

# ФОРМИРОВАНИЕ ЦЕПОЧЕЧНЫХ СТРУКТУР ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЫЛЕВЫХ ЧАСТИЦ В СЛАБОИОНИЗОВАННОЙ ПЛАЗМЕ

*О. С. Ваулина, И. И. Лисина\*, К. Г. Косс*

*Объединенный институт высоких температур Российской академии наук  
125412, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 25 апреля 2014 г.

Представлены результаты теоретического и численного исследования процессов формирования цепочечных структур цилиндрических пылевых частиц. Исследования проводились для протяженных и ограниченных систем в широком диапазоне параметров, соответствующих условиям экспериментов в лабораторной пылевой плазме. Рассмотрены условия формирования различных ориентационных и пространственных конфигураций в системе равномерно заряженных цилиндров. Проверен критерий, определяющий нарушение устойчивого равновесия в системе, изначально представляющей «квазиодномерную» цепочку частиц.

DOI: 10.7868/S004445101410023X

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Пылевая плазма представляет собой ионизованный газ, содержащий заряженные макроскопические (пылевые) частицы вещества микронных размеров (макрочастицы). Такая плазма широко распространена в природе (в космосе, в верхних слоях атмосферы и т. д.) и образуется в ряде технологических процессов [1–3]. Большинство работ, посвященных исследованию свойств пылевой плазмы, имеют дело со сферическими пылевыми частицами. Данный подход оправдан, поскольку такие системы легче поддаются математическому описанию и более «прозрачны» для понимания. Тем не менее плазменно-пылевые структуры, встречающиеся в природе и образующиеся в ходе технологических процессов, редко включают частицы правильной формы. В технологических приложениях пылевые частицы зачастую играют роль «строительных блоков». При помещении в плазменную среду под действием внешних электрических полей происходит их самоорганизация, что дает удобный инструмент для управления такими параметрами, как, например, уровень яркости электронных чернил, концентрация частиц при диэлектрофорезе, превращение пластического

кристалла в обычный и пр. [4]. Для создания самоорганизующихся одно-, двух- и трехмерных структур в электрическом поле, таких как оптические кристаллы, все больший интерес вызывают частицы и потенциалы взаимодействия более сложной формы, чем сферическая — например, цилиндрические, многослойные гранулы, или частицы в форме блюда. Стоит отметить, что отказ от рассмотрения сферических пылевых частиц в пользу частиц неправильной формы приводит к необходимости более детального изучения свойств асимметричных потенциалов межчастичного взаимодействия.

В течение последних пятнадцати лет появился целый ряд экспериментальных исследований с пылевыми частицами, имеющими сильно асимметричную (цилиндрическую) форму [5–12]. Плазменно-пылевые системы, включающие сильно асимметричные частицы, имеют значительно более широкий спектр возможных состояний. Наряду с «обычной» кристаллической или жидкостной фазой, в таких системах могут наблюдаться различные фазы с разной степенью ориентационного и позиционного упорядочения. Следует отметить, что наблюдаемая пространственная ориентация осей цилиндрических частиц зачастую не укладывается в рамки существующих теоретических моделей [8] и может быть весьма разнообразной (горизонтальной, вертикальной, или под некоторым углом к оси газоразряд-

\*E-mail: Irina.Lisina@mail.ru

ной камеры, а также меняться от центра пылевой структуры к ее периферии).

Исследование свойств пылевой плазмы с асимметричными частицами представляет как значительный собственный интерес, так и позволяет расширить возможности бесконтактных методов диагностики газоразрядной плазмы [1, 2], например, при измерении электрических полей в газоразрядных камерах [13, 14]. В отличие от сферических частиц, измерения с цилиндрическими частицами позволяют выявить даже незначительную конструктивную асимметрию газоразрядной трубки, приводящую к изменению симметрии электрического поля, за счет изменения преимущественной ориентации цилиндров [5]. Тем не менее для более глубокого понимания процессов, происходящих в комплексной плазме в природе и технологических установках, необходимо получить представление о распределении электрического заряда и потенциала на асимметричных частицах в лабораторных условиях [9–11, 15, 16].

Левитация цилиндрических пылевых частиц в плазме наблюдалась в стратах разряда постоянного тока и в приэлектродном слое емкостного высокочастотного (ВЧ) разряда. Эксперименты показали, что для ряда лабораторных условий происходит формирование упорядоченных структур, похожих на гексагональные структуры, образующиеся в экспериментах со сферическими частицами. Такие структуры могут быть близки к однородным трехмерным системам (например, в плазме разряда постоянного тока), или иметь сильно неизотропный квазидвумерный характер, как протяженные пылевые слои, наблюдаемые в приэлектродной области ВЧ-разряда. Формирование таких структур во многом определяется распределением электрических полей в газоразрядной камере, обычно имеющей цилиндрическую симметрию. Следует упомянуть о последних плазменно-пылевых экспериментах в условиях микрогравитации с цилиндрическими частицами длиной 300 мкм, в которых наблюдались уникальные цепочечные структуры, ориентированные вдоль электрического поля [12].

Исследованию условий формирования сильнонеизотропных структур взаимодействующих частиц (таких как цепочечные или слоистые структуры) уделяется значительное внимание в различных областях науки и техники [1–3, 17, 18]. Помимо фундаментальных аспектов, изучение таких систем представляет особый прикладной интерес в области нано- и микротехнологий, а также при разработке покрытий и материалов с заданными свойствами [1, 2].

В настоящее время существует немало работ, посвященных анализу условий формирования неизотропных систем [19–30]. Большинство из них касаются исследований систем частиц с изотропным парным взаимодействием. Ряд работ посвящен формированию цепочечных структур, имеющих различные пространственные конфигурации [26–30]. Так, например, критерии устойчивости бесконечной цепочки частиц, взаимодействующих с различными типами изотропных парных потенциалов, в линейной ловушке с цилиндрической симметрией рассматривались в работах [27–30]. Результаты численного моделирования условий формирования зигзагообразных и винтовых структур представлены в [26–28].

В настоящей работе аналитически и численно рассматривается проблема формирования цепочечных структур цилиндрических пылевых частиц в слабоионизованной плазме. Приведен краткий обзор работ по теоретическим исследованиям распределения заряда на поверхности цилиндрической пылинки и потенциала вокруг нее. Подробно рассмотрены условия формирования различных позиционных и ориентационных конфигураций в системе равномерно заряженных цилиндрических частиц в широком диапазоне параметров, соответствующих условиям экспериментов в лабораторной пылевой плазме.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ЦИЛИНДРИЧЕСКИМИ ПЫЛЕВЫМИ ЧАСТИЦАМИ

### 2.1. Распределения плотности заряда по поверхности цилиндрической частицы во внешнем электрическом поле

Процессы зарядки протяженных цилиндрических объектов длиной  $L$  и радиусом  $a$  рассматривались во многих работах [15, 16, 31–35]. В статье [15] представлена аналитическая модель зарядки проводящих цилиндрических пылевых частиц в открытой плазменно-пылевой системе. Рассмотрены два механизма генерации электронов заряженной пылевой частицей: 1) термоионная эмиссия, 2) фотоэлектронная эмиссия; получены средние значения их энергий. С помощью простого приближения выведено выражение для скорости аккумуляции электронов на пылевой частице. Далее получено новое соотношение для средней энергии, связанной с аккумуляцией электронов на цилиндрической частице. Проведено сравнение результатов, полученных для случаев сферической и цилиндрической пылевых частиц. Выяснено, что в обоих случаях скорость электронной эмиссии уменьшается с ростом положительного

потенциала поверхности, равно как и средняя энергия электронов. В случае, когда потенциал поверхности отрицателен, изменение его величины не влияет на уровень электронной эмиссии для удлиненных частиц. Однако, если принять в рассмотрение эффект Шоттки и электростатическую эмиссию, наблюдается рост электронной эмиссии с увеличением отрицательного потенциала поверхности, как и в случае сферических частиц. Данная теория применима при условии, что средняя длина свободного пробега электрона до аккумуляции на пылевой частице меньше размера пылевого облака.

В работе [16] с помощью метода «частица-в-ячейке» (“particle-in-cell”) изучено распределение потенциала вокруг удлиненной непроводящей пылевой частицы, заряжаемой сверхзвуковыми плазменными потоками. Плазменный поток вносит асимметрию в процесс зарядки частицы, что приводит к сложному распределению заряда на поверхности частицы и к появлению ионной фокусировки в кильватерной области. Распределение заряда по цилиндру зависит от дрейфовой скорости ионов, угла наклона частицы к потоку ионов и длины цилиндра. Составляя цепочку, асимметричные частицы могут испытывать вращательные движения, меняя тем самым угол наклона к ионному потоку; следовательно, меняется распределение заряда на поверхности частицы и, соответственно, параметры взаимодействия с соседними частицами. Однако детального рассмотрения влияния угла наклона частицы к ионному потоку на потенциал межчастичного взаимодействия в статье [16] предложено не было.

Анализ процессов зарядки проводящего стержня (с проводимостью  $\sigma \rightarrow \infty$ ), помещенного в однородный поток ионов, показывает, что, в пренебрежении влиянием внешнего электрического поля и «концевых» эффектов, постоянный поверхностный потенциал фактически подразумевает постоянную плотность заряда при любой ориентации стержня относительно потока ионов. Для любого стержня, ориентированного под некоторым углом  $\Theta \geq \pi/4$  к направлению ионного потока, как характер распределения заряда вдоль стержня, так и его суммарный (полный) заряд  $Q = -eZ$  практически не зависят ни от угла, ни от материала частицы и близки к характеристикам проводящего цилиндра [32]. В первом приближении (пренебрегая изменением плотности заряда на концах стержня) в отсутствие внешнего поля протяженные ( $L/a \gg 1$ ) цилиндрические частицы, ориентированные к потоку ионов под углами  $\Theta \geq \pi/4$ , можно рассматривать как равномерно заряженные. У диэлектрического стержня ( $\sigma \rightarrow 0$ ), расположен-

ного вдоль потока ионов ( $\Theta = 0$ ), возникает существенная неоднородность распределения зарядов по его длине — примерно в половину его заряда, индуцируемого потоками плазмы, и сосредоточена в начале стержня, при этом суммарная его величина  $Q$  практически не отличается от величины  $Q$  на проводящем стержне аналогичных размеров [32].

Изложенные выше результаты относятся к случаю бесстолкновительной плазмы, когда направленная скорость потока ионов  $u$  намного больше их тепловой скорости  $v_{Ti}$ . В условиях большинства лабораторных экспериментов, которые проводятся в слабоионизованной плазме при давлениях газа  $P = 0.2\text{--}1$  Торр [5–8], определяющее влияние на скорость потока ионов оказывает величина их подвижности во внешнем электрическом поле. Величину этого поля в точке зависания частицы можно оценить как  $E \approx Mg/Q = \pi a^2 \rho g \Lambda / \phi_s$ , где  $M$  — масса частицы,  $\rho$  — ее плотность,  $Q = \phi_s L / (2\Lambda)$  — величина полного равновесного заряда частицы [8],  $\Lambda = \ln(L/a)$ ,  $\phi_s$  — потенциал поверхности заряженной частицы.

Рассмотрим условия экспериментов в ВЧ-разряде в криптона [8]:  $P \approx 0.4$  Торр,  $\phi_s \approx 3T_e$  [6, 11], где  $T_e \approx 3\text{--}4$  эВ [14, 36] — температура электронов,  $L/a = 80\text{--}240$ ,  $\Lambda \approx 5$ ,  $\rho = 1.1$  г/см<sup>3</sup>. Оценка величины электрического поля для данных условий дает  $E \approx 20$  В/см, при этом отношение  $E/P$  составляет примерно 50 В/(см·Торр). Однако при условии  $E/P < 100$  В/(см·Торр), скорость дрейфа  $u$  собственных однозарядных атомарных ионов инертных газов (таких как неон, аргон и криптон) во внешних электрических полях сравнима или меньше их тепловой скорости  $v_{Ti}$  [14]. Соответственно, зарядка цилиндрических частиц в таких условиях будет существенно отличаться от случая  $u \gg v_{Ti}$ , рассмотренного выше. При этом можно ожидать, что распределение заряда по поверхности диэлектрического стержня, расположенного вдоль потока ( $\Theta = 0$ ) ионов со скоростями  $u \leq v_{Ti}$ , будет существенно более однородным.

Необходимо также отметить, что реальные материалы обладают конечной проводимостью  $\sigma \neq 0$ , которой может быть достаточно для выравнивания плотности зарядов по поверхности частицы, если перераспределение этих зарядов вследствие этой проводимости происходит быстрее, чем процессы зарядки данной частицы в плазме. Для примера рассмотрим цилиндрические нейлоновые частицы, используемые в экспериментах [6–8]. Удельная объемная проводимость таких частиц  $\sigma = 10^{-14}\text{--}10^{-16}$  Ом<sup>-1</sup> · см<sup>-1</sup>(СИ) =

$= 10^{-2} - 10^{-4} \text{ с}^{-1}$  (СГСЭ). Количество электричества, переносимого в единицу времени вдоль частицы, можно оценить как  $\partial Q/\partial t \sim \sigma E_i S$ , где  $E_i$  — электрическое поле, индуцированное неравномерностью распределения зарядов,  $S = \pi a L$  — площадь поверхности частицы. Полагая, что в процессе зарядки происходит анизотропное разделение поверхностных зарядов так, что заряды  $q_1$  и  $q_2$  сосредоточены на концах стержня ( $Q = q_1 + q_2$ ), среднюю величину индуцированного поля можно оценить, как  $E_i \approx 2\Delta Q/(\epsilon a L)$ , где  $\Delta Q = |q_1 - q_2|$ ,  $\epsilon \sim 4$ .

Эффективное выравнивание зарядов будет происходить при условии  $2\pi\Delta Q\sigma/e \geq \tau_c^{-1}$ , где  $\tau_c$  — характерное время зарядки цилиндрической частицы. В присутствии направленного потока ионов  $\tau_c^{-1} = v_c \sim 10^3 \{L/(2\Lambda), \text{мкм}\}$  [33–35]. Тогда, полагая  $\phi_s \approx 3kT_e/e$ , где  $T_e = 3 \text{ эВ}$ , получим, что величина относительного разделения зарядов, способная вызвать электрические поля, достаточные для конкуренции с процессами зарядки частицы, должна составлять  $\Delta Q/Q \sim 5 \cdot 5 \cdot 10^2$ , здесь  $Q = \phi_s L/(2\Lambda)$ . Иначе говоря, для выравнивания заряда по поверхности такой частицы необходимо, чтобы проводимость ее материала была как минимум в 10 раз больше (а именно:  $\sigma > 10^{-13} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ ). Добавим, что для диэлектрической частицы в плазме следует учитывать возможность роста ее поверхностной проводимости, например, за счет воздействия плазменных частиц, радиации или нагрева. При этом анализируемые частицы могут рассматриваться как проводящие только в том случае, когда величина относительного разделения зарядов будет незначительна:  $\Delta Q/Q \ll 1$ .

Рассмотрим влияние внешнего электрического поля на распределение зарядов по поверхности (объему) пылевой частицы. Действие стороннего электрического поля на ограниченное электрически нейтральное тело сводится к перераспределению зарядов на поверхности, если это тело — проводник, или к поляризации, если упомянутое тело — диэлектрик. Возникающая вследствие этого неоднородность распределения заряда приводит к возникновению индуцированного дипольного момента, направленного вдоль внешнего (индуцирующего) поля. Для протяженного цилиндра ( $L/a \gg 1$ ), помещенного в слабо-неоднородное внешнее электрическое поле  $E_z$  (действующее вдоль оси  $z$ ,  $|\beta L/E_z| \ll 1$ ,  $\beta = \partial E/\partial z$ ) под углом  $\Theta$  к направлению этого поля, в работе [8] предлагается использовать линейное распределение индуцированной плотности заряда по длине стержня:

$$\lambda(l) \approx \lambda_0 - \frac{E_s l}{2\Lambda} \cos \Theta. \quad (1)$$

Здесь  $\lambda_0 = Q/L$ , продольная координата стержня  $l$  связана с  $z$  выражением:  $z = z_0 + l \cos \Theta$ , где  $-L/2 < l < L/2$ ,  $z_0$  — координата центра стержня, а  $E_s$  — величина экранирующего поля внутри частицы, которая определяет распределение плотности зарядов, индуцируемых внешним полем  $E_z$ , и направлена противоположно этому полю. Для проводящей частицы эта величина может быть принята равной  $E_s = -E_0 \equiv -E_z(z_0)$  [8]. Соотношение (1) дает удовлетворительную оценку величины дипольного момента стержня только при малых отклонениях его оси от направления поля ( $\cos \Theta \rightarrow 1$ ), так как в указанном приближении отсутствует составляющая, отвечающая за поперечное распределение индуцированного поверхностного заряда, возникающего при  $\Theta \neq 0$ . (При ориентации такого цилиндра (1) перпендикулярно внешнему полю,  $\Theta = \pi/2$ , индуцированные этим полем заряды равны нулю и рассматриваемый «проводник» не будет экранировать внешнее поле вовсе.) Дополнительным условием, накладывающим ограничение на использование приближения (1), является относительная малость его дипольной составляющей [8]

$$C_d = \frac{1}{2} (|E_s|L^2/\Lambda|Q|) \leq 1. \quad (2)$$

В отсутствие плазменного экранирования электростатический потенциал вокруг стержня с распределением зарядов (1) дается следующим выражением:

$$\begin{aligned} \phi_r(r, z) = & \left( \lambda_0 - \frac{E_s z}{2\Lambda} \cos \Theta \right) \times \\ & \times \left[ \ln \left( \xi_+ + \sqrt{\xi_+^2 + 1} \right) + \ln \left( \xi_- + \sqrt{\xi_-^2 + 1} \right) \right] - \\ & - \frac{E_s r}{2\Lambda} \cos \Theta \left( \sqrt{\xi_-^2 + 1} - \sqrt{\xi_+^2 + 1} \right). \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь  $\xi_{\pm} = (L/2 \pm z)$ , а  $(r, z)$  — цилиндрические координаты с началом в центре стержня,  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ , см. рис. 1. Учет экранирования становится важным при  $l_p \geq \lambda$ , где  $l_p = (r^2 + z^2)^{1/2}$  — расстояние от центра масс частицы,  $\lambda$  — электронный дебаевский радиус, который в условиях экспериментов обычно превышает величину  $l_p$ . Межчастичное расстояние в наблюдаемых пылевых структурах с цилиндрическими частицами обычно составляет от одного до пяти длин цилиндра  $L$  ( $l_p \sim 1-5L$ ). Для случая однородно заряженного цилиндра  $C_d = 0$  и при условии  $L/a \gg 1$  потенциал (3) практически совпадает

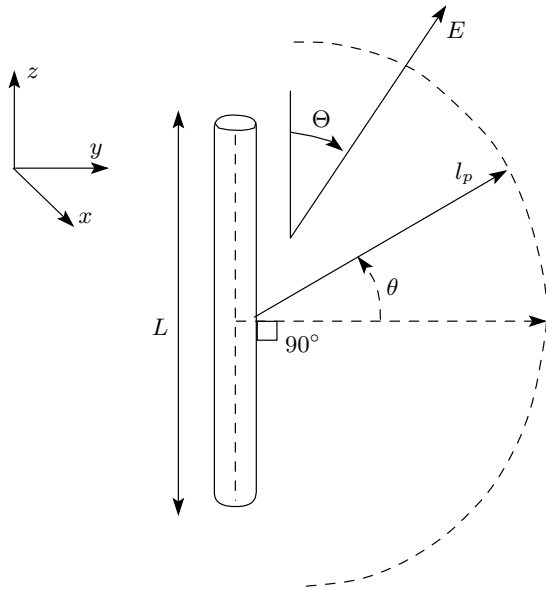


Рис. 1. Иллюстрация к расчетам распределения электрического поля вокруг цилиндра

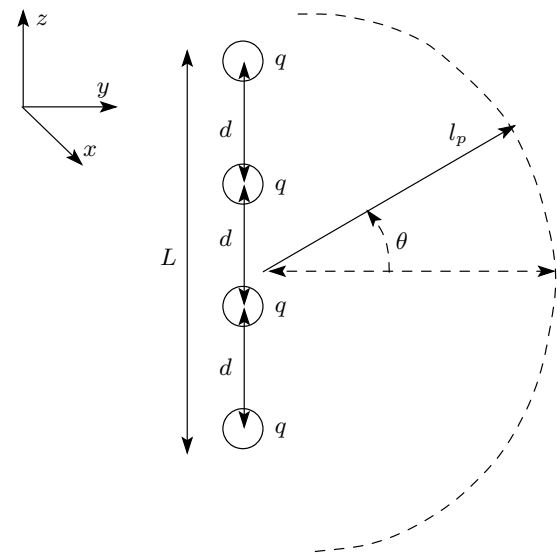


Рис. 2. Иллюстрация процедуры моделирования «цилиндрической частицы» системой, состоящей из четырех точечных частиц ( $N_q = 4$ )

с потенциалом вытянутого проводящего эллипсоида вращения с полуосями  $L/2$  и  $a$ .

Влияние неоднородного распределения плотности заряда вдоль цилиндрической частицы на ее динамику в слабонеоднородном электрическом поле определяется величиной ее дипольного  $D_2$  и квадрупольного  $D_4$  моментов. Наличие дипольного момента, возникающего у неравномерно заряженного стержня, может существенно влиять как на его ориентацию, так и на его устойчивость в поле внешних сил, действующих на пылинки в плазме (гравитационная и электрические силы, сила ионного увлечения и т. д.) [8, 37, 38]. Так, например, зависимость сил ионного увлечения от ориентации неравномерно заряженной протяженной частицы может приводить к развитию различных колебаний и вращений [37, 38].

В заключение отметим, что в условиях, когда направленные ионные потоки малы и не вносят заметного вклада в перераспределение плотности зарядов на поверхности протяженной диэлектрической цилиндрической частицы, частицу можно считать равномерно заряженной по длине.

### 2.2. Моделирование электростатического потенциала вокруг равномерно заряженной цилиндрической частицы

При численном моделировании динамики заряженной цилиндрической частицы во внешнем слабо-

неоднородном поле задача сводится к сохранению ее полного заряда и квадрупольного момента. В настоящей работе равномерно заряженные цилиндрические частицы длиной  $L$  моделировались линейной цепочкой, состоящей из  $N_q$  идентичных одноименных точечных зарядов  $q = Q/N_q$  массой  $m = M/N_q$ , расположенных на одинаковых расстояниях  $d = L/(N_q - 1)$  друг от друга. Здесь  $Q$  и  $M$  — соответственно полный заряд и масса цилиндрической частицы. Значения  $L$ ,  $Q$  и  $M$ , а также число  $N_q$  точечных зарядов и расстояние  $d$  между ними варьировались для различных численных экспериментов. Иллюстрация процедуры моделирования «цилиндрической частицы» системой, состоящей из четырех точечных частиц ( $N_q = 4$ ) представлена на рис. 2.

Распределение электростатического потенциала вокруг такого «цилиндра», моделируемого цепочкой частиц, на расстоянии  $l_p$  от его центра масс может быть представлено в следующем виде:

$$\varphi(l_p, \theta) = \frac{Q}{N_q l_p} \sum_{j=1}^{j=N_q} \frac{1}{l_j^*} \exp(-\kappa l_j^*), \quad (4)$$

где

$$l_j^* \equiv l_j^*(\theta) = \sqrt{\cos^2 \theta + \left( \sin \theta + \frac{(j - N_{ctr}) d}{l_p} \right)^2},$$

$$N_{ctr} = \frac{N_q + 1}{2}.$$

Здесь  $\theta$  — угол между вектором  $\mathbf{l}_p$  и перпендикуляром к центру оси цилиндра (см. рис. 2),  $\kappa = l_p/\lambda$  — параметр экранирования, а  $\lambda$  — длина экранирования.

Представление цилиндров в виде системы идентичных сфер использовалось ранее при моделировании зарядки частиц асимметричной формы [31], а также для численного моделирования динамики одного заряженного цилиндра и системы взаимодействующих цилиндрических частиц во внешнем электрическом поле [23].

При моделировании динамики цилиндрических частиц корректность их представления в виде однородной цепочки одноименных точечных зарядов определяется степенью влияния такого замещения на взаимодействие цилиндров между собой и их взаимодействие с внешними полями. Для равномерно заряженных цилиндрических частиц задача сводится к исследованию влияния дискретности модели на результаты численных расчетов. При сравнении результатов таких расчетов с результатами экспериментальных наблюдений вопрос о возможности представления цилиндров равномерно заряженными по длине требует дополнительных исследований конкретных условий анализируемых экспериментов. Моделирование концевых эффектов и неравномерной зарядки цилиндров можно осуществить при помощи цепочки неидентичных точечных зарядов  $q_i$ , имитирующих пространственное распределение поверхностного заряда по длине цепочки для заданных условий [23].

При численном моделировании динамики системы заряженных частиц определяющую роль играет пространственное распределение электрического поля вокруг отдельной частицы. Сравним величину поля

$$E_r(l_p, \theta) = \left( \{ \partial \varphi_r / \partial z \}^2 + \{ \partial \phi_r / \partial r \}^2 \right)^{1/2}$$

вокруг равномерно заряженной цилиндрической частицы ( $C_d = 0$ ) с распределением поля  $\varphi^{(1)}(l_p, \theta)$  вокруг цепочки, состоящей из  $N_q$  одноименных точечных зарядов  $q$ , расположенных на расстояниях  $d$  друг от друга,  $\varphi^{(1)}$  — первая производная потенциала  $\varphi(l_p, \theta)$  (4) в точке  $l_p$ . Иллюстрация относительного распределения поля  $E^* = \varphi^{(1)}(\theta)/(Q/l_p^2)$  при  $\kappa = 0$  показана на рис. 3 для случая равномерно заряженного цилиндра, а также для цепочек точечных зарядов, состоящих из  $N_q = 2; 4; 8$  частиц для  $l_p = L; 1.5L$  и  $2L$ . Легко увидеть, что цепочки точечных зарядов с хорошей точностью воспроизводят распределение поля вокруг цилиндра для

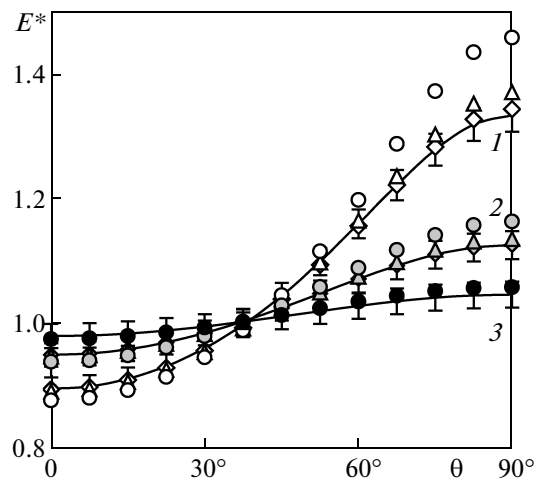


Рис. 3. Иллюстрация относительного распределения поля  $E^* = \varphi^{(1)}(\theta)/(Q/l_p^2)$  при  $\kappa = 0$  (см. рис. 1, 2) для равномерно заряженного цилиндра (сплошные линии), а также для цепочек точечных зарядов, состоящих из  $N_q = 2$  (о),  $N_q = 4$  ( $\Delta$ ),  $N_q = 8$  ( $\diamond$ ) частиц, для различных значений  $L/l_p$ : 1 — 1; 2 — 0.67; 3 — 0.5. Цвет символов меняется от белого до черного с уменьшением  $L/l_p$ . Указанный интервал ошибок соответствует 2 %

всех рассмотренных  $l_p/L \geq 1$ , при этом даже для системы из двух зарядов отклонение формы поля для углов  $\theta < \pi/4$  не превышает 1 %. При этом для моделирования распределения поля вокруг равномерно заряженного цилиндра вполне достаточно цепочек, состоящих из  $N_q = 8$  частиц.

В заключение данного раздела рассмотрим возможность моделирования поля равномерно заряженного цилиндра цепочкой, состоящей из двух частиц ( $N_q = 2$ ). Такое замещение позволяет сократить объем вычислительного времени задачи, а также существенно упрощает аналитический анализ условий формирования различных ориентационных конфигураций в системе, состоящей из цилиндрических частиц. Результаты расчетов, представленные на рис. 4, иллюстрируют такую возможность за счет простого изменения относительной длины цепочки  $L^*(N_q) = L/l_p$  с различным числом частиц  $N_q$ , моделирующей одинаковое распределение поля  $E^* = \varphi^{(1)}(\theta)/(Q/l_p^2)$  на некотором расстоянии  $l = l_p$  вокруг равномерно заряженного цилиндра.

Дополнительно на рис. 5 представлена зависимость отношения  $L_c = L^*(N_q)/L^*(N_q = 2)$  от числа частиц в цепочке  $N_q$ , полученная в результате численного анализа систем с одинаковым распределением потенциала (поля) вокруг цилиндрической

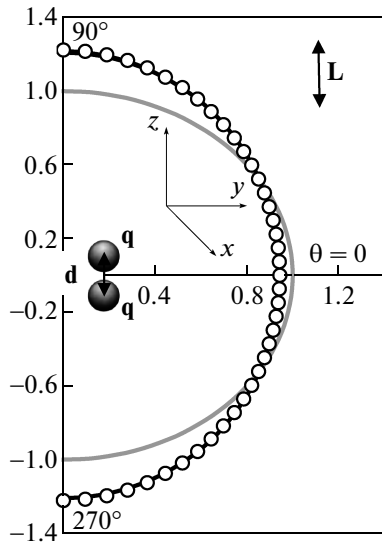


Рис. 4. Иллюстрация относительного распределения поля  $E^* = \varphi^{(1)}(\theta)/(Q/l_p^2)$  при  $\kappa = 0$  вокруг частицы с полным зарядом  $Q = N_q q$  для изотропного потенциала ( $N_q = 1$ ) (серая кривая) и в случае анизотропных потенциалов (2) для различных  $N_q$  и  $L/l_p$ : черная кривая —  $N_q = 2$ ,  $L/l_p = 0.5$ ;  $\circ$  —  $N_q = 17$ ,  $L/l_p \approx 0.78$

пылевой частицы. Данная иллюстрация (рис. 5) демонстрирует то, что для моделирования поля равномерно заряженного цилиндра достаточно использовать цепочку из двух частиц с отношением  $L^*(N_q = 2) \equiv L/l_p$ , примерно в 1.56 раз меньшим, чем значение  $L/l_p$  для анализируемого цилиндра. Следует также добавить, что для равномерно заряженного цилиндра с  $L/l_p < 0.25$  (или при  $L^*(N_q = 2) < 0.16$ ) распределение поля на расстоянии  $l_p$  практически не отличается от изотропного поля одной частицы с зарядом  $Q$ .

### 3. УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ЦЕПОЧЕЧНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ ЧАСТИЦ (ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ)

#### 3.1. Ориентация одной цилиндрической частицы в электрическом поле ловушки

Поскольку в типичных лабораторных условиях сила ионного увлечения не оказывает существенного влияния на условия равновесия заряженного стержня [8], здесь мы остановимся на анализе его динамики в поле электрических и гравитационной сил. Рассмотрим равновесное состояние стержня во внешнем электрическом поле с цилиндрической симмет-

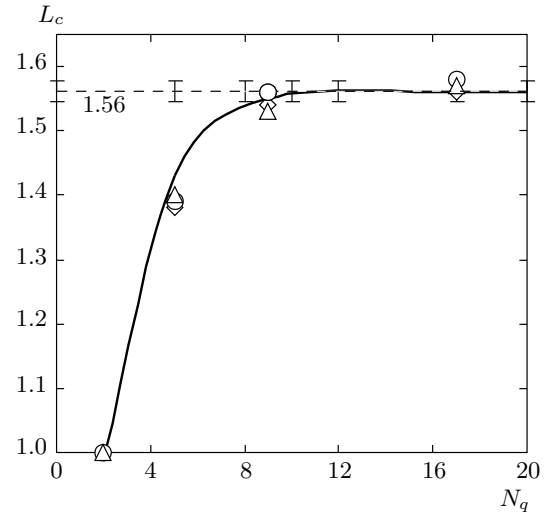
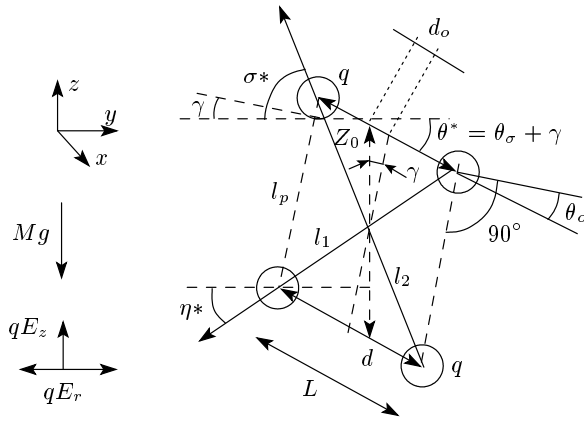


Рис. 5. Зависимость отношения  $L_c = L^*(N_q)/L^*$  ( $N_q = 2$ ) от числа частиц в цепочке  $N_q$ , полученная в результате численного анализа систем с одинаковым распределением потенциала (поля) вокруг цилиндрической пылевой частицы при  $\kappa = 0$ . Здесь  $L^*(N_q) = L/l_p$ , а величина  $L^*$  для  $N_q = 2$  соответствует различным значениям  $L/l_p$ :  $\Delta$  — 0.75,  $\circ$  — 0.5,  $\diamond$  — 0.16. Сплошная линия — аппроксимация численных результатов кривой:  $f(N_q) \approx (1 - \exp(-N_q/2))/0.64$ . Указанный интервал ошибок соответствует 1%

рией  $E = E(r, z)$  в приближении слабой неоднородности этого поля в направлении оси  $z$  ( $E_0 = -\phi'_0 \equiv -d\phi'/dz$ ;  $E'_0 = -\phi''_0 \equiv \beta$ ;  $E''_0 = -\phi'''_0 \rightarrow 0$ , где  $\phi_0 = \phi(z_0)$  — потенциал внешнего поля в точке левитации частицы, и  $|\beta L/E_0| \ll 1$ ) и его линейности в радиальном направлении  $E_r = \alpha r$ . (Здесь  $r \equiv (x^2 + y^2)^{1/2}$ ,  $z$  — координата по оси  $\mathbf{z}$  в направлении поля тяжести,  $\alpha$  и  $\beta$  — величины градиентов поля.)

В такой постановке задачи равновесные параметры положения стержня, а именно, высоту его левитации  $z_0$  и угол  $\theta^*$  по отношению к горизонтальной (радиальной) оси поля электростатической ловушки (см. рис. 6) можно найти путем анализа полной потенциальной энергии частицы  $U = U_\Sigma$ . Учитывая вклад гравитации  $Mgz_0$  (где  $M$  — масса стержня), величину полной энергии  $U_\Sigma$  с точностью до постоянных коэффициентов, не зависящих от  $z$  и  $\theta^*$ , можно представить в виде

$$U_\Sigma(z_0, \theta^*) \approx Mgz_0 + Q\phi_0 - \frac{1}{2}D_2 E_0 \sin^2 \theta^* - \frac{1}{4}D_4 \beta \sin^2 \theta^* + \frac{1}{4}D_4 \alpha \sin^2 \theta^*. \quad (5)$$



**Рис. 6.** Иллюстрация вертикального расположения двух «цилиндрических» частиц в электрическом поле ловушки с цилиндрической симметрией  $E = E(z, r)$

Здесь  $D_2 = -E_s L^3 / (24\Lambda) < 0$  — дипольный момент частицы, а  $D_4 = QL^2 / 6 < 0$  — ее квадрупольный момент.

Равновесные состояния стержня можно получить путем анализа экстремумов  $U_\Sigma$  (5). Так, высоту левитации стержня  $z_0$  можно определить из условия

$$\frac{\partial U_\Sigma}{\partial z_0} = 0, \quad Mg - QE_0 - \frac{E_s \beta L^3}{24\Lambda} \sin^2 \theta^* = 0, \quad (6)$$

где в соответствии с принятым ограничением (2) третьим слагаемым можно пренебречь. Следует отметить, что решение задачи (5) с удовлетворительной точностью описывает положение глобального минимума полной энергии  $U_\Sigma$  стержня, хотя и не дает информации о ее локальных минимумах, поскольку опирается на пренебрежение величиной продольного дипольного момента цилиндрической частицы, индуцированного внешним полем. Если в указанном приближении (5) пренебречь величиной радиального поля  $E_r \rightarrow 0$  ( $\alpha = 0$ ), то баланс ориентационных сил дается уравнением

$$\frac{\partial U_\Sigma}{\partial \theta^*} = 0, \quad \left( \frac{E_0^2 L}{2\Lambda} + Q\beta \right) \sin 2\theta^* = 0, \quad (7)$$

которое имеет два решения ( $\theta = 0, \theta = \pi/2$ ), соответствующие горизонтальной и вертикальной ориентациям стержня. Равновесный угол ориентации стержня определяется условием

$$\frac{\partial^2 U_\Sigma}{\partial \theta^{*2}} > 0, \quad (1 - K) \cos(2\theta^*) < 0, \quad (8)$$

$$K = \frac{2|E_0|D_2}{\beta D_4}.$$

Таким образом, частицы левитируют горизонтально,  $\theta^* = 0$ , когда  $K < 1$ , и вертикально,  $\theta^* = \pi/2$ , при  $K > 1$ . В рамках указанных приближений дипольный момент проводящей частицы  $D_2 = E_0 L^3 / (24\Lambda)$ , что дает величину  $K = (|E_0|^2 L) / (2\beta\Lambda|Q|)$ . Принимая во внимание  $QE_0 \approx Mg$  (6),  $\phi_s \equiv \phi_r(a, 0) \approx 2Q\Lambda/L$  (в предположении, что  $\phi_s$  не зависит от  $L$ ), было получено, что  $K \propto \Lambda^2$  [8]. Таким образом, если  $\Lambda$  достаточно велико, стержень левитирует вертикально, для меньших значений  $\Lambda$  предпочтительнее оказывается горизонтальная ориентация. Данный вывод противоречит экспериментальным наблюдениям, в том числе и наблюдениям, представленными его авторами, которые в обсуждении результатов своей работы [8] делают заключение, что размер частиц  $L$  в экспериментах сопоставим с характерным размером неоднородности электрического поля ( $|\beta L/E_0| \approx 1$ ), и описанная выше модель неприменима [8].

Несоответствие между данной моделью и результатами экспериментов можно легко устранить, если принять во внимание, что частицы (например, нейлоновые [6–8]), используемые в экспериментах, не являются проводящими. Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$  материала таких частиц конечна ( $\epsilon \neq \infty$ ), а величина экранирующего (деполяризующего) поля  $|E_e|$  внутри частицы может быть существенно меньше  $|E_0|$ . Так, для вытянутого эллипсоида вращения с полуосями  $L/2$  и  $a$  при условии  $L/a \gg 1$ , значение  $E_e \approx -C_\epsilon E_0 / (1 + C_\epsilon)$ , где  $C_\epsilon \approx 5(\epsilon - 1)(a/L)^2$  [39]. Таким образом, для проводника (при  $\epsilon \rightarrow \infty$ )  $E_e \approx -E_0$ , а при  $(\epsilon - 1) \ll (a/L)^2$  ( $C_\epsilon \ll 1$ ) величина  $E_e \approx -C_\epsilon E_0$ . Для диэлектрика с проницаемостью  $\epsilon \approx 4.5$ , характерной для нейлона, величина  $E_e \approx -17.5(a/L)^2 E_0$ . При этом даже грубая оценка дипольного члена в распределении линейной плотности заряда (1) для диэлектрического нейлонового цилиндра дает для типичных условий экспериментов ( $L/a = 80-240$ ) величину пренебрежимо малую по сравнению с  $\lambda_0 = Q/L$ . Дипольный момент таких частиц определяется соотношением  $D_2 = 17.5(a/L)^2 E_0 L^3 / (24\Lambda)$  (5), где  $L/a = 80-240$ , что, соответственно, дает  $K \ll 1$ . Таким образом, если пренебречь влиянием радиального электрического поля ( $E_r \rightarrow 0, \alpha = 0$ ), рассматриваемые диэлектрические частицы всегда левитируют горизонтально.

Рассмотрим решение задачи для равномерно заряженной цилиндрической частицы, удерживаемой в ловушке, заданной в радиальном направлении полем  $E_r = \alpha r \neq 0$  и с вертикальной составляющей  $E_z = Mg/Q + \beta z$ . Нетрудно показать (см. уравне-



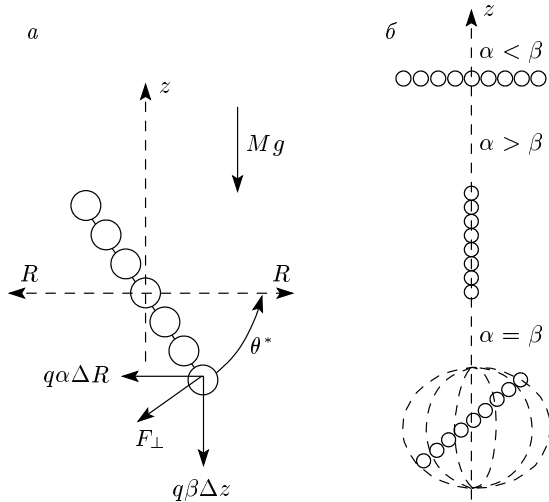


Рис. 7. Иллюстрация сил, действующих на цилиндрическую частицу (а), и ее ориентации (б) в поле ловушки

ние (5) при  $D_2 = 0$ ), что и в этом случае возможны только две устойчивые ориентации стержня: вертикальная ( $\beta < \alpha$ ) и горизонтальная ( $\beta > \alpha$ ) [23], см. рис. 7. Так, в первом случае ( $\beta < \alpha$ ) при повороте оси частицы относительно ее вертикального положения на некоторый угол  $\theta' = (\pi/2 - \theta^*)$  возникает момент сил, перпендикулярных оси стержня и действующих по направлению к оси  $z$ , который возвращает частицу в ее изначально равновесное (вертикальное) положение. В обратном случае ( $\beta > \alpha$ ), стержень будет двигаться по направлению к горизонтальной плоскости, пока не займет свое новое устойчивое (горизонтальное) положение. При равенстве градиентов  $\alpha = \beta$  обе конфигурации являются маргинально устойчивыми. Численное моделирование задачи показывает, что при  $T \neq 0$  ( $\alpha = \beta$ ) концы стержня будут хаотически двигаться, описывая поверхность сферы с центром в точке его центра масс (см. рис. 7), при этом картина ориентации цилиндрической частицы не зависит ни от длины стержня  $L$ , ни от числа точечных зарядов при  $N_q \geq 2$  [23].

### 3.2. Ориентация двух цилиндрических частиц

Рассмотрим решение задачи для двух цилиндрических частиц. В том случае, когда длина цилиндров много меньше расстояния между ними ( $L \ll l_p$ ), устойчивое положение их центров масс можно найти путем анализа уравнений движения для двух сферических частиц [21, 40]. При этом

устойчивость вертикальной конфигурации центра масс цилиндров будет определяться соотношением  $\beta < \alpha$ , в обратном случае ( $\beta > \alpha$ ) устойчивым будет их горизонтальное положение. Однако при таком подходе полностью теряется информация об ориентации рассматриваемых цилиндров для случая  $L \sim l_p$ , который часто наблюдается в экспериментах [5–8]. Количественные критерии для определения устойчивой конфигурации двух стержней можно найти путем расчетов минимума энергии такой системы [19, 41], варьируя их возможные положения в поле ловушки, включая различные положения центров масс стержней и угол наклона их осей.

Рассмотрим решение задачи для двух равномерно заряженных цилиндрических частиц, моделируемых двумя цепочками, состоящими из  $N_q = 2$  идентичных зарядов, в линейном поле  $E_r = \alpha r$ ;  $E_z = Mg/Q + \beta z$  при  $\beta < \alpha$  в ее двумерной постановке (т. е. без учета возможного перекрестного расположения частиц), см. рис. 6. Такое приближение позволяет получить качественную картину и проанализировать основные особенности в динамике изменения ориентации двух идентичных стержней в поле ловушки.

В случае неэкранированного взаимодействия, см. (4) при  $\kappa = 0$ , связь между силами (условие баланса сил) в такой системе дается уравнениями

$$2q\alpha d_o \cos \theta^* = \frac{q^2}{l_1^2} \cos \eta^* - \frac{q^2}{l_2^2} \cos \sigma^* + 2\frac{q^2}{l_p^2} \sin \gamma, \quad (9a)$$

$$q\beta Z_o = \frac{q^2}{l_1^2} \sin \eta^* + \frac{q^2}{l_2^2} \sin \sigma^* + 2\frac{q^2}{l_p^2} \cos \gamma, \quad (9b)$$

$$l_p \sin \gamma = 2d_o \cos \theta^*, \quad (9c)$$

$$Z_o = l_p \cos \gamma + 2d_o \sin \theta^*. \quad (9d)$$

Здесь  $l_1^2 = d^2 \cos^2 \theta_o + (l_p - d \sin \theta_o)^2$ ,  $l_2^2 = d^2 \cos^2 \theta_o + (l_p + d \sin \theta_o)^2$ ,  $\theta^* = \theta_o + \gamma$ ,  $\eta^* = \eta - \gamma$ ,  $\sigma^* = \sigma + \gamma$ , где

$$\cos \sigma = \frac{d \cos \theta_o}{l_2}, \quad \cos \eta = \frac{d \cos \theta_o}{l_1}.$$

С учетом того, что значение углов  $\theta_o$  и  $\theta^*$  ограничено диапазоном от 0 до 90°, оценки максимальной величины  $\gamma$  для системы в равновесном состоянии, согласно «золотому правилу механики», дают  $\sin 2\gamma < 1/2$ . Таким образом, величина  $\gamma$  не превышает 15° и в первом приближении для оценок возможных ориентационных конфигураций двух частиц в поле ловушки можно принять  $\gamma = 0$ . Тогда

$$q\beta l_p = \frac{q^2}{l_1^2} \sin \eta + \frac{q^2}{l_2^2} \sin \sigma + 2\frac{q^2}{l_p^2}, \quad (10)$$

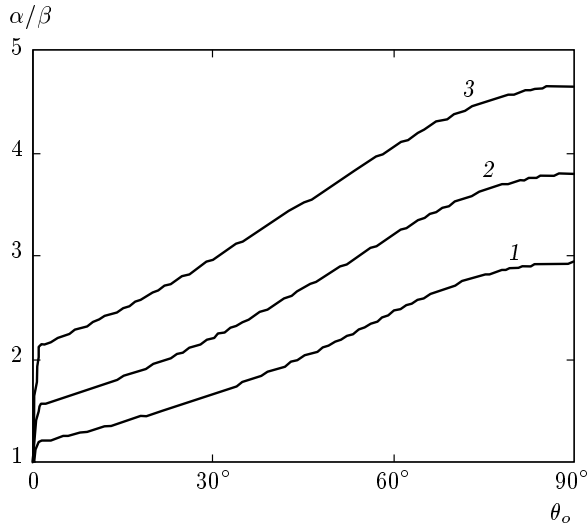


Рис. 8. Отношение градиентов ловушки  $\alpha/\beta$  в зависимости от  $\theta_o$  для различных значений  $d/l_p$ : 1 — 0.6, 2 — 0.5, 3 — 0.4

а потенциальная энергия  $U_\theta$  такой системы (с точностью до константы, не зависящей от  $\theta_o$ ) определяется следующим уравнением:

$$U_\theta = q\beta(l_p^2 + d^2 \sin^2 \theta_o) + q\alpha d^2 \cos^2 \theta_o + 2\frac{q^2}{l_1} + 2\frac{q^2}{l_2} + 4\frac{q^2}{l_p}. \quad (11)$$

Отсюда, подставляя (10) в (11) и используя уравнение  $\partial U_\theta / \partial \theta_o = 0$ , легко найти величину  $\alpha$  при заданном значении  $d/l_p$ , а следовательно, и отношение градиентов ловушки  $\alpha/\beta$ , соответствующих расположению частиц под определенным углом  $\theta_o$  (см. рис. 8).

Напомним, что уравнение  $\partial U_\theta / \partial \theta_o = 0$ , хотя и определяет экстремумы энергии системы, не гарантирует наличие ее минимума. Поэтому полученную таким способом величину энергии  $U_\theta$  необходимо сравнить с энергией системы при горизонтальной ( $U_0, \theta_o = 0$ ) и вертикальной ( $U_{90}, \theta_o = 90^\circ$ ) ориентациях «стержней» в поле ловушки при найденных значениях  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$U_0 = q\beta l_p^2 + q\alpha d^2 + 4\frac{q^2}{\sqrt{l_p^2 + d^2}} + 4\frac{q^2}{l_p}, \quad (12a)$$

$$U_{90} = q\beta(l_p^2 + d^2) + 2\frac{q^2}{l_p + d} + 2\frac{q^2}{l_p - d} + 4\frac{q^2}{l_p}. \quad (12b)$$

Сравнение результатов расчета для различных отношений  $d/l_p$  для потенциалов (46) при  $N_q = 2$  и

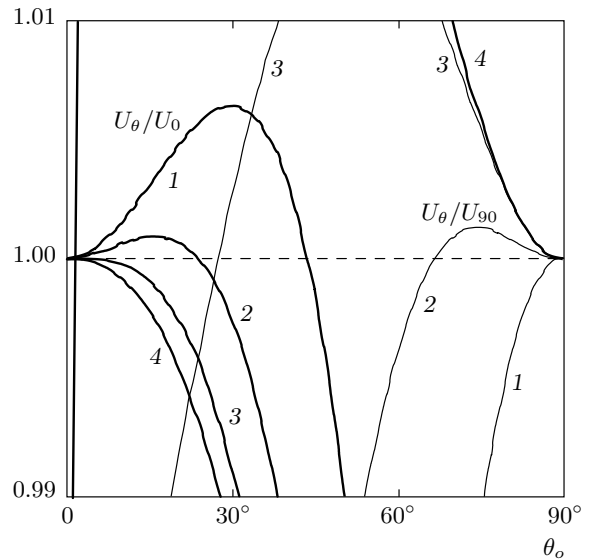


Рис. 9. Отношение  $U_\theta/U_0$  и  $U_\theta/U_{90}$  в зависимости от  $\theta_o$  для различных значений  $d/l_p$ : 1 — 0.6, 2 — 0.5, 3 — 0.4, 4 — 0.3

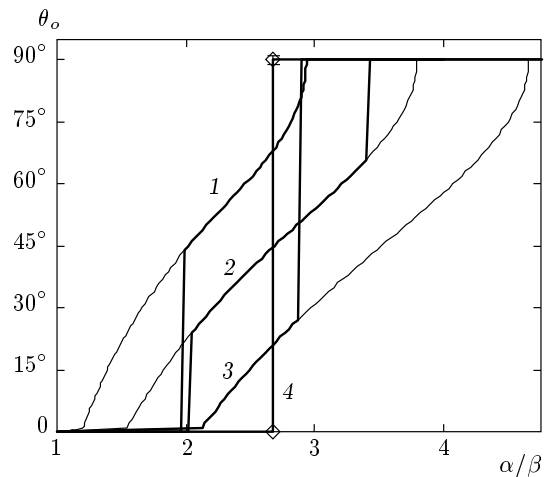
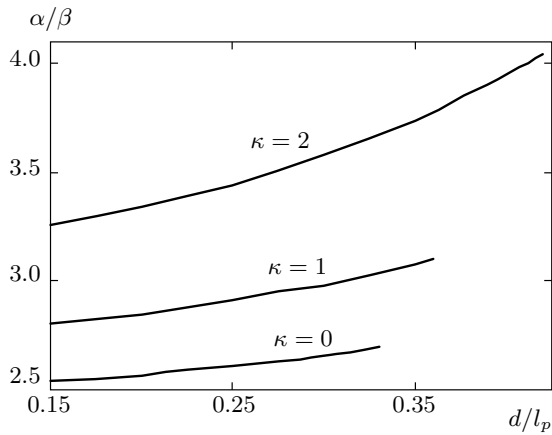


Рис. 10. Зависимость  $\theta_o$  от отношения градиентов ловушки  $\alpha/\beta$  для различных значений  $d/l_p$ : 1 — 0.6, 2 — 0.5, 3 — 0.4, 4 — 0.3. Тонкие линии — решение системы (9a)–(9d), жирные — с учетом ограничений на области с  $U_\theta/U_0 > 1$  и  $U_\theta/U_{90} > 1$ . Кривая 4 описывает зависимость  $U_0/U_{90} < 0$  (для  $\alpha/\beta < 2.668$ ) и  $U_0/U_{90} > 0$  (для  $\alpha/\beta > 2.668$ )

$\kappa = 0$  приведены на рис. 9 в виде зависимости отношений  $U_\theta/U_0$  и  $U_\theta/U_{90}$  от угла  $\theta_o$ . Легко увидеть, что при этом область существования конфигурации двух частиц под углами  $\theta_o \neq 0$  и  $\theta_o \neq 90^\circ$  может быть существенно ограничена в силу того, что существуют области, где  $U_\theta/U_0 > 1$  или  $U_\theta/U_{90} > 1$ . Кор-



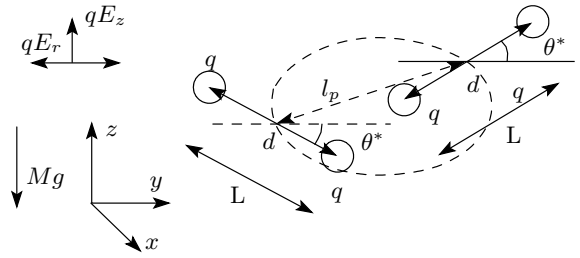
**Рис. 11.** Зависимость  $\alpha/\beta$  от  $d/l_p$  на линии  $U_0 = U_{90}$  для взаимодействующих частиц (4) при  $N_q = 2$ ,  $d/l_p > 0.15$ ,  $\kappa = 0$  ( $0.33 > d/l_p$ ),  $\kappa = 1$  ( $0.36 > d/l_p$ ),  $\kappa = 2$  ( $0.42 > d/l_p$ )

рекция зависимости  $\theta_o$  от отношения  $\alpha/\beta$  с учетом полученных результатов представлена на рис. 10. Следует отметить, что в рассмотренной постановке задачи для частиц с размерами  $d/l_p \leq 0.33$  существуют только две возможные взаимные ориентации стержней ( $\theta_o = 0, \theta_o = \pi/2$ ). Зависимость отношения  $\alpha/\beta$  от  $d/l_p$  на линии  $U_0 = U_{90}$ , разграничивающая эти два случая, показана на рис. 11, там же приведены кривые  $U_0 = U_{90}$  при  $\kappa = 1, 2$  ( $N_q = 2$ ) для частиц с  $d/l_p \geq 0.15$ .

Следует напомнить, что для равномерно заряженного цилиндра с  $L/l_p \rightarrow 0.25$  (или при  $L^*(N_q = 2) \rightarrow 0.16$ ) распределение поля для случая  $\kappa = 0$  на расстоянии  $l_p$  практически не отличается от изотропного поля одной частицы с зарядом  $Q$ , см. разд. 2.2. Поэтому для  $L^*(N_q = 2)$  не более 0.15 на ориентацию частиц заметное влияние будет оказывать их температура. (Предположительно частицы будут вращаться относительно равновесного положения своего центра масс.)

### 3.3. Радиальная неустойчивость

Задача о нарушении вертикальной конфигурации в изначально одномерной цепочке частиц (с числом частиц  $N_p \geq 2$ ), взаимодействующих посредством различных изотропных парных потенциалов, за счет возникновения радиальной неустойчивости (т. е. неустойчивости, вызванной малыми смещениями частиц в направлении, перпендикулярном цепочке), рассматривалась в работах [21, 22, 29]. Так, условия изменения вертикальной configura-



**Рис. 12.** Иллюстрация горизонтального расположения двух «цилиндрических» частиц в электрическом поле ловушки с цилиндрической симметрией  $E = E(z, r)$

ции двух частиц на их горизонтальное расположение (перпендикулярное силе тяжести) представлены в работах [21, 22]. А задача о существовании одномерных цепочек, содержащих различное количество частиц, подробно описана в работе [29].

Результаты упомянутых выше работ показывают, что смена вертикальной конфигурации двух частиц (рис. 6) на их горизонтальное расположение (рис. 12) в поле линейной ловушки с градиентами происходит при условии

$$\alpha < \beta \tag{13}$$

вне зависимости от характера (изотропного или неизотропного) парного взаимодействия. Условие (13) соответствует отсутствию возвращающей силы при радиальном смещении заряженной частицы и, соответственно, приводит к качественному переходу от вертикальной ориентации частиц к новому устойчивому состоянию системы (к их горизонтальному расположению).

В общем случае, условие нарушения устойчивости вертикального расположения частиц в цепочке, содержащей  $N_p \geq 2$  частиц, за счет возникновения радиальной неустойчивости может быть найдено путем сложения радиальных составляющих градиентов сил парного взаимодействия для двух ближайших частиц ( $k$ -й и  $(k + 1)$ -й) в рассматриваемой цепочке [29]

$$|\alpha| < |\alpha_c| = \left| \sum_{j=1}^k \frac{\varphi_{k+1j}^{(1)}}{l_{k+1j}} + \sum_{j=k+1}^{N_p} \frac{\varphi_{kj}^{(1)}}{l_{kj}} \right|, \tag{14}$$

где  $\varphi_{kj}^{(1)} = \varphi^{(1)}(l_{kj}, \theta)$  — первая производная потенциала взаимодействия в точке среднего расстояния  $l_{kj}$  между двумя частицами. (Качественно близкий критерий был предложен в работе [27].) В случае ограниченной цепочки  $N_p = \text{const}$  условие (14) будет в

первую очередь нарушаться для центральной части структуры, что и является причиной существующих наблюдений изменения вертикальной конфигурации таких систем путем их первоначального разделения в центре цепочки [26, 29].

Отметим, что для двух частиц ( $N_p = 2$ ) существует простая связь между величиной градиента вертикального поля  $\beta$  и силами межчастичного взаимодействия:  $|\beta| = \left| \varphi_{12}^{(1)} + \varphi_{21}^{(1)} \right| / l_{12} \equiv 2\varphi^{(1)} / l_p$ . В этом случае критерий (14) принимает форму (13).

#### 4. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ

##### 4.1. Параметры численной задачи

Моделирование выполнялось методом молекулярной динамики, основанным на решении системы  $N_q^* N_p$  — векторных уравнений движения, где  $N_p$  — количество цилиндров. При этом учитывались сила Ланжевена (которая является источником стохастического «теплого» движения частиц с заданной кинетической температурой  $T$ ), внешние электрические силы  $qE(r, z)$  и силы гравитации  $Mg$ . Техника моделирования подробно описана в работах [1, 2].

Для анализа взаимодействия между цилиндрами в нашей работе были рассмотрены системы со следующими параметрами потенциала (4):  $L/l_p \sim 0.15-0.75$ ,  $N_q = 2-5$ ,  $\kappa = 0-2$ . (Сила взаимодействия между двумя цилиндрами рассчитывалась как суммарная сила от отдельных точечных зарядов  $F_{int}$ , составляющих один из цилиндров, действующая на каждый из точечных зарядов второго цилиндра.)

Взаимодействие между зарядами  $q$  в цилиндре задавалось при помощи потенциальных сил  $F_{ij} = q\chi(|i-j|d - l_{ij})$ ,  $i = 1-N_q$  — номер заряда в цепочке ( $i \neq j$ ),  $\chi$  — градиент силы,  $l_{ij} = |\mathbf{l}_i - \mathbf{l}_j|$  — расстояние между точечными зарядами в цепочке. Отметим, что  $l_{ij} = |i-j|d$  только в случае устойчивого, равновесного, состояния системы при отсутствии в данной системе тепловых или иных флуктуаций. При движении цилиндра во внешних электрических полях (в процессе достижения своего равновесного состояния) или при наличии тепловых флуктуаций отдельные частицы цепочки испытывают смещения относительно своего равновесного положения, которые устраняются путем введения возвращающей силы  $F_{ij}$ .

Моделирование проводилось для двух различных случаев: для конечной цепочки частиц ( $N_p = \text{const}$ ), находящихся в электрическом поле ловуш-

ки с цилиндрической симметрией, и для однородной протяженной цепочки взаимодействующих частиц. В первом случае система частиц была ограничена в радиальном направлении электрическим полем  $E_r = \alpha r$ , а в вертикальном направлении  $z$  находилась в поле тяжести  $F_g = Mg$ , скомпенсированном действием линейного электрического поля:  $E_z = E_z^0 + \beta z$ , где  $E_z^0 = Mg / (eZ_p)$ . Число частиц (цилиндров)  $N_p$  варьировалось от 2 до 16. Во втором случае моделирование проводилось при периодических граничных условиях в направлении  $z$  ( $E_z = 0$ ), а в радиальном направлении  $\mathbf{r}$  система также находилась в поле силы, действующей со стороны электрического поля ловушки,  $E_r = \alpha r$ . Число независимых частиц  $N_p$  в центральной счетной ячейке менялось в пределах от 20 до 100 (длина обрезания потенциала составляла около  $10-25l_p$ ).

Во всех случаях температура  $T$  частиц задавалась такой, чтобы обеспечить величину параметра неидеальности системы  $\Gamma^* = l_p^2 U^{(2)} / (2T) > 10\Gamma_c^*$ , где  $\Gamma_c^* \approx 100$  — точка плавления систем с изотропными парными потенциалами [1, 2],  $U^{(2)} = Q\varphi^{(2)}$ ,  $\varphi^{(2)}$  — вторая производная потенциала взаимодействия в точке среднего межчастичного расстояния  $l_p$ . Величина параметра масштабирования  $\xi = \omega^* / \nu_{fr}$  варьировалась в диапазоне от  $\sim 0.1$  до  $\sim 10$ , типичном для условий лабораторных экспериментов [1-3]; здесь  $\omega^* = (U^{(2)} / \pi M)^{1/2}$ .

##### 4.2. Результаты численного моделирования и их обсуждение

###### 4.2.1. Ориентация цилиндрических частиц

Иллюстрация результатов расчетов представлена на рис. 13-16. Так, положения и ориентация цилиндрических частиц при  $L/l_p = 0.5$  ( $N_q = 2$ ,  $\kappa = 0$ ) для различных отношений градиентов внешнего поля  $\alpha/\beta$  показаны на рис. 13 для двумерной (2D) и трехмерной (3D) постановки задачи. Зависимость угла наклона стержней к горизонтальной оси  $\theta_o$  от отношения градиентов ловушки  $\alpha/\beta$  для цепочек, состоящих из двух ( $N_q = 2$ ) и пяти ( $N_q = 5$ ) идентичных частиц с различными отношениями  $L/l_p$ , показаны на рис. 14, совместно с аналитическими кривыми. Анализ результатов расчетов показывает, что численные данные достаточно хорошо согласуются с аналитическими оценками, представленными в разд. 3.2, вне зависимости от размерности (2D или 3D) моделируемой системы. Некоторые различия между численными и аналитическими результатами связаны с наличием сдвига центров масс стержней относительно вертикальной оси

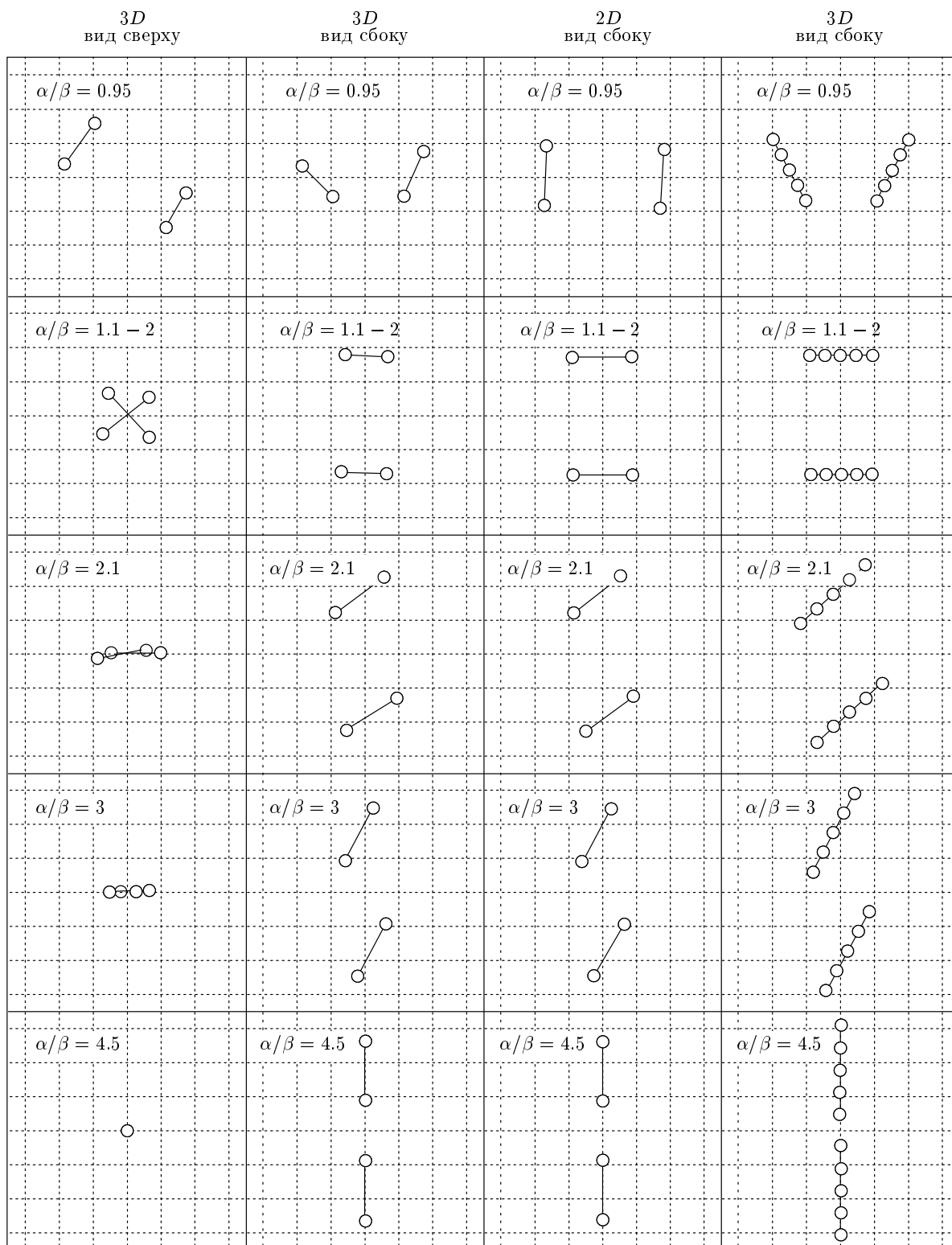
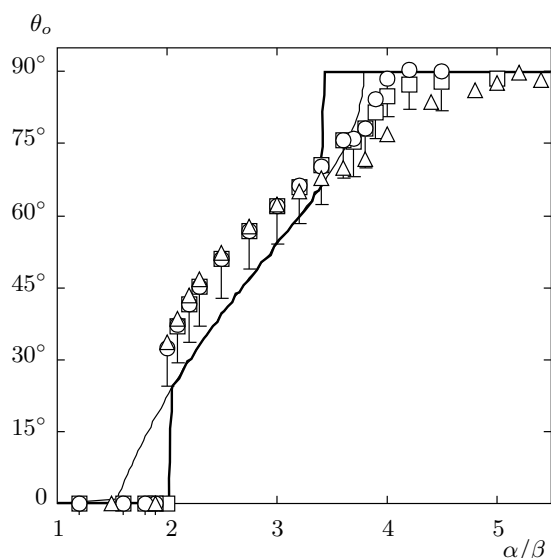


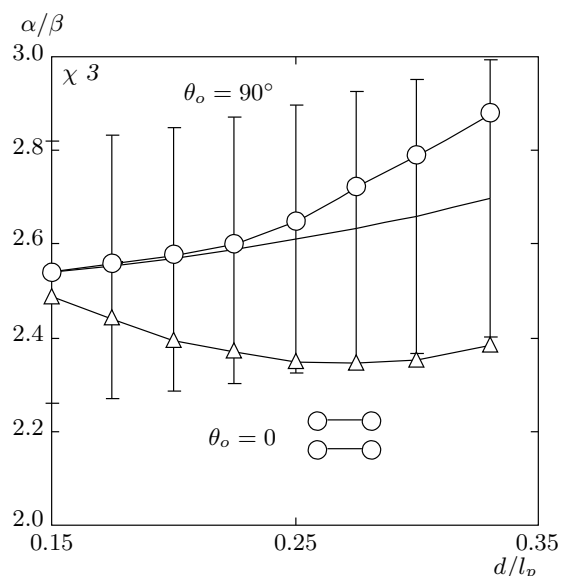
Рис. 13. Иллюстрация положений частиц с  $d/l_p = 0.5$  ( $N_q = 2, \kappa = 0$ ) и  $L/l_p = 0.7$  ( $N_q = 5, \kappa = 0$ ) при температуре  $T = 0.01$  эВ для различных отношений  $\alpha/\beta$



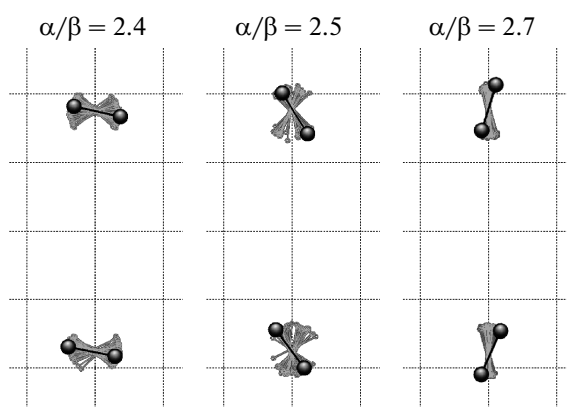
**Рис. 14.** Зависимость  $\theta_o$  от отношения градиентов ловушки  $\alpha/\beta$ . Символы — результаты численного моделирования:  $\circ$  — для 2D-задачи ( $N_q = 2, \kappa = 0, L/l_p = 0.5$ );  $\square$  — для 3D-задачи ( $N_q = 2, \kappa = 0, d/l_p = 0.5$ );  $\triangle$  — для 2D-задачи ( $N_q = 5, \kappa = 0, L/l_p = 0.7$ ). Линии — аналитические оценки (2D,  $N_q = 2, \kappa = 0, d/l_p = 0.5$ ). Тонкие линии — решение системы (9), жирные — с учетом ограничений на области с  $U_\theta/U_0 > 1$  и  $U_\theta/U_{90} > 1$ . Интервал ошибок соответствует  $\Delta\theta_o = 7.5^\circ$

в моделируемых системах. Следует также добавить, что полученные результаты подтверждают возможность моделирования поля равномерно заряженного цилиндра цепочкой, состоящей из двух частиц ( $N_q = 2$ ) за счет простого изменения относительной длины цепочки  $L^*(N_q) = L/l_p$ , см. разд. 2.2. Так, результаты моделирования для случая  $N_q = 2$  при  $L/l_p = 0.5$  хорошо согласуются с расчетами, выполненными для  $N_q = 5$  при  $L/l_p = 0.7$ , при этом отношение  $L^*(N_q = 5)/L^*(N_q = 2) = 1.4$  полностью соответствует результатам, приведенным в разд. 2.2, см. рис. 5.

Зависимость отношения  $\alpha/\beta$  от  $d/l_p$  ( $N_q = 2$ ) на линии формирования вертикальной ( $\theta_o = 90^\circ$ ) и горизонтальной ( $\theta_o = 0$ ) ориентаций стержней длиной от  $d/l_p = 0.15$  до  $d/l_p = 0.33$ , найденная при численном моделировании задачи, показана на рис. 15 совместно с аналитическими оценками, представленными в разд. 3.2. Отклонения результатов моделирования от аналитической кривой, связанные со сдвигом центров масс стержней относительно вертикальной оси в моделируемых системах, составляли примерно от 2% до 10% (снижались с уменьшением отно-



**Рис. 15.** Зависимость  $\alpha/\beta$  от  $d/l_p$  на линии формирования вертикальной и горизонтальной ориентации стержней ( $N_q = 2, \kappa = 0$ ). Символы — результаты численного моделирования 2D-задачи:  $\circ$  —  $\theta_o \approx 90^\circ$ ,  $\triangle$  —  $\theta_o \approx 0$ . Сплошная кривая — аналитические оценки на линии  $U_0 = U_{90}$ . Указанный интервал ошибок соответствует  $\Delta\alpha/\beta = \pm 10\%$



**Рис. 16.** Иллюстрация положений частиц с  $d/l_p = 0.2$  ( $N_q = 2, \kappa = 0$ ) при температуре  $T = 0.025$  эВ за время  $t = 20\nu_{fr}^{-1}$  для различных отношений  $\alpha/\beta$

сительной длины стержня  $d/l_p$ ). В указанном диапазоне  $\alpha/\beta$  угол наклона стержней в моделируемых системах находился в диапазоне  $45^\circ < \theta_o < 90^\circ$ . Иллюстрация положений частиц с  $d/l_p = 0.2$  ( $N_q = 2$ ) при температуре  $T = 0.025$  эВ за время  $t = 20\nu_{fr}^{-1}$  для различных отношений  $\alpha/\beta$  показана на рис. 16.

Легко заметить наличие вращения стержней относительно равновесного положения их центра масс. (С ростом температуры частиц такое вращение становится более выраженным, что может помешать идентификации угла наклона цилиндрических частиц в реальных экспериментах.)

#### 4.2.2. Устойчивость вертикальной конфигурации в расположении частиц

Численные исследования, выполненные в настоящей работе для ограниченных и протяженных цепочек частиц, показали, что возникновение радиальной неустойчивости для вертикального расположения частиц, взаимодействующих с различными анизотропными потенциалами, происходит при условиях, близких к критерию (14). Отклонения величины  $\alpha_c$  от его значения в соотношении (14) составляли не более 5%. Данный результат не является неожиданным, поскольку основные соотношения, полученные при выводе (14) в работах [22, 25], не опираются на предположение об изотропности парного потенциала, а соответственно, могут использоваться и в нашем случае. Иллюстрация нарушения устойчивости цепочки в протяженной и в ограниченной системах частиц представлена на рис. 17, 18.

Аналогично задаче с изотропными парными потенциалами [26, 29], нарушение устойчивой цепочечной структуры в ограниченной системе происходило путем ее первоначального разделения в центре, см. рис. 17. В случае «бесконечной» цепочки нарушение равновесного состояния наблюдалось в виде отклонения положения частиц от их вертикального положения по всей длине цепочки, см. рис. 18. Отметим, что разделение протяженной цепочки по всей длине структуры наблюдалось ранее при численном моделировании диссипативных ( $\nu_{fr} \neq 0$ ) систем с изотропными потенциалами [29], а также для гамильтоновых систем ( $\nu_{fr} = 0$ ) [27, 28, 30].

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты теоретического и численного исследования процессов формирования цепочечных структур, состоящих из цилиндрических пылевых частиц. Исследования проводились для протяженных и ограниченных систем в широком диапазоне параметров, соответствующих условиям экспериментов в лабораторной пылевой плазме. Подробно рассмотрены условия формирования различных ориентационных и пространственных конфигураций в системе равномерно заряженных цилин-

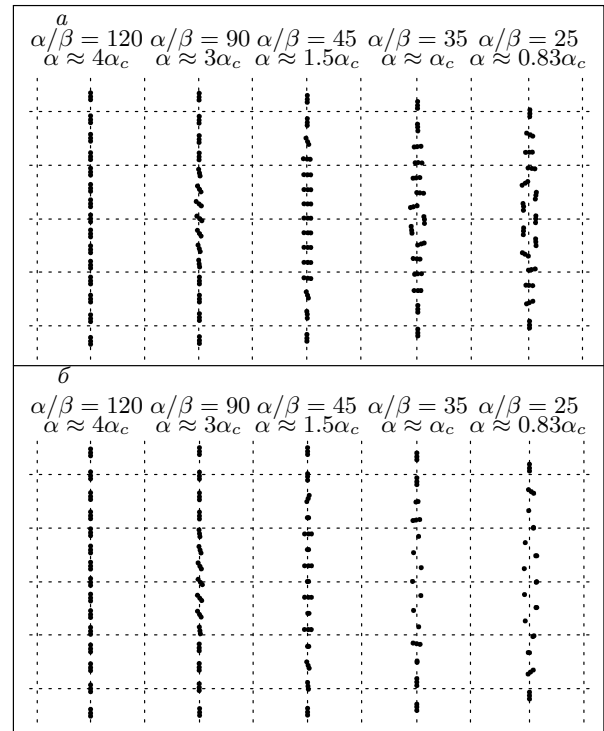


Рис. 17. Иллюстрация нарушения устойчивости цепочки с ростом отношения  $\alpha/\beta$  в ограниченной системе частиц (вид сбоку) для систем 2D (а) и 3D (б) с параметрами  $L/l_p \approx 0.35$ ,  $N_q = 3$ ,  $N_p = 15$ ,  $\kappa = 0$

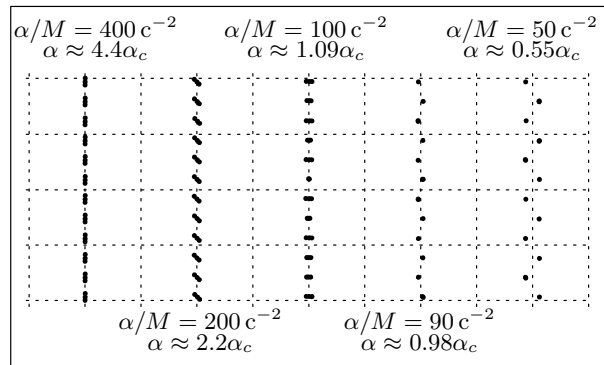


Рис. 18. Иллюстрации формирования новой цепочки в протяженной системе частиц (вид сбоку) для 3D-систем с параметрами  $L/l_p = 0.35$ ,  $N_q = 3$ ,  $\kappa = 1$

дров, находящихся во внешнем электрическом поле, имеющем цилиндрическую симметрию. Получено, что данные условия определяются отношением градиентов поля ловушки.

Проверен критерий, определяющий нарушение устойчивого равновесия в системе частиц, изначально представляющей «квазиодномерную» цепочку. Найдены соотношения между параметрами парного потенциала, количеством частиц и градиентами электрического поля ловушки.

Представленные результаты могут быть полезны в экспериментальных и численных исследованиях свойств систем, состоящих из сильно асимметричных частиц, которые представляют интерес в физике плазмы, медицине, биологии, физике полимеров и других коллоидных систем, а также для разработки новых методов их бесконтактной диагностики.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 13-08-00263-а, 14-08-31633-мол-а), Министерства образования и науки Российской Федерации, а также в рамках Программы Президиума РАН.

## ЛИТЕРАТУРА

1. О. С. Ваулина, О. Ф. Петров, В. Е. Фортов, А. Г. Храпак, С. А. Храпак, *Пылевая плазма (эксперимент и теория)*, Наука, Москва (2009).
2. *Complex and Dusty Plasmas*, ed. by V. E. Fortov and G. E. Morfill, CRC Press (2010).
3. A. Ivlev, G. Morfill, H. Lowen, and C. P. Royall, *Complex Plasmas and Colloidal Dispersions: Particle-Resolved Studies of Classical Liquids and Solids*, World Scientific, Singapore (2012).
4. A. van Blaaderen et al., *Eur. Phys. J. Special Topics* **222**, 2895 (2013).
5. U. Mohideen et al., *Phys. Rev. Lett.* **81**, 349 (1998).
6. В. И. Молотков и др., *Письма в ЖЭТФ* **71**, 152 (2000).
7. В. М. Annaratone et al., *Phys. Rev. E* **63**, 036406 (2001).
8. A. V. Ivlev et al., *Phys. Rev. E* **68**, 026403 (2003).
9. В. М. Annaratone et al., *IEEE Transactions on Plasma Science* **39**, № 11 (2011).
10. В. М. Annaratone, A. G. Khrapak, and G. E. Morfill, *IEEE Transactions on Plasma Science* **37**, № 6 (2009).
11. L. R. Marcus, В. М. Annaratone, H. M. Thomas, and G. E. Morfill, *Phys. Plasmas* **13**, 063502 (2006).
12. A. D. Usachev et al., in *Plasma Kristall-4 Experiments under Microgravity Conditions*, AIP Conf. Proc. 1397 (2011), p. 114.
13. О. С. Ваулина, А. А. Самарян, Б. Джеймс и др., *ЖЭТФ* **123**, 1179 (2003).
14. Ю. П. Райзер, *Физика газового разряда*, Наука, Москва (1987).
15. Mahendra Singh Sodha, S. K. Mishra, and Shikha Misra, *Phys. Plasmas* **16**, 123701 (2009).
16. W. J. Miloch, S. V. Vladimirov, H. L. Pécseli, and J. Trulsen, *Phys. Rev. E* **78**, 036411 (2008).
17. *Photon Correlation and Light Beating Spectroscopy*, ed. by H. Z. Cummins and E. R. Pike, Plenum, New York (1974).
18. А. А. Овчинников, С. Ф. Тимашев, А. А. Белый, *Кинетика диффузионно-контролируемых химических процессов*, Химия, Москва (1986).
19. H. Totsuji, C. Totsuji, and K. Tsuruta, *Phys. Rev. E* **64**, 066402 (2001).
20. G. A. Heibner, M. E. Riley, and K. E. Greenberg, *Phys. Rev. E* **66**, 046407 (2002).
21. О. С. Ваулина, К. Г. Адамович, И. Е. Дранжевский, *Физика плазмы* **31**, 562 (2005).
22. O. S. Vaulina, X. G. Adamovich, and S. V. Vladimirov, *Physica Scripta* **79**, 035501 (2009).
23. О. С. Ваулина, *Физика плазмы* **34**, 453 (2008).
24. V. A. Schweigert, I. V. Schweigert, A. Melzer, A. Homan, and A. Piel, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 24 (1998).
25. I. I. Lisina and O. S. Vaulina, *Europhys. Lett.* **103**, 55002 (2013).
26. T. Kamimura and O. Ishihara, *Phys. Rev. E* **85**, 016406 (2012).
27. Н. Г. Гусейн-Заде, А. М. Игнатов, *Кратк. сообщ. по физике* № 11, 13 (2001).
28. Н. Г. Гусейн-Заде, В. Н. Цытович, *Физика плазмы* **31**, 432 (2005).
29. О. С. Ваулина, И. И. Лисина, К. Г. Косс, *Физика плазмы* **39**, 455 (2013).
30. Н. Г. Гусейн-Заде, А. М. Игнатов, *Физика плазмы* **29**, 1 (2003).
31. С. А. Майоров, *Физика плазмы* **30**, 766 (2004).
32. С. А. Майоров, *ТВТ (в печати)* (2014).
33. J. E. Allen, *Phys. Scr.* **45**, 497 (1992).



34. E. G. Whipple, Rep. Prog. Phys. **44**, 1197 (1981).
35. P. M. Chung, L. Talbot, and K. J. Touryan, *Electric Probes in Stationary and Flowing Plasmas: Theory and Application*, Springer, New York (1975).
36. R. A. C. Quinn and J. Goree, Phys. Plasma **7**, 3904 (2000).
37. S. V. Vladimirov and E. N. Tsoy, Phys. Rev. E **64**, 035402 (2001).
38. M. P. Herzberg, S. V. Vladimirov, and N. F. Cramer, Phys. Rev. E **68**, 026402 (2003).
39. Г. Фрелих, *Теория диэлектриков*, Наука, Москва (1960).
40. S. V. Vladimirov and A. A. Samarian, Phys. Rev. E **65**, 046416 (2002).
41. H. Totsuji, T. Kishimoto, Y. Inoue et al., Phys. Lett. A **221**, 215 (1996).