

СОБСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ОПЕРАТОР МАССИВНОГО НЕЙТРИНО ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. А. Добрынина*, Н. В. Михеев**

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, Ярославль, Россия

Поступила в редакцию 22 января 2013 г.

Проведен анализ влияния магнитного поля на свойства массивного нейтрино. Получено общее выражение для собственно-энергетического оператора нейтрино во внешнем магнитном поле произвольной напряженности. Данное выражение справедливо при произвольном соотношении между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона. Исследован аномальный магнитный момент стандартного нейтрино. Вычислена вероятность распада массивного нейтрино на W -бозон и заряженный лептон при различных значениях напряженности магнитного поля.

DOI: 10.7868/S0044451014010064

$\sin^2 \theta_{13} = 0.0251 \pm 0.0034$

1. ВВЕДЕНИЕ

На протяжении почти целого столетия исследование свойств нейтрино привлекает внимание мирового научного сообщества. Быстрое развитие и совершенствование проводимых физических экспериментов позволяют регистрировать нейтрино как естественного происхождения [1–3]: атмосферные, солнечные, космические и геонейтрино, так и производимые в атомных реакторах и экспериментах по ускорению частиц [4]. В дополнение к хорошо известному результату, полученному на Большом электрон-позитронном коллайдере (LEP) из анализа «невидимых» распадов Z -бозонов, что количество ароматов легких нейтрино $N_\nu = 2.984 \pm 0.008$ [5], т. е. не превосходит трех, данные по нейтринным осцилляциям указывают на наличие ненулевой массы по крайней мере у двух сортов нейтрино, а также на существование смешивания в лептонном секторе стандартной модели. Из анализа всех известных экспериментальных данных по нейтрино следует [6]:

$$|\Delta m_{21}^2| = (7.58_{-0.26}^{+0.22}) \cdot 10^{-5} \text{ эВ}^2,$$

$$|\Delta m_{31}^2| = (2.35_{-0.09}^{+0.12}) \cdot 10^{-3} \text{ эВ}^2$$

для разностей квадратов масс и

$$\sin^2 \theta_{12} = 0.312_{-0.015}^{+0.018}, \quad \sin^2 \theta_{23} = 0.42_{-0.03}^{+0.08},$$

*E-mail: dobrynina@uniyar.ac.ru

**E-mail: mikheev@uniyar.ac.ru

для элементов матрицы смешивания V_{PMNS} Понтекорво–Маки–Накагава–Саката [7–9]. В настоящее время какие-либо экспериментальные указания на нарушение CP -симметрии в лептонном секторе отсутствуют. Планируются также эксперименты по измерению абсолютных масс нейтрино, однако первых результатов следует ожидать не в самой ближайшей перспективе. Тем не менее, из данных по реликтовому излучению, а также излучению от сверхновых и галактических кластеров были получены ограничения на сумму масс нейтрино $\sum_j m_j \lesssim (0.3\text{--}1.3) \text{ эВ}$ на 95 % уровне достоверности [10]. Все эти измерения указывают на то, что массы всех трех легких нейтрино намного меньше массы любого заряженного лептона $\ell = e, \mu, \tau$ или кварка $q = u, d, s, c, b, t$.

Особую роль нейтрино играют в астрофизике. Как было отмечено еще в 1941 г. Гамовым и Шенбергом [11], остывание молодых нейтронных звезд в течение примерно первых ста тысяч лет происходит исключительно за счет излучения нейтрино из центральной части. Другим источником нейтринного излучения (более мощным, но имеющим существенно меньшую длительность) является взрыв сверхновой с коллапсом центральной части. Было показано [12], что взрыв сверхновой невозможно объяснить без учета эффектов вращения и наличия магнитного поля. Такая модель взрыва получила название магниторотационной. В данной модели сильное магнитное поле напряженностью

$B \sim 10^{16}$ Гс образуется в оболочке сверхновой за счет магниторотационной неустойчивости, при этом естественно предположить, что и в остатке сверхновой также генерируется сильное магнитное поле с несколько меньшей напряженностью. Недавнее открытие таких объектов, как источники мягких повторяющихся гамма-всплесков (Soft Gamma-ray Repeaters, SGR) и аномальные рентгеновские пульсары (Anomalous X-ray Pulsars, AXP), у которых предполагается наличие сильного магнитного поля, делает магниторотационную модель весьма привлекательной для их описания. В 1992 г. Дунканом и Томсоном [13] была предложена модель для объяснения этих объектов — модель одиночной нейтронной звезды, названной магнитаром. В настоящее время эта модель является наиболее успешной и популярной. Отметим, что доля магнитаров в общей популяции одиночных нейтронных звезд может достигать десяти процентов (в настоящее время открыто 23 таких объекта [14]). Согласно этой модели, на коре магнитара имеется область, заполненная электрон-позитронной плазмой, которую можно с хорошей точностью описать как магнитный диполь напряженностью $B \sim 10^{15}$ Гс [13, 15]. Во всех перечисленных случаях происходит взаимодействие нейтрино с плотной электрон-позитронной плазмой и нуклонной составляющей объектов в присутствии сильного магнитного поля, учет которого может оказать существенное влияние на процессы, определяющие эволюцию астрофизических объектов, например, распространение нейтрино в оболочке сверхновой [16].

Не следует игнорировать процессы с участием нейтрино в космологии; интегральные характеристики нейтринных реакций могут существенно измениться под воздействием материи во Вселенной. В некоторых моделях ранней Вселенной на стадии электрослабого фазового перехода магнитные поля могут достигать значений $B \sim 10^{22}$ – 10^{24} Гс [17], существенно превосходящих напряженности, наблюдаемые в сверхновых и магнитарах. Эти примеры показывают, что в астрофизических и космологических приложениях важно учитывать влияние плотной среды и/или интенсивного электромагнитного поля на процессы с участием нейтрино.

Если бозонный сектор стандартной модели фиксирован группой симметрии, то никаких теоретических ограничений на число повторяющихся фермионных поколений n пока не имеется, поэтому стандартная модель с расширенным фермионным сектором ($n \geq 4$) рассматривается как простейший вариант проявления новой физики. Предпочтитель-

ность существования только одного дополнительного поколения следует из анализа прецизионных электрослабых измерений [18], поэтому в последнее время обсуждается стандартная модель с четырьмя поколениями (SM4). Данная модель была успешно применена [19] для теоретического объяснения барионного числа Вселенной (см. также [20]) и большого значения разности CP-асимметрий в адронных распадах D -мезонов — $D \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $D \rightarrow K^+K^-$ [21–23].

Имеются весьма веские основания ожидать, что протон-протонный ускоритель ЛНС (Большой адронный коллайдер) сможет вынести окончательный вердикт четвертому поколению фермионов, поскольку многие петлевые процессы, являющиеся приоритетными для измерения на ЛНС, весьма чувствительны к количеству фундаментальных фермионов, например, фотонный $H \rightarrow \gamma\gamma$ и глюонный $H \rightarrow gg$ распады хиггсовского бозона. Несмотря на то что SM4 хуже согласуется с имеющимися экспериментальными данными, чем стандартная модель с тремя поколениями [24–26], пока рано говорить о ее несостоятельности даже в минимально возможной реализации. Ниже приводятся имеющиеся ограничения на массы лептонов четвертого поколения и их смешивание с обычными лептонами. Из прямых поисков на электрон-позитронных ускорителях следуют ограничения на массы [6]: $m_{\ell_4} > 100.8$ ГэВ и $m_{\nu_4} > (90.3\text{--}101.5)$ ГэВ, где разброс значений для тяжелого нейтрино определяется различиями в каналах поиска, а именно, предполагалась 100% доминантность каждого из искомым распадов $\nu_4 \rightarrow W^* + \ell$ ($\ell = e, \mu, \tau$) по отдельности и дираковская природа тяжелого нейтрино. На протон-протонном ускорителе ЛНС имеется возможность поднять нижнюю границу массы заряженного лептона четвертого поколения до значения $m_{\ell_4} = 250$ ГэВ. Тесты на согласие прецизионных электрослабых измерений, которые включают смешивание третьего и четвертого поколений кварков, но не учитывают дополнительного смешивания в лептонном секторе, позволяют получить условия для разности масс дополнительных лептонов: $|m_{\ell_4} - m_{\nu_4}| < 140$ ГэВ, что указывает на то, что массы заряженного и нейтрального лептонов являются величинами одного и того же порядка. Хотя оптимальные значения масс удовлетворяют стандартной иерархии в лептонном секторе, $m_{\ell_4} = 113.6$ ГэВ и $m_{\nu_4} = 58$ ГэВ [25], не исключена возможность существования тяжелого нейтрино с массой, превосходящей массу заряженного лептона четвертого поколения, причем нестабильность тяжелого нейтрино в

этом случае будет определяться диагональным переходом $\nu_4 \rightarrow \ell_4 + W^*$, где реальность или виртуальность W -бозона определяется разностью масс лептонов. Известны также условия и для параметров смешивания нейтрино четвертого поколения с тремя легкими нейтрино $U_{i4} < 0.08$ [27], полученные из данных по радиационным распадам с изменением аромата $\ell_i^- \rightarrow \ell_j^- + \gamma$ заряженных лептонов, а также по распадам π - и K -мезонов. Поскольку наличие тяжелого нейтрино не запрещено экспериментально и имеется большой произвол в выборе его массы, представляется естественным детально изучить различные характеристики этой частицы, в частности, индуцированные внешним электромагнитным полем.

Влияние внешней среды на свойства нейтрино, такие как дисперсия или аномальный магнитный момент, можно учесть, вычислив собственно-энергетический (массовый) оператор нейтрино $\Sigma(p)$ во внешнем электромагнитном поле и/или плазме. Более того, мнимая часть дополнительной энергии ΔE массивного нейтрино в магнитном поле определяет полевую добавку в вероятность распада нейтрино на W -бозон и заряженный лептон, $\nu \rightarrow \ell^- W^+$, и в подпороговой области значений массы нейтрино ($m_\nu < m_\ell + m_W$) фактически определяет время жизни этой частицы.

В работах [28–35] было проведено исследование собственно-энергетического оператора стандартного (легкого) нейтрино $\Sigma(p)$ в электромагнитном поле. Случаи слабого ($eB \ll m_e^2$) и умеренно сильного ($m_e^2 \ll eB \ll m_W^2$) магнитного поля при малых поперечных к направлению магнитного поля импульсах ($p_\perp \ll m_W$) были рассмотрены в работах соответственно [29–31] и [31]. Был также проведен анализ массового оператора $\Sigma(p)$ для обратного случая больших поперечных импульсов нейтрино ($p_\perp \gtrsim m_W$) в слабом [29, 32, 36] и умеренно сильном [30, 35] полях. Нам неизвестна работа, которая содержала бы общее выражение для $\Sigma(p)$, включающее все процитированные выше результаты, как предельные.

В настоящей работе вычисляется собственно-энергетический оператор массивного нейтрино в магнитном поле произвольной напряженности. Однако величина магнитного поля ограничена критическим полем W -бозона B_W , $B_W = m_W^2/e \approx 1.09 \cdot 10^{24}$ Гс. В магнитных полях, превышающих данное критическое значение, возникает проблема устойчивости W -бозонного вакуума [37]. Инвариантные коэффициенты при ковариантных дираковских структурах вычисляются при произвольном соотношении между массами нейтрино, заряженного

лептона и W -бозона. На основе выражения для массового оператора нейтрино получены дополнительная энергия, приобретаемая нейтрино во внешнем магнитном поле, и магнитный момент нейтрино. Наличие мнимой части у дополнительной энергии нейтрино можно интерпретировать как вероятность распада массивного нейтрино $\nu \rightarrow \ell^- W^+$; полученный в работе результат сравнивается с известными предельными выражениями для слабого магнитного, а также скрещенного электромагнитного полей.

2. СОБСТВЕННО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ ОПЕРАТОР МАССИВНОГО НЕЙТРИНО В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Массовый оператор $\Sigma(p)$ нейтрино определяется амплитудой диагонального перехода нейтрино $\nu \rightarrow \nu$, изображенного на рис. 1,

$$M_{\nu \rightarrow \nu} = -\bar{u}_\nu(p) \Sigma(p) u_\nu(p), \quad (1)$$

где p^μ — 4-импульс нейтрино, $u_\nu(p)$ — решение уравнения Дирака для нейтрино в импульсном представлении.

Вклад внешнего электромагнитного поля в процесс $\nu \rightarrow \nu$ обусловлен участием виртуальных заряженных частиц, а именно: W -бозона, заряженного лептона ℓ и голдстоуновского заряженного скалярного бозона Φ (вычисления проводятся в фейнмановской калибровке).

Взаимодействие нейтрино и бозонов в стандартной модели задается следующим лагранжианом:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & \frac{g}{2\sqrt{2}} \{ [\bar{\psi}_\ell \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \psi_\nu] W_\alpha + \\ & + [\bar{\psi}_\nu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \psi_\ell] W_\alpha^* \} - \\ & - \frac{g}{\sqrt{2} m_W} [(\bar{\psi}_\nu K \psi_\ell) \Phi^* + (\bar{\psi}_\ell \bar{K} \psi_\nu) \Phi], \quad (2) \end{aligned}$$

где g — константа электрослабого взаимодействия, ψ_ν , ψ_ℓ , W_α и Φ — поля соответственно массивной

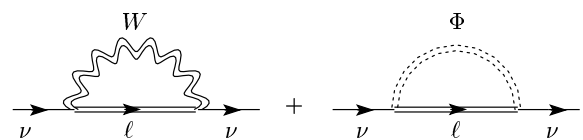


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана, описывающие собственно-энергетический оператор нейтрино в фейнмановской калибровке. Двойные линии обозначают точные пропагаторы частиц во внешнем электромагнитном поле

нейтральной частицы (нейтрино), заряженного лептона, W -бозона и заряженного скалярного бозона,

$$K = m_\ell R - m_\nu L, \quad R = (1 - \gamma_5)/2,$$

$$L = (1 + \gamma_5)/2, \quad \bar{K} = \gamma_0 K^+ \gamma_0,$$

m_ν , m_ℓ и m_W — массы соответственно нейтрино, заряженного лептона и W -бозона. Используя лагранжиан (2), получаем следующее общее выражение для массового оператора нейтрино:

$$\Sigma(p) = -\frac{ig^2}{2} \times \left[\gamma^\alpha L J_{\alpha\beta}^W(p) \gamma^\beta L + \frac{1}{m_W^2} K J^\Phi(p) \bar{K} \right], \quad (3)$$

где введены интегралы

$$J_{\alpha\beta}^W(p) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S(p+q) G_{\beta\alpha}^W(q), \quad (4)$$

$$J^\Phi(p) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S(p+q) D^\Phi(q). \quad (5)$$

Входящие в эти интегралы функции $S(q)$, $G_{\beta\alpha}^W(q)$ и $D^\Phi(q)$ есть фурье-образы трансляционно-инвариантных частей пропагаторов заряженного лептона, W -бозона и скалярного заряженного бозона. Запишем данные пропагаторы в формализме собственного времени Фока–Швингера для случая внешнего постоянного и однородного магнитного поля [30, 38]:

$$S(q) = \int_0^\infty ds_1 \exp(-i\Omega_\ell(s_1)) \left\{ [(q\gamma)_\parallel + m_\ell] \times \left[1 - \frac{1}{2}(\gamma\varphi\gamma) \operatorname{tg}(\beta s_1) \right] - \frac{(q\gamma)_\perp}{\cos^2(\beta s_1)} \right\}, \quad (6)$$

$$G_{\beta\alpha}^W(q) = -\int_0^\infty \frac{ds_2}{\cos(\beta s_2)} \exp(-i\Omega_W(s_2)) \times [(\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\beta\alpha} - (\varphi\varphi)_{\beta\alpha} \cos(2\beta s_2) - \varphi_{\beta\alpha} \sin(2\beta s_2)], \quad (7)$$

$$D^\Phi(q) = \int_0^\infty \frac{ds_2}{\cos(\beta s_2)} \exp(-i\Omega_W(s_2)), \quad (8)$$

пропагаторы W - и Φ -бозонов приведены в калибровке Фейнмана, $\beta = eB$, e — элементарный заряд, для

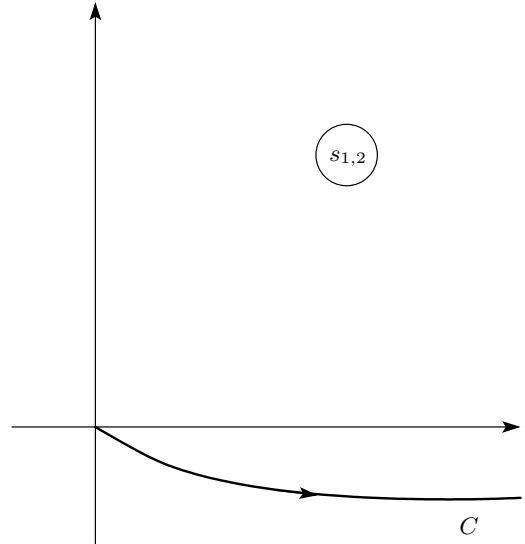


Рис. 2. Контур интегрирования C пропагаторов заряженных частиц в комплексной плоскости собственного времени s

показателей фазовых множителей введено обозначение ($j = \ell, W$)

$$\Omega_j(s) = s \left(m_j^2 - q_\parallel^2 \right) + \frac{\operatorname{tg}(\beta s)}{\beta} q_\perp^2, \quad (9)$$

$\varphi_{\alpha\beta}$ и $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta}$ — безразмерные тензор электромагнитного поля и дуальный к нему тензор,

$$\varphi_{\alpha\beta} = \frac{F_{\alpha\beta}}{B}, \quad \tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma} \varphi^{\rho\sigma}. \quad (10)$$

В пропагаторах (6)–(8) интегрирование по собственному времени задано вдоль положительной полуоси, однако квадрат массы в фазе (9) следует понимать как комплексную величину с малой мнимой частью, $m_j^2 - i\varepsilon$, поэтому реальное интегрирование по s_1 и s_2 осуществляется по контуру C , изображенному на рис. 2.

Внешнее однородное магнитное поле разбивает четырехмерное пространство Минковского на два подпространства: двумерное евклидово подпространство, ортогональное вектору напряженности магнитного поля \mathbf{B} , и двумерное псевдоевклидово подпространство. Удобно ввести специальные обозначения для каждого из подпространств: \perp — для перпендикулярного евклидова подпространства, \parallel — для параллельного псевдоевклидова. При таком соглашении произвольный 4-вектор a_μ можно разбить на две ортогональные составляющие:

$$a^\mu = a_\parallel^\mu + a_\perp^\mu. \quad (11)$$

Тогда скалярное произведение произвольных 4-векторов a_μ и b_μ :

$$(ab) = (ab)_\parallel - (ab)_\perp, \quad (12)$$

выражается через скалярные произведения в каждом из подпространств по отдельности:

$$(ab)_\parallel = (a\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}b), \quad (ab)_\perp = (a\varphi\varphi b). \quad (13)$$

Отметим, что скалярные произведения четырехмерных векторов в продольном и поперечном подпространствах по отдельности являются инвариантами относительно преобразований Лоренца вдоль поля.

Интегралы по d^4q в (4), (5) с учетом (6)–(8) сводятся к обобщенным гауссовым интегралам:

$$\begin{aligned} G_\parallel &= \int d^2q_\parallel \exp \{i(q_\parallel A q_\parallel + b q_\parallel)\} = \\ &= -i\pi(\det A)^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{i(bA^{-1}b)}{4} \right\}, \end{aligned}$$

$$G_{\parallel\mu} = \int d^2q_\parallel q_{\parallel\mu} \exp \{i(q_\parallel A q_\parallel + b q_\parallel)\} = -i \frac{\partial}{\partial b^\mu} G_\parallel,$$

$$\begin{aligned} G_\perp &= \int d^2q_\perp \exp \{-i(q_\perp A' q_\perp + b q_\perp)\} = \\ &= -i\pi(\det A')^{-1/2} \exp \left\{ \frac{i(bA'^{-1}b)}{4} \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_{\perp\mu} &= \int d^2q_\perp q_{\perp\mu} \exp \{-i(q_\perp A' q_\perp + b q_\perp)\} = \\ &= i \frac{\partial}{\partial b^\mu} G_\perp. \end{aligned}$$

После интегрирования получаем выражение для собственно-энергетического оператора в присутствии магнитного поля:

$$\begin{aligned} \Sigma(p) &= \left[\mathcal{A}_L(p\gamma) + \mathcal{B}_L e^2 (p\tilde{F}\tilde{F}\gamma) + \mathcal{C}_L e (p\tilde{F}\gamma) \right] L + \\ &+ \left[\mathcal{A}_R(p\gamma) + \mathcal{B}_R e^2 (p\tilde{F}\tilde{F}\gamma) + \mathcal{C}_R e (p\tilde{F}\gamma) \right] R + \\ &+ m_\nu [\mathcal{K}_1 + i\mathcal{K}_2 e (\gamma F \gamma)]. \quad (14) \end{aligned}$$

Коэффициенты в выражении для массового оператора могут быть записаны в виде двукратных интегралов по безразмерным параметрам

$$\begin{aligned} x &= m_W^2 (s_1 + s_2), \quad u = \frac{s_2}{s_1 + s_2}, \\ ds_1 ds_2 &= \frac{1}{m_W^4} x dx u, \end{aligned}$$

следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_L &= \frac{G_F b}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \frac{\sin(bxu)}{\sin(bx)} \times \\ &\times (2m_W^2 + m_\ell^2) E(x, u), \quad (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_R &= \frac{G_F b m_\nu^2}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \times \\ &\times \frac{1}{\cos[bx(1-u)]} E(x, u), \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_L &= -\frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2 m_W^4} \frac{1}{b} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \times \\ &\times \left[m_\ell^2 \left(u \cos[bx(1-u)] - \frac{\sin(bxu)}{\sin(bx)} \right) + 2m_W^2 \times \right. \\ &\times \left. \left(u \cos[bx(1+u)] - \frac{\sin(bxu)}{\sin(bx)} \right) \right] E(x, u), \quad (17) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_R &= \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{m_\nu^2}{m_W^4} \frac{1}{b} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \times \\ &\times \left(-u \cos[bx(1-u)] + \frac{\sin(bxu)}{\sin(bx)} \right) E(x, u), \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_L &= \frac{iG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{1}{m_W^2} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \times \\ &\times (2m_W^2 u \sin[bx(1+u)] - m_\ell^2 u \sin[bx(1-u)]) \times \\ &\times E(x, u), \quad (19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_R &= \frac{iG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{m_\nu^2}{m_W^2} \times \\ &\times \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} u \sin[bx(1-u)] E(x, u), \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_1 &= \frac{G_F b m_\ell^2}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \times \\ &\times \cos[bx(1-u)] E(x, u), \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{K}_2 &= \frac{iG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{m_\ell^2}{2m_W^2} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dx}{\sin(bx)} \times \\ &\times \sin[bx(1-u)] E(x, u). \quad (22) \end{aligned}$$

В данных формулах введено следующее обозначение:

$$E(x, u) = \exp \left\{ -ix \left(u + \lambda(1-u) - \hat{p}_{\parallel}^2 u(1-u) + \hat{p}_{\perp}^2 \frac{\sin [bx(1-u)] \sin(bxu)}{bx \sin(bx)} \right) \right\}, \quad (23)$$

где $\lambda = m_l^2/m_W^2$, $b = B/B_W$ — величина магнитного поля, отнесенная к критическому полю W -бозона, $B_W = m_W^2/e \approx 1.09 \cdot 10^{24}$ Гс, $\hat{p}_{\parallel}^2 = p_{\parallel}^2/m_W^2$ и $\hat{p}_{\perp}^2 = p_{\perp}^2/m_W^2$ — квадраты продольной и поперечной составляющих 4-импульса нейтрино, приведенные к безразмерному виду делением на квадрат массы W -бозона.

Отметим, что коэффициенты в выражении для массового оператора (14) \mathcal{A}_R , \mathcal{B}_R , \mathcal{C}_R и $\mathcal{K}_{1,2}$ возникают из фейнмановской диаграммы, индуцированной заряженным скалярным Φ -бозоном, в то время как коэффициенты \mathcal{A}_L , \mathcal{B}_L и \mathcal{C}_L содержат вклады от обеих рассматриваемых диаграмм (см. рис. 1). Кроме того, стоит заметить, что коэффициенты \mathcal{A}_R , \mathcal{A}_L и \mathcal{K}_1 в (14) содержат ультрафиолетовые расходимости, которые устраняются вакуумной перенормировкой волновой функции и массы нейтрино.

Обратим внимание, что выражения (15)–(22) и, соответственно, выражение для массового оператора (14), справедливы при произвольном соотношении между массами заряженного лептона, W -бозона и нейтрино, а также для произвольной напряженности магнитного поля. Кроме того, при вычислении собственно-энергетического оператора мы не пользовались условием, что нейтрино находится на массовой поверхности. Таким образом, полученное выражение для собственно-энергетического оператора справедливо не только для реального нейтрино, но и для виртуального.

Используя собственно-энергетический оператор (14), можно найти дополнительную энергию ΔE , приобретаемую нейтрино во внешнем магнитном поле:

$$\Delta E = \frac{1}{2E} \text{Sp} [\Sigma(p)\rho(p)], \quad (24)$$

где $E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m_{\nu}^2}$ — энергия нейтрино в вакууме, матрица плотности массивного нейтрино $\rho(p)$ определена в виде

$$\rho(p) = u_{\nu}(p)\bar{u}_{\nu}(p) = \frac{1}{2}(\hat{p} + m_{\nu})(1 + \hat{s}\gamma_5), \quad (25)$$

s^{μ} — 4-вектор поляризации нейтрино.

Подставив массовый оператор (14) в выражение для ΔE (24) и вычислив шпуры, получаем

$$\begin{aligned} \Delta E = & \frac{1}{2E} \times \\ & \times \left(m_{\nu}^2(\bar{\mathcal{A}}_L + \bar{\mathcal{A}}_R + 2\bar{\mathcal{K}}_1) + e^2(p\tilde{F}\tilde{F}p)(\mathcal{B}_L + \mathcal{B}_R) \right) + \\ & + \frac{m_{\nu}}{2E} e^2(\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L)(s\tilde{F}\tilde{F}p) - \frac{m_{\nu}}{2E} eB \times \\ & \times [\mathcal{C}_L - \mathcal{C}_R + 4\mathcal{K}_2] (p\tilde{F}s). \quad (26) \end{aligned}$$

Отметим, что в коэффициентах

$$\bar{\mathcal{A}}_{L,R} = \mathcal{A}_{L,R}(B) - \mathcal{A}_{L,R}(0), \quad \bar{\mathcal{K}}_1 = \mathcal{K}_1(B) - \mathcal{K}_1(0)$$

представлен чисто полевой вклад, а произведение $E\Delta E$ является лоренц-инвариантом относительно преобразования Лоренца вдоль поля.

Используя 4-векторы поляризации нейтрино в виде

$$s^{\mu} = \left(\frac{\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\xi}}{m_{\nu}}, \boldsymbol{\xi} + \frac{\mathbf{p}(\mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\xi})}{m_{\nu}(E + m_{\nu})} \right),$$

где $\boldsymbol{\xi}$ — вектор удвоенного среднего спина нейтрино в системе покоя, и выбирая систему отсчета, в которой электромагнитное поле сводится к чисто магнитному полю, а нейтрино совершает движение с заданной скоростью \mathbf{V} , энергию ΔE можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Delta E = & \frac{1}{2E} \times \\ & \times \left(m_{\nu}^2(\bar{\mathcal{A}}_L + \bar{\mathcal{A}}_R + 2\bar{\mathcal{K}}_1) + e^2 B^2 p_{\parallel}^2 (\mathcal{B}_L + \mathcal{B}_R) \right) + \\ & + \frac{p_{\parallel}^2}{2E} e^2 B^2 (\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L)(\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\xi}) - \\ & - \frac{em_{\nu}}{2} [\mathcal{C}_L - \mathcal{C}_R + 4\mathcal{K}_2 + e(\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L)(\mathbf{V} \cdot \mathbf{V})] \times \\ & \times \left[\mathbf{V}_t \cdot \boldsymbol{\xi} + \frac{m_{\nu}}{E} (\mathbf{V}_l \cdot \boldsymbol{\xi}) \right]. \quad (27) \end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{V} = \mathbf{p}/E$ — скорость нейтрино, $\mathbf{V}_{l,t}$ — продольная и поперечная по отношению к скорости нейтрино \mathbf{V} компоненты вектора магнитного поля \mathbf{B} .

Таким образом, для дополнительной энергии нейтрино имеем три типа слагаемых. Первое слагаемое не зависит от спина нейтрино, второе слагаемое пропорционально спиральности нейтрино, третье слагаемое содержит корреляцию спина нейтрино с внешним магнитным полем.

Общее выражение для массового оператора нейтрино (14) с коэффициентами (15)–(22), а также дополнительная энергия нейтрино ΔE (27) являются основным результатом нашей работы. Напомним, что полученные результаты справедливы при произвольном соотношении между массами лептонов и

W -бозона, а также во внешнем магнитном поле произвольной напряженности, величина которого ограничена только критическим полем W -бозона B_W . Далее будет представлен их анализ в наиболее интересных для физических приложений случаях.

3. МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ НЕЙТРИНО

Для интерпретации отдельных слагаемых в ΔE (24) найдем изменение энергии нейтрино в магнитном поле из-за наличия у него магнитного момента μ_ν .

Данная поправка к энергии может быть получена на основе эффективного лагранжиана взаимодействия нейтрального фермиона, обладающего магнитным моментом μ , с внешним электромагнитным полем, см., например, [39–41]:

$$\Delta L_{int}^{(\mu)} = -\frac{i\mu}{2}(\bar{\psi}\sigma_{\alpha\beta}\psi)F^{\alpha\beta}, \quad (28)$$

где $F_{\alpha\beta} = \partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha$ — тензор электромагнитного поля, $\sigma_{\alpha\beta} = (\gamma_\alpha\gamma_\beta - \gamma_\beta\gamma_\alpha)/2$.

Лагранжиан (28) соответствует дополнительной плотности энергии

$$\Delta T^{00} = -\Delta L_{int}^{(\mu)},$$

что, в свою очередь, дает возможность определить дополнительную энергию частицы с магнитным моментом:

$$\Delta E^{(\mu)} = -\int dV \langle \nu | \Delta L_{int}^{(\mu)} | \nu \rangle = \frac{i\mu}{4E} \text{Sp}[\rho\sigma_{\alpha\beta}]F^{\alpha\beta}.$$

Подставляя матрицу плотности (25) и вычисляя шпур, находим дополнительную энергию частицы в магнитном поле в виде

$$\Delta E^{(\mu)} = -\mu \left[\mathbf{B}_t \cdot \boldsymbol{\xi} + \frac{m}{E} (\mathbf{B}_t \cdot \boldsymbol{\xi}) \right]. \quad (29)$$

Отметим, что выражение (29) может быть получено независимым способом из анализа уравнения эволюции спина [42] в магнитном поле.

Сравнивая последнее слагаемое в правой части (27), содержащее корреляцию спина нейтрино с магнитным полем, с полученным выражением для энергии магнитного момента в магнитном поле (29), можно сделать вывод, что нейтрино во внешнем магнитном поле ведет себя как нейтральная частица с магнитным моментом

$$\mu_\nu(B) = \frac{em_\nu}{2} \times [\mathcal{C}_L - \mathcal{C}_R + 4\mathcal{K}_2 + e(B_R - B_L)(\mathbf{B} \cdot \mathbf{V})]. \quad (30)$$

Выражение для магнитного момента (30) можно записать в лоренц-инвариантном виде, если использовать 4-вектор скорости среды u^μ . Имеется специальная система отсчета, где среда «покоится», $u^\mu = (1, \mathbf{0})$. В данной системе отсчета, во-первых, электромагнитное поле сводится к чисто магнитному полю, во-вторых, нейтрино совершает движение с заданной скоростью \mathbf{V} . С учетом сказанного выше выражение (30) может быть записано в инвариантном виде:

$$\mu_\nu(B) = \frac{em_\nu}{2} \times \left[\mathcal{C}_L - \mathcal{C}_R + 4\mathcal{K}_2 + e(B_R - B_L) \frac{(u\tilde{F}p)}{(up)} \right]. \quad (31)$$

Поскольку магнитное поле представляет собой анизотропную среду, индуцированный полем магнитный момент зависит не только от величины поля, но и от вектора скорости нейтрино. Этим результат (31) отличается от представленного в работе [29], где вклад, пропорциональный B_R и B_L , не был учтен.

Полученные нами результаты позволяют определить индуцированный магнитный момент нейтрино в пределе скрещенного поля. Стоит отметить, что в пределе скрещенного поля зависимость от u^μ в магнитном моменте нейтрино исчезает, поскольку для скрещенного поля нет выделенной системы отсчета — скрещенное поле является таковым во всех системах отсчета.

Приближение скрещенного поля соответствует формальному пределу, при котором напряженность магнитного поля стремится к нулю ($B \rightarrow 0$), а величина поперечного по отношению к магнитному полю импульса нейтрино p_\perp стремится к бесконечности, так что произведение eBp_\perp остается конечным. Таким образом, остается отличным от нуля единственный инвариант: $F^2 = F\tilde{F} = 0$, $pFFp \neq 0$. Следует отметить, что этот предел обладает достаточной общностью. Действительно, если при движении релятивистской частицы в относительно слабом магнитном поле динамический инвариант $e(pFFp)^{1/2}$ достаточно велик, $eBp_\perp \gg (eB)^{3/2}$, то в системе покоя этой частицы электромагнитное поле близко к скрещенному: $\mathcal{E} \perp \mathbf{B}$, $|\mathcal{E}| \approx |\mathbf{B}|$.

Осуществив предельный переход от магнитного поля к скрещенному в выражениях (15)–(22), (31), получим магнитный момент в виде

$$\mu_\nu(B) = \frac{e m_\nu G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \int_0^1 du \times \frac{\lambda(1-u)(2-u) - \nu u(1-u) + 2u(1+u)}{u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)} \rho f(\rho), \quad (32)$$

где $\lambda = m_\ell^2/m_W^2$, $\nu = m_\nu^2/m_W^2$, а также введена функция Харди–Стокса

$$f(\rho) = i \int_0^\infty dx \exp \left[-i \left(\rho x + \frac{x^3}{3} \right) \right] \quad (33)$$

с аргументом

$$\rho = \frac{u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)}{[u(1-u)\chi]^{2/3}}, \quad (34)$$

зависящим от динамического параметра

$$\chi = e(pFFp)^{1/2}/m_W^3.$$

В пределе малого динамического параметра, $\chi^2 \ll 1$, магнитный момент нейтрино может быть представлен в виде, в котором явно выделяется вакуумный магнитный момент нейтрино, независимый от напряженности магнитного поля, $\mu_\nu(0)$, и индуцируемый скрещенным полем магнитный момент нейтрино, где вся полевая зависимость определяется динамическим параметром χ :

$$\mu_\nu(B) = \mu_\nu(0) + \frac{e m_\nu G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \chi^2 \int_0^1 du u^2(1-u^2) \times \frac{\lambda(1-u)(2-u) - \nu u(1-u) + 2u(1+u)}{[u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)]^4}, \quad (35)$$

$$\mu_\nu(0) = \frac{e G_F m_\nu}{8\sqrt{2}\pi^2} \times \left[1 + \int_0^1 du \frac{u(1+2u) + \lambda(1-u)^2}{u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)} \right]. \quad (36)$$

Аналитическое выражение для $\mu_\nu(0)$ и его анализ в зависимости от соотношения между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона можно найти в работах [43–45].

В случае стандартного нейтрино, $m_\nu \ll m_\ell, m_W$, и при учете малости массы заряженного лептона ($\lambda = m_\ell^2/m_W^2 \ll 1$) выражение для магнитного момента нейтрино в вакууме (36) можно записать в виде разложения по параметру λ :

$$\mu_\nu(0) \approx \mu_\nu^{(0)} \left[1 - \frac{\lambda}{2} + \dots \right], \quad \mu_\nu^{(0)} = \frac{3e G_F m_\nu}{8\sqrt{2}\pi^2}, \quad (37)$$

что воспроизводит классический результат [46].

Если считать, что $m_\nu^2 \ll m_\ell^2 \ll m_W^2$, а $\chi^2 \ll \lambda^2$, то выражение для магнитного момента нейтрино в пределе скрещенного поля (35) может быть представлено в относительно простом виде:

$$\mu_\nu(B) \approx \mu_\nu^{(0)} \left[1 - \frac{1}{2}\lambda + \frac{4}{3}\chi^2 \left(\ln \frac{1}{\lambda} - 3 + \frac{1}{3} \right) \right], \quad (38)$$

что воспроизводит результат работы [32].

В случае относительно слабого на масштабе массы W -бозона магнитного поля, $B \ll B_W$, (при этом напряженность поля может быть много больше величины критического поля электрона $B_e = 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс) и малого на этом же масштабе значения поперечного импульса нейтрино p_\perp ($p_\perp^2/m_W^2 \ll 1$) коэффициенты (17)–(20) и (22) можно разложить в ряд по параметру $b = B/B_W$:

$$C_L = \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^\infty d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \times \left[2u(1+u) - \lambda u(1-u) + \frac{1}{3}\tau^2 b^2 u^2 \times \left[(1+u)(2+u) + \frac{\lambda}{2}(1-u)(2-u) \right] + \dots \right], \quad (39)$$

$$C_R = \frac{G_F \nu}{4\sqrt{2}\pi^2} \int_0^\infty d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \times \left[u(1-u) - \frac{1}{6}\tau^2 b^2 u^2(1-u)(2-u) + \dots \right], \quad (40)$$

$$K_2 = \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{\lambda}{2} \int_0^\infty d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \times \left[(1-u) - \frac{1}{3}\tau^2 b^2 u(1-u)(2-u) + \dots \right], \quad (41)$$

$$B_L = \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \int_0^\infty d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \left[-\frac{1}{3}\tau u \times \left[2(1+u)(2+u) + \lambda(1-u)(2-u) \right] + \dots \right], \quad (42)$$

$$B_R = \frac{G_F \nu}{4\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \int_0^\infty d\tau \int_0^1 du e(\tau, u) \times \left[-\frac{1}{3}\tau u(1-u)(2-u) + \dots \right]. \quad (43)$$

Здесь

$$e(\tau, u) = \exp \{ -\tau [u + \lambda (1 - u) - \nu u (1 - u)] \},$$

$$\lambda = m_\ell^2 / m_W^2, \quad \nu = m_\nu^2 / m_W^2$$

и в интегралах перешли к мнимому времени, $x \rightarrow -i\tau$. Многоточия в выражениях (39)–(43) соответствуют высшим степеням разложения по напряженности магнитного поля.

Подставляя выражения (39)–(43) в определение магнитного момента (30), сохраняя члены в нулевом по напряженности магнитного поля приближении и убирая интегрирование по τ , воспроизводим вакуумное значение магнитного момента нейтрино $\mu_\nu(0)$ (36).

Высшие степени в разложении по напряженности поля в выражениях (39)–(43) определяют поле-зависимость магнитного момента нейтрино в магнитном поле. Если выполняются условия $m_\nu^2 \ll m_\ell^2$, $eB \ll m_W^2$, то зависимость от поля может быть представлена в виде

$$\frac{\mu_\nu(B)}{\mu_\nu^{(0)}} \approx 1 - \frac{\lambda}{2} + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{V}}{3B_W} \left[1 - \frac{4}{3} \ln \lambda + \mathcal{O}(\lambda^2) \right] - \frac{B^2}{9B_W^2} [1 + 4 \ln \lambda + \mathcal{O}(\lambda^3)] + \mathcal{O} \left(\frac{B^3}{B_W^3} \right). \quad (44)$$

Следует обратить внимание, что в разложении (44) присутствует слагаемое, линейное по магнитному полю, что отличается от результата [29], где разложение начинается с квадратичного по полю члена. Указанное различие можно объяснить тем, что в работе [29] не учтен вклад коэффициента \mathcal{B}_L в магнитный момент нейтрино (30), а также вклад скалярного бозона, хотя вычисления проводились в фейнмановской калибровке.

В предположении, что $p_\parallel^2 / m_\ell^2 \ll 1$ и масса нейтрино — самый малый параметр задачи, выражение для магнитного момента нейтрино при приближении напряженности магнитного поля B к критическому полю W -бозона имеет вид

$$\mu_\nu(B) \approx \frac{2\mu_\nu^{(0)}}{3\lambda} \left(1 - \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{V}}{B} \right) \left(\ln \frac{B_\ell}{B - B_W} - 1 \right), \quad (45)$$

где $B_\ell = m_\ell^2 / e$ — критическое значение поля для заряженного лептона. Магнитный момент нейтрино в пределе $B \rightarrow B_W$ логарифмически расходится, как это было отмечено в работе [29], где, однако, зависимость от направления движения нейтрино по отношению к направлению магнитного поля не была представлена.

Заметим, что наличие магнитного момента у нейтрино ведет к красивому физическому явлению — осцилляциям спиральности нейтрино в магнитном поле [47–50]. Данный эффект удобно проиллюстрировать в виде уравнения эволюции спиральности нейтрино, которое сводится к эффективному уравнению Шредингера

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_R \\ \nu_L \end{pmatrix} = \hat{H} \begin{pmatrix} \nu_R \\ \nu_L \end{pmatrix}, \quad (46)$$

с гамильтонианом

$$\hat{H} = E \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \Delta \hat{E}, \quad (47)$$

где $\Delta \hat{E}$ — матрица дополнительной энергии нейтрино в спиральном базисе, которая определяет смешивание правого нейтрино ν_R , отвечающего положительной спиральности $\lambda = 1$, и левого нейтрино ν_L , соответствующего отрицательной спиральности $\lambda = -1$:

$$\Delta E_{ij} = \frac{1}{2E} \bar{u}_j(p) \Sigma(p) u_i(p). \quad (48)$$

Здесь $i, j = R, L$, $u(p)_{R,L}$ — решения уравнения Дирака для нейтрино с определенной спиральностью

$$u^\lambda(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{E+m} \varphi^\lambda \\ \lambda \sqrt{E-m} \varphi^\lambda \end{pmatrix}, \quad (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \varphi^\lambda = \lambda \varphi^\lambda, \quad (49)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор в направлении распространения нейтрино.

Подставляя в (48) полученное ранее выражение (14) для массового оператора нейтрино $\Sigma(p)$, матрицу $\Delta \hat{E}$ можно представить в удобном для анализа виде, который обычно используется при описании осцилляций нейтрино в среде (см., например, [48–50]):

$$\Delta \hat{E} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & -\alpha \end{pmatrix} + \Delta \tilde{E} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (50)$$

где второе слагаемое, кратное единичной матрице, не влияет на осцилляции спиральности нейтрино, а параметры α и β определяются выражениями

$$\beta = \mu_\nu B \sin \phi,$$

$$\alpha = \frac{(eB)^2}{2E} (\mathcal{B}_R - \mathcal{B}_L) V (E^2 \sin^2 \phi + m_\nu^2 \cos^2 \phi) - \frac{m_\nu}{E} \mu_\nu B \cos \phi.$$

Здесь $V = |\mathbf{p}|/E$ — скорость нейтрино, ϕ — угол между направлением движения нейтрино \mathbf{V} и вектором напряженности магнитного поля \mathbf{B} , μ_ν — величина магнитного момента, определяемого формулой (31), коэффициенты $\mathcal{B}_{L,R}$ определены в соответствии с формулами (17), (18). Именно наличие недиагональных элементов в матрице для $\Delta \hat{E}$ (50) определяет переход спиральности нейтрино в противоположную, т. е. осцилляции $\nu_L \leftrightarrow \nu_R$.

Вероятность перехода $\mathcal{P}_{\nu_L \rightarrow \nu_R}$ левого нейтрино ν_L в правое ν_R и длина осцилляций l определяются следующими выражениями:

$$\mathcal{P}_{\nu_L \rightarrow \nu_R} = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(t\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right), \quad (51)$$

$$l = \frac{\pi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}, \quad (52)$$

где угол смешивания θ определяет глубину осцилляций и зависит от величины магнитного момента:

$$\text{tg}(2\theta) = \frac{\beta}{\alpha}. \quad (53)$$

Для стандартных масс лептонов, $m_\nu^2 \ll m_\ell^2 \ll m_W^2$, и полей масштаба $B \ll B_W$ выражение для определения угла смешивания (53) принимает вид

$$\text{tg}(2\theta) \approx \frac{m_\nu}{E} \sin \phi \left\{ \left(\frac{8}{3} \ln \frac{m_W}{m_\ell} + \frac{1}{3} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{B}{B_W} \sin^2 \phi - \frac{m_\nu^2}{E^2} \cos \phi \right\}^{-1}. \quad (54)$$

Из этого выражения видно, что всегда найдется угол смешивания ϕ , при котором знаменатель выражения (54) обратится в нуль, т. е. имеет место резонанс осцилляций спиральности нейтрино.

Отметим, что красивый эффект прецессии спина нейтрино в магнитном поле не только интересен с концептуальной точки зрения, но и может иметь приложение в астрофизике и космологии.

4. РАСПАД МАССИВНОГО НЕЙТРИНО НА W-БОЗОН И ЛЕПТОН

Если масса нейтрино $m_\nu > m_W + m_\ell$, то нейтрино становится нестабильным и возможен его распад на заряженный лептон и W -бозон, $\nu \rightarrow W\ell$. В вакууме ширина данного распада нейтрино $\Gamma^{(0)}$ в древесном приближении равна [45] (в системе покоя нейтрино)

$$\Gamma^{(0)} = \frac{G_F}{8\sqrt{2}} \frac{I}{\pi m_\nu^3} \times \\ \times \left[(m_\nu^2 - m_\ell^2)^2 + m_W^2 (m_\nu^2 + m_\ell^2 - 2m_W^2) \right], \quad (55)$$

где

$$I = \left\{ \left[m_\nu^2 - (m_W + m_\ell)^2 \right] \left[m_\nu^2 - (m_W - m_\ell)^2 \right] \right\}^{1/2}.$$

Отметим, что при условии $m_\nu > m_W + m_\ell$ в выражении для вакуумного магнитного момента нейтрино (36) появляется мнимая часть. Как следствие, дополнительная энергия покоящегося нейтрино, обусловленная этим магнитным моментом, $\Delta E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$, становится комплексной и мнимая часть этой энергии будет определять полевую поправку $\Delta\Gamma^{(F)} = -2 \text{Im} \Delta E$ к вакуумной ширине распада $\Gamma^{(0)}$ тяжелого нейтрино [45]:

$$\Delta\Gamma^{(F)} = -\frac{eG_F}{8\sqrt{2}\pi} \left\{ m_\nu^2 m_W^2 (m_\nu^2 + 7m_\ell^2 - m_W^2) + \right. \\ \left. + (2m_W^2 + m_\ell^2) I^2 \right\} (m_\nu^3 I)^{-1} (\mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\xi}). \quad (56)$$

Представляет интерес анализ другого случая, когда $m_\nu < m_W + m_\ell$ и распад нейтрино на W -бозон и заряженный лептон в вакууме кинематически запрещен. В магнитном поле для покоящегося нейтрино распад $\nu \rightarrow W\ell$ также запрещен законом сохранения энергии. Однако для движущегося нейтрино в магнитном поле данный распад становится возможным, когда его энергия превосходит сумму масс заряженного лептона и W -бозона.

Рассмотрим случай ультрарелятивистского нейтрино в относительно слабом поле, $eB \ll p_\perp^2$. Данная задача хорошо описывается в приближении скрещенного поля, когда вся полевая зависимость определяется только одним динамическим полевым параметром

$$\chi = \frac{eBp_\perp}{m_W^3}. \quad (57)$$

В этом приближении доминирующий вклад в мнимую часть дополнительной энергии продольно поляризованного нейтрино ΔE будет определяться двумя коэффициентами \mathcal{B}_L (17) и \mathcal{B}_R (18):

$$\text{Im} \Delta E = \frac{1}{2E} e^2 B^2 p_\parallel^2 (\text{Im} \mathcal{B}_L + \text{Im} \mathcal{B}_R) + \\ + \frac{p_\parallel^2}{2E} e^2 B^2 (\text{Im} \mathcal{B}_R - \text{Im} \mathcal{B}_L) (\mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\xi}). \quad (58)$$

В приближении скрещенного поля коэффициенты $\mathcal{B}_L, \mathcal{B}_R$ приводятся к следующему виду:

$$\mathcal{B}_L = \frac{G_F}{12\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \int_0^1 du \times \\ \times \frac{2u(1+u)(2+u) + \lambda u(1-u)(2-u)}{[u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)]^2} \rho^2 \frac{df(\rho)}{d\rho}, \quad (59)$$

$$B_R = \frac{G_F}{12\sqrt{2}\pi^2 m_W^2} \nu \int_0^1 du \times \\ \times \frac{u(1-u)(2-u)}{[u + \lambda(1-u) - \nu u(1-u)]^2} \rho^2 \frac{df(\rho)}{d\rho}. \quad (60)$$

Здесь $f(\rho)$ — функция Харди–Стокса (33), (34). Учитывая, что мнимая часть функции Харди–Стокса с точностью до коэффициента совпадает с функцией Эйри

$$\text{Ai}(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\tau \cos\left(\tau\rho + \frac{\tau^3}{3}\right), \quad (61)$$

ширину распада нейтрино в скрещенном поле можно записать в виде

$$\Gamma_{\nu \rightarrow W\ell} = -2 \text{Im} \Delta E = -\frac{G_F m_W^4}{12\sqrt{2}\pi} \frac{\chi^{2/3}}{E} \times \\ \times \int_0^1 \frac{u du}{[u(1-u)]^{4/3}} \frac{d\text{Ai}(\rho)}{d\rho} \times \\ \times \{[2(1+u)(2+u) + \lambda(1-u)(2-u)] \times \\ \times (1 - \mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\xi}) + \nu(1-u)(2-u)(1 + \mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\xi})\}. \quad (62)$$

Напомним, что полученное выражение справедливо для произвольного соотношения между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона. В случае левополяризованного стандартного нейтрино ($\nu \rightarrow 0$) в точности воспроизводится результат работы [35].

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получено общее выражение для собственно-энергетического оператора массивного нейтрино во внешнем магнитном поле произвольной напряженности при произвольном соотношении между массами нейтрино, заряженного лептона и W -бозона. С использованием массового оператора найдено выражение для дополнительной энергии ΔE , приобретаемой нейтрино во внешнем магнитном поле. Проведен анализ полученных выражений в наиболее интересных для физических приложений случаях.

Исходя из выражения для энергии взаимодействия нейтральной частицы, имеющей магнитный момент μ_ν , с внешним магнитным полем и сопоставляя его с дополнительной энергией нейтрино ΔE , удается выразить магнитный момент нейтрино через коэффициенты собственно-энергетического оператора нейтрино. Выражение для магнитного

момента стандартного (легкого) нейтрино $m_\nu^2 \ll \ll m_\ell^2, m_W^2$, следующее из выражения для дополнительной энергии нейтрино ΔE , проанализировано в двух предельных случаях: в приближении скрещенного поля и в пределе слабого на масштабе массы W -бозона магнитного поля. Показано, что в пределе слабого на масштабе массы W -бозона магнитного поля разложение магнитного момента нейтрино по степеням напряженности начинается с линейных членов, а не квадратичных, что существенно отличается от полученных ранее результатов.

Продемонстрировано, что при $m_\nu < m_\ell + m_W$ распад $\nu \rightarrow \ell + W$, кинематически запрещенный в вакууме, при рассмотрении движущегося нейтрино в присутствии внешнего магнитного поля становится возможным. В приближении скрещенного поля вычислена ширина данного процесса.

Авторам приятно поблагодарить своих коллег А. Я. Пархоменко, И. С. Огнева за постоянное внимание к работе, помощь и советы, оказанные при выполнении работы. Работа выполнена в рамках государственного задания вузу (проект № 2.7508.2013), при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-02-00394-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Avrorin (Baikal Collaboration), arXiv:0910.4327.
2. R. Abbasi et al. (IceCube Collaboration), *Astrophys. J.* **763**, 33 (2013).
3. G. Lambard, *PoS DSU2012*, 042 (2012).
4. Y. Abe et al. (Double Chooz Collaboration), *Phys. Rev. D* **86**, 052008 (2012).
5. S. Schael et al. (ALEPH Collaboration, DELPHI Collaboration, L3 Collaboration, OPAL Collaboration, SLD Collaboration, LEP Electroweak Working Group, SLD Electroweak Group, SLD Heavy Flavour Group), *Phys. Rep.* **427**, 257 (2006).
6. J. Beringer et al. (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* **86**, 010001 (2012).
7. Б. Понтекорво, *ЖЭТФ* **33**, 549 (1957).
8. Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata, *Progr. Theor. Phys.* **28**, 870 (1962).
9. Б. Понтекорво, *ЖЭТФ* **53**, 1717 (1967).
10. K. Abazajian, E. Calabrese, A. Cooray et al., *Astrophys. J.* **35**, 177 (2011).

11. G. Gamow and M. Schoenberg, *Phys. Rev.* **59**, 539 (1941).
12. H.-T. Janka, K. Langanke, A. Marek et al., *Phys. Rep.* **442**, 38 (2007).
13. R. C. Duncan and C. Thompson, *Astrophys. J.* **392**, L9 (1992).
14. McGill Pulsar Group, <http://www.physics.mcgill.ca/~pulsar/magnetar/main.html>.
15. C. Thompson and R. C. Duncan, *Month. Not. Roy. Astron. Soc.* **275**, 255 (1995).
16. А. А. Гвоздев, И. С. Огнев, *ЖЭТФ* **121**, 1219 (2002).
17. M. Joyce and M. E. Shaposhnikov, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1193 (1997).
18. V. Novikov, A. Rozanov, M. Vysotsky, *ЯФ* **73**, 662 (2010).
19. A. Dolgov, S. Godunov, A. Rozanov et al., *Письма в ЖЭТФ* **96**, 320 (2012).
20. H. Murayama, V. Rentala, J. Shu et al., *Phys. Lett. B* **705**, 208 (2011).
21. R. Aaij et al. (LHCb Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **108**, 111602 (2012).
22. T. Aaltonen et al. (CDF Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **109**, 111801 (2012).
23. B. R. Ko (Belle Collaboration), arXiv:1212.1975.
24. O. Eberhardt, G. Herbert, H. Lacker et al., *Phys. Rev. Lett.* **109**, 241802 (2012).
25. O. Eberhardt, G. Herbert, H. Lacker et al., *Phys. Rev. D* **86**, 013011 (2012).
26. M. S. Chanowitz, *Phys. Rev. D* **88**, 015012 (2013).
27. H. Lacker and A. Menzel, *JHEP* **1007**, 006 (2010).
28. G. Mckeon, *Phys. Rev. D* **24**, 2744 (1981).
29. А. Борисов, В. Жуковский, А. Курилин и др., *ЯФ* **41**, 743 (1985).
30. A. Erdas and G. Feldman, *Nucl. Phys. B* **343**, 597 (1990).
31. A. V. Kuznetsov, N. V. Mikheev, G. G. Raffelt et al., *Phys. Rev. D* **73**, 023001 (2006).
32. А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев, *ЯФ* **70**, 1299 (2007).
33. K. Bhattacharya and S. Sahu, *Eur. Phys. J. C* **62**, 481 (2009).
34. A. Erdas, *Phys. Rev. D* **80**, 113004 (2009).
35. A. Kuznetsov, N. Mikheev, and A. Serghienko, *Phys. Lett. B* **690**, 386 (2010).
36. A. Bravo Garcia, K. Bhattacharya, and S. Sahu, *Mod. Phys. Lett. A* **23**, 2771 (2008).
37. В. В. Скалозуб, *ЯФ* **45**, 1708 (1987).
38. J. S. Schwinger, *Phys. Rev.* **82**, 664 (1951).
39. P. Elmfors, K. Enqvist, G. Raffelt et al., *Nucl. Phys. B* **503**, 3 (1997).
40. A. Heger, A. Friedland, M. Giannotti et al., *Astrophys. J.* **696**, 608 (2009).
41. M. V. Voloshin, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 201801 (2010).
42. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Теоретическая физика. т. IV. Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1989).
43. M. Dvornikov and A. Studenikin, *Phys. Rev. D* **69**, 073001 (2004).
44. М. Дворников, А. Студеникин, *ЖЭТФ* **126**, 288 (2004).
45. A. Dobrynina, N. Mikheev, and E. Narynskaya, *Int. J. Mod. Phys. A* **27**, 1250167 (2012).
46. B. W. Lee and R. E. Shrock, *Phys. Rev. D* **16**, 1444 (1977).
47. K. Fujikawa and R. Shrock, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 963 (1980).
48. Л. Окунь, М. Волошин, М. Высоцкий, *ЯФ* **44**, 677 (1986).
49. Л. Окунь, М. Волошин, М. Высоцкий, *ЖЭТФ* **91**, 754 (1986).
50. G. G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics: The Astrophysics of Neutrinos, Axions, and Other Weakly Interacting Particles*, Univ. Chicago Press, Chicago & London (1996), p. 664.