

ФОРМИРОВАНИЕ КОРРЕЛИРОВАННЫХ СОСТОЯНИЙ И ОПТИМИЗАЦИЯ ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА ДЛЯ ЧАСТИЦ С НИЗКОЙ ЭНЕРГИЕЙ ПРИ НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОМ И ИМПУЛЬСНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР

В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий*

*Киевский национальный университет им. Т. Шевченко
01601, Киев, Украина*

Поступила в редакцию 5 марта 2015 г.

Рассмотрены особенности формирования когерентного коррелированного состояния (ККС) частицы с низкой энергией при частотной модуляции параметров гармонического осциллятора, в котором находится эта частица, с помощью широкополосного немонохроматического или несимметричного импульсного воздействий. Показано, что в случае модуляции с нормированной по частоте интенсивностью максимальная эффективность формирования ККС соответствует узкополосному воздействию, а при использовании воздействия с постоянной спектральной плотностью оптимальной является широкополосная модуляция. Максимальное значение коэффициента корреляции $|r|_{max}$ при немонохроматическом воздействии, как и в случае монохроматической модуляции, соответствует параметрическому резонансу на частоте $\Omega \approx 2\omega_0$. При импульсном воздействии максимальная эффективность формирования ККС и, соответственно, максимальная вероятность туннельного эффекта соответствуют импульсной модуляции с коротким передним и длинным задним фронтами. В частности, при воздействии на газ с ионами дейтерия импульсного магнитного поля с амплитудой 10 кЭ и длительностью переднего фронта $2 \cdot 10^{-7}$ с возможно формирование ККС с коэффициентом корреляции $|r|_{max} \approx 0.9998$, для которого вероятность туннельного эффекта при dd -взаимодействии и температуре $T \approx 300\text{--}500$ К возрастает от $D_{r=0} \approx 10^{-80}$ до $D_{|r|_{max}=0.9998} \approx 0.1$. Этот процесс может быть реализован в газе с плотностью частиц $n < n_{cr} \approx 10^{17}$ см $^{-3}$. Метод формирования ККС позволяет объяснить результаты экспериментов, в которых фиксировались существенные изотопные изменения при протекании импульсного электрического тока и генерации импульсов магнитного поля.

DOI: 10.7868/S0044451015100016

1. ВВЕДЕНИЕ

Среди актуальных задач прикладной и фундаментальной физики одной из важнейших является проблема реализации ядерных реакций (включая ядерный синтез) при низкой энергии. Особая актуальность этой проблемы связана с несколькими успешными экспериментами (в частности, экспериментами в Лугано [1]), в которых фундаментальные ядерные преобразования с радикальным изменением изотопного состава активной среды наблюдались при условиях, далеких от жестких требова-

ний термоядерного синтеза. Эти процессы протекали при низкой энергии и их невозможно объяснить, исходя из «обычного» туннельного эффекта, определяющего очень малую вероятность туннелирования $D \leq 10^{-100}$.

Следует отметить, что эффект туннелирования основывается на плодотворной идее корпускулярно-волнового дуализма, которая сначала была представлена в форме соотношения неопределенностей Гейзенберга $\delta q \delta p \geq \hbar/2$, а затем обобщена в виде соотношения неопределенностей Гейзенберга – Робертсона

$$\sigma_A \sigma_B \geq |[\hat{A}\hat{B}]|^2/4, \quad (1)$$

позволяющего определять ограничения на произведение дисперсий двух динамических переменных A

*E-mail: vivvotskii@gmail.com

и B . Эти соотношения соответствуют так называемым некоррелированным состояниям частицы.

Последующие, более корректные исследования, проведенные Шредингером [2] и Робертсоном [3], показали, что использование специально сформированных когерентных коррелированных состояний (ККС) частиц приводит к видоизмененному соотношению неопределенностей Шредингера–Робертсона:

$$\begin{aligned} \sigma_A \sigma_B &\geq |\langle [\hat{A}\hat{B}] \rangle|^2 / 4(1 - r^2), \\ r &= \sigma_{AB} / \sqrt{\sigma_A \sigma_B}, \\ \sigma_{AB} &= (\langle \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} \rangle) / 2 - \langle A \rangle \langle B \rangle, \quad |r| \leq 1. \end{aligned} \quad (2)$$

Следует отметить, что сам термин ККС применительно к этому соотношению неопределенностей был, по-видимому, впервые использован в работе [4].

Последующие исследования [4–16] показали, что применение ККС может приводить к очень существенной оптимизации вероятности туннельного эффекта $D_{|r| \rightarrow 1} \rightarrow 1$. Здесь r — коэффициент корреляции, определяющий взаимную связь величин A и B .

Некоррелированному состоянию соответствует $r = 0$, а полностью коррелированному $|r| = 1$. Влияние ККС при $|r| \rightarrow 1$ характеризует коэффициент эффективности корреляции $G \equiv 1/\sqrt{1 - r^2}$ [13, 16, 17], который изменяется в интервале $1 \leq G < \infty$ и определяет увеличение флуктуаций величин A и B .

В случае $A = q$, $B = p$, $\langle q \rangle = 0$, $\langle p \rangle = 0$, $\sigma_q = \langle q^2 \rangle$, $\sigma_p = \langle p^2 \rangle$ соотношения (2) имеют вид

$$\sigma_q \sigma_p \geq \hbar^2 / 4(1 - r^2) \equiv G^2 \hbar^2 / 4. \quad (3)$$

На основе этого соотношения можно получить простую оценку, наглядно демонстрирующую эффективность использования ККС для увеличения вероятности туннельного эффекта. Если мы рассмотрим частицу (например, протон с массой M_p), помещенную в межатомную потенциальную яму размером $L \approx \sqrt{\sigma_q} \approx 10^{-8}$ см, то в случае некоррелированного состояния с $r = 0$ флуктуация кинетической энергии будет ограничена величиной $\delta T_{r=0} = \sigma_p / 2M \geq \hbar^2 / 8Ma^2 \approx 0.05$ эВ. Очевидно, что при такой энергии вероятность туннельного эффекта пренебрежимо мала и $D_{r=0} \rightarrow 0$.

В случае формирования ККС с реально достижимой величиной коэффициента корреляции $1 - |r| \approx 10^{-6}$ флуктуация энергии резко возрастает до очень большой величины $\delta T_{|r|=1-10^{-6}} = \delta T_{r=0} G^2 \geq \geq 25$ кэВ, что приводит к возможности эффективного туннелирования.

Следует отметить, что приведенные оценки для флуктуации энергии $\delta T_{r \neq 0}$ определяют только нижний порог. Строгий квантовомеханический расчет волновой функции в классически запрещенной области [8–11] позволяет уверенно говорить о том, что величина такой флуктуации может быть намного больше. В работе [18] рассмотрены возможности дальнейшей модификации соотношений неопределенностей.

Для качественных оценок наличие корреляции может быть учтено формальной заменой $\hbar \rightarrow \hbar^* \equiv \hbar / \sqrt{1 - r^2} \equiv G\hbar$ в выражении для D [7]. Эта замена для ряда случаев (например, при локализации частицы в параболической яме [11–13]) соответствует приближенной формуле для вероятности туннельного эффекта в подбарьерной области $L(E)$ в поле ядра радиусом R

$$\begin{aligned} D_{r \neq 0} &\approx \exp \left\{ - \frac{2\sqrt{1 - r^2}}{\hbar} \times \right. \\ &\times \left. \int_R^{R+L(E)} \sqrt{2M\{V(q) - E\}} dq \right\} = \\ &= (D_{r=0})^{\sqrt{1 - r^2}} \equiv \sqrt[3]{D_{r=0}} \quad (4) \end{aligned}$$

и хорошо согласуется с результатами независимого строгого расчета величины $D(r)$ на основе критерия $|\ln D(r) - \ln D_{r \neq 0}| / |\ln D(r)| \ll 1$ при малой исходной величине $D_{r=0} \ll 1$ [8].

В работах [14, 15] была рассмотрена задача о прохождении узкого гауссового волнового пакета сквозь модельный дельта-барьер и реальный кулоновский барьер и показано, что в этом случае вероятность туннельного эффекта качественно совпадает с (4) и отличается заменой показателя степени $\sqrt{1 - r^2}$ в правой части на величину $\sqrt[3]{1 - r^2}$.

Физическая модель, обосновывающая возможность появления гигантских флуктуаций энергии частицы в ККС и связанная с синхронизацией флуктуаций импульса в многоуровневом суперпозиционном состоянии, была рассмотрена в работах [11, 12].

Следует отметить, что обобщенное соотношение неопределенностей Шредингера–Робертсона и соответствующее понятие ККС успешно использовались при анализе задач, не относящихся к проблеме оптимизации туннельного эффекта (в частности, при анализе модели квантового броуновского движения [19] или изучении особенностей диффузии квантовых состояний [20]).

**2. ОБЩИЕ ПРОБЛЕМЫ И МЕТОДЫ
ФОРМИРОВАНИЯ ККС В
НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМАХ**

Достаточно подробное описание двух основных режимов формирования ККС на основе базовой модели нестационарного гармонического осциллятора было проведено в работах [4–13, 16]. Расчетная сторона этой модели соответствует решению нестационарного уравнения Шредингера для различных режимов периодической или монотонной деформации гармонического потенциала $V(q, t) = M\omega^2(t)q^2/2$, в поле которого находится эта частица.

Решение этого уравнения показывает, что явный вид коэффициента корреляции

$$r = \operatorname{Re} \left\{ \varepsilon^* \frac{d\varepsilon}{dt} \right\} / \left| \varepsilon^* \frac{d\varepsilon}{dt} \right|, \quad r^2 = 1 - \left| \varepsilon^* \frac{d\varepsilon}{dt} \right|^{-2}, \quad (5)$$

а также коэффициент сжатия k , определяющий отношение дисперсий координаты и импульса частицы

$$k = \sigma_q / \sigma_p = |\varepsilon / (d\varepsilon/dt)|^2, \quad (6)$$

и величины этих дисперсий

$$\sigma_q \geq \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{k}{1-r^2}}, \quad \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{1}{k(1-r^2)}}, \quad (7)$$

могут быть определены с помощью комплексного нормированного решения $\varepsilon(t) = e^{\varphi(t)}$, $\varphi(t) = \alpha(t) + i\beta(t)$ уравнения движения классического осциллятора с переменной частотой

$$\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \omega^2(t)\varepsilon = 0, \quad \varepsilon(0) = 1, \quad (8)$$

$$\left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_0 = i, \quad \omega(0) = 1.$$

В этих соотношениях $\omega(t)$ — безразмерная частота, нормированная на характерную частоту ω_0 ; t — безразмерное (нормированное на ω_0^{-1}) время; $\varepsilon(t)$ — безразмерная (нормированная на $q_0 = \sqrt{\hbar/M\omega_0}$) комплексная координата частицы; M — приведенная масса частицы.

Подстановка $\varepsilon(t) = e^{\varphi(t)}$ приводит к уравнениям для действительных функций

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 - \exp(-4\alpha) = -\omega^2(t), \quad (9)$$

$$\beta(t) = \int_0^t \exp\{-2\alpha(t')\} dt', \quad (10)$$

которые необходимо решить с использованием начальных условий

$$\varphi(0) = \alpha(0) = \beta(0) = 0, \quad \left. \frac{d\varphi}{dt} \right|_0 = i, \quad (11)$$

$$\left. \frac{d\alpha}{dt} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{d\beta}{dt} \right|_0 = 1.$$

Итоговое выражение для коэффициента корреляции определяется из формулы

$$|r| = \left\{ \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \times \exp(4\alpha) / \left\{ 1 + \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 \exp(4\alpha) \right\} \right\}^{1/2}. \quad (12)$$

Эти соотношения были обобщены на случаи, когда рассматриваемая система (нестационарный гармонический осциллятор) находится в смешанном состоянии, которое описывается матрицей плотности [6, 15] или находится в таком состоянии, когда необходимо учитывать действие случайной силы или влияние случайных флуктуаций частоты на процесс формирования ККС [10, 16, 17]. Исследование конкретных механизмов формирования ККС при различных режимах деформации потенциальной ямы, а также анализ специфики проявления этого состояния в модельных и реальных системах проведены для монотонного асимптотического убывания или возрастания частоты осциллятора [8, 9, 17], для изменения частоты в ограниченном интервале [13], в случае периодической модуляции этой частоты [9, 11–13, 17] и при наличии случайной силы и флуктуации частоты [10, 16, 17].

В работах [11, 12], наряду с общими закономерностями формирования ККС, была изучена возможность использования этих состояний для оптимизации ядерных реакций при низкой энергии в конкретных системах и для объяснения ранее проведенных экспериментов.

В работе [16] были рассмотрены общие нетривиальные особенности ядерных реакций, вызываемых частицей, находящейся в коррелированном состоянии с большой флуктуацией энергии. Наиболее характерные из них связаны с невозможностью реализации эндоэнергетических реакций и запретом на протекание реакций с формированием долгоживущего промежуточного состояния ядра, т. е. к резкому подавлению канала, ведущего к формированию радиоактивных ядер. Эти выводы хорошо согласуются с данными независимых экспериментов (например, [1]).

Следует отметить, что процесс формирования ККС является достаточно универсальным явлением и может протекать не только в условиях типичного эксперимента (твердотельная матрица или газ и почти неподвижные частицы), но и в случае движения частиц в режиме каналирования в кристаллах с модулированными параметрами [21], что может быть использовано, например, для оптимизации «ускорительного» синтеза [22] с участием ядер решетки, образующих стенки канала, и частиц, изначально ускоренных до небольшой энергии, или для генерации когерентного тормозного и черенковского излучений [23, 24].

Интересный аспект оптимизации метода ККС для увеличения прозрачности потенциального барьера рассмотрен в работе [25], посвященной нетривиальному влиянию температуры на туннельный эффект.

В работах [26, 27] рассмотрены возможности применения ККС в биофизических процессах.

Проведенный анализ демонстрирует перспективность и потенциально высокую эффективность применения ККС для реализации ядерного синтеза при низкой энергии.

Вместе с тем очевидно, что почти все рассмотренные ранее режимы формирования ККС (за исключением естественных процессов формирования микротрещин в металлотиридах при их насыщении водородом [13] и «залечивания» микронеоднородностей, возникающих в процессе метаболизма и роста биологических объектов [26, 27]) предполагают применение таких методов воздействия на систему, которые сложно реализовать в эксперименте.

В частности, при рассмотрении метода управляемого гармонического воздействия использовался идеализированный случай строго монохроматической модуляции параметров потенциальной ямы. Очевидно, что реальное воздействие всегда характеризуется конечной спектральной шириной. Напомним, что сама идея формирования ККС основана на установлении строго определенных фазовых соотношений между разными собственными суперпозиционными состояниями частицы в потенциальной яме, что требует обязательного учета спектра этого воздействия. Это обстоятельство становится особо важным, если учесть, что процесс формирования ККС в ряде случаев характеризуется большой длительностью $\tau_c \gg \omega_0^{-1}, \Omega_0^{-1}$ [9]. Исходя из этого очевидно, что без проведения конкретного анализа невозможно априори оценить влияние немонохроматичности на параметры ККС (величину τ_c и максимально достижимое значение $|r|_{max}$) и на итоговую

эффективность применения ККС для увеличения прозрачности барьера для конкретного ядерного взаимодействия.

Еще одно уточнение относится к методу формирования ККС при монотонном (не осциллирующем) изменении параметров потенциальной ямы. Ранее были рассмотрены два предельных сценария такого изменения — однонаправленное возрастание или аналогичное уменьшение частоты нестационарного осциллятора, что в случае реальной потенциальной ямы соответствовало, например, монотонному уменьшению или увеличению ее ширины, а в случае действия внешнего магнитного поля на рассматриваемую частицу — возрастанию или уменьшению амплитуды этого поля. Во всех этих случаях начальное и конечное состояния системы (размер осциллятора, размер микротрещины L , напряженность внешнего магнитного поля H) были существенно разными. Если учесть, что формирование ККС с большим коэффициентом корреляции при таком монотонном возмущении возможно только в том случае, когда эти состояния очень сильно различаются [8, 9, 12, 13], то это в итоге соответствовало неоптимальным условиям эксперимента — например, разрушению системы (при растрескивании металлотиридов) или необходимости длительного существования очень сильного магнитного поля до начала его монотонного изменения или после его окончания и др. Очевидно, что в ряде случаев (например, при действии внешнего магнитного поля) более оптимальным является такой сценарий формирования ККС, когда внешнее «обратимое» воздействие соответствует импульсу, который сначала быстро переводит систему в промежуточное состояние, а затем возвращает в исходное. Аналогичная ситуация соответствует, например, прохождению по рабочей среде ударной волны, на переднем фронте которой происходит уменьшение межатомного расстояния (фактически — сжатие осциллятора), а на заднем — возврат в исходное состояние. Поскольку характер фазовых соотношений в квантовом суперпозиционном состоянии будет разным при разных режимах деформации потенциальной ямы, очевидно, что известные результаты, полученные при однонаправленной модуляции параметров потенциальной ямы, не могут быть обобщены на случай чередования разнонаправленных процессов и требуют отдельного анализа.

Перечисленные вопросы рассматриваются ниже с использованием соотношений (5)–(9) на основе конкретных законов модуляции частоты $\omega(t)$.

3. ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ККС ПРИ НЕМОНОХРОМАТИЧНОМ ВНЕШНЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Рассмотрим динамику и предельные характеристики формирования ККС при двух разных вариантах широкополосной модуляции параметров нестационарного гармонического осциллятора.

а) Модуляция за счет воздействия, структура которой соответствует функции гауссового типа с нормированной интегральной интенсивностью, изменяемой спектральной плотностью

$$F_a(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\Omega} \exp \left\{ - \left(\frac{\omega - \Omega}{\Delta\Omega} \right)^2 \right\}, \quad (13a)$$

центральной частотой Ω и полосой частот $\Delta\Omega$. Этой функции соответствует модуляция частоты нестационарного осциллятора

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \omega_0 \{ 1 + g_a F_a(t) \} = \\ &= \omega_0 \left\{ 1 + g \sin(\Omega t) e^{-(\Delta\Omega t/2)^2} \right\}, \quad (14a) \\ g &= g_a / \sqrt{2\pi}, \end{aligned}$$

$$F_a(t) = \left(1/\sqrt{2\pi} \right) \sin(\Omega t) e^{-(\Delta\Omega t/2)^2}. \quad (15a)$$

б) Модуляция за счет воздействия, которое характеризуется равномерным спектром с центральной частотой Ω , полосой $\Delta\Omega$, фиксированной спектральной плотностью

$$F_b(\omega) = 1/\Delta\Omega_0, \quad \Omega - \Delta\Omega/2 \leq \omega \leq \Omega + \Delta\Omega/2. \quad (13b)$$

Этой функции соответствует модуляция частоты осциллятора

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \omega_0 \{ 1 + g_b F_b(t) \} = \\ &= \omega_0 \left\{ 1 + g \left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \right) \sin(\Omega t) \left(\frac{\sin(\Delta\Omega t/2)}{\Delta\Omega t/2} \right) \right\}, \quad (14b) \\ g &= \frac{g_b \Omega}{\Delta\Omega_0}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_b(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{\Delta\Omega}{\Delta\Omega_0} \right) \times \\ &\times \sin(\Omega t) \left(\frac{\sin(\Delta\Omega t/2)}{\Delta\Omega t/2} \right). \quad (15b) \end{aligned}$$

Ранее [11, 17] нами было показано, что максимальный темп формирования ККС в случае монохроматического воздействия на осциллятор (при $\Delta\Omega = 0$) соответствует двум частотам — непосредственному резонансу с частотой $\Omega = \omega_0$ и параметрическому резонансу с частотой, близкой к $\Omega \approx 2\omega_0$

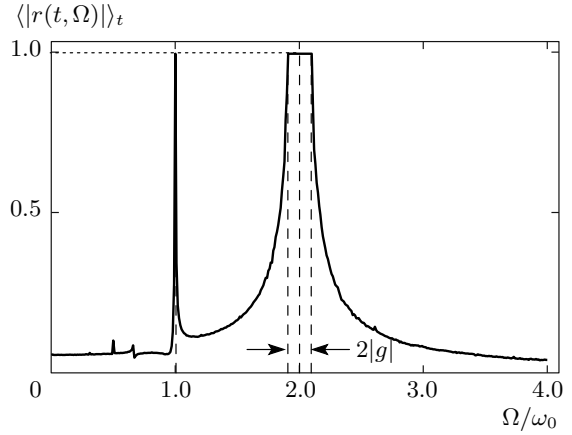


Рис. 1. Зависимость усредненного по времени коэффициента корреляции $\langle |r(t, \Omega)| \rangle_t$ от соотношения частоты Ω периодической модуляции параметров потенциальной ямы и исходной частоты ω_0 колебаний частицы в этой яме

(см. рис. 1). Исходя из этого очевидно, что наибольший интерес представляет изучение влияния немонохроматичности процесса модуляции на формирование ККС в окрестности этих частот.

3.1. Динамика формирования ККС при немонохроматической модуляции потенциальной ямы на резонансной частоте $\Omega = \omega_0$ функцией с нормированной интегральной интенсивностью

Рассмотрим процесс формирования ККС при такой модуляции параметров потенциальной ямы, которой соответствует спектральная плотность (13a) и нестационарная частота классических колебаний частицы в этой яме

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \omega_0 \left\{ 1 + g \sin(\omega_0 t) e^{-(\Delta\Omega t/2)^2} \right\} \equiv \\ &\equiv \omega_0 \left\{ 1 + g \sin(\omega_0 t) \exp \left[- \left(\frac{\Delta\Omega}{2\Omega} \omega_0 t \right)^2 \right] \right\}. \quad (16) \end{aligned}$$

Эта модуляция может быть связана, например, с периодическим изменением ширины ямы

$$\begin{aligned} L(t) &= L_0 \left\{ 1 + g \sin(\omega_0 t) e^{-(\Delta\Omega t/2)^2} \right\}^{-1}, \quad (17) \\ L_0 &= \sqrt{8V_{max}/M\omega_0^2} \end{aligned}$$

или ее глубины

$$V_{max}(t) = V_{max}(0) \left\{ 1 + g \sin(\omega_0 t) e^{-(\Delta\Omega t/2)^2} \right\}^2. \quad (18)$$

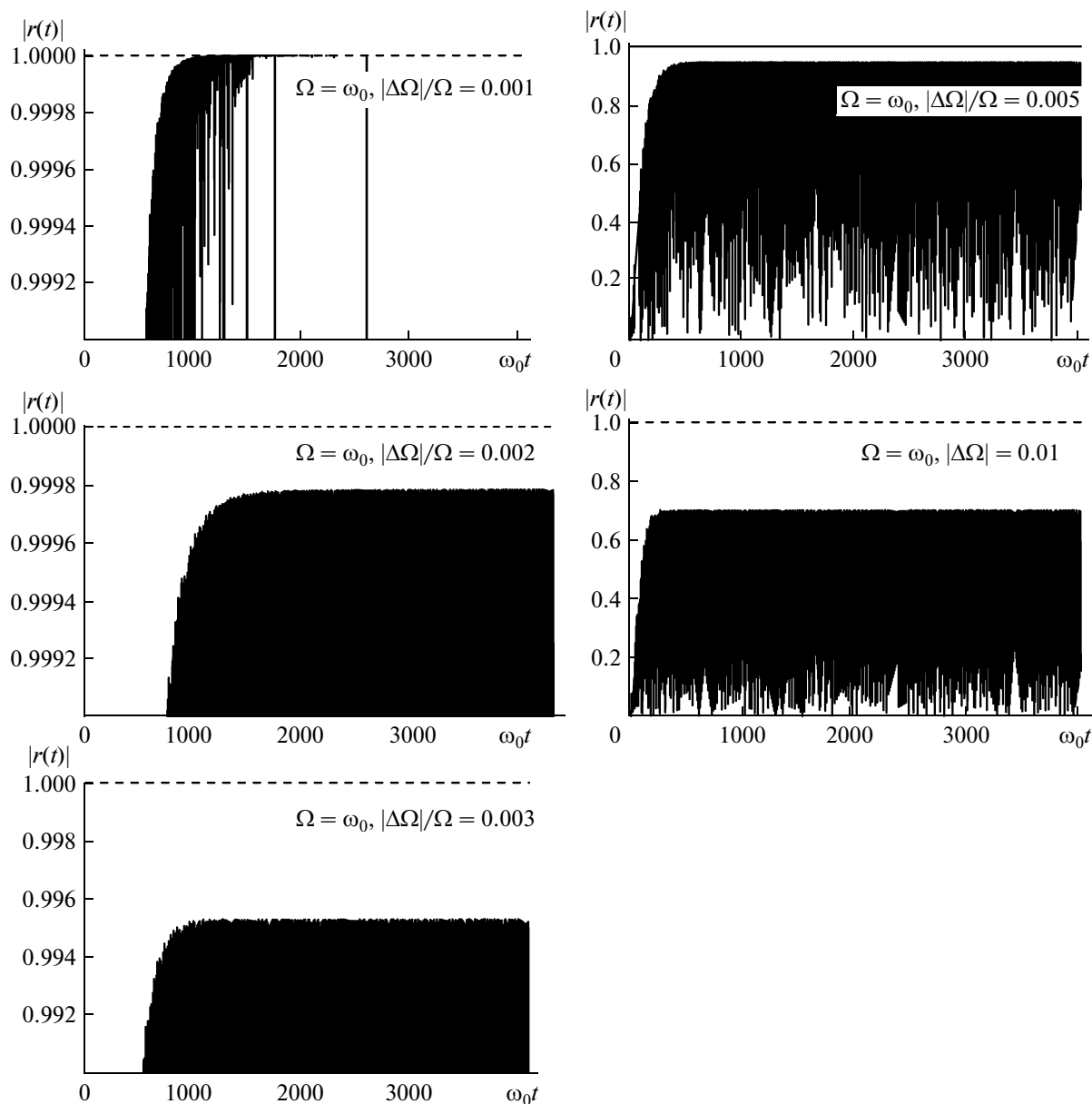


Рис. 2. Зависимость коэффициента корреляции от времени при разной монохроматичности модуляции параметров потенциальной ямы на резонансной частоте $\Omega = \omega_0$. Для значений $|\Delta\Omega|/\Omega \leq 0.003$, которым соответствует $|r(t)|_{max} \rightarrow 1$, представлена только область, где $|r(t)| \rightarrow 1$

Анализ процесса формирования ККС проводился с использованием соотношений (9)–(12) и (14а) для относительно небольшого индекса модуляции $|g| = 0.1$, аналогичного проведенным ранее расчетам для монохроматического воздействия [9, 11, 12].

На рис. 2 представлены результаты расчета динамики формирования ККС при разной монохроматичности модуляции потенциальной ямы ($|\Delta\Omega|/\Omega = 0.001; 0.002; 0.003; 0.005; 0.01$) на частоте

$\Omega = \omega_0$. Из этих результатов следует, что величины $|r|_{max}$ и, следовательно, $\langle |r(t)| \rangle_t$ очень быстро убывают при увеличении $|\Delta\Omega|$. В частности, если решению для $|r|_{max}$ при $\Delta\Omega = 0$ и $t \geq 2 \cdot 10^3/\omega_0$ соответствует очень большой коэффициент эффективности корреляции $G_{max} \equiv 1/\sqrt{1 - r_{max}^2} \geq 10^3$, то при $|\Delta\Omega|/\Omega = 0.002$ и том же значении времени имеем $G_{max} \approx 50$, а при $|\Delta\Omega|/\Omega = 0.01$ эта величина убывает до $G_{max} \approx 2$. Это очень быстрое убывание

величин $|r|_{max}$ и G_{max} вполне ожидаемо, если исходить из очень малой полуширины узкого резонанса зависимости $\langle |r(t, \Omega)| \rangle_t$ от частоты Ω , представленной на рис. 1, а также от резкого уменьшения спектральной плотности модуляции (13а) при увеличении ширины спектра $|\Delta\Omega|$.

3.2. Особенности формирования ККС при немонохроматической модуляции потенциальной ямы на частоте параметрического резонанса $\Omega = 2\omega_0$

3.2.1. Динамика формирования ККС при частотной модуляции функцией с нормированной интегральной интенсивностью

Рассмотрим влияние немонохроматичности процесса модуляции параметров потенциальной ямы гауссовой функцией с нормированной интегральной (и изменяемой спектральной) интенсивностью на формирование ККС в случае параметрического резонанса $\Omega = 2\omega_0$, которому соответствует нестационарная частота осциллятора (13b)

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \omega_0 \left\{ 1 + g \sin(2\omega_0 t) e^{-(\Delta\Omega t/2)^2} \right\} \equiv \\ &\equiv \omega_0 \left\{ 1 + g \sin(2\omega_0 t) \exp \left[- \left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \omega_0 t \right)^2 \right] \right\}, \quad (19) \end{aligned}$$

характеризующаяся спектром возмущения в форме нормированного распределения Гаусса (13а) с максимумом при $\Omega = 2\omega_0$.

На рис. 3 представлены результаты вычисления коэффициента корреляции для следующих параметров модуляции $|\Delta\Omega|/\Omega = 0; 0.01; 0.03; 0.05; 0.1; 0.2$ при том же значении индекса частотной модуляции $|g| = 0.1$. Из этих результатов следует, что эффективность формирования ККС с большими значениями $|r|_{max}$ и G_{max} при модуляции параметров потенциальной ямы на частоте параметрического резонанса $\Omega = 2\omega_0$ остается очень высокой даже при использовании немонохроматической модуляции. В частности, использование модуляции с $|\Delta\Omega|/\Omega = 0.01$ позволяет формировать ККС с $G_{max} \equiv 1/\sqrt{1 - r_{max}^2} \geq 10^3$ к моменту времени $t \geq 10^2/\omega_0$, что на несколько порядков лучше, чем в рассмотренном выше случае аналогичной модуляции на частоте $\Omega = \omega_0$.

На рис. 4 приведены результаты расчета эффективности использования модуляции на частотах $\Omega = \omega_0$ и $\Omega = 2\omega_0$ (а также, для контроля, на частотах $\Omega = 1.95\omega_0$ и $\Omega = 2.05\omega_0$) при $|g| = 0.1$ для

формирования ККС на основе зависимости усредненного по времени коэффициента корреляции

$$\langle |r(t)| \rangle_t = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} |r(t)| dt \quad (20)$$

от относительной монохроматичности процесса модуляции потенциальной ямы. Эти результаты получены при усреднении текущего значения $|r(t)|$ по интервалу времени $t_2 = (4000/\omega_0) \geq t \geq t_1 = (3950/\omega_0)$.

Из этих результатов наглядно видны преимущества использования параметрической модуляции на частоте $\Omega = 2\omega_0$, которая обеспечивает формирование высокоэффективного ККС даже при использовании широкополосного воздействия с малой спектральной плотностью на потенциальную яму.

3.2.2. Динамика формирования ККС при частотной модуляции параметров нестационарного осциллятора внешним воздействием с фиксированной спектральной плотностью и изменяемой полосой частот

Рассмотрим другой предельный случай, когда формирование ККС осуществляется при модуляции параметров потенциальной ямы за счет воздействия, которое характеризуется равномерным спектром с центральной частотой $\Omega = 2\omega_0$, изменяемой шириной спектра (полосой частот) $\Delta\Omega$ и фиксированной спектральной плотностью

$$\begin{aligned} F_b(\omega) &= 1/\Delta\Omega_0, \\ 2\omega_0 - \Delta\Omega/2 &\leq \omega \leq 2\omega_0 + \Delta\Omega/2. \end{aligned} \quad (21)$$

Здесь $1/\Delta\Omega_0$ — базовая характеристика спектра модуляции. Зависимость воздействия, характеризуемого таким спектром, получена выше и описывается соотношениями (13b)–(15b). Этой функции соответствует следующий вид модуляции частоты осциллятора

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \omega_0 \{ 1 + g_b F_b(t) \} = \omega_0 \left\{ 1 + g \left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \right) \times \right. \\ &\times \sin(2\omega_0 t) \left(\frac{\sin[(\Delta\Omega/\Omega)\omega_0 t]}{(\Delta\Omega/\Omega)\omega_0 t} \right) \left. \right\}, \\ g &= \frac{g_b \Omega}{\Delta\Omega_0 \sqrt{2\pi}}. \end{aligned} \quad (22)$$

На рис. 5 представлены результаты численного моделирования процесса формирования ККС с использованием уравнений (9)–(12) и частотной модуляцией (21), (22) параметров нестационарного осциллятора внешним перестраиваемым воздействием

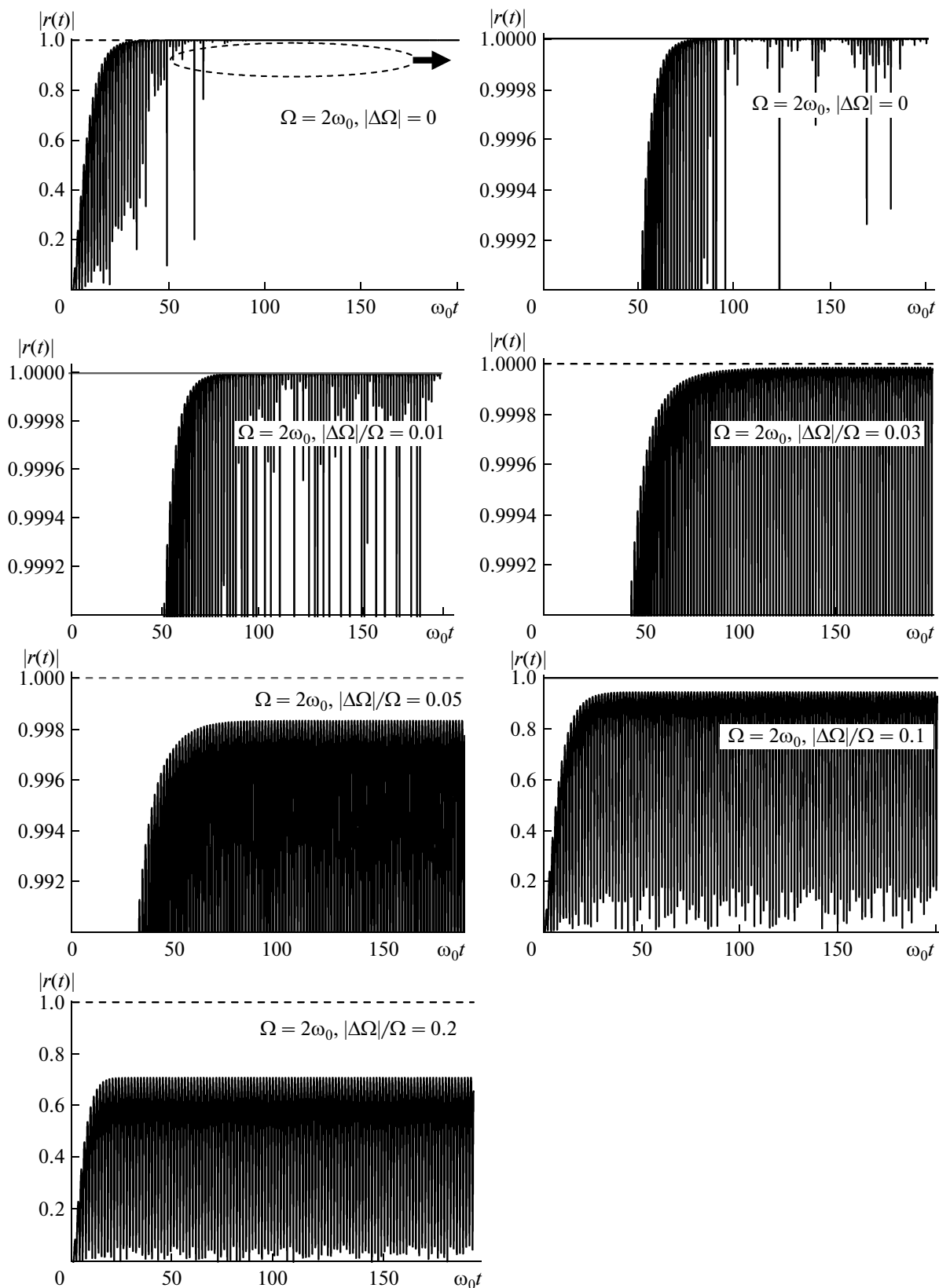


Рис. 3. Зависимость коэффициента корреляции от времени при разной ширине спектра модуляции параметров потенциальной ямы гауссовой функцией (13а) с нормированной интегральной интенсивностью при параметрическом резонансе на частоте $\Omega = 2\omega_0$

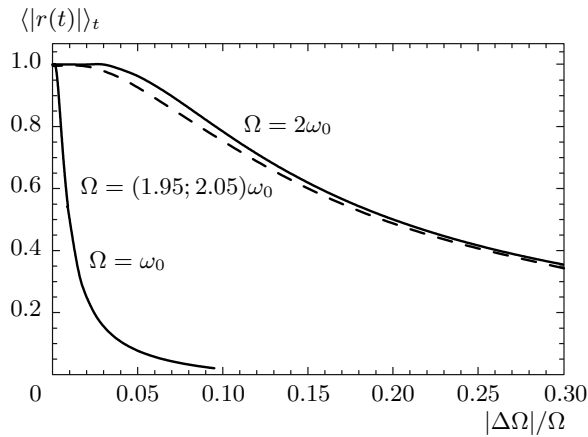


Рис. 4. Зависимости усредненного коэффициента корреляции $\langle |r(t)| \rangle_t$ от относительной ширины спектра модуляции потенциальной ямы гауссовой функцией (13а) с нормированной интегральной интенсивностью для разных частот модуляции

для разных значений параметра модуляции g в случае параметрического резонанса на частоте $\Omega = 2\omega_0$. Из этих результатов следует, что возрастание параметра модуляции g приводит к большей итоговой величине $|r|_{max}$. При этом увеличение ширины спектра $\Delta\Omega$ модулирующего воздействия при неизменной спектральной плотности ведет к более быстрому возрастанию коэффициента корреляции до своего предельного (зависящего от конкретной величины g) значения $|r|_{max}$, которое равно $|r|_{max} \approx 0.998$ при $g = 2$ и $|r|_{max} \approx 0.972$ при $g = 0.5$.

Первый вывод является вполне ожидаемым и очевидным, а второй кажется достаточно парадоксальным и, на первый взгляд, противоречит результатам, полученным выше в разд. 3.2.1 и представленным на рис. 3. Согласно этим результатам увеличение ширины спектра $|\Delta\Omega|$, нормированного по интенсивности модулирующего воздействия, ведет к резкому убыванию итоговой величины $|r|_{max}$. Однако это кажущееся противоречие легко объясняется, если учесть, что в случае использования модулирующего воздействия с постоянной спектральной интенсивностью увеличение $|\Delta\Omega|$ приводит к возрастанию комбинированного параметра частотной модуляции $g|\Delta\Omega|/\Omega \equiv g_b|\Delta\Omega|/\Delta\Omega_0\sqrt{2\pi}$ в соотношении (22), в то время как использование модуляции в виде нормированного распределения Гаусса (13а) с центром при $\Omega = 2\omega_0$ и изменяемой $|\Delta\Omega|$ не влияет на эту амплитуду. Соответственно, спектральная интенсивность в случае нормированного воздействия при увеличении $|\Delta\Omega|$ убывает, а при ненормированном оста-

ется постоянной (21) и равной $F_b(\omega) = 1/\Delta\Omega_0$. Если учесть, что темп возрастания $|r|_{max}$ и $\langle |r(t)| \rangle_t$ очень резко увеличивается при увеличении параметра частотной модуляции, это полностью объясняет кажущееся противоречие.

4. ФОРМИРОВАНИЕ ККС ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ОБРАТИМОМ МОДУЛИРУЮЩЕМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ПОТЕНЦИАЛЬНУЮ ЯМУ

В данном разделе рассмотрены особенности формирования ККС при таком обратимом изменении параметров нестационарного гармонического осциллятора, в котором находится рассматриваемая частица, которое соответствует импульсной модуляции частоты осциллятора $\omega(t)$ с разной длительностью и разной структурой переднего и заднего фронтов. Удобным для анализа такого процесса является выражение

$$\omega(t) = \omega_0 \{1 + gF(t)\}, \quad (23)$$

$$F(t) = (\omega_0 t)^\alpha e^{-\omega_0 t/\Gamma} / \Gamma(\alpha + 1).$$

Здесь $F(t)$ — нормированная функция частотной модуляции, $\Gamma(\alpha + 1)$ — гамма-функция. Из выражения для $F(t)$ следует, что длительность переднего фронта процесса частотной модуляции равна $\Delta t = \alpha/\omega_0$. Явный вид функции $F(t)$ представлен на рис. 6 для разных значений параметра α . Малым значениям параметра $\alpha \ll 1$ соответствует резкое укорочение переднего фронта функции $F(t)$ и возрастание амплитуды. Условию $\alpha > 1$ соответствует почти симметричный импульс с плавно изменяющимися фронтами.

Расчет динамики формирования ККС (динамики изменения коэффициента корреляции $|r(t)|$ частицы) в параболической потенциальной яме проводился с использованием уравнений (9)–(12) и функции частотной модуляции (23). На рис. 7 представлены результаты расчета $|r(t)|$ при разной величине индекса модуляции $g = 100, 50, 10$ и разной длительности переднего фронта $\Delta t = \alpha/\omega_0$ обратимого импульсного воздействия (23).

Видно, что темп изменения $|r(t)|$ и предельные значения $|r(t)|_{max}$ зависят как от g , так и от Δt , причем самые большие значения $|r(t)|_{max}$ соответствуют большой величине g и малой Δt . Из представленных результатов также следует, что при большей длительности переднего фронта итоговые значения $|r(t)|_{max}$ будут малыми даже при большой ве-

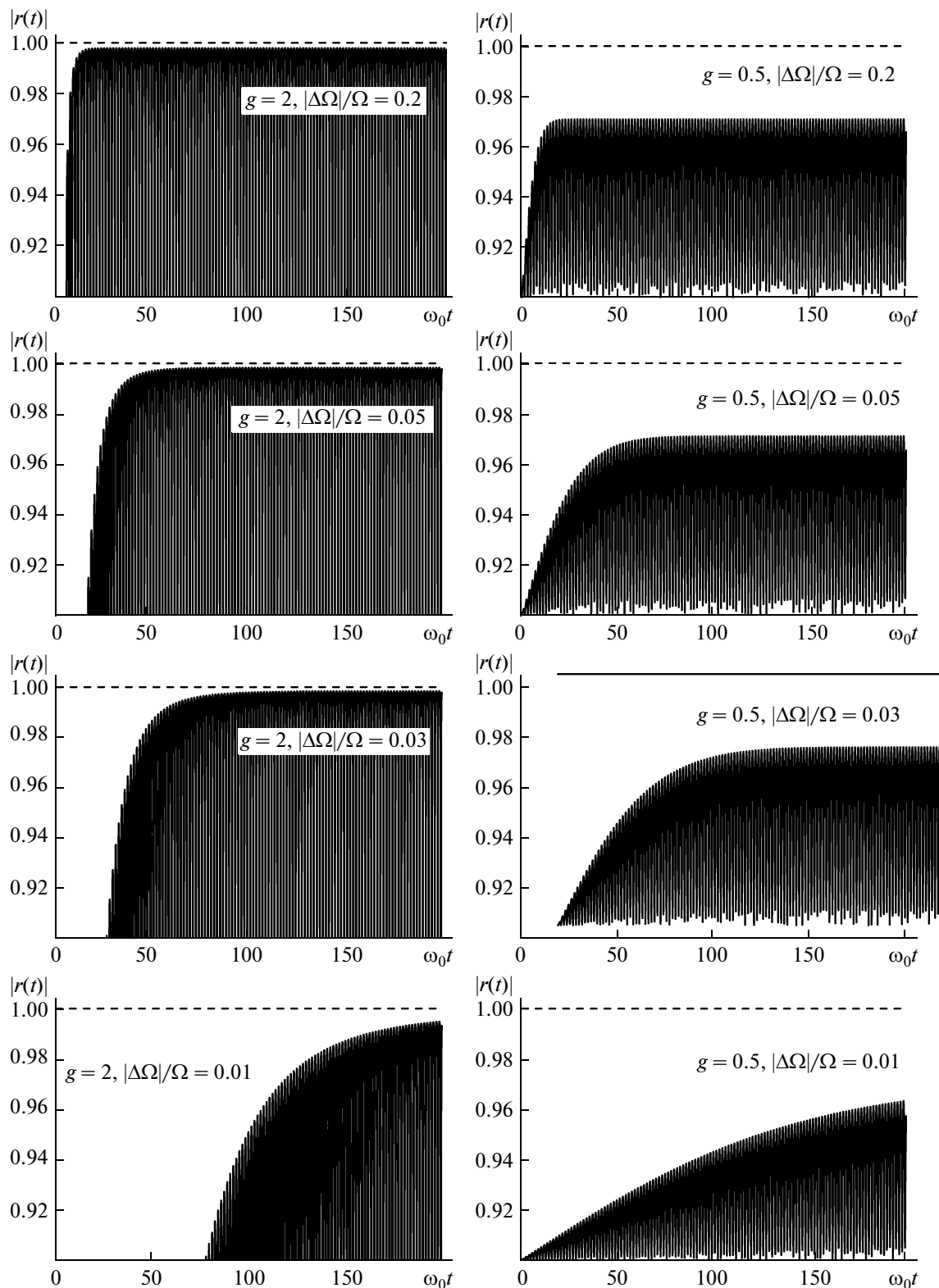


Рис. 5. Зависимость коэффициента корреляции от времени при разной ширине полосы $\Delta\Omega$ спектра внешнего воздействия с фиксированной спектральной плотностью $1/\Delta\Omega_0$ для разных параметров модуляции g в случае параметрического резонанса на частоте $\Omega = 2\omega_0$

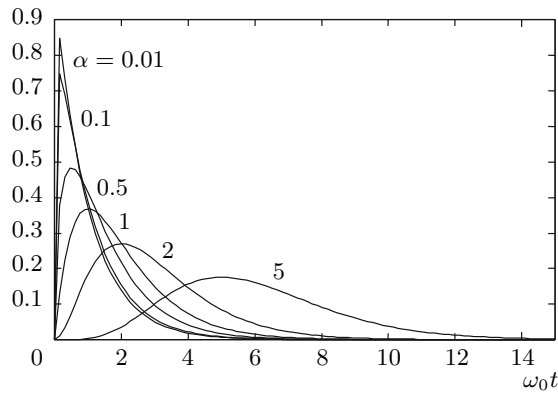


Рис. 6. Структура импульсной нормированной функции частотной модуляции параметров нестационарного гармонического осциллятора $F(t) = (\omega_0 t)^\alpha e^{-\omega_0 t} / \Gamma(\alpha + 1)$ при разной величине параметра α и длительности переднего фронта $\Delta t = \alpha / \omega_0$

личине g . Это, в частности, прямо следует из сопоставления графиков, представленных в нижнем ряду на рис. 7. Из этих графиков следует, что при большом значении $\alpha = \omega_0 \Delta t = 5$ максимальные величины коэффициента корреляции и коэффициента эффективности корреляции мало изменяются и остаются небольшими ($|r(t)|_{max} \approx 0.3-0.5$, $G_{max} \equiv 1 / \sqrt{1 - r_{max}^2} \approx 1.05-1.15$) даже при достаточно большом изменении $g = 10-100$. Для сопоставления отметим, что при малой длительности переднего фронта (при $\alpha = \omega_0 \Delta t = 0.01$) и том же значении $g = 100$ эти коэффициенты возрастают до величин $|r(t)|_{max} \approx 0.9995-0.9998$, $G_{max} \equiv 1 / \sqrt{1 - r_{max}^2} \approx 32-50$, достаточных для увеличения прозрачности потенциального барьера в $D_{|r|=0.9995-0.9998} / D_{|r|=0} \approx 10^{50}-10^{100}$ раз.

Проведенные вычисления свидетельствуют о том, что процесс формирования эффективного ККС возможен только в случае наличия короткого фронта у импульса, модулирующего частоту осциллятора, при условии, что длительность этого фронта существенно меньше, чем период исходной частоты осциллятора ω_0 . Этот вывод полностью подтверждает полученные ранее результаты [9, 11, 12, 17], которые относились к быстрому монотонному «включению» или «выключению» возмущения частоты осциллятора $\omega(t)$, что соответствовало короткому переднему или заднему фронтам при постоянном (фактически — неограниченно протяженном), соответственно, заднем или переднем фронтах.

Отметим, что поскольку длительность заднего фронта импульсной частотной модуляции, как это следует из рис. 6, мало изменяется при очень существенном изменении длительности переднего фронта $\Delta t = \alpha / \omega_0$, остается неясным влияние характеристик заднего фронта импульсной частотной модуляции на процесс формирования ККС и изменение $|r(t)|$ при таком импульсном воздействии. Для уточнения этого обстоятельства был исследован процесс формирования ККС при импульсном изменении частоты

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \omega_0 \{1 + gF(t)\}, \\ F(t) &= (1/\sqrt{\pi} \Delta t) e^{-[(t-t_0)/\Delta t]^2} \end{aligned} \quad (24)$$

с использованием симметричной функции $F(t)$ с изменяемыми и одинаковыми передним и задним фронтами. Результаты расчета показали, что в этом случае процесс формирования ККС является предельно неэффективным и $|r(t)|_{max} \approx 0$ при любых значениях Δt . Этот результат обусловлен тем, что при симметричном изменении модулирующей функции $F(t)$ на заднем фронте происходит полная компенсация фазовых изменений суперпозиционного состояния частицы, формируемых передним фронтом.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты свидетельствуют о том, что процесс формирования ККС может быть эффективным при использовании немонахроматической (или даже в виде широкой спектральной полосы) модуляции параметров нестационарного гармонического осциллятора, если спектральная плотность этой модуляции будет достаточно большой. Более оптимальный случай соответствует узкополосной квази-монахроматической модуляции частоты этого осциллятора. Решающее значение имеет амплитуда этой модуляции, которая должна быть достаточно большой. При этом, как и в случае монахроматической модуляции, изменение параметров осциллятора на частоте параметрического резонанса $\Omega \approx 2\omega_0$ (или в пределах полосы около этого резонанса) оказывается намного более эффективным, чем при аналогичной модуляции в области частот около «прямого» резонанса с частотой $\Omega = \omega_0$.

Эти результаты существенно дополняют полученные ранее рекомендации [9, 11, 12, 17], основанные на использовании монахроматической резонансной накачки, используемой для частотной модуляции осциллятора с рассматриваемой частицей. Они

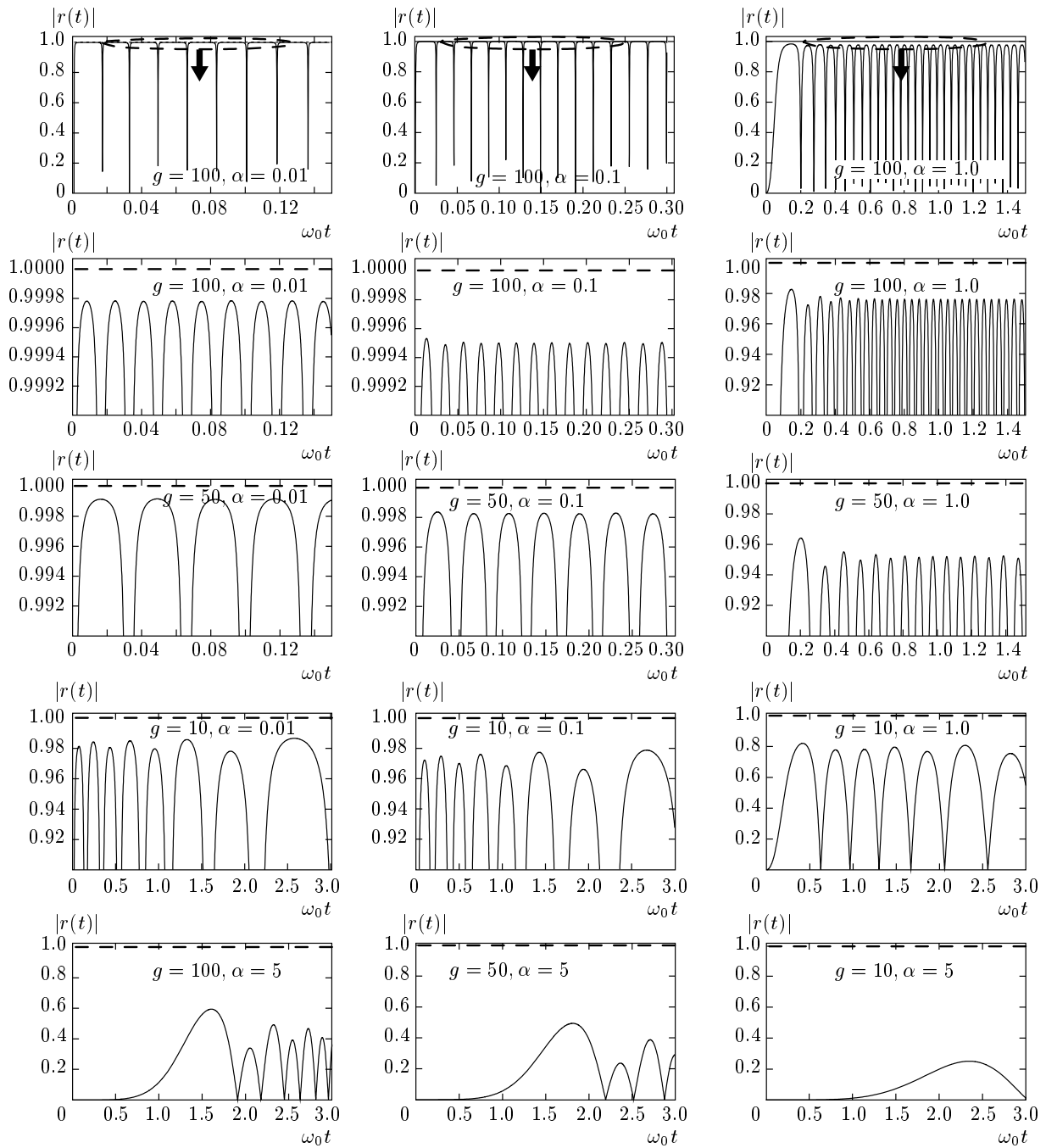


Рис. 7. Общий вид (верхняя строка) и детальная структура зависимости коэффициента корреляции $|r(t)|$ от времени при разных индексах модуляции g и разной длительности переднего фронта $\alpha = \omega_0 \Delta t$ обратимого импульсного воздействия $F(t) = (\omega_0 t)^\alpha e^{-\omega_0 t} / \Gamma(\alpha + 1)$ на параметры потенциальной ямы

также существенно дополняют данные, представленные в работе [10] и относящиеся к случаю достаточно идеализированной дельта-коррелированной флуктуации параметров, определяющих характеристики частотной модуляции.

Второй (из рассмотренных выше) метод формирования ККС за счет кратковременной импульсной модуляции частоты осциллятора (23) ранее не исследовался. Из полученных выше результатов следует, что при такой модуляции лучший результат со-

ответствует действию несимметричных импульсов с коротким передним и протяженным задним (или с протяженным передним и коротким задним) фронтами. Этот метод может быть использован для оптимизации ядерного взаимодействия при малой энергии частиц при достаточно простой постановке эксперимента. Один из наиболее простых способов реализации такой модуляции связан с циклотронным резонансом в изменяемом магнитном поле.

Известно, что уравнение Шредингера для заряженной частицы с массой M и зарядом q в магнитном поле напряженностью H аналогично уравнению для гармонического осциллятора с такими же волновыми функциями, эквидистантным спектром энергий $E_n = n\hbar\omega$, $n = 1, 2, \dots$ и частотой $\omega = qH/Mc$. При этом использование изменяемого магнитного поля

$$H(t) = H_0 \{1 + g(\omega_0 t)^\alpha e^{-\omega_0 t} / \Gamma(\alpha + 1)\} \quad (25)$$

соответствует реализации нестационарного гармонического осциллятора с частотой (23)

$$\omega(t) = \omega_0 \{1 + g(\omega_0 t)^\alpha e^{-\omega_0 t} / \Gamma(\alpha + 1)\}.$$

Оценим условия, при которых применение такого импульсного магнитного поля приводит к формированию эффективного ККС. Как следует из данных, представленных на рис. 7, для быстрого формирования ККС с $|r|_{max} \approx 0.9998$ и $G_{max} \approx 50$ необходимо, чтобы длительность переднего фронта импульса магнитного поля не превышала величины $\Delta t = \alpha/\omega_0 = 0.01/\omega_0$, а амплитудное значение этого поля было равно

$$H_{max}(\Delta t) = H_0 \{1 + g(\omega_0 \Delta t)^\alpha e^{-\omega_0 \Delta t} / \Gamma(\alpha + 1)\} \approx \approx 86H_0. \quad (26)$$

Если исходить из вполне реалистичного предположения, что в эксперименте несложно реализовать импульсное магнитное поле с амплитудой $H_{max}(\Delta t) \approx 10$ кЭ, то для газа (плазмы) частиц с массой M_d и зарядом $q = e$, как у дейтрона, находим $\omega_0 \approx 5 \cdot 10^4$ Гц и $\Delta t \approx 2 \cdot 10^{-7}$ с. Длительность заднего фронта импульса будет равна $\tau \approx 5/\omega_0 \approx 10^{-4}$ с. Реализация такого и даже более оптимальных (с меньшим значением Δt и большей величиной $H_{max}(\Delta t)$) импульсов магнитного поля при использовании соответствующих импульсов тока не представляет значительных проблем (например, [28]).

При таких параметрах коэффициент прозрачности туннельного барьера, например, для реакции

dd -синтеза возрастает от «обычного» для низкой температуры значения $D_{r=0} \approx 10^{-80}$ до величины $D_{|r|_{max}=0.9998} \approx 0.1$.

Для более тяжелых ионов с массой $M = kM_d$ имеем $\omega_0 \approx (5 \cdot 10^4/k)$ Гц и $\Delta t \approx 2 \cdot 10^{-7}k$ с. При увеличении $H_{max}(\Delta t)$ и, соответственно, уменьшении $\Delta t = \alpha/\omega_0$ величины $|r|_{max}$ и G_{max} будут быстро возрастать, что открывает путь к реализации высокоэффективных ядерных реакций с участием тяжелых ядер.

Интересным является вопрос о влиянии плотности и температуры газа (плазмы), в котором рассматривается такой процесс, на реализацию рассмотренного «импульсного» метода формирования ККС. Очевидно, что столкновение рассматриваемой заряженной частицы с другими атомами и ионами соответствует случайной силе, действующей на нестационарный осциллятор. Эта задача рассматривалась ранее с использованием соответствующих стохастических уравнений для разных случаев частотной модуляции осциллятора: высокочастотной резонансной с $\Omega = \omega_0, 2\omega_0$ [9], низкочастотной нерезонансной с $\Omega \ll \omega_0$ [16] и монотонной (при формировании микротрещин в металлогидридах) [13]. Применительно к рассматриваемому «импульсному» методу можно сделать простые оценки, основанные на естественном предположении, что фазовые соотношения в процессе формирования ККС не будут нарушаться, если среднее время $1/\sigma n\nu$ между двумя столкновениями частиц в газе (плазме) будет существенно больше времени формирования ККС. Из рис. 7 следует, что в оптимальном (из числа рассмотренных) случае с параметрами $g = 100$, $\alpha = 0.01$ это время равно величине $\tau_c \approx \alpha/\omega_0 = \Delta t$. Примем для оценки, что $\nu \approx \sqrt{kT/M}$ — средняя скорость движения частиц в газе, а $\sigma \approx 3 \cdot 10^{-16}$ см² — полное сечение упругого рассеяния при низкой энергии. В итоге находим, что рассмотренный выше сценарий формирования ККС будет осуществим, если концентрация атомов (ионов) дейтерия при $H_{max}(\Delta t) \approx 10$ кЭ и температуре $T = 300$ К будет меньше, чем $n_{cr} \approx 10^{17}$ см⁻³. При увеличении $H_{max}(\Delta t)$ величина n_{cr} будет возрастать, а в случае газа (плазмы) более тяжелых атомов — уменьшаться.

Сравнение результата для n_{cr} с данными, полученными в работе [16], в которой рассматривался метод формирования ККС посредством низкочастотной нерезонансной частотной модуляции на частоте $\Omega = 10^{-4}\omega_0$ аналогичного газа (плазмы) с учетом столкновений, показывает, что при использовании рассматриваемой импульсной частот-

ной модуляции критическая плотность газа n_{cr} будет на несколько порядков больше, что существенно оптимизирует условия эксперимента и не требует сверхвысокого вакуума. Это различие легко объяснить, если учесть, что для низкочастотной модуляции [16] минимальное время формирования ККС $\tau_c \approx 0.01/\Omega = 10^2/\omega_0$ будет в 10^4 раз больше, чем $\tau_c \approx \alpha/\omega_0 = \Delta t$, что, соответственно, приводит к намного более жестким требованиям к допустимой критической плотности n_{cr} по сравнению с [16].

Результаты, характеризующие формирование ККС для очень значительного увеличения прозрачности потенциального барьера и, вследствие этого, для «гигантского» ускорения ядерных реакций при низкой энергии (температуре), могут быть использованы для объяснения экспериментов, в которых наблюдались аномальные ядерные процессы.

В частности, они могут быть применены для уточнения механизма фундаментальных ядерных и изотопных преобразований [28–31] при коллапсе малоразмерной мишени в результате воздействия на нее сильноточного короткого импульсного электронного пучка, генерирующего импульсы сильного магнитного поля длительностью около 10^{-8} с и намного меньшей длительностью переднего фронта Δt .

Они применимы к результатам работы [32], в которой было показано, что в переключающих элементах, в которых осуществлялась быстрая коммутация больших токов (1–50 кА) при высоком напряжении (до 5 кВ) в сильноточных промышленных сетях, после длительного срока эксплуатации наблюдается существенное изменение изотопного состава конструкционных материалов, из которых изготовлены эти переключающие элементы. В частности, в Fe и Ti масштаб изотопных изменений соответствовал 3–5%. Важным является то обстоятельство, что во всех исследованных устройствах, где были зарегистрированы изотопные аномалии, в момент прерывания большого тока возникала электрическая (плазменная) дуга, самосжатие которой в процессе «пинч-эффекта» неизбежно приводит к генерации сильного импульса магнитного поля.

В экспериментах [33] достаточно большие изотопные изменения (на уровне 5–7%) обнаруживались при взрыве проволочек и фольг, которые были погружены в жидкость и по которым пропускались субмиллисекундные импульсы сильного тока с полной энергией 20–30 КДж. Близкие по эффективности преобразования ядер наблюдались также в экспериментах [34], в которых при пропускании мощных субмикросекундных электрических импульсов сквозь водный раствор соли $ZnSO_4$ регистрирова-

лось существенное уменьшение концентрации цинка.

Характерное изменение электрического тока в этих экспериментах приводило к генерации импульсов магнитного поля, структура и параметры которых приближенно удовлетворяют полученным выше требованиям, необходимым для формирования ККС и радикального увеличения вероятности туннельного эффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Levi, E. Foschi, B. Höistad, R. Pettersson, L. Tegnér, and H. Essén, Lugano Report, Oct. 6, 2014. Observation of abundant heat production from a reactor device and of isotopic changes in the fuel. <http://www.sifferkoll.se/sifferkoll/wp-content/uploads/2014/10/LuganoReport-Submit.pdf>.
2. E. Schrödinger, Ber. Kgl. Akad. Wiss., Berlin, S **24**, 296 (1930).
3. H. P. Robertson, Phys. Rev. A **35**, 667 (1930).
4. V. Dodonov, E. Kurmishev, and V. Man'ko, Phys. Lett. A **79**, 150 (1980).
5. В. В. Додонов, В. И. Манько, Труды ФИАН **183**, 71 (1987).
6. В. В. Додонов, А. В. Климов, В. И. Манько, Труды ФИАН **200**, 56 (1991).
7. V. V. Dodonov, A. V. Klimov, and V. I. Man'ko, Phys. Lett. A **220**, 41 (1996).
8. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, ЖТФ **80**, 23 (2010).
9. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, С. В. Адаменко, ЖЭТФ **141**, 276 (2012).
10. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **142**, 627 (2012).
11. V. I. Vysotskii and M. V. Vysotskyy, Europ. Phys. J. A **49**, 99 (2013).
12. V. I. Vysotskii, S. V. Adamenko, and M. V. Vysotskyy, Ann. Nucl. Energy **62**, 618 (2013).
13. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **145**, 615 (2014).
14. V. V. Dodonov and A. V. Dodonov, J. Russ. Laser Res. **35**, 39 (2014).
15. A. V. Dodonov and V. V. Dodonov, Phys. Lett. A **35**, 1071 (2014).

16. В. И. Высоцкий, М. В. Высоцкий, ЖЭТФ **147**, 279 (2015).
17. V. I. Vysotskii and M. V. Vysotsky, Current Science **108**, 524 (2015).
18. L. Maccone and P. K. Arun, Phys. Rev. Lett. **113**, 260401 (2014).
19. C. Anastopoulos and J. J. Halliwell, Phys. Rev. D **51**, 6870 (1995).
20. J. Halliwell and A. Zoupas, Phys. Rev. D **52**, 7294 (1995).
21. В. И. Высоцкий, С. В. Адаменко, М. В. Высоцкий, Поверхность Вып. 4, 88 (2012).
22. V. I. Vysotskii, M. V. Vysotsky, and S. Bartalucci, Ann. Nucl. Energy **62**, 613 (2013).
23. В. А. Базылев, Н. К. Жеваго, *Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях*, Наука, Москва (1987).
24. M. V. Vysotsky and V. I. Vysotskii, Nucl. Instruments and Methods in Phys. Res. B **252**, 75 (2006).
25. V. N. Chernega, J. Russ. Laser Res. **34**, 168 (2013).
26. V. I. Vysotskii and A. A. Kornilova, Ann. Nucl. Energy **62**, 626 (2013).
27. V. I. Vysotskii and A. A. Kornilova, Current Science **108**, 636 (2015).
28. Controlled Nucleosynthesis. Breakthroughs in Experiment and Theory, Series: Fundamental Theories of Physics, Vol. 156, S. Adamenko, F. Selleri, ed. by Alwyn van der Merwe, Springer (2007).
29. S. V. Adamenko and V. I. Vysotskii, Found. Phys. **34**, 1801 (2004).
30. S. V. Adamenko and V. I. Vysotskii, Found. Phys. Lett. **17**, 203 (2004).
31. S. V. Adamenko and V. I. Vysotskii, Found. Phys. Lett. **19**, 21 (2006).
32. А. С. Агапов, В. А. Каленский, Ч. Б. Кайтусов, А. В. Малышев, Г. В. Рябов, А. В. Стеблевский, Л. И. Уруцкоев, Д. В. Филиппов, Proceedings of 13th Russian LENTChE Conf., (Dagomys, 2004), 24 (2005).
33. L. I. Urutskoev, V. I. Liksonov, and V. G. Tsinoev, Ann. de la Found. Louis de Broglie **27**, 701 (2002).
34. В. В. Крымский, В. Ф. Балакирев, Доклады РАН **385**, 786 (2002).