

# ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНЫХ УСЛОВИЙ НА КИНЕТИЧЕСКУЮ ЭНЕРГИЮ ПЫЛЕВЫХ МАКРОЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ

О. С. Ваулина\*

Объединенный Институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия

Поступила в редакцию 3 июля 2015 г.

Представлен краткий обзор механизмов, приводящих к «аномальному разогреву» заряженных пылевых частиц (макрочастиц) в плазме. Даны их сравнительные характеристики. Предложена аналитическая модель для оценки влияния пространственных неоднородностей на процессы «аномального разогрева» макрочастиц в плазменно-пылевых системах.

DOI: 10.7868/S0044451016010211

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Исследования особенностей энергетического обмена в неоднородных системах взаимодействующих частиц вызывает значительный интерес в различных областях науки и техники (физике плазмы, астрономии, медицине, биологии, физике полимеров и т. д.) [1–8]. Пылевая плазма представляет собой ионизованный газ, содержащий заряженные пылевые частицы (макрочастицы) вещества микронных размеров. Такая плазма широко распространена в природе (в космосе, в верхних слоях атмосферы и т. д.) и образуется в ряде технологических процессов [1–3].

Обратимся к природе случайного изменения зарядов пылевых частиц в плазме. Поскольку заряд макрочастицы не является фиксированной величиной, а определяется локальными параметрами плазмы вблизи этой частицы, при возмущениях последних ее заряд также испытывает возмущения [1, 2]. Стохастическое (тепловое) движение пылевых частиц в пространственно-неоднородной плазме может приводить к случайным флуктуациям их зарядов и/или сил межчастичного взаимодействия. Однако даже в изотропной пространственно-однородной плазме заряд пылевых частиц будет испытывать случайные флуктуации около своего равновесного значения. Это связано с тем, что ионы и электроны поглощаются (эмитируются) поверхностью мак-

рочастиц в случайные моменты времени и в случайной последовательности. Таким образом, существуют две основные причины, которые могут приводить к случайным изменениям заряда пылевой частицы. Первая из них связана со случайной природой ионных и электронных токов, заряжающих частицы. Вторая определяется стохастическим движением пыли в объеме пространственно-неоднородной плазмы.

В слабоионизованной плазме массивные пылевые частицы эффективно диссипируют свою кинетическую энергию за счет столкновений с атомами или молекулами газа. Поэтому зачастую предполагается, что в результате обмена энергией между пылевой и нейтральной компонентами они находятся в равновесии. Однако эксперименты показывают, что при определенных условиях стохастическая кинетическая энергия пылевых частиц в лабораторной плазме может быть выше температуры газа (а, соответственно, выше температуры их поверхности). Это явление обычно называют «аномальным разогревом» пылевых частиц.

Пылевая плазма газовых разрядов является хорошей экспериментальной моделью для изучения физических свойств анизотропных систем [1–3]. Отдельные цепочки часто наблюдаются в экспериментах с плазмой индукционного ВЧ-разряда и тлеющего разряда постоянного тока [9, 10], а протяженные моно- и многослойные пылевые структуры обычно формируются в плазме емкостного ВЧ-разряда [11–13]. Пылевые частицы в газоразрядной плазме могут приобретать стохастическую кинетическую энергию около 1–5 эВ, что намного выше температу-

\* E-mail: olga.vaulina@bk.ru

ры  $T_n$  окружающего их газа. Основные механизмы «аномального разогрева» пыли обычно связывают с различными временными и пространственными изменениями их зарядов [14–19]. Однако существующие теоретические модели не всегда позволяют объяснить приобретение высоких кинетических энергий для типичных условий экспериментов, а также картину перераспределения кинетической энергии макрочастиц в наблюдаемых структурах, например, возрастание их температуры в направлении потока ионов, или различия в распределении кинетических энергий по степеням свободы [12, 13, 20–23].

В настоящей работе различные механизмы «разогрева» и распределения кинетической энергии в неоднородных системах рассмотрены на примере одной и/или двух взаимодействующих частиц для условий приэлектродного слоя газоразрядной плазмы. (Анализ таких малоразмерных систем допускает простое аналитическое решение задачи, а также позволяет получить качественную картину особенностей энергетического обмена в протяженных системах.)

## 2. УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ

Рассмотрим систему из двух линеаризованных уравнений движения (уравнений Ланжевена), описывающих смещения одной или двух взаимодействующих идентичных частиц массой  $M$  от их положения равновесия  $\xi_1$  и  $\xi_2$  в поле внешних сил под действием случайной (броуновской) силы  $F_{b1(2)}$ :

$$M \frac{d^2 \xi_1}{dt^2} = -M\nu_{fr} \frac{d\xi_1}{dt} + a_1 \xi_1 + b_1 \xi_2 + F_{b1}, \quad (1a)$$

$$M \frac{d^2 \xi_2}{dt^2} = -M\nu_{fr} \frac{d\xi_2}{dt} + a_2 \xi_2 + b_2 \xi_1 + F_{b2}, \quad (1b)$$

где  $\nu_{fr}$  — коэффициент трения пылевых частиц из-за их столкновений с нейтралами окружающего газа, а коэффициенты  $a_{1(2)}$ ,  $b_{1(2)}$  зависят от физики решаемой задачи. При этом корреляторы броуновской силы  $F_{b1(2)}$  подчиняются уравнениям:

$$\langle F_{b1} \rangle = \langle F_{b2} \rangle \equiv 0,$$

$$\langle F_{b1} F_{b2} \rangle = 0, \quad \langle F_{b1} V_2 \rangle = \langle F_{b2} V_1 \rangle \equiv 0,$$

$$\langle F_{b1} \xi_2 \rangle = \langle F_{b2} \xi_1 \rangle \equiv 0, \quad \langle F_{b1} \xi_1 \rangle = \langle F_{b2} \xi_2 \rangle \equiv 0,$$

$$\langle F_{b1} V_2 \rangle = \langle F_{b2} V_1 \rangle \equiv 0, \quad \langle V_{1(2)} F_{b1(2)} \rangle = M\nu_{fr} T_n,$$

где  $V_{1(2)} = d\xi_{1(2)}/dt$  — скорости частиц на одну степень свободы. (Здесь и далее скобки  $\langle \dots \rangle$  обозначают усреднение по времени при  $t \rightarrow \infty$ .)

Отметим, что к системам уравнений, подобным (1a), (1b), сводятся различные классы физических проблем, такие как задача об устойчивом положении одной или двух частиц во внешнем электрическом поле ловушки [24–29], а также ряд задач об устойчивом положении макрочастиц в протяженном пылевом облаке [16–18, 24–29]. Так, в случае одной частицы во внешнем электрическом поле цилиндрической ловушки  $E(r, z)$ :  $\xi_1 = z$  и  $\xi_2 = r$ ; для двух частиц обычно рассматривают их взаимные смещения на одну степень свободы в вертикальном  $\xi_{1(2)}^z$  или радиальном  $\xi_{1(2)}^r$  направлениях.

Исследуем устойчивость системы (1a), (1b) для произвольных коэффициентов  $a_{1(2)}$ ,  $b_{1(2)}$ . Рассмотрим два случая: 1) когда значение  $s = [(a_1 - a_2)^2/4 + b_1 b_2]^{1/2}$  — вещественно,  $(a_{11} - a_{22})^2/4 + a_{12} a_{21} > 0$  и 2) когда  $s$  — комплексное. В первом случае условие развития диссипативной [7] («абсолютной» [30]) неустойчивости рассматриваемой системы для  $(a_1 + a_2) < 0$ , можно представить в виде

$$b_1 b_2 - a_1 a_2 > 0. \quad (2a)$$

При этом для  $(a_1 + a_2) > 0$  решение системы уравнений (1a), (1b) всегда неустойчиво.

В случае 2) критерий возникновения дисперсионной [7] («конвективной» [30]) неустойчивости в системе (1a), (1b) можно записать как

$$-(a_2 + a_1)M\nu_{fr}^2 + (a_2 - a_1)^2 + 4b_1 b_2 < 0. \quad (2b)$$

При определенных условиях энергия хаотического движения макрочастиц (их кинетическая температура)  $T = T_{1(2)} \equiv M \langle V_{1(2)}^2 \rangle$  может оказаться выше температуры нейтральной компоненты  $T_n$ . Рассмотрим возможность приобретения дополнительной энергии  $\delta T_{1(2)} = (T_{1(2)} - T_n)$  (т.е. «аномального разогрева») пылевых частиц за счет полей и сил, действующих в системе. Учитывая корреляторы броуновской силы (см. выше под системой уравнений (1a), (1b)), а также то, что при движении частиц по замкнутым траекториям  $\langle \xi_1 V_1 \rangle = \langle \xi_2 V_2 \rangle \equiv 0$ , можно перейти к уравнениям для корреляторов скоростей и смещений частиц

$$-M\nu_{fr} \delta T_{1(2)} + b_{1(2)} \langle V_{1(2)} \xi_{2(1)} \rangle = 0, \quad (3a)$$

$$a_{1(2)} \langle (\xi_{1(2)})^2 \rangle + b_{1(2)} \langle \xi_1 \xi_2 \rangle + T_{1(2)} = 0, \quad (3b)$$

$$-M\nu_{fr} \langle V_{1(2)} \xi_{2(1)} \rangle + q_{1(2)} \langle \xi_1 \xi_2 \rangle + b_{1(2)} \langle (\xi_{1(2)}) \rangle + \langle V_1 V_2 \rangle = 0, \quad (3c)$$

$$-2M\nu_{fr} \langle V_1 V_2 \rangle + a_1 \langle \xi_1 V_2 \rangle + a_2 \langle \xi_2 V_1 \rangle = 0. \quad (3d)$$

Отметим, что при выводе данных соотношений также использовались дополнительные соотношения,

описывающие стационарные условия в рассматриваемой системе:

$$\left\langle V_{1(2)} \frac{dV_{1(2)}}{dt} \right\rangle \equiv \left\langle V_{1(2)} \frac{d^2 \xi_{1(2)}}{dt^2} \right\rangle = 0;$$

$$\left\langle V_1 \frac{dV_2}{dt} \right\rangle + \left\langle V_2 \frac{dV_1}{dt} \right\rangle \equiv \frac{d\langle V_1 V_2 \rangle}{dt} = 0.$$

Решением системы (3a)–(3d) является соотношение, описывающее «подкачку» дополнительной энергии

$$\delta T \equiv \frac{\delta T_1 + \delta T_2}{2} = \frac{T_n(b_2 - b_1)^2}{(a_1 - a_2)^2 + 4b_1 b_2 - 2M\nu_{fr}^2(a_1 + a_2)}. \quad (4)$$

Перераспределение энергии в исследуемой системе легко найти, учитывая, что  $\delta T_1/\delta T_2 = -b_1/b_2$ . Поскольку

$$\langle \xi_2 V_1 \rangle + \langle \xi_1 V_2 \rangle = \frac{d\langle \xi_1 \xi_2 \rangle}{dt} \equiv 0,$$

где

$$\langle \xi_2 V_1 \rangle = \left\langle \xi_2 \frac{d\xi_1}{dt} \right\rangle,$$

$$\langle \xi_1 V_2 \rangle = \left\langle \xi_1 \frac{d\xi_2}{dt} \right\rangle \equiv - \left\langle \xi_2 \frac{d\xi_1}{dt} \right\rangle,$$

далее из (3a) получим  $\delta T_1/\delta T_2 = -b_1/b_2$  путем деления уравнения для частицы 1 на уравнение для частицы 2. Отметим, что при  $b_1 = b_2$  имеем  $\delta T_1 + \delta T_2 \equiv 0$  (см. (4)), а для случая  $(b_1 + b_2) \rightarrow 0$  температура  $T_1 \rightarrow T_2$ . В системах со значительной диссипацией при  $\nu_{fr} \rightarrow \infty$  величина прироста кинетической энергии  $\delta T_1 \rightarrow 0$ , а отношение  $T_2/T_1 \rightarrow 1$ .

Подчеркнем, что в рассмотренном здесь случае подкачка дополнительной энергии  $\delta T$  в исследуемую систему определяется стохастическим движением пыли в объеме пространственно-неоднородной плазмы. Поскольку работа сил по замкнутому контуру в таких системах  $A \propto T_n(b_2 - b_1)^2$ , соответственно, дополнительное приращение кинетической энергии есть  $\delta T \propto A \propto T_n$ .

Напомним также, что рассмотренные уравнения (1a), (1b) описывают смещения одной или двух взаимодействующих идентичных частиц массой  $M$ , с коэффициентом трения  $\nu_{fr}$  и одинаковыми температурами  $T_n$ . Тем не менее рассмотренный здесь алгоритм может быть легко адаптирован для решения задачи о двух неидентичных частицах, имеющих различные параметры ( $M$ ,  $\nu_{fr}$ ,  $T_n$ ).

### 3. РАВНОВЕСНЫЕ КОНФИГУРАЦИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ЛОВУШКИ

Задача об устойчивой вертикальной (или горизонтальной) конфигурации двух идентичных частиц с зарядами  $Q = -eZ$ , взаимодействующих с произвольной формой парного потенциала и находящихся на расстоянии  $l_p$  в поле тяжести и в линейном электрическом поле  $E(r, z)$  цилиндрической ловушки с радиальной составляющей  $E_r = \beta_r r$  и вертикальной составляющей  $E_z = E_z^0 + \beta_z z$ , рассматривалась в работах [24, 25]; здесь  $r \equiv (x^2 + y^2)^{1/2}$  — радиальная координата,  $z$  — вертикальная координата по оси  $\mathbf{z}$  в направлении поля тяжести,  $\beta_r$  и  $\beta_z$  — величины градиентов электрического поля, а значение  $E_z^0$  определяется балансом сил, действующих в системе. Было получено, что для изначально равновесной вертикальной конфигурации двух частиц (см. рис. 1a) радиальная неустойчивость в рассматриваемой системе будет развиваться в случае, когда

$$eZ\beta_r - (F_{21} + F_{12})/l_p < 0, \quad (5)$$

где  $F_{21}$  — сила, действующая на первую частицу 1 со стороны второй 2,  $F_{12}$  — сила, действующая на частицу 2 со стороны частицы 1. Для попарного взаимодействия  $F_{21} \equiv F_{12} = Q\varphi^{(1)}$ , где  $\varphi^{(1)}$  — первая производная электростатического потенциала  $\varphi$  в точке  $l_p$ .

Условие (5) соответствует отсутствию возвращающей силы при радиальном смещении заряженной частицы и приводит к качественному переходу от вертикальной ориентации частиц к их новому (горизонтальному) устойчивому состоянию. Если учесть, что в случае вертикальной конфигурации уравнения баланса электрических сил в поле сил тяжести

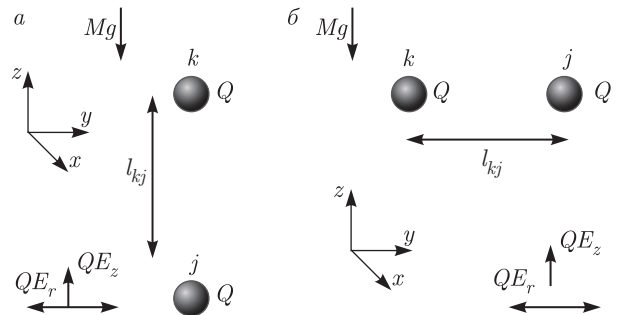


Рис. 1. Иллюстрация вертикальной (a) и горизонтальной (б) конфигурации двух частиц ( $k$  и  $j$ ), расположенных на расстоянии  $l_{kj} = l_p$ , в поле ловушки с цилиндрической симметрией  $E = E(z, r)$

дают  $l_p = (F_{12} + F_{21})/(\beta_z eZ)$ , то условие (5) примет вид

$$\beta_r < \beta_z. \tag{6a}$$

Нарушение изначально горизонтальной конфигурации двух частиц (см. рис. 1б) будет происходить при возникновении вертикальной неустойчивости системы (т. е. при отсутствии возвращающей силы при вертикальном смещении заряженной частицы)

$$\beta_r > \beta_z. \tag{6b}$$

При равенстве градиентов  $\beta_z = \beta_r$  обе конфигурации заряженных частиц (см. рис. 1а,б) в линейном поле ловушки являются маргинально устойчивыми. Численное моделирование показывает, что при  $T \neq 0$  обе частицы будут хаотически двигаться, описывая поверхность сферы с центром в точке масс системы [24].

Отметим, что условия (5), (6а) и (6б) были получены путем анализа системы уравнений, аналогичной системе (1а), (1б) для случая двух взаимодействующих частиц в линейном поле ловушки [24, 25], и соответствуют соотношению (2а) (см. разд. 2), т. е. являются неустойчивостями диссипативного типа. Дисперсионная неустойчивость (2б) не наблюдается в таких системах, поскольку величина  $s$  всегда вещественна для параметров рассматриваемой задачи [24, 25].

Условие нарушения устойчивости вертикального расположения частиц в квазиодномерной цепочке, содержащей  $N_p \geq 2$  частиц, может быть найдено путем суммирования градиентов сил парного взаимодействия [26]:

$$|\beta_r| < |\beta_z^c| = \left| \sum_{j,j \neq k}^{N_p} \frac{\varphi_{kj}^{(1)}}{l_{kj}} + \sum_{j,j \neq k+1}^{N_p} \frac{\varphi_{k+1j}^{(1)}}{l_{k+1j}} \right|, \tag{7}$$

где  $\varphi_{kj}^{(1)}$  — первая производная потенциала  $\varphi_{kj}$  в точке расстояния  $l_{kj}$  между двумя взаимодействующими частицами. В случае ограниченной цепочки  $N_p = \text{const}$  условие (7) будет в первую очередь нарушаться для центральной части структуры, что и является причиной существующих экспериментальных [31] и численных [26] наблюдений изменения вертикальной конфигурации таких систем путем их первоначального разделения в центре цепочки. Для двух вертикально расположенных частиц ( $N_p = 2$ ) с учетом  $eZ\beta_z l_p = (F_{12} + F_{21})$  критерий (7) принимает форму (6а).

Задача о формировании дополнительного слоя в изначально монослойной системе частиц, взаимодействующих посредством различных изотропных и неизотропных потенциалов, рассматривалась в работах [24, 25, 27, 29]. Результаты упомянутых работ показывают, что критерий формирования нового слоя можно записать в виде

$$|\beta_z| < |\beta_z^c| \approx 2 \left| \sum_{j,j \neq k}^{N_p-1} \frac{\varphi_{kj}^{(1)}}{l_{kj}} \right|. \tag{8}$$

Для двух горизонтально расположенных частиц, с учетом соотношения  $eZ\beta_r l_p = (F_{12} + F_{21})$ , необходимого для их равновесной конфигурации, критерий (8) принимает форму (6б).

#### 4. СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ С НЕПОПАРНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

К примерам непопарного взаимодействия между пылевыми частицами в плазме (для которого, в отличие от случая попарного взаимодействия, третий закон Ньютона не выполняется) можно отнести кильватерное взаимодействие, вызванное эффектами ионной фокусировки [4, 32–34], а также взаимодействия за счет сил Лесажа [35, 36]. В обоих случаях непопарное взаимодействие может иметь место даже для двух частиц. Ранее модель непопарного кильватерного взаимодействия рассматривалась в работах [23, 27, 32] для объяснения аномально быстрого разогрева макрочастиц в пылевых структурах, формирующихся в приэлектродном слое емкостного ВЧ-разряда.

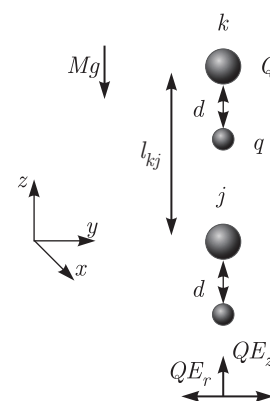


Рис. 2. Иллюстрация вертикально расположенных квазидиполей в поле электрической ловушки  $E = E(z, r)$  с цилиндрической симметрией

Общее решение, описывающее «подкачку» дополнительной энергии для ряда физических систем, состоящих из двух частиц с непопарным взаимодействием, представлено в разд. 2. Здесь мы остановимся на случае двух вертикально расположенных частиц с квазидиполь-дипольным взаимодействием, аналогичным взаимодействию, возникающему из-за эффектов ионной фокусировки. Такое взаимодействие можно описать при помощи «квазидиполей». Для этого в направлении  $\mathbf{z}$  на фиксированном расстоянии  $d$  под каждой частицей массой  $M$  с зарядом  $Q$  размещается виртуальный заряд  $q$  с противоположным знаком и нулевой массой (см. рис. 2). Распределение электрического поля  $E_{dd}$  вокруг такого «диполя» может быть представлено в виде [27]

$$E_{dd}(l_{kj}, l_{dj}) = \frac{Q}{l_{kj}^2} \exp\left(-\frac{\kappa_1 l_{kj}}{l_p}\right) \left(1 + \frac{\kappa_1 l_{kj}}{l_p}\right) + \frac{q}{l_{dj}^2} \exp\left(-\frac{\kappa_2 l_{dj}}{l_p}\right) \left(1 + \frac{\kappa_2 l_{dj}}{l_p}\right) \equiv E_{dd1}(l_{kj}) + E_{dd2}(l_{dj}). \quad (9)$$

Здесь  $l_{kj} = (z_{kj}^2 + x_{kj}^2 + y_{kj}^2)^{1/2}$  — расстояние между  $k$ -й (зондовой) и  $j$ -й (пробной) взаимодействующими частицами ( $l_{kj} > d$ ),  $l_p = \langle l_{kj} \rangle$  — среднее межчастичное расстояние,  $l_{dj} = |\mathbf{d}_k - \mathbf{l}_j|$  — расстояние между виртуальным зарядом  $q$  для  $k$ -й частицы и основным зарядом  $Q$  для  $j$ -й частицы, а  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$  — некоторые параметры. Основное преимущество та-

кого подхода заключается в возможности конструировать простым изменением параметров ( $d/l_p$ ,  $q/Q$ ,  $\kappa_1$  и  $\kappa_2$ ), входящих в соотношение (9), различные анизотропные распределения электрического поля в окрестности пылевого заряда, в том числе и сложные «кильватерные» распределения, предлагаемые в различных теоретических работах [33, 34, 37–41].

Численные исследования пространственного распределения потенциала вокруг пылевой частицы в анизотропной плазме показывают, что расположение и плотность ионного облака в основном зависит от положения верхней по потоку частицы и слабо зависит от положения нижней частицы [32, 37]. Для качественного анализа динамики таких систем силу взаимодействия между двумя частицами можно записать как [42]

$$F_{kj} = QE_{dd}(l_{kj}, l_{jd}). \quad (10)$$

Таким образом, если  $q \neq 0$  и  $z_{kj} \neq 0$ , то  $F_{jk} \neq F_{kj}$ . В случае горизонтальной конфигурации частиц ( $z_{kj} = 0$ ,  $F_{jk} = F_{kj}$ ) взаимодействие попарно и подкачка дополнительной энергии в системе частиц отсутствует [42].

Соотношение, описывающее «подкачку» дополнительной энергии в системе из двух вертикально расположенных частиц (см. рис. 2), можно получить из формулы (4) путем подстановки коэффициентов  $a_{1(2)}$ ,  $b_{1(2)}$ , соответствующих условиям рассматриваемой задачи, см. [28], и записать в виде

$$\delta T^{z(x)} \equiv \frac{\delta T_1^{z(x)} + \delta T_2^{z(x)}}{2} = \frac{T_n (a_1^{z(x)} - a_2^{z(x)})^2}{(a_1^{z(x)} - a_2^{z(x)})^2 + 2M\nu_{fr}^2 (a_1^{z(x)} + a_2^{z(x)} + 2\beta^z(x))}, \quad (11)$$

где  $\delta T_{1(2)} = (T_{1(2)} - T_n)$  и  $T_{1(2)}$  — приращение кинетической температуры и полная кинетическая энергия стохастического движения соответственно для частиц 1 и 2, надстрочные символы  $z(x)$  обозначают соответствующие степени свободы: вертикальную,  $z$ , и радиальную,  $x = y \equiv r$ , в поле цилиндрической ловушки ( $\beta^x = \beta^y \equiv \beta_r$ ;  $\beta^z = \beta_z$ );  $a_1^z = F_{12}^{(1)}$ ,  $a_2^z = F_{21}^{(1)}$ ,  $a_1^{x(y)} = E_{dd1}(l_p)/l_p + E_{dd1}(l_{d2})/l_{d2}$ ,  $a_2^{x(y)} = E_{dd1}(l_p)/l_p + E_{dd1}(l_{d1})/l_{d1}$ ,  $F_{kj}^{(1)}$  — первая производная силы  $F_{kj}$  в точке  $l_{kj} = l_p$  [31].

Перераспределение энергии между частицами подчиняется выражению

$$\frac{T_2^{z(x)}}{T_1^{z(x)}} \equiv \frac{T_n + \delta T_2^{z(x)}}{T_n + \delta T_1^{z(x)}} = \frac{1 + \delta T^{z(x)}/T_n + \Delta T^{z(x)}/T_n}{1 + \delta T^{z(x)}/T_n - \Delta T^{z(x)}/T_n}, \quad (12)$$

где

$$\frac{\Delta T^{z(x)}}{T_n} \equiv \frac{\delta T^{z(x)} - \delta T_1^{z(x)}}{T_n} = \frac{a_1^{z(x)} - a_2^{z(x)}}{a_1^{z(x)} + a_2^{z(x)}} - \frac{2\delta T^{z(x)} \nu_{fr}^2 (a_1^{z(x)} + a_2^{z(x)} + 2\beta^z(x))}{T_n (a_1^{z(x)})^2 - (a_2^{z(x)})^2}. \quad (13)$$

Легко увидеть, что при  $\nu_{fr} \gg \sqrt{|a_1^{z(x)} + a_2^{z(x)}|}/M$  прирост температуры частиц  $\delta T$  будет незначительным, см. (11). При  $\nu_{fr} \rightarrow 0$  формула (11) приобретает вид, удобный для качественного анализа поведения системы:  $\delta T^{z(x)} = T_n \left( a_1^{z(x)} - a_2^{z(x)} \right)^2 / \left( a_1^{z(x)} + a_2^{z(x)} \right)^2$ .

Численное моделирование показывает, что распределения по скоростям в системах частиц с непопарным взаимодействием (10) являются анизотропными максвелловскими функциями, характеризующимися двумя температурами,  $T_z$  и  $T_r$ . Наиболее интенсивное выравнивание энергий по степеням свободы происходит с ростом анизотропии взаимодействия,  $\sim \left( a_1^{z(x)} - a_2^{z(x)} \right)^2 / \left( a_1^{z(x)} + a_2^{z(x)} \right)^2$ , а также с уменьшением сил трения ( $\nu_{fr}$ ). При этом отношение  $\delta T_{1(2)}/T_n$  может достигать значений равных примерно 10–100 [27, 28, 42]. Здесь следует особо подчеркнуть, что только при наличии притяжения между частицами рассматриваемой системы силы непопарного взаимодействия могут привести к осязательному росту их температуры. Если непопарные силы являются силами отталкивания  $\left( a_1^{z(x)} - a_2^{z(x)} \right)^2 / \left( a_1^{z(x)} + a_2^{z(x)} \right)^2 < 1$ , см. (11), температура системы не будет повышаться более чем в два раза, поскольку в устойчивом состоянии системы  $\left( a_1^{z(x)} + a_2^{z(x)} + 2\beta^{z(x)} \right) > 1$  [27, 42], см. разд. 2.

Отличительной чертой таких систем является возрастание температуры пыли в направлении потока ионов [28], что хорошо соответствует результатам экспериментов в плазме ВЧ-разрядов [12, 13, 21, 23]. Отметим, что в лабораторных экспериментах кинетическая энергия частиц в направлении потока ионов зачастую выше ее радиальной составляющей  $T^z > T^x$  [12, 13]. В рамках представленных соотношений (11)–(13) такая ситуация соответствует случаю  $\kappa_1 = \kappa_2 \equiv 0$ . В том случае, когда  $\kappa_1 \neq \kappa_2$ , возможны разнообразные варианты в распределении энергии частиц по степеням свободы. Так, например, при  $\kappa_1 \neq 0$ ,  $\kappa_2 = 0$  и  $\nu_{fr} \rightarrow 0$  радиальная составляющая кинетической энергии для системы из двух частиц будет больше ее вертикальной составляющей  $T^x > T^z$  при  $\kappa_1 > 1 - 2$ . Это позволяет объяснить экспериментальные данные работ [20–22].

В заключение еще раз подчеркнем, что непопарные взаимодействия позволяют объяснить и приобретение высоких кинетических энергий, и возрастание температуры пыли в направлении потока ионов, а также различия в распределении кинетических энергий частиц по степеням свободы в существующих лабораторных экспериментах.

## 5. СИСТЕМЫ С ГРАДИЕНТАМИ ЗАРЯДОВ ЧАСТИЦ

Поскольку заряд пылевых частиц является функцией параметров окружающей плазмы (концентраций  $n_{e(i)}$  и скоростей  $v_{e(i)}$  электронов и ионов), изменение этих параметров может приводить к изменениям заряда макрочастиц и развитию различных неустойчивостей в неоднородных плазменно-пылевых системах [16–18, 43–45]. Формирование автоколебаний в поле неэлектростатических сил  $\mathbf{F}_{non}$  (силы тяжести, сил ионного увлечения или термофоретических сил), ортогональных градиенту заряда макрочастиц  $\alpha(z, r) = \nabla Z$ , было рассмотрено в работах [16–18] для протяженных систем при развитии в них различных типов неустойчивостей, подобных (2a), (2b). Роль неэлектростатических сил для развития колебаний в системе заряженных макрочастиц определяется их способностью удерживать пылевое облако в области нескомпенсированного электрического поля  $\mathbf{E} = \mathbf{F}_{non}/eZ$ . Когда ротор сил, действующих в системе, не равен нулю ( $\alpha \times \mathbf{E} \neq 0$ ), электрическое поле может совершать положительную работу  $A \propto (F_{non}/eZ)^2$ , т. е. являться источником дополнительной кинетической энергии частиц. Эффективность такого механизма раскачки пылевых автоколебаний, по сравнению с эффектами, связанными с коллективными флуктуациями пыли, определяется условием  $F_{non} \gg (eZ/l_p)^2$ . Численные и экспериментальные исследования показывают, что как регулярная энергия (энергия вращения) макрочастиц, так и их стохастическая энергия, приобретаемая системой после развития неустойчивостей (2a), (2b), во многих случаях пропорциональны  $(\alpha F_{non}/\nu_{fr})^2$  [16–18, 43].

Одним из возможных механизмов развития нерегулярных колебаний пылевых частиц являются стохастические изменения их заряда, которые определяются случайным движением частицы в пространственно-неоднородной плазме из-за тепловых или иных флуктуаций при наличии градиента пылевого заряда в направлении силы тяжести [44, 45]. Однако первая [44] из предлагаемых моделей описывает механизм раскачки пылевых колебаний за счет коллективных флуктуаций сил межчастичного взаимодействия в пылевом облаке, вторая [45] — опирается на предположение свободной диффузии макрочастиц, что не подходит для ограниченных траекторий их движения, зачастую наблюдаемых в газоразрядной плазме [1–3]. Таким образом, ни одна из упомянутых моделей не позволяет объяснить «разогрев» уединенной пылевой частицы градиентом ее заряда в поле ловушки.

Рассмотрим систему линеаризованных уравнений движения для одной частицы массой  $M$ , зарядом  $Q = eZ$  и его градиентом  $\alpha(z, r) = \nabla Z$  в линейном электрическом поле  $E(r, z)$  ловушки с цилиндрической симметрией

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} = -M\nu_{fr} \frac{dz}{dt} - (eZ\beta_z - e\alpha_z E_z^0)z + e\alpha_r E_z^0 r + F_b^z, \quad (14a)$$

$$M \frac{d^2 r}{dt^2} = -M\nu_{fr} \frac{dr}{dt} - (eZ\beta_r - e\alpha_r E_r^0)r + e\alpha_z E_r^0 z + F_b^r, \quad (14b)$$

где  $\alpha_r = dZ/dr$ ,  $\alpha_z = dZ/dz$ ,  $eZ$  — величина заряда в точке равновесия частицы. При этом в состоянии равновесия  $E_r^0 = 0$ , а  $E_z^0 = Mg/eZ$ . Решение данной системы, описывающее подкачку дополнительной энергии, можно записать в виде

$$\delta T_z = \frac{2T_n(e\alpha_r E_z^0)^2}{(eZ\beta_z - e\alpha_z E_z^0 - eZ\beta_r)^2 + 2M\nu_{fr}^2(eZ\beta_z - e\alpha_z E_z^0 + eZ\beta_r)}, \quad (15)$$

учитывая, что  $\delta T_r = 0$ , см. разд. 2 и формулу (4).

Для удобства дальнейших оценок эффективности различных механизмов подкачки энергии примем  $\beta_z = \beta_r \equiv \beta$  и  $\alpha_z = 0$ . Тогда

$$\delta T_z = \frac{Mg^2\alpha_r^2}{2\nu_{fr}^2 e|Z^3|\beta} T_n \equiv \frac{Mg^2\gamma}{2\nu_{fr}^2}, \quad (16)$$

где  $\gamma = \alpha_r^2 \langle r^2 \rangle / Z^2$ , а  $\langle r^2 \rangle = T_n / eZ\beta$  — среднеквадратичное радиальное отклонение частицы в ловушке от ее положения равновесия за счет тепловых возмущений с температурой  $T_n$ . Легко заметить, что величина  $\delta T_z \propto (\alpha_r F_{non} / \nu_{fr})^2$ , где  $F_{non} = Mg$ , как и кинетическая энергия, приобретаемая системой после развития неустойчивостей в протяженных нелинейных системах [16–18], см. начало раздела.

Оценки градиентов зарядов пылевых частиц в газоразрядной плазме были выполнены в работе [18]. Исследования показали, что в плазме емкостного ВЧ-разряда величина градиентов зарядов пылевых частиц в радиальном направлении составляет  $\alpha_r/Z \approx -(0.02 - 0.05) \text{ см}^{-1}$ , а в вертикальном направлении может достигать  $\alpha_z/Z \approx (0.1 - 0.5) \text{ см}^{-1}$ .

Оценим величину подкачки энергии  $\delta T_z$  (16) для частиц радиусом  $a = 5 \text{ мкм}$  с плотностью материала  $\rho = 5 \text{ г/см}^3$  ( $M \approx 2.62 \cdot 10^{-9} \text{ г}$ ) и  $Z = 1.7 \cdot 10^4$  (учитывая данные о зарядах частиц в газоразрядной плазме [1, 2]). Частота трения задавалась как  $\nu_{fr} [\text{с}^{-1}] = P[\text{торр}] \cdot 10^3 / (a [\text{мкм}] \rho [\text{г} \cdot \text{см}^{-3}])$ , что примерно соответствует условиям в аргоне с давлением  $P$  при его комнатной температуре [30]. Тогда при типичных давлениях газа в лабораторных экспериментах получим  $\nu_{fr} = 5 \text{ с}^{-1}$  для  $P = 0.125 \text{ торр}$  и  $\nu_{fr} = 1 \text{ с}^{-1}$  для  $P = 0.025 \text{ торр}$ . В качестве величины  $\langle r^2 \rangle$  примем:  $\langle r^2 \rangle = 2a \equiv 10 \text{ мкм}$ . Такое отклонение  $\langle r^2 \rangle$  частиц с  $Z = 1.7 \cdot 10^4$  при комнатной температуре соответствует градиенту электрического поля

$\beta \approx 2 \text{ В/см}^2$ , что близко к существующим измерениям величины  $\beta_r$  в приэлектродном слое ВЧ-разряда [18, 46]. Оценки приращения кинетической температуры  $\delta T_z$ , полученные по формуле (16), приведены в табл. 1.

Отметим, что для систем, содержащих в радиальной плоскости ловушки  $N_p \geq 2$  частиц,  $E_r^0 \neq 0$ ,  $\delta T_r \neq 0$ . При этом относительный вклад градиента заряда частиц  $\alpha = [\alpha_r; \alpha_z]$  в подкачку дополнительной кинетической энергии дается отношением  $\delta T_z / \delta T_r \sim [\alpha_r Mg / (\alpha_z e^2 \langle Z \rangle^2 / l_p^2)]^2$ . Поскольку для условий газоразрядной плазмы  $\alpha_z / \alpha_r \sim 10$  [18], при определенных условиях, рассмотренный механизм вполне способен объяснить приобретение радиальных кинетических температур пыли, заметно больших, чем ее кинетическая температура в направлении силы тяжести, наблюдаемых для протяженных пылевых слоев в ряде экспериментов [20, 22]. При этом в вертикальном направлении температура пыли в многослойных системах будет расти с приближением к электроду, как за счет условий баланса сил в точке равновесия макрочастиц, так и за счет роста градиентов их зарядов  $(\alpha_r, \alpha_z)$  [18].

## 6. СТОХАСТИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ ЗАРЯДОВ ЧАСТИЦ

Рассмотрим общий для всех типов пылевой плазмы механизм нагрева пылевых частиц, связанный со случайной природой ионных и электронных токов, заряжающих частицы. Дискретность токов зарядки приводит к стохастическим изменениям заряда макрочастиц  $Z \equiv Z(t) = \langle Z \rangle + \delta Z(t)$  за счет его случайных флуктуаций  $\delta Z(t)$  около равновесного значения  $\langle Z \rangle$ . Такие флуктуации приводят к

**Таблица 1.** Приращение кинетической температуры  $\delta T_z$  (16) в зависимости от значений  $\alpha_r/Z$  и  $\nu_{fr}$  для частиц радиусом  $a = 5$  мкм

$ \alpha_r/Z , \text{ см}^{-1}$	$\nu_{fr}, \text{ с}^{-1}$	$\delta T_z, \text{ эВ}$
0.02	5	0.013
0.02	1	0.312
0.05	5	0.079
0.05	1	1.966

флуктуациям как сил межчастичного взаимодействия,  $\sim (Z(t)/l_p)^2$ , так и силы  $Z(t)E$ , действующей на пылевую частицу во внешнем электрическом поле  $E$ . Это, в свою очередь, приводит к случайному движению пылевых частиц дополнительно к их тепловому движению из-за появления случайных сил  $R_f(t) = e\delta Z(t)E$ , где  $E$  — либо внешнее электрическое поле,  $E = E_z$ , необходимое для поддержания равновесного положения частицы (например, в поле силы тяжести), либо поле сил межчастичного взаимодействия,  $E = E_{pp}$ . Таким образом, кинетическая энергия  $T$  хаотического движения макрочастиц может оказаться выше температуры нейтральной компоненты  $T_n$ , за счет положительной работы электрических полей, действующих в системе.

Предположения о связи кинетической температуры пылевых частиц с флуктуациями их зарядов высказывались в ряде работ. Так, например, в работе [47] было указано на влияние случайных флуктуаций заряда на транспортные свойства пыли в магнитосфере Юпитера, а авторы работы [48] показали, что флуктуации заряда ведут к флуктуациям межчастичного взаимодействия, что должно приводить к хаотичному движению пылевых частиц. Количественная оценка этого эффекта приведена в работе [49]. Авторы предположили, что добавочная к тепловой кинетическая энергия  $\delta^f T$ , приобретаемая частицами за счет случайных изменений заряда, просто пропорциональна амплитуде флуктуаций потенциальной энергии межчастичного взаимодействия:  $\delta^f T \propto e^2 |\langle Z \rangle| / l_p$ . Такая оценка не выглядит убедительной, поскольку не зависит ни от динамических характеристик флуктуаций заряда, ни от диссипации кинетической энергии пыли посредством трения о нейтральную компоненту. (Модель стохастических флуктуаций зарядов макрочастиц из-за дискретности токов зарядки для определения амплитуды  $\Delta Z \equiv (\langle \delta Z^2 \rangle)^{1/2} = \alpha |\langle Z \rangle|^{1/2}$  и времени

корреляции флуктуаций  $\tau_c = 1/\vartheta$  для различных типов плазмы была представлена в работах [50, 51]; здесь  $\alpha$  — коэффициент, зависящий от параметров и типа плазмы.)

Данное противоречие было устранено в работах [14, 15]. Было получено, что добавочная кинетическая температура  $\delta^f T$ , связанная с флуктуациями заряда частицы в обоих упомянутых выше случаях ( $E = E_z$  или  $E = E_{pp}$ ), может быть записана в виде

$$\delta^f T = \frac{\Delta Z^2 E^2 \vartheta}{M \nu_{fr} (\omega^2 + \vartheta(\nu_{fr} + \vartheta))}, \quad (17)$$

где  $\omega$  — собственная частота колебаний пылевой частицы в потенциальной яме, обусловленной градиентами электростатических сил. Следует отметить, что для очень малого времени корреляции флуктуаций ( $\vartheta \rightarrow \infty$ ) из (17) получаем  $\delta^f T = 0$ . Это отражает физически понятное обстоятельство, что массивные пылевые частицы не могут давать отклик на очень быстрые флуктуации заряда. С другой стороны, при большой величине давления газа ( $\nu_{fr} \rightarrow \infty$ )  $\delta^f T = 0$ , поскольку кинетическая энергия, полученная частицей за счет флуктуаций заряда, мгновенно диссипирует за счет трения о нейтральный газ. Еще раз напомним, что кинетическая температура макрочастиц  $T = T_n + \delta^f T$ , так что в отсутствие флуктуаций зарядов и других механизмов «нагрева» пылевые частицы находятся в равновесии с нейтральной компонентой  $T = T_n$ .

Пренебрегая экранированием, добавочную кинетическую температуру пробной частицы, связанную с флуктуациями зарядов остальных частиц, можно оценить как [14]

$$\delta^f T \sim \frac{|\langle Z \rangle|^3 e^4}{M l_p^4} \frac{1}{\zeta}, \quad (18)$$

где  $\zeta = \nu_{fr}(\nu_{fr} + \vartheta)/\alpha^2 \approx \nu_{fr}\vartheta/\alpha^2$  при  $\vartheta \gg \nu_{fr}$ .

Далее рассмотрим ситуацию, характерную для лабораторных экспериментов в газовых разрядах, когда пылевые частицы левитируют в приэлектродной области, где сила тяжести  $Mg$  уравновешивается электростатической силой  $eZE_z$ . В предположении линейности электрического поля вблизи положения равновесия уединенной пылевой частицы ее добавочная кинетическая энергия может быть найдена как [14]

$$\delta^f T = \frac{Mg^2 \alpha^2}{|\langle Z \rangle|} \frac{\vartheta}{\nu_{fr} [\omega^2 + \vartheta(\vartheta + \nu_{fr})]} \approx \frac{Mg^2}{|\langle Z \rangle| \zeta}, \quad (19)$$

где  $\omega^2 = |e\langle Z \rangle \beta^z|/M$ . Последняя оценка в формуле (19) сделана в предположении  $\omega \ll \vartheta$ , и  $\nu_{fr} \ll \vartheta$ ; как правило, такое предположение вполне обосновано.



**Таблица 2.** Приращение кинетической температуры  $\delta T_z = \delta^f T$  (19) в зависимости от значений  $\vartheta$  и  $\nu_{fr}$  для частиц радиусом  $a = 5$  мкм

$\vartheta, \text{с}^{-1}$	$\nu_{fr}, \text{с}^{-1}$	$\delta T_z, \text{эВ}$
$5 \cdot 10^4$	5	0.093
$5 \cdot 10^4$	1	0.463
$10^5$	5	0.046
$10^5$	1	0.231

Относительная роль каждого из описанных случаев (18), (19) дается отношением  $\sim [Mg/(e^2\langle Z\rangle^2/l_p^2)]^2$ . Таким образом, для экспериментов в лабораторной пылевой плазме с характерными параметрами пылевых частиц  $\rho \sim 1\text{--}5 \text{ г/см}^3$ ,  $a/l_p \sim 10^{-2}$  их флуктуации заряда во внешнем электрическом поле являются основным источником дополнительной кинетической энергии, если радиус  $a$  частицы превышает 1 мкм.

Необходимо отметить, что в соотношении (18) пренебрегается экранировкой плазмы и взаимными смещениями частиц, а при выводе (19) рассматривается уединенная пылевая частица. Тем самым формулы (18), (19) не учитывают коллективные эффекты взаимодействия между пылевыми частицами в протяженных системах, которые могут приводить к перераспределению кинетической энергии по направлениям и степеням свободы. Численное моделирование многослойных систем частиц с флуктуирующими зарядами [14] показывает, что их распределения по скоростям являются анизотропными максвелловскими функциями, характеризующимися двумя температурами,  $T_z$  и  $T_r$ ; причем  $T_z \geq T_r$ , поскольку основная энергия поступает в систему в направлении силы тяжести (по оси  $\mathbf{z}$ ). Наиболее интенсивное выравнивание энергий по степеням свободы происходит как с увеличением числа слоев, так и с ростом концентрации частиц и с уменьшением сил трения ( $\nu_{fr}$ ). При этом равенство  $T_r \approx T_z$  может выполняться даже для одного слоя макрочастиц. Данный результат хорошо согласуется с результатами недавних экспериментальных наблюдений [12].

Для условий газоразрядной плазмы ( $n_e \sim 10^8 \text{ см}^{-3}$  и температуре электронов  $T_e \sim 1\text{--}4 \text{ эВ}$ ) величина безразмерного заряда  $z = e^2\langle Z\rangle/(T_e a) \sim 2\text{--}4$ , а значение коэффициента  $\alpha \sim 0.5$  и слабо зависит от параметров плазмы, в то время как частота флуктуаций  $\vartheta$  может меняться более чем

на порядок:  $\vartheta \sim \{10^4\text{--}10^5\} \cdot a$  [мкм] [50, 51]. Оценки величины подкачки энергии  $\delta T_z = \delta^f T$  (19) для задачи рассмотренной в разд. 5 ( $a = 5$  мкм;  $\rho = 5 \text{ г/см}^3$ ,  $\langle Z\rangle = 1.7 \cdot 10^4$  для  $\nu_{fr} = 5 \text{ с}^{-1}$  и  $\nu_{fr} = 1 \text{ с}^{-1}$ ) приведены в табл. 2 при различных значениях частоты флуктуаций  $\vartheta$ .

Влияние стохастических флуктуаций на динамическое поведение пылевых частиц в плазме было рассмотрено в ряде работ [14, 15, 51]. Численные оценки показали, что кинетическая температура макрочастиц может достигать нескольких электронвольт, что близко к энергиям, наблюдаемым в экспериментах. Тем не менее рассмотренный механизм не способен объяснить приобретение высоких кинетических энергий ( $> 0.1 \text{ эВ}$ ) для легких пылевых частиц  $M \sim 5 \cdot 10^{-11} \text{ г}$  при давлениях газа  $P > 0.02$  торр, а также наблюдение кинетических энергий стохастического движения пыли в радиальном направлении больших, чем их кинетические температуры в направлении силы тяжести в ряде лабораторных экспериментов.

### 7. ДИНАМИКА ЧАСТИЦ В ПОЛЕ ДЕЙСТВИЯ ДВУХ И БОЛЕЕ СЛУЧАЙНЫХ СИЛ

Наиболее частый вопрос, возникающий в обсуждениях результатов численных расчетов транспортных и структурных характеристик пылевых подсистем в плазме, это вопрос о правомерности использования уравнений Ланжевена с коэффициентом трения, соответствующим столкновениям с нейтралами газа, при температуре частиц гораздо выше температуры газа  $T_n$ .

Рассмотрим динамику пылевых частиц в поле действия двух случайных сил. В качестве наглядного примера решим упрощенную одномерную задачу. А именно, заряженную пылевую частицу, находящуюся в поле тяжести  $Mg$ , скомпенсированным постоянным электрическим полем  $E(z) = \text{const}$  под воздействием двух независимых случайных сил: броуновской силы  $F_b$ , вызываемой толчками нейтралов окружающего газа, и силы  $R_f = e\delta Z(t)E \equiv \delta Z(t)Mg/\langle Z\rangle$ , связанной с флуктуациями заряда  $\delta Z = \delta Z(t)$  частицы за счет дискретности токов зарядки (см. разд. 6);  $\langle F_b R_f \rangle = 0$ ,  $\langle F_b \rangle = 0$ ,  $\langle R_f \rangle = 0$ .

Такую задачу можно описать системой дифференциальных уравнений

$$Md^2z/dt^2 = -\nu_{fr}Mdz/dt + R_f + F_b, \quad (20a)$$

$$dR_f/dt = -\vartheta R_f + A_f, \quad (20b)$$

где  $A_f$  — приращение случайной силы  $R_f$  за счет дискретности токов зарядки.

Температура, устанавливающаяся в результате обмена энергией между нейтральными атомами или молекулами газа и макрочастицей, равна температуре газа  $T_n$ . Прирост температуры за счет обмена энергией между электрическим полем и флуктуирующим зарядом частиц,  $T_f = \delta^f T$ , можно найти путем решения системы (20a), (20b) как  $T_f = \langle R_f^2 \rangle / \{ \nu_{fr}(\nu_{fr} + \vartheta) \} \equiv Mg^2 / (2(Z)\zeta)$ ; см. также разд. 6, формулу (19). Соответственно, суммарная кинетическая температура частиц (энергия их стохастического движения) есть  $T = T_n + T_f$ .

При этом решение (20a), (20b) дает для коэффициента диффузии частицы  $D = \langle dz^2/dt \rangle / 2$  и для автокорреляционной функции ее скоростей  $\langle V(0)V(t) \rangle$  следующие соотношения:

$$D = T \{ 1 + \nu_{fr} T_f / (\vartheta T) \} / M \nu_{fr}, \quad (21a)$$

$$\langle V(0)V(t) \rangle = T \exp(-\nu_{fr} t) / M + \nu_{fr} T_f \exp(-\vartheta t) / (\nu_{fr} - \vartheta) / M. \quad (21b)$$

Легко увидеть, что полученные решения практически ничем не отличаются от решения уравнения Ланжевена с  $T = T_n + T_f$  в том случае, когда  $\nu_{fr}/\vartheta \ll 1$ . А поскольку для условий лабораторных экспериментов величина отношения  $\nu_{fr}/\vartheta \sim 10^{-2} - 10^{-5}$ , вкладом дополнительных слагаемых в уравнениях (21a), (21b) можно пренебречь.

Аналогичным образом могут быть получены корреляционные функции для любых других задач, включающих различные потенциальные силы и допускающих аналитическое решение. Временные корреляционные функции для задач, не допускающих аналитического решения (например, задач, описывающих взаимодействие нескольких тел), могут быть найдены путем численного моделирования. В любом случае, поправки к этим решениям относительно решения уравнения Ланжевена с температурой частиц  $T = T_n + T_f$  будут составлять величину порядка  $\nu_{fr}/\vartheta \ll 10$ .

Задача о действии трех и более случайных сил может быть рассмотрена путем последовательных приближений. Иначе говоря, если при воздействии какой-либо случайной силы имеет место уравнение Ланжевена с температурой частиц  $T = T_n + T_f$ , то далее просто добавляем еще одну случайную силу и исследуем решение на его соответствие уравнению Ланжевена. Отметим, что при моделировании нескольких случайных процессов выбор шага интегрирования задачи будет определяться характерной

частотой более быстрого процесса (например, временем корреляции флуктуаций заряда  $\vartheta^{-1} \ll \nu_{fr}^{-1}$ ).

Следует также напомнить, что механизм нагрева пылевых частиц, связанный со случайной природой ионных и электронных токов, заряжающих частицы, присущ всем типам плазмы. Таким образом, можно полагать, что величина подкачки дополнительной энергии за счет стохастического движения пыли в объеме пространственно-неоднородной плазмы (4) будет определяться не температурой нейтрального газа, а величиной  $T = T_n + T_f$ . При этом эффективность «аномального разогрева» макрочастиц за счет непопарности сил межчастичного взаимодействия (11) и градиентов зарядов пыли (15) может оказаться значительно выше.

В заключение отметим, что поскольку в некоторых из рассмотренных механизмов величина подкачки энергии  $\delta T \propto 1/\nu_{fr}^2$ , можно предположить, что  $\delta T$  может неограниченно расти при снижении сил трения в системе (при  $\nu_{fr} \rightarrow 0$ ). Однако в реальных физических системах (в таких, например, как пылевая плазма) между поступающей и рассеиваемой энергией зачастую устанавливается динамическое равновесие. Ограничение роста кинетической энергии движения частиц в таких системах может происходить благодаря существованию определенных граничных условий или особенностей пространственного распределения параметров среды, обеспечивающих прогрессирующий рост диссипативных потерь, а также за счет различных дисперсионных эффектов (например, рассогласования фаз), феноменологически играющих диссипативную роль [7,8]. Кроме того, в процессе «аномального разогрева» частиц в таких системах могут проявляться различные нелинейные эффекты или наблюдаться их полное разрушение вследствие формирования амплитудной неустойчивости [7,8,16–18,27,42].

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлен краткий обзор механизмов, приводящих к «аномальному разогреву» заряженных пылевых частиц (макрочастиц) в газоразрядной плазме. Даны их сравнительные характеристики, включая величину дополнительной кинетической энергии и ее пространственное распределение. Рассмотрены условия корректного описания динамики макрочастиц в поле действия различных случайных сил.

Предложена аналитическая модель, описывающая процессы «аномального разогрева» макроча-

стиц за счет их стохастического движения в объеме пространственно-неоднородной плазмы. На основе предложенной модели рассмотрены условия «разогрева» уединенной пылевой частицы за счет градиента ее заряда в поле ловушки. Выполнена оценка влияния неоднородных условий на приобретение (подкачку) дополнительной кинетической энергии пылевых частиц за счет различных полей и сил, действующих в плазменно-пылевых системах.

Показано, что наиболее эффективным механизмом раскачки тепловых колебаний частиц в неоднородной плазме является механизм «аномального разогрева» пыли за счет непопарности сил межчастичного взаимодействия. Однако ощутимого прироста температуры можно ожидать только при условии наличия притяжения между частицами рассматриваемой системы. Приобретение дополнительной энергии макрочастицами за счет градиентов их зарядов сравнимо по величине с «нагревом» пыли за счет дискретности токов зарядки. Так как последний механизм (связанный со случайной природой ионных и электронных токов, заряжающих частицы) присущ всем типам плазмы, можно полагать, что эффективность «аномального разогрева» макрочастиц за счет непопарности сил межчастичного взаимодействия и градиентов зарядов пыли может оказаться значительно выше.

Результаты настоящей работы могут быть полезны для анализа энергетического обмена в неоднородных системах, которые представляют интерес в физике плазмы, медицине, биологии, физике полимеров и коллоидных систем.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 13-08-00263, 15-32-21159), а также в рамках Программы Президиума РАН.

## ЛИТЕРАТУРА

1. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, *Пылевая плазма (эксперимент и теория)*, Физматлит, Москва (2009).
2. *Complex and Dusty Plasmas*, ed. by V. E. Fortov and G. E. Morfill, CRC Press (2010).
3. A. Ivlev, G. Morfill, H. Lowen, and C. P. Royall, *Complex Plasmas and Colloidal Dispersions: Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids*, World Scientific, Singapore (2012).
4. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).
5. B. Pullman, *Intermolecular Interactions: From Diatomics to Biopolymers*, Wiley Interscience, Chichester (1978).
6. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).
7. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис, *Солитоны и нелинейные волновые уравнения*, Мир, Москва (1988), с. 571–626.
8. Т. Ахромеева, С. Курдюмов, Г. Малинецкий, *Компьютеры и нелинейные явления*, Наука, Москва (1988), с. 5–122.
9. Ю. В. Герасимов, А. П. Нефедов, В. А. Синельщиков, В. Е. Фортов, *Письма в ЖТФ* **24**, 62 (1998).
10. V. E. Fortov, E. A. Nefedov, V. A. Sinel'shchikov, A. D. Usachev, and A. V. Zobnin, *Phys. Lett. A* **267**, 179 (2000).
11. *Advances in Dusty Plasma*, ed. by P. K. Shukla, D. A. Mendis, and T. Desai, World Scientific Publishing Co, Singapore (1997), pp. 99–142, 153–162.
12. О. С. Ваулина, Е. В. Васильева, О. Ф. Петров, and В. Е. Фортов, *Phys. Scrip.* **84**, 025503 (2011).
13. A. Aschinger and J. Winter, *New J. Phys.* **14**, 093036 (2012).
14. О. С. Ваулина, С. А. Храпак, О. Ф. Петров, and А. Р. Нефедов, *Phys. Rev. E* **60**, 5959 (1999).
15. R. A. Quinn and J. Goree, *Phys. Rev. E* **61**, 3033 (2000).
16. О. С. Ваулина, А. П. Нефедов, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, *ЖЭТФ* **118**, 1319 (2000).
17. В. Е. Фортов, О. С. Ваулина, О. Ф. Петров и др., *ЖЭТФ* **124**, 798 (2003).
18. О. С. Ваулина, А. А. Самарян, О. Ф. Петров, Б. Джеймс, Ф. Меландсо, *Физика плазмы* **30**, 698 (2004).
19. Г. Э. Норман, В. В. Стегайлов, А. В. Тимофеев, *ЖЭТФ* **140**, 1017 (2011).
20. J. B. Pieper and J. Goree, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3137 (1996).
21. A. K. Mukhopadhyay and J. Goree, *Phys. Rev. E* **90**, 013102 (2014).
22. R. A. Quinn and J. Goree, *Phys. Plasma* **7**, 3904 (2000).
23. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer, A. H. Norman, and A. Piel, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 5345 (1998).

24. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, И. Е. Дранжевский, *Физика плазмы* **31**, 562 (2005).
25. O. S. Vaulina, X. G. Adamovich, and S. V. Vladimirov, *Phys. Scr.* **79**, 035501 (2009).
26. О. С. Ваулина, И. И. Лисина, К. Г. Косс, *Физика плазмы* **39**, 455 (2013).
27. I. I. Lisina and O. S. Vaulina, *Europhys. Lett.* **103**, 55002 (2013).
28. О. С. Ваулина, И. И. Лисина, Е. А. Лисин, *ЖЭТФ* (принято к печати, 2015).
29. О. С. Ваулина, *Физика плазмы* **34**, 453 (2008).
30. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Физическая кинетика*, Наука, Москва (1979).
31. A. Melzer, *Phys. Rev. E* **73**, 056404 (2006).
32. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer, A. Homan, and A. Piel, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 4155 (1996).
33. S. V. Vladimirov and M. Nambu, *Phys. Rev. Lett.* **52**, 2172 (1995).
34. M. Lampe, G. Joyce, G. Gunguli, and V. Gavrishchaka, *Phys. Plas.* **7**, 3851 (2000).
35. В. Н. Цытович, *УФН* **167**, 57 (1997).
36. M. Lampe and G. Joyce, *Phys. Plas.* **22**, 023704 (2015).
37. F. Melandso and J. Goree, *Phys. Rev. E* **52**, 5312 (1995).
38. S. V. Vladimirov and S. A. Maierov, *Phys. Rev. E* **67**, 016407 (2003).
39. W. J. Miloch, J. Trulsen, and H. L. Pecseli, *Phys. Rev. E* **77**, 056408 (2008).
40. W. J. Miloch and D. Block, *Phys. Plas.* **19**, 123703 (2012).
41. I. H. Hutchinson, *Phys. Rev. E* **85**, 066409 (2012).
42. О. С. Ваулина, И. И. Лисина, *Физика плазмы* **40**, 815 (2014).
43. О. С. Ваулина, А. П. Нефедов, О. Ф. Петров, А. А. Самарян, В. Е. Фортов, *ЖЭТФ* **120**, 1369 (2001).
44. О. С. Ваулина, А. А. Самарян, Б. Джеймс, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, *ЖЭТФ* **123**, 1179 (2003).
45. В. В. Жаховский, В. И. Молотков, А. П. Нефедов, В. М. Торчинский, А. Г. Храпак, В. Е. Фортов, *Письма в ЖЭТФ* **66**, 392 (1997).
46. Ю. П. Райзер, М. Н. Шнейдер, М. Н. Яценко, *Высокочастотный емкостной разряд. Физика. Техника эксперимента. Приложения*, Наука, Москва (1995).
47. G. Morfill, E. Grun, and T. Johnson, *Planet Space Sci.* **28**, 1087 (1980).
48. C. Cui and J. Goree, *IEEE Trans. on Plasma Sci.* **22**, 151 (1994).
49. G. E. Morfill and H. Thomas, *J. Vac. Sci. Technol. A* **14**, 490 (1996).
50. S. Khrapak, A. Nefedov, O. Petrov, and O. Vaulina, *Phys. Rev. E* **59**, 6017 (1999).
51. O. Vaulina, S. Khrapak, A. A. Samarian, and O. F. Petrov, *Phys. Scripta T* **84**, 292 (2000).