация и атомный формфактор атома i-го сорта. Парциальные компоненты радиальной функции распределения  $g_{\alpha,\beta}(r)$  определялись из выражения [25,26]

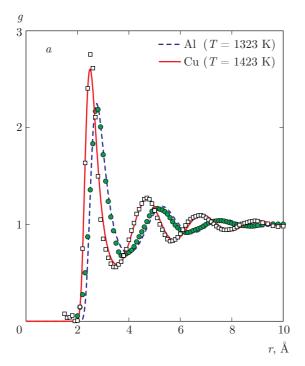
$$g_{\alpha,\beta}(r) = \frac{L^3}{N_{\alpha}N_{\beta}} \left\langle \sum_{j=1}^{N_{\alpha}} \frac{n_{j\beta}(r)}{4\pi r^2 \Delta r} \right\rangle,$$

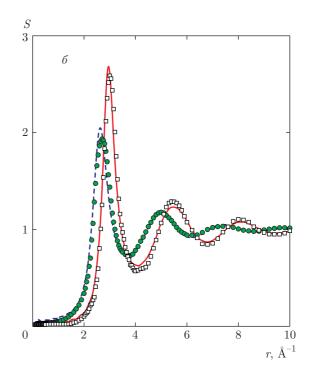
$$\alpha, \beta \in \{\text{Al, Cu}\},$$
(4)

где  $n_{j\beta}(r)$  — число атомов сорта  $\beta$  в сферическом слое толщиной  $\Delta r$ , удаленном на расстояние r от j-й частицы, L — длина ребра моделируемой ячейки,  $N_{\alpha}$  и  $N_{\beta}$  — число атомов сорта  $\alpha$  и  $\beta$ .

Рассчитанные из моделирования атомарной динамики функции радиального распределения g(r) и статического структурного фактора S(k) для чистых жидких Al и Cu при температурах соответственно  $T=1323~{\rm K}$  и  $T=1423~{\rm K}$  представлены на рис. 2. На этом рисунке результаты расчетов сопоставляются с экспериментальными данными по дифракции рентгеновских лучей [27]. Из рисунка видно, что результаты моделирования хорошо

 $<sup>^{1)}\;</sup>$  Данная модель потенциала применима к металлам Al, Ag, Au, Cu, Ni, Pd, Pt, а также к их бинарным расплавам.





**Рис. 2.** a) Радиальная функция распределения атомов в расплаве алюминия и в расплаве меди при температурах соответственно T=1323 К и T=1423 К, сплошные и штриховые линии представляют результаты моделирования атомарной динамики; значки — экспериментальные данные по дифракции рентгеновских лучей [27].  $\delta$ ) Статический структурный фактор для расплава алюминия и расплава меди

согласуются с экспериментальными данными: верно воспроизводят структурные особенности чистых расплавов меди и алюминия.

На рис. 3 представлены зависимости радиальной функции распределения g(r) для расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при температуре  $T=973~\mathrm{K}$  и параметра трансляционного порядка [28,29]

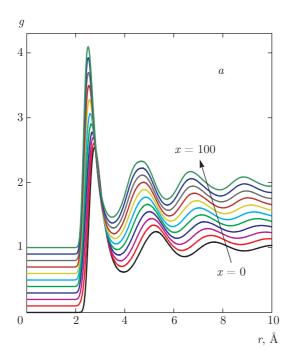
$$t = \frac{1}{r_m} \int_{0}^{r_m} |g(r) - 1| dr$$
 (5)

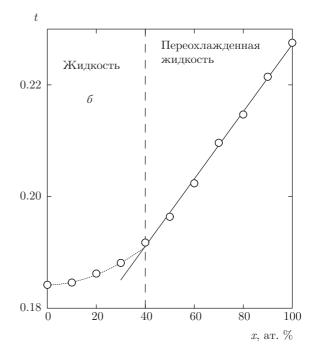
при различных концентрациях x атомов меди. В выражении (5) величина  $r_m$  определяет расстояние, на котором коррелированность в расположении двух частиц становится несущественной. В настоящей работе  $r_m = 20\,\text{Å}$ . Отметим, что параметр трансляционного порядка  $t\to 0$  для неупорядоченных систем и  $t\to 1$  для кристаллических тел. Из рис. 3a видно, что с изменением концентрации атомов меди в системе  $\text{Al}_{100-x}\text{Cu}_x$  существенных изменений в структуре расплава не наблюдается. Рассчитанная концентрационная зависимость трансляционного параметра порядка указывает на то, что в случае равновесного расплава (при концентрациях меди  $0\,\% \le x < 40\,\%$ ) значения параметра t(x) из-

меняются в диапазоне  $0.184 \le t \le 0.192$ , в то время как в случае переохлажденного расплава с концентрацией меди  $40\% \le x \le 100\%$  обнаруживается линейный рост от t(x=40%)=0.192 до t(x=100%)=0.228. Интересно отметить, что изменение в характере зависимости наблюдается непосредственно при значении концентрации x=40%, которая на данной изотерме–изобаре (см. рис. 1) соответствует границе раздела между равновесной жидкостью и переохлажденной жидкостью. Весьма примечательно, что линейный характер концентрационной зависимости параметра t(x) в области концентраций  $40\% \le x \le 100\%$  совершенно аналогичен температурной зависимости этого параметра для переохлажденных жидкостей [28].

# 4.2. Микроскопическая динамика металлического расплава ${ m Al}_{100-x}{ m Cu}_x$

Анализ коллективной динамики частиц в металлическом расплаве  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  был выполнен на основе расчета спектральных плотностей





**Рис. 3.** a) Радиальная функция распределения атомов расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при температуре  $T=973\,$  К. b) Параметр трансляционного порядка t в зависимости от концентрации атомов меди

$$\widetilde{C}_{\alpha}(k,\omega) = \frac{k_B T}{\pi m} \int_{0}^{\infty} C_{\alpha}(k,t) e^{i\omega t} dt, \quad \alpha \in \{L,T\}, \quad (6) \qquad \qquad \widetilde{C}_{\alpha}^{av}(k,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega - \omega') \widetilde{C}_{\alpha}(k,\omega') d\omega',$$

нормированных временных корреляционных функций (ВКФ) продольного потока,

$$C_L(k,t) = \frac{\langle (\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{j}_k^*(0) \cdot \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{j}_k(t)) \rangle}{\langle |\mathbf{e}_k \cdot \mathbf{j}_k(0)|^2 \rangle}, \tag{7}$$

и поперечного потока [30, 31],

$$C_T(k,t) = \frac{\left\langle \left[ \mathbf{e}_k \times \mathbf{j}_k^*(0) \right] \cdot \left[ \mathbf{e}_k \times \mathbf{j}_k(t) \right] \right\rangle}{\left\langle \left| \left[ \mathbf{e}_k \times \mathbf{j}_k(0) \right] \right|^2 \right\rangle}.$$
 (8)

Здесь  $\mathbf{j}(k,t)$  — микроскопический поток, определяемый выражением [25, 32]

$$\mathbf{j}(k,t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{l}^{N} \mathbf{v}_{l}(t) \exp\left[-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_{l}(t))\right], \quad (9)$$

где  $\mathbf{v}_l(t)$  — скорость l-й частицы в момент времени tи  $\mathbf{e}_k = \mathbf{k}/|\mathbf{k}|$  — единичный вектор, сонаправленный с волновым вектором  $\mathbf{k}$ .

Для удаления шумов из спектральных плотностей ВКФ продольного и поперечного потоков была применена процедура «оконного» усреднения с гауссовой функцией [29]

$$\widetilde{C}_{\alpha}^{av}(k,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega - \omega') \widetilde{C}_{\alpha}(k,\omega') d\omega',$$

$$\alpha \in \{L, T\},$$
(10)

где функция разрешения

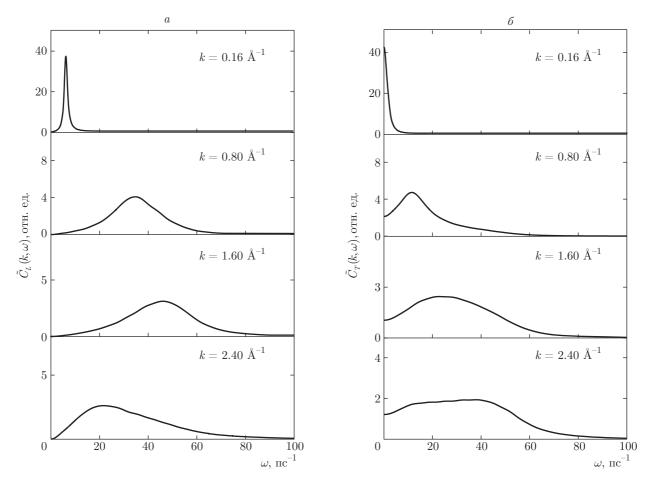
$$R(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi\omega_0}} \exp\left(-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \tag{11}$$

удовлетворяет условию нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\omega) d\omega = 1.$$
 (12)

Частота  $\omega_0$  определялась временным масштабом моделирования и составила  $\omega_0 = 2\pi/N \, \delta t \approx 1.2 \, \text{нc}^{-1}$ .

На рис. 4 представлены спектральные плотности временных корреляционных функций  $C_L(k,\omega)$  и  $C_T(k,\omega)$  для переохлажденного расплава  $\mathrm{Al}_{50}\mathrm{Cu}_{50}$ при температуре  $T=973~{
m K}$  для широкой области значений волновых чисел k=0.16– $2.40\,\mathrm{\mathring{A}^{-1}}.$ В обеих спектральных характеристиках,  $C_L(k,\omega)$  и  $C_T(k,\omega)$ , отчетливо наблюдаются высокочастотные пики, указывающие на наличие коллективных колебательных процессов в расплаве. Однако, несмотря на подобие форм спектров  $C_L(k,\omega)$  и  $C_T(k,\omega)$ , характер колебательных процессов у них существенно различен.



**Рис. 4.** Спектральные плотности ВКФ продольного  $\widetilde{C}_L(k,\omega)$  (a) и поперечного  $\widetilde{C}_T(k,\omega)$  (б) потоков расплава  $\mathrm{Al}_{50}\mathrm{Cu}_{50}$  при температуре T=973 К

Расчет спектральных плотностей ВКФ продольного  $\widetilde{C}_L(k,\omega)$  и поперечного  $\widetilde{C}_T(k,\omega)$  потоков позволяет оценить дисперсионные зависимости  $\omega_c^{(\alpha)}(k)$ (см. рис. 5). Так, для случая переохлажденного расплава Al<sub>50</sub>Cu<sub>50</sub> обнаруживается наличие колебательных мод продольной и поперечной поляризаций. Установлено, что дисперсионная кривая, связанная с колебательными процессами поперечной поляризации, характеризуется «окном» ширины  $k_0^T$ : рост значения  $\omega_c^{(T)}(k)$  начинается не с нулевого значения волнового числа k, а смещен вдоль оси k на величину  $k_0^T$ . Наличие  $k_0^T \neq 0$  обусловлено отсутствием макроупругих свойств расплава (как равновесного, так и переохлажденного) [33]. Установлено, что ширина «окна» с увеличением концентрации меди в расплаве уменьшается. Так, если  $k_0^T = 0.37 \, \text{Å}^{-1}$ для случая расплава чистого алюминия, то в случае переохлажденного расплава чистой меди получаем  $k_0^T = 0.097 \, \text{Å}^{-1}$ . Примечательно, что концентрационная зависимость  $k_0^T$  плавно убывает и на ней не обнаруживается никаких особенностей при переходной концентрации  $x=40\,\%.$ 

Коллективная динамика атомов расплава характеризуется частотными моментами спектральных плотностей ВКФ продольного  $\widetilde{C}_L(k,\omega)$  и поперечного  $\widetilde{C}_T(k,\omega)$  потоков [34]:

$$\omega_{\alpha}^{(2n)}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^{2n} \widetilde{C}_{\alpha}(k,\omega) d\omega / \int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{C}_{\alpha}(k,\omega) d\omega =$$

$$= (-1)^n \left( \frac{d^{(2n)} C_{\alpha}(k,t)}{dt^{(2n)}} \right) \Big|_{t=0}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (13)$$

Ненулевые значения принимают лишь четные частотные моменты. Так, значения вторых моментов спектральных плотностей  $\widetilde{C}_L(k,\omega)$  и  $\widetilde{C}_T(k,\omega)$  в случае сферического парного потенциала межчастич-

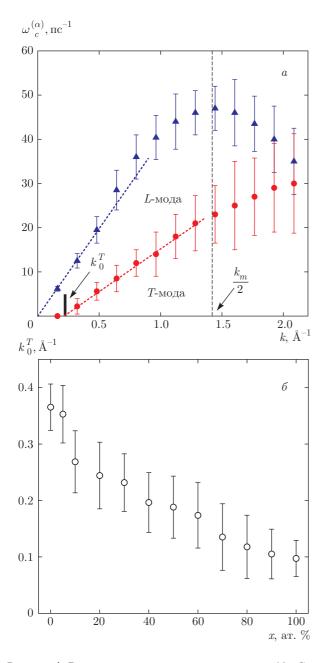
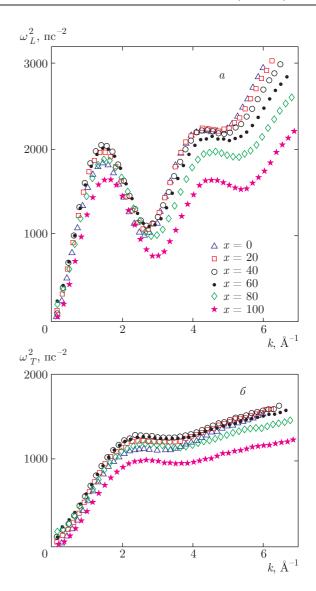


Рис. 5. a) Дисперсионные кривые для расплава  ${\rm Al}_{50}{\rm Cu}_{50}$  в зависимости от волнового числа k при температуре T=973 К. Пунктирные линии отображают экстраполированный гидродинамический результат  $\omega_c^{(\alpha)}(k)=$   $=v_{\alpha}(k-k_0^{\alpha})$ , где  $v_{\alpha}$  — скорости распространения звука продольной  $(\alpha\equiv L)$  и поперечной  $(\alpha\equiv T)$  поляризаций,  $k_0^{\alpha}$  — значение волнового числа k, при котором  $\omega(k)$  начинает принимать ненулевые значения. Здесь для продольной моды имеем  $k_0^L=0$  Å $^{-1}$ , для поперечной получаем  $k_0^T=0.188$  Å $^{-1}$ . Штриховая линия определяет границу первой псевдозоны Бриллюэна при  $k_m/2$ , где  $k_m$  — положение главного максимума в статическом структурном факторе S(k).  $\delta$ ) Концентрационная зависимость ширины щели  $k_0^T(x)$  в дисперсионной кривой поперечной поляризации  $\omega_c^{(T)}(k)$ 

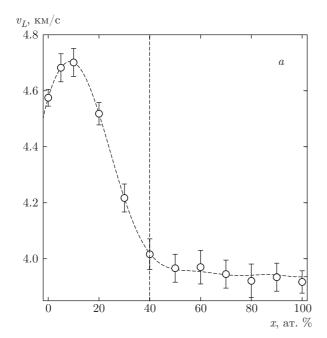


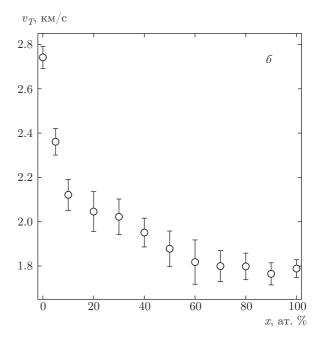
**Рис. 6.** Нормированные частотные моменты спектральной плотности ВКФ продольного (a) и поперечного  $(\delta)$  потоков для металлического расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  в зависимости от волнового числа k при различных концентрациях атомов меди

ного взаимодействия  $\mathcal{U}(r)$  могут быть определены из следующих микроскопических выражений [35,36]:

$$\omega_L^2(k) = 3v_{th}^2 k^2 + \frac{n}{m} \int_0^\infty g(r) \left[ 1 - \cos(kz) \right] \times \frac{\partial^2 \mathcal{U}(r)}{\partial z^2} d^3r, \quad (14)$$

$$\omega_T^2(k) = 3v_{th}^2 k^2 + \frac{n}{m} \int_0^\infty g(r) \left[ 1 - \cos(kz) \right] \times \frac{\partial^2 \mathcal{U}(r)}{\partial x^2} d^3 r. \quad (15)$$





**Рис. 7.** Скорости распространения звука продольной (a) и поперечной (b) поляризаций в металлическом расплаве  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  в зависимости от концентрации атомов меди при температуре T=973 K

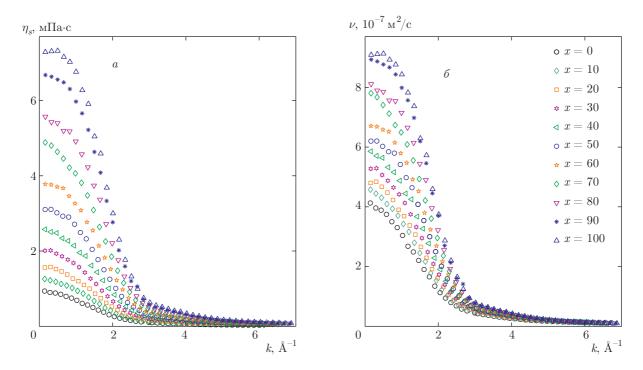
Здесь  $v_{th} = \sqrt{k_B T/m}$  — тепловая скорость частиц, n = N/V — количественная плотность системы и q(r) — полная функция радиального распределения двух частиц. Результаты моделирования для частотных моментов спектральной плотности ВКФ продольного и поперечного потоков для широкой области значений волновых чисел, рассчитанные с помощью соотношения (13), представлены на рис. 6. Из рисунка видно, что частотные моменты спектральных плотностей ВКФ продольного  $C_L(k,\omega)$  и поперечного  $C_T(k,\omega)$  потоков,  $\omega_L(k)$  и  $\omega_T(k)$ , имеют k-зависимость, подобную дисперсионным кривым  $\omega_c^{(L)}(k)$  и  $\omega_c^{(T)}(k)$ . Отметим, что положения максимумов на кривых  $\omega_L^2(k)$  и  $\omega_T^2(k)$  точно соответствуют положениям пиков на зависимостях  $\omega_c^{(L)}(k)$ и  $\omega_c^{(T)}(k)$ .

Из дисперсионных кривых рассчитаны концентрационные зависимости скорости распространения звука продольной и поперечной поляризаций. На рис. 7 представлены скорости звука продольной  $v_L$  и поперечной  $v_T$  поляризаций в системе  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при различных концентрациях атомов меди. Величина  $v_L(x)$  при малых концентрациях атомов меди растет. При концентрациях атомов меди  $x=10\pm5\,\%$  скорость звука  $v_L$  достигает максимального значения  $v_L\approx4.7$  км/с. Далее, с увеличением концентрации x, она убывает. При концентрации  $x=40\,\%$ ,

соответствующей переходу равновесного расплава в переохлажденный расплав, уменьшение  $v_L$  практически прекращается. Таким образом, максимальное значение скорости звука на концентрационной зависимости  $v_L(x)$  наблюдается для случая равновесного расплава, в то время как переохлажденный расплав  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$ , насыщенный атомами меди, характеризуется минимальными значениями скорости звука  $v_L \approx 3.94$  км/с. Примечательно, что характер зависимости  $v_L(x)$  коррелирует с концентрационной зависимосты идаметра  $S_m(x)$  (см. рис. 1), характеризующего удаленность системы от температуры плавления  $T_m$ . Так, максимальное значение скорости звука  $v_L$  соответствует состоянию равновесного расплава, максимально удаленного от температуры плавления

Скорость распространения звука поперечной поляризации,  $v_T(x)$ , с увеличением концентрации меди уменьшается от  $v_T=2.74$  км/с до значения 1.79 км/с. Отношения скоростей звука продольной и поперечной поляризаций,  $v_L/v_T$ , для расплава алюминия  $(x=0\,\%)$  и для переохлажденного расплава меди  $(x=100\,\%)$  при температуре T=973 К составили соответственно 1.67 и 2.19.

На основе данных моделирования атомарной динамики из нормированной ВКФ поперечного потока  $C_T(k,t)$  были рассчитаны сдвиговая вязкость [37]



**Рис. 8.** Зависимости от волнового числа k сдвиговой (a) и кинематической (b) вязкостей расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при температуре T=973 K, давлении p=1.0 бар и различных концентрациях атомов меди

$$\eta_s(k) = \rho \left( k^2 \int_0^\infty C_T(k, t) dt \right)^{-1}$$
 (16)

и кинематическая вязкость [38, 39]

$$\nu = \eta_s/\rho. \tag{17}$$

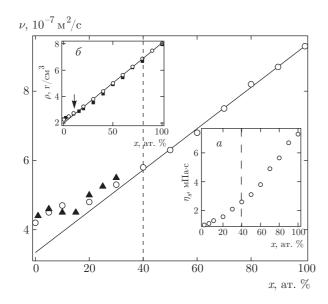
Здесь  $\rho$  — массовая плотность системы. На рис. 8 представлены результаты моделирования сдвиговой  $\eta(k)$  и кинематической  $\nu(k)$  вязкостей в зависимости от значения волнового числа k при различных концентрациях атомов меди. Для экстраполяции результатов моделирования использовалась функция, предложенная в работе [40],

$$\eta_s(k) = \frac{\eta_0}{1 + \alpha^2 k^2},\tag{18}$$

с подгоночными параметрами  $\alpha$  и  $\eta_0$ .

На основе результатов моделирования атомарной динамики также рассчитаны концентрационные зависимости коэффициентов сдвиговой  $\eta_s(x)$  и кинематической  $\nu(x)$  вязкостей. Полученные результаты в сравнении с экспериментальными данными представлены на рис. 9. Как видно из рисунка, результаты моделирования корректно воспроизводят экспериментальные данные по кинематической вязкости для расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при температуре

 $T = 973 \; {\rm K}$  для диапазона концентраций атомов меди от x > 0 % до x = 30 %. Более того, как результаты моделирования, так и экспериментальные данные указывают на то, что рост концентрации атомов меди в расплаве приводит к увеличению вязкости. Так, с увеличением концентрации меди значение коэффициента кинематической вязкости увеличивается от  $\nu = 4.2 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$  до  $\nu = 9.3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ . Примечательно, что полная концентрационная зависимость характеризуется двумя режимами. В случае переохлажденного расплава, насыщенного атомами меди  $(x \ge 40 \%)$ , кинематическая вязкость интерполируется линейной зависимостью  $\nu(x) = ax + b$ , где  $a = 5.9 \cdot 10^{-9} \,\mathrm{m}^2/\mathrm{ar}$ . %-с,  $b = 3.34 \cdot 10^{-7} \,\mathrm{m}^2/\mathrm{c}$ . В случае равновесного расплава при  $x < 40\,\%$  наблюдается отклонение от линейной зависимости. При этом в области низких концентраций меди (x < 20%) наблюдается незначительное «плечо» на зависимости  $\nu(x)$ , наличие которого также подтверждается экспериментальными результатами. Появление этого плеча обусловлено особенностями в концентрационной зависимости плотности  $\rho(x)$  (см. вставку б на рис. 9). Данная особенность  $\nu(x)$  проявляется при тех же значениях концентрации меди, при которых наблюдается максимальное значение скорости звука продольной поляризации (см. рис. 7).



**Рис. 9.** Концентрационная зависимость кинематической вязкости расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при температуре T=973 К:  $\circ$  — результаты моделирования атомарной динамики;  $\blacktriangle$  — экспериментальные данные. Вставки: a — зависимость сдвиговой вязкости расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  от концентрации атомов меди при температуре T=973 К;  $\delta$  — концентрационная зависимость плотности системы  $\rho$ :  $\circ$  — результаты моделирования;  $\blacksquare$  — экспериментальные данные при температуре T=1020 К [41,42]

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Выполнено крупномасштабное моделирование атомарной динамики расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при температуре  $T=973~\mathrm{K}$  и различных концентрациях атомов меди (от 0 % до 100 %). На основе анализа равновесных структурных характеристик расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  показано, что концентрационная зависимость параметра трансляционного порядка правильно предсказывает переход из состояния равновесной жидкости в состояние переохлажденного расплава при концентрации атомов меди  $x=40~\mathrm{K}$ .

Рассчитанные спектральные плотности временных корреляционных функций продольного  $\widetilde{C}_L(k,\omega)$  и поперечного  $\widetilde{C}_T(k,\omega)$  потоков для расплава  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$  при температуре  $T=973~\mathrm{K}$  обнаруживают распространяющиеся коллективные возбуждения продольной и поперечной поляризаций в широкой области значений волновых чисел. Установлена корреляция между структурными особенностями и акустическими свойствами системы алюминий—медь во всей исследуемой области концентраций атомов меди. Показано, что максимальное значение скорости звука на

концентрационной зависимости  $v_L(x)$  наблюдается для случая равновесного расплава  $(x < 40\,\%)$ , в то время как переохлажденный расплав  $\mathrm{Al}_{100-x}\mathrm{Cu}_x$ , насыщенный атомами меди  $(x \ge 40\,\%)$ , характеризуется минимальными значениями скорости звука  $v_L \approx 3.94$  км/с. Установлено, что характер зависимости  $v_L(x)$  коррелирует с концентрационной зависимостью параметра  $S_m(x)$ , в то время как скорость распространения звука поперечной поляризации  $v_T(x)$  с увеличением концентрации меди монотонно уменьшается от 2.74 до 1.79 км/с.

На основании данных моделирования атомарной динамики рассчитаны концентрационные зависимости коэффициентов сдвиговой  $\eta_s(x)$  и кинематической  $\nu(x)$  вязкостей. Установлено, что с увеличением концентрации меди значение коэффициента кинематической вязкости увеличивается от  $4.2 \cdot 10^{-7}$  до  $9.3 \cdot 10^{-7}$  м<sup>2</sup>/с. Обнаружено, что полная концентрационная зависимость характеризуется двумя режимами. В случае переохлажденного расплава, насыщенного атомами меди ( $x \ge 40\%$ ), кинематическая вязкость  $\nu(x)$  интерполируется линейной зависимостью, а в случае равновесного расплава (x < 40%) наблюдается отклонение от линейной зависимости. При этом в области низких концентраций меди (x < 20%) наблюдается незначительное плечо на зависимости  $\nu(x)$ , появление которого может быть обусловлено особенностями в концентрационной зависимости плотности  $\rho(x)$ системы.

Крупномасштабные молекулярно-динамические расчеты выполнены на вычислительном кластере Казанского федерального университета и суперкомпьютере Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук. Работа частично поддержана РФФИ (проекты №№ 14-02-00335-а, 15-02-06288-а).

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. N. H. March, Liquid Metals: Concepts and Theory, Cambridge Univ. Press, Cambridge (1990).
- 2. R. Hultgren, Selected Values of the Thermodynamic Properties of Binary Alloys, Metals Park, Ohio: Amer. Soc. Metals (1973).
- **3.** A. T. Dinsdale and P. N. Quested, J. Mater. Sci. **39**, 7221 (2004).
- 4. The 140th Committee of Japan Society for Promotion of Science: Handbook of Physico-Chemical Properties

- at High Temperature, ed. by Y. Kawai and Y. Shiraishi, ISIJ, Tokyo (1988).
- Р. М. Хуснутдинов, А. В. Мокшин, Изв. РАН, сер. физ. 74, 677 (2010).
- Y. He, S. J. Poon, and G. J. Shiflet, Science 241, 1640 (1988).
- A. P. Tsai, A. Inoue, and T. Masumoto, J. Mater. Sci. Lett. 7, 805 (1988).
- **8**. В. В. Бражкин, УФН **176**, 745 (2006).
- 9. M. Sun and X. Bian, Mater. Lett. 56, 620 (2002).
- W. R. D. Jones and W. L. Bartlett, J. Inst. Metals 83, 59 (1954).
- **11**. К. И. Еретнов, А. П. Любимов, Изв. вузов, цветная металлургия **1**, 119 (1966).
- M. Schick, J. Brillo, I. Egry, and B. Hallstedt, J. Mater. Sci. 47, 8145 (2012).
- **13**. Н. Ю. Константинова, П. С. Попель, Д. А. Ягодин, ТВТ **47**, 354 (2009).
- **14**. А. В. Мокшин, А. В. Чванова, Р. М. Хуснутдинов, ТМФ **171**, 135 (2012).
- V. T. Witusiewicz, U. Hecht, S. G. Fries, and S. Rex, J. Alloys Comp. 385, 133 (2004).
- **16**. C. W. Bale, P. Chartrand, S. A. Degterov et al., Calphad **26**, 189 (2002), http://www.crct.polymtl.ca/fact/download.php.
- 17. J. Cai and Y. Y. Ye, Phys. Rev. B 54, 8398 (1996).
- 18. Д. К. Белащенко, УФН 183, 1281 (2013).
- R. M. Khusnutdinoff, A. V. Mokshin, and I. I. Khadeev, J. Phys.: Conf. Ser. 394, 012012 (2012).
- **20**. А. Л. Бельтюков, В. И. Ладьянов, ПТЭ **2**, 155 (2008).
- **21**. О. Ю. Гончаров, Н. В. Олянина, А. Л. Бельтюков, В. И. Ладьянов, ЖФХ **89**, 292 (2015).
- **22**. Е. Г. Швидковский, *Некоторые вопросы вязкости* расплавленных металлов, Гостехиздат, Москва (1955).
- **23**. А. Л. Бельтюков, С. Г. Меньшикова, В. И. Ладьянов, ТВТ **53**, 517 (2015).
- **24**. Р. М. Хуснутдинов, А. В. Мокшин, И. И. Хадеев, Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. **1**, 90 (2014).

- J. P. Hansen and I. R. McDonald, Theory of Simple Liquids, Acad. Press, New York (2006).
- **26**. А. В. Мокшин, Р. М. Юльметьев, Р. М. Хуснутдинов, П. Хангги, ЖЭТФ **130**, 974 (2006).
- Y. Waseda, The Structure of Non-Crystalline Materials: Liquids and Amorphous Solids, McGraw-Hill, New York (1980).
- T. M. Truskett, S. Torquato, and P. G. Debenedetti, Phys. Rev. E 62, 993 (2000).
- **29**. Р. М. Хуснутдинов, А. В. Мокшин, Р. М. Юльметьев, ЖЭТФ **135**, 477 (2009).
- **30**. W. Montfrooij and I. de Schepper, *Excitations in Simple Liquids, Liquid Metals and Superfluids*, Oxford Univ. Press, New York (2010).
- **31**. Р. М. Хуснутдинов, А. В. Мокшин, Письма в ЖЭТФ **100**, 42 (2014).
- **32**. Р. М. Хуснутдинов, А. В. Мокшин, И. Д. Тахавиев, ФТТ **57**, 393 (2015).
- **33**. А. В. Мокшин, Р. М. Хуснутдинов, А. Г. Новиков и др., ЖЭТФ **148**, 1 (2015).
- **34.** D. Pines, *Elementary Excitations in Solids*, W. A. Benjamin Inc., New York-Amsterdam (1963).
- **35**. U. Balucani and M. Zoppi, *Dynamics of the Liquid State*, Clarendon, Oxford (1994).
- A. V. Mokshin, R. M. Yulmetyev, R. M. Khusnutdinoff, and P. Hänggi, J. Phys.: Condens. Matter 19, 046209 (2007).
- **37**. T. Gaskell, U. Balucani, M. Gori, and R. Vallauri, Phys. Scripta **35**, 37 (1987).
- V. I. Lad'yanov, A. L. Bel'tyukov, S. G. Menshikova, and A. U. Korepanov, Phys. Chem. Liquids 52, 46 (2014).
- A. L. Bel'tyukov, S. G. Menshikova, and V. I. Lad'yanov, J. Non-Crystal. Sol. 410, 1 (2015).
- 40. W. E. Alley and B. J. Alder, Phys. Rev. A 27, 3158 (1983).
- **41**. J. Brillo, I. Egry, and J. Westphal, Int. J. Mater. Res. **99**, 162 (2008).
- **42**. Y. Plevachuk, V. Sklyarchuk, A. Yakymovych et al., Metal. Mater. Trans. A **39**, 3040 (2008).