

ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД В СОИЗМЕРИМУЮ МАГНИТНУЮ СТРУКТУРУ В ОКСИДЕ PrMn_2O_5

*В. В. Меньшенин**

*Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук
620990, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 24 сентября 2014 г.

На основе полученной экспериментально структуры магнитной фазы оксида PrMn_2O_5 в температурном интервале от 18 К до 25 К найдено, что переход в эту фазу должен аналитически описываться с помощью двухкомпонентного параметра порядка, а эффективный гамильтониан системы должен содержать два независимых инварианта четвертой степени по компонентам этого параметра. С использованием известных из литературы результатов ренормгруппового анализа фазовых переходов с этим эффективным гамильтонианом установлено, что реализуется переход второго рода. Показано, что в появляющейся в результате этого перехода соизмеримой антиферромагнитной фазе отсутствует электрическая поляризация, поскольку ее появление запрещено симметрией системы.

DOI: 10.7868/S0044451015060129

1. ВВЕДЕНИЕ

Оксиды RMn_2O_5 (R — редкоземельный элемент, Bi или Y) привлекают внимание исследователей наличием сильной связи между магнитной подсистемой и сегнетоэлектрическим дальним порядком. Экспериментально надежно установлено [1], что электрическая поляризация в этих соединениях возникает только после появления дальнего магнитного порядка. Поэтому представляет интерес исследование их различных магнитных фаз.

Как известно [2], первоначальные нейтронографические исследования указанных оксидов показали, что при переходе из парамагнитного состояния во многих соединениях (R = Nd, Tb, Ho, Er, Y) возникает несоизмеримая магнитная структура, образуемая спинами ионов марганца, с волновым вектором $\mathbf{k} = \{1/2, 0, \mu\}$. Такая же структура была обнаружена в соединении EuMn_2O_5 [3]. На основании этих измерений было сделано предположение [4], что все соединения этого класса переходят в такую структуру непосредственно ниже температуры T_N перехода из парамагнитного состояния. Однако дальнейшее

изучение магнитного дальнего порядка ниже температуры T_N , но вблизи нее, показало, что в таком соединении, как BiMn_2O_5 , магнитная фаза характеризуется вектором $\mathbf{k} = \{1/2, 0, 1/2\}$ [5], а в соединении LaMn_2O_5 описывается волновым вектором $\mathbf{k} = \{0, 0, 1/2\}$ [6]. В оксидах же, включающих редкоземельные элементы из второй половины ряда, сразу ниже температуры T_N появляется несоизмеримая по двум пространственным направлениям магнитная фаза с волновым вектором $\mathbf{k} = \{\mu, 0, \xi\}$ [7].

Отметим теперь, что в оксидах RMn_2O_5 с редкоземельными элементами тяжелее неодима появляется электрическая поляризация [8], тогда как в соединении PrMn_2O_5 , где магнитная структура в окрестности температуры T_N оказывается соизмеримой антиферромагнитной фазой, она не возникает. Поэтому для понимания причин отсутствия сегнетоэлектрического порядка необходимо проанализировать магнитное упорядочение этого соединения.

Данная работа посвящена анализу критического поведения оксида PrMn_2O_5 при переходе из парамагнитного состояния в соизмеримую антиферромагнитную фазу. Будет также обсуждаться вопрос об отсутствии в этом соединении электрической поляризации, исходя из симметричного рассмотрения.

*E-mail: menshenin@imp.uran.ru

Таблица. Малые неприводимые представления группы волнового вектора $\mathbf{k} = \{1/2, 0, 0\}$ пространственной группы $Pbam$

	g_2	g_3	g_4	g_{25}	g_{26}	g_{27}	g_{28}
ν_1	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
ν_2	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

2. АНТИФЕРРОМАГНИТНЫЙ ПОРЯДОК В СОЕДИНЕНИИ PrMn_2O_5 В ТЕМПЕРАТУРНОМ ИНТЕРВАЛЕ $18 \text{ K} < T \leq 25 \text{ K}$

Экспериментально обнаружено [4], что при переходе из парамагнитного состояния волновой вектор возникающей магнитной структуры в соединении PrMn_2O_5 есть $\mathbf{k} = \{1/2, 0, 0\}$. Эта фаза является соизмеримой антиферромагнитной структурой, элементарная ячейка которой в два раза превышает по оси a кристалла кристаллическую ячейку. В работе [4] магнитное состояние анализировалось исходя из того, что симметрия кристаллической решетки остается неизменной при рассматриваемом магнитном переходе. Пространственной группой является $Pbam$ (D_9^{2h}).

Рассмотрим магнитное состояние интересующей нас магнитной фазы, принимая во внимание пространственную группу симметрии $Pbam$. В обозначениях монографии [9] для этой пространственной группы упомянутая выше звезда волнового вектора есть $\mathbf{k}_{20} = \mathbf{b}_1/2$, где \mathbf{b}_1 — вектор обратной решетки. Эта звезда является однолучевой, так как все элементы нулевого блока пространственной группы (трансляции, кратные векторам обратной решетки, у этих элементов равны нулю) переводят вектор \mathbf{k} в сам этот вектор или в вектор $-\mathbf{k} + \mathbf{b}$, где \mathbf{b} — также некоторый вектор обратной решетки. Для этой звезды волнового вектора пространственная группа имеет два неприводимых представления (НП), явный вид проективных (нагруженных) представлений которых приведен в монографии [9]. Матрицы малых НП группы волнового вектора, равные [10]

$$d^{k\nu}(g) = d_{pr}^{\nu}(h) \exp\{-i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\tau}_h\}, \quad (1)$$

где $d_{pr}^{\nu}(h)$ — матрицы проективных представлений для элемента пространственной группы $g = (h|\boldsymbol{\tau}_h)$ в обозначениях Вигнера–Зейтца, h — поворотная

часть элемента, $\boldsymbol{\tau}_h$ — его нетривиальная трансляция, приведены в таблице. Эти матрицы записаны в овеществленной форме. Отметим, что индексы у элементов группы в таблице совпадают с обозначениями в книге [9].

В таблице поворотная часть элементов g_2, g_3, g_4 отвечает поворотам на 180° относительно осей x, y, z соответственно, элемент g_{25} есть пространственная инверсия. Элементы группы g_{26}, g_{27}, g_{28} представляют собой отражения в плоскостях, перпендикулярных осям x, y, z , с учетом соответствующих нетривиальных трансляций. В интернациональной установке оси x, y, z системы координат ориентированы вдоль направлений a, b, c кристалла.

Определим теперь, по какому из неприводимых представлений группы $Pbam$ происходит переход из парамагнитного состояния в антиферромагнитно упорядоченную фазу с волновым вектором $\mathbf{k} = \{1/2, 0, 0\}$. Прежде всего учтем, что согласно данным работы [4] наилучшая подгонка интенсивностей сателлитов рассеяния нейтронов для этой звезды получается для магнитного упорядочения $(C_x, 0, 0)$ и $(C'_x, 0, 0)$ для ионов Mn в позициях соответственно $4h$ и $4f$, где

$$\begin{aligned} C_x &= S_{1x} + S_{2x} - S_{3x} - S_{4x}, \\ C'_x &= S_{5x} + S_{6x} - S_{7x} - S_{8x}. \end{aligned} \quad (2)$$

В равенствах (2) $S_{ix}, i = 1, \dots, 4$, представляют собой проекции спинов ионов Mn($4h$) на ось a кристалла, а $S_{ix}, i = 5, \dots, 8$ — соответственно проекции спинов ионов Mn($4f$). Воспользуемся теперь процедурой определения псевдовекторных базисных функций НП пространственной группы [10], приведенных в таблице. Определяя на основе этой процедуры векторы атомных магнитных моментов ионов Mn, допустимых симметрией системы, найдем, что магнитные структуры (2) могут реализовываться только для представления ν_2 . Можно, однако, обнаружить, что это представление для ионов

допускает также и существование векторов ферромагнетизма с отличными от нуля проекциями на ось a кристалла:

$$\begin{aligned} M_{hx} &= S_{1x} + S_{2x} + S_{3x} + S_{4x}, \\ M_{fx} &= S_{5x} + S_{6x} + S_{7x} + S_{8x}. \end{aligned} \quad (3)$$

Отметим следующее обстоятельство. В работе [4] для представления ν_2 (Γ_2 в обозначениях [4]) также определены базисные векторы направлений ориентаций спинов на ионах Mn. Из приведенных данных видно, что если для позиции $4h$ (Mn³⁺) удастся построить вектор \mathbf{C} , ориентированный вдоль оси x , то для позиции $4f$ вектор \mathbf{C}' с той же самой ориентацией построен быть не может, а возникает лишь вектор \mathbf{A} , имеющий отличную от нуля проекцию на ось x . Представление ν_1 (Γ_1) не допускает в позиции $4h$ существование вектора \mathbf{C} в ориентации спинов, хотя вектор \mathbf{C}' , направленный вдоль оси x , может существовать для позиции $4f$. Таким образом, из анализа, проведенного в этой работе, следует, что переход в упорядоченную фазу для ионов Mn³⁺ ($4h$) должен происходить по представлению ν_2 , а для ионов Mn⁴⁺ ($4f$) — по представлению ν_1 . Тогда в общем случае это должны быть два разных фазовых перехода с разными температурами, что экспериментально в работе [4] не обнаружено.

Покажем, что набор функций (M_{hx}, C_x) образует базисные функции неприводимого представления, входящего в состав псевдовекторного [10] представления, совпадающего с представлением ν_2 в таблице. Из сказанного выше следует, что для установления совпадения этих представлений нам необходимо воспользоваться псевдовекторным (магнитным) представлением пространственной группы. Как известно [10], матрицы этого представления могут быть записаны в виде прямого произведения матриц $d_p^k \otimes V'$, где d_p^k — матрицы перестановочного представления группы волнового вектора, учитывающие перестановки магнитных ионов Mn($4h$), а V' — матрицы представления, по которому преобразуются псевдовекторы. Описание построения и примеры явного вида матриц d_p^k для некоторых элементов группы $Pbam$ для соединений рассматриваемого класса приведены в работе [11]. Поэтому остановимся лишь на результатах для соединения PbMn_2O_5 . Прежде всего отметим, что, поскольку выше определялись базисные векторы ориентации спинов, нам необходимо записать базисные векторы представления $d_p^k \otimes V'$, соответствующие векторам \mathbf{M}_h и \mathbf{C} , ориентированным по оси x кристалла. Эти базисные функции записываются в виде $\sum_i^{\oplus} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{s}_i$ [10, 11]. В последнем выражении \mathbf{e}_i ($i = 1, \dots, 4$) — четырехкомпонентный

вектор, у которого все компоненты равны нулю, за исключением компоненты i , равной единице, указывающей на позицию атома в ячейке; \mathbf{s}_i — единичный вектор, указывающий ориентацию спина на ионе Mn в позиции i ; \oplus — знак прямой суммы, \otimes — знак прямого произведения векторов. Эти векторы преобразуются по столбцам представления $d_p^k \otimes V'$. Просто показать, что базисные векторы, соответствующие векторам \mathbf{M}_h и \mathbf{C} , ориентированным по оси x , преобразуются друг через друга, а следовательно, образуют базисные векторы неприводимого представления, входящего в состав псевдовекторного представления. Более того, если обозначить базисный вектор, соответствующий вектору \mathbf{M}_h , как α_1 , а базисный вектор, соответствующий \mathbf{C} , как α_2 , то полученное представление на базисе (α_1, α_2) совпадает с представлением ν_2 в таблице. Последнее свойство означает, что набор величин (M_{hx}, C_x) преобразуется по строкам этого представления и, как будет видно ниже, пропорционален двухкомпонентному параметру порядка, описывающему переход из парамагнитного состояния в антиферромагнитную фазу. Аналогичное заключение можно сделать и относительно набора (C'_x, M_{fx}) . При групповых преобразованиях наборы (M_{hx}, C_x) и (M_{fx}, C'_x) преобразуются независимо, поэтому первая компонента параметра порядка есть линейная комбинация величин M_{hx}, M_{fx} , а вторая — линейная комбинация C_x, C'_x с теми же коэффициентами.

3. ЭФФЕКТИВНЫЙ ГАМИЛЬТОНИАН СИСТЕМЫ

Известно, что компонентами параметра порядка магнитных переходов, рассматриваемых с помощью групп пространственной симметрии, являются коэффициенты смешивания магнитной структуры [10, 12], представляющие собой коэффициенты разложения вектора магнитной структуры по псевдовекторному базису. Поскольку звезда является однолучевой, коэффициенты смешивания преобразуются по представлению ν_2 таблицы. Определяя с помощью этих матриц правила преобразования компонент параметра порядка под действием элементов пространственной группы, просто установить, что инвариант, квадратичный по этим компонентам, равен

$$\zeta_1^2 + \zeta_2^2, \quad (4)$$

где величины ζ_1 и ζ_2 — компоненты параметра порядка. Имеются два инварианта четвертой степени по компонентам параметра порядка:

$$\zeta_1^4 + \zeta_2^4, \quad \zeta_1^2 \zeta_2^2. \quad (5)$$

В этом случае эффективный гамильтониан системы, с помощью которого можно анализировать критическое поведение оксида PrMn_2O_5 в области перехода из парамагнитного состояния в антиферромагнитную структуру, имеет вид

$$H_{eff} = \int d^d x \left\{ \frac{r}{2} [\zeta_1^2(x) + \zeta_2^2(x)] + u_1 [\zeta_1^4(x) + \zeta_2^4(x)] + u_2 \zeta_1^2(x) \zeta_2^2(x) + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \zeta_1(x)}{\partial x_i} \frac{\partial \zeta_1(x)}{\partial x_i} + \frac{\partial \zeta_2(x)}{\partial x_i} \frac{\partial \zeta_2(x)}{\partial x_i} \right] \right\}. \quad (6)$$

В равенстве (6) коэффициенты r , u_1 , u_2 имеют тот же физический смысл, что и в выражении для термодинамического потенциала, описывающего фазовые переходы в рамках теории Ландау [13, 14], d — размерность пространства. В окрестности температуры перехода, которая рассматривается в работе, значение параметра порядка, получаемое из условия минимума термодинамического потенциала, мало (или вообще равно нулю выше этой температуры) по сравнению с флуктуирующим значением $\zeta = (\zeta_1, \zeta_2)$. Поэтому последнее слагаемое в правой части равенства (6) описывает вклад, связанный с неоднородностью спиновых флуктуаций в системе.

Здесь необходимо сделать следующее замечание. Мы считаем вслед за работой [4], что упорядочение, которое возникает ниже температуры перехода, является коллинеарным. Наличие в основном состоянии дальнего порядка, описываемого вектором \mathbf{C} в позиции $4h$ (\mathbf{C}' в позиции $4f$), означает, что в этом состоянии вектор $\mathbf{M}_h = 0$ ($\mathbf{M}_f = 0$). Однако в той области температур вблизи температуры перехода, где существенны спиновые флуктуации, локально могут возникать и векторы \mathbf{M}_h , \mathbf{M}_f , ориентированные по оси x , поскольку их возникновение, во всяком случае, не запрещено симметрией.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. При переходе из парамагнитного состояния в несоизмеримую магнитную структуру в соединениях RMn_2O_5 с волновым вектором $\mathbf{k} = \{1/2, 0, \beta\}$ эффективный гамильтониан содержит слагаемые, связанные с электрической поляризацией соединений [15]. Поляризация в системе может возникать как макроскопический сопутствующий параметр порядка. В гамильтониане (6) наличие слагаемых, в которые входила бы электрическая поляризация системы, запрещено симметрией. Поэтому в оксиде PrMn_2O_5 , а также в других оксидах этого семейства, включающих редкоземельные элементы, когда переход из парамагнитной фазы происходит в несоизмеримую магнитную фазу, поляризации в магнитноупорядоченной структуре не возникает. Более того, эффективный гамильтониан системы, описывающий переход в оксидах RMn_2O_5 из парамагнитного состояния в несоизмеримую по двум направлениям магнитную фазу, также по соображениям симметрии не содержит сопутствующего макроскопического параметра порядка в виде электрической поляризации [16]. Электрическая поляризация в этих последних соединениях, как следует из экспериментальных данных [7, 8], появляется только после фазового перехода в магнитную структуру, несоизмеримую по одному направлению.

4. КРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ МАНГАНАТА ПРАЗЕОДИМА

Критическое поведение соединения PrMn_2O_5 , характеризующееся эффективным гамильтонианом (6), может быть проанализировано, исходя из результатов работ [17, 18]. В этих работах установлено, что помимо тривиальной неподвижной гауссовой точки в системе имеется три неподвижные точки ренормгруппового преобразования эффективного гамильтониана. Если ввести параметр y как отношение величин u_2 и u_1 (т. е. $y = u_2/u_1$), то эти три неподвижные точки характеризуются следующими значениями параметра y [17]:

$$y = 0, \quad y = 2, \quad y = 6. \quad (7)$$

Точка $y = 2$ является устойчивой критической точкой. При изменении масштаба ренормгруппового преобразования точки (u_1, u_2) , для которых выполняется условие $2 < y \leq 6$, смещаются к устойчивой точке справа, тогда как точки, где $0 \leq y < 2$, стремятся к этой точке слева. Следовательно, две другие точки в равенстве (7) оказываются неустойчивыми точками ренормгруппового преобразования. Таким образом, если величины параметров u_1 и u_2 оксида PrMn_2O_5 удовлетворяют условию $0 \leq y \leq 6$, то в системе при переходе из парамагнитного состояния в магнитоупорядоченную фазу имеет место переход второго рода. При этом критические индексы, описывающие критическое поведение, определяются точкой $y = 2$. Отметим теперь, что в области значения $0 \leq y \leq 2$ параметра y в результате фазового перехода из парамагнитного состояния должна реализоваться магнитная фаза, в которой $\zeta_1 = \pm \zeta_2 \neq 0$ [17]. Для области значений $2 \leq y \leq 6$ параметра y реализуется фаза с $\zeta_1 = 0, \zeta_2 \neq 0$ (или наоборот) [17].

Учет ангармонических членов более высокого, чем в эффективном гамильтониане (6), порядка поз-

волил установить [18], что в области значений параметра $y \geq 6$ на фазовой диаграмме в координатах (r, y) появляется линия переходов первого рода между фазой $\zeta_1 = 0, \zeta_2 \neq 0$ и парамагнитной фазой. В интервале значений $-2 \leq y \leq 0$ возникает линия фазовых переходов первого рода между парамагнитной фазой и магнитной фазой $\zeta_1 = \pm \zeta_2 \neq 0$. Появляется также линия переходов первого рода между магнитоупорядоченными фазами. Сами же точки (7) становятся трикритическими точками.

Принимая во внимание экспериментальные данные работы [4], можно сделать вывод о том, что в соединении PrMn_2O_5 возникает магнитная фаза $\zeta_1 = 0, \zeta_2 \neq 0$. Этот вывод основан на том, что компонента ζ_1 пропорциональна величине M_{hx} для позиции $4h$, а следовательно, в основном состоянии равна нулю. Это же касается и позиции $4f$. В этой работе не сообщается о наличии скрытой теплоты перехода, а аномалию имеет удельная теплоемкость при постоянном давлении. Следовательно, фаза появится при температуре T_N в результате фазового перехода второго рода. Параметры u_1 и u_2 гамильтониана (6) удовлетворяют в этом случае условию

$$2u_1 \leq u_2 \leq 6u_1. \quad (8)$$

Критические индексы перехода совпадают с критическими индексами, приведенными в работе [19], при $n = 2$. Выбор значения $n = 2$ связан с тем обстоятельством, что при $u_2 = 2u_1$ в точке фазового перехода в системе возникает O_2 -симметрия [17]. Понять возникновение симметрии формально достаточно просто. Приведенное выше условие означает, что в эффективном гамильтониане (6) вместо двух инвариантов четвертого порядка возникает один вид

$$(\zeta_1^2 + \zeta_2^2)^2. \quad (9)$$

Тогда, рассматривая параметр порядка как двухкомпонентный вектор, видим, что первый инвариант есть просто скалярное произведение, а второй инвариант (9) — квадрат этого произведения. Ясно, что эти инварианты не изменяются при повороте на любой угол двухкомпонентного вектора. Поскольку критические индексы определяются устойчивой точкой $y = 2$, в ней модель свелась к двухкомпонентной модели φ^4 . Этим и определяется выбор значения n .

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе установлено, что в соединении PrMn_2O_5 фазовый переход из парамагнитной фазы в соизмеримую антиферромагнитную структуру, характери-

зуемую звездой волнового вектора $\mathbf{k} = \{1/2, 0, 0\}$, может реализоваться по различным сценариям. Как найдено из данных рассеяния нейтронов [4], магнитное упорядочение характеризуется компонентой C_x вектора \mathbf{C} для ионов Mn в позиции $4h$ и компонентой C'_x вектора \mathbf{C}' для ионов Mn в позиции $4f$, поэтому такое упорядочение определяется неприводимым представлением ν_2 пространственной группы $Pbam$. Знание этого представления позволяет построить эффективный гамильтониан (6), на основе которого можно найти критическое поведение этого соединения в области фазового перехода второго рода. Учет ангармонических слагаемых более высокого порядка по компонентам $\zeta_i, i = 1, 2$, указывает на возможность существования в системе фазовых переходов первого рода, а также трикритической точки.

Экспериментальные данные, приведенные в работе [4], не выявили наличие скрытой теплоты перехода рассматриваемого фазового перехода. Установлено лишь наличие аномалии удельной теплоемкости при постоянном давлении. В связи с этим в нашей работе сделан вывод о том, что фазовый переход из парамагнитного состояния в антиферромагнитную структуру является фазовым переходом второго рода, а параметры эффективного гамильтониана удовлетворяют условию $2u_1 \leq u_2 \leq 6u_1$.

Симметрия системы при переходе в упомянутое выше антиферромагнитное состояние запрещает существование в эффективном гамильтониане (6) слагаемых, содержащих электрическую поляризацию. Это означает, что в результате такого перехода в антиферромагнитной структуре не возникнет электрическая поляризация как сопутствующий параметр порядка. Следовательно, в системе нет условия для возникновения сильной связи между дальним магнитным порядком и электрической поляризацией.

В заключение обратим внимание на то, что симметрия магнитной фазы допускает существование отличной от нуля компоненты $M_{hx}(M_{fx})$. Ее появление в критической области обусловлено спиновыми флуктуациями. Как уже говорилось выше, в случае коллинеарного магнитного упорядочения эта компонента в основном состоянии равна нулю. Проведенный выше анализ фазового перехода касался именно этого случая. Однако если магнитное упорядочение является неколлинеарным, т. е. намагниченности подрешеток несколько отклоняются от оси x , то возможно появление в основном состоянии компоненты $M_{hx}(M_{fx})$. Неколлинеарное упорядочение может быть обусловлено большим числом

обменных интегралов разных знаков при взаимодействии ионов марганца в системе [8]. Если вследствие этой неколлинеарности волновой вектор магнитной структуры не меняется, то в этом случае при переходе из парамагнитного состояния появится фаза $\zeta_1 = \pm\zeta_2 \neq 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Inomata and K. Kohn, J. Phys.: Condens. Matter **8**, 2673 (1996).
2. G. Buisson, Phys. Stat. Sol. **16**, 533 (1973).
3. И. А. Зобкало, В. А. Поляков, О. П. Смирнов и др., ФТТ **38**, 1307 (1996).
4. A. Munoz, J. A. Alonso, M. J. Martinez-Lope et al., J. Phys.: Condens. Matter **24**, 076003 (2012).
5. E. F. Bertaut, G. Buisson, S. Quezel-Ambrunaz et al., Sol. St. Comm. **5**, 25 (1967).
6. A. Munoz, J. A. Alonso, M. T. Casais et al., Phys. Rev. B **65**, 144423 (2002).
7. Y. Noda, H. Kumura, M. Fukunaga et al., J. Phys.: Condens. Matter **20**, 434206 (2008).
8. P. G. Radaelli and L. C. Charon, J. Phys.: Condens. Matter **20**, 434213 (2008).
9. О. В. Ковалев, *Неприводимые и индуцированные представления и копредставления федоровских групп*, Наука, Москва (1986).
10. Ю. А. Изюмов, В. Е. Найш, Р. П. Озеров, *Нейтронная графия магнетиков*, Атомиздат, Москва (1981).
11. В. В. Меньшенин, ФТТ **54**, 1891 (2012).
12. О. В. Ковалев, ФТТ **5**, 3156 (1963).
13. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*, ч. 1, Наука, Москва (1976).
14. В. В. Меньшенин, ЖЭТФ **143**, 1136 (2013).
15. В. В. Меньшенин, ЖЭТФ **135**, 265 (2009).
16. В. В. Меньшенин, ФТТ **55**, 1936 (2013).
17. K. G. Wilson and M. Fisher, Phys. Rev. Lett. **28**, 240 (1972).
18. И. Ф. Люксютов, В. Л. Покровский, Письма в ЖЭТФ **21**, 22 (1975).
19. K. G. Wilson, Phys. Rev. Lett. **28**, 548 (1972).