

КИНЕТИКА АТОМОВ В ДВУХЧАСТОТНОМ ПОЛЕ

О. Н. Прудников^{a}, А. С. Бакланов^b, А. В. Тайченачев^{a,b},
А. М. Тумайкин^b, В. И. Юдин^{a,b,c,d}*

*^a Новосибирский государственный университет
630090, Новосибирск, Россия*

*^b Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук
630090, Новосибирск, Россия*

*^c Новосибирский государственный технический университет
630092, Новосибирск, Россия*

*^d Российский квантовый центр
143025, Сколково, Московская обл., Россия*

Поступила в редакцию 14 марта 2013 г.

Рассмотрена кинетика атомов в бихроматическом поле. Для модели двухуровневого атома получены аналитические выражения для силы, коэффициентов трения и диффузии без ограничений на интенсивности световых полей. Обнаружен эффект сильной локализации, обусловленный интерференционными вкладами в коэффициенты трения и диффузии. Данный эффект имеет место в области глобальных минимумов и максимумов оптического потенциала, т. е. в точках, где относительная фаза двух стоячих волн $\phi = 0, \pi/2$.

DOI: 10.7868/S0044451013080051

1. ВВЕДЕНИЕ

Оптические решетки к настоящему времени стали основой для различных экспериментов со сверххолодными атомами [1]. Большое развитие получили работы, связанные с квантовой информацией [2–8] — ультрахолодные атомы являются объектами для хранения и обработки квантовой информации. Оптические решетки используются для экспериментов с различными фазовыми состояниями квантовых газов [9], также следует отметить практические приложения, связанные с микроскопией [10].

Теория лазерного охлаждения нейтральных атомов в монохроматических световых полях к настоящему времени хорошо изучена [11, 12]. Силы дипольного взаимодействия атомов со световым полем создают оптический потенциал, удерживая атомы вблизи минимумов или максимумов интенсивности светового поля в зависимости от знака отстройки частоты светового поля от частоты атомного резо-

нанса. Диссипативная часть силы, так называемые силы доплеровского трения и «сизифовского трения» [13], приводит к охлаждению и локализации атомов в оптическом потенциале. Однако достигнуть значительной стабильной локализации атомов методами лазерного охлаждения в монохроматических полях достаточно проблематично. Поскольку оптический потенциал и диссипативные процессы определяются одним световым полем, возникают ограничения для достижения минимальных значений размеров локализаций и температуры охлаждения атомов в решетках. Действительно, сверхглубокое охлаждение достигается в резонансных полях относительно малой интенсивности, где глубина оптического потенциала также уменьшается [14, 15]. Одним из вариантов решения данной задачи является применение второго поля с частотой, существенно отличающейся от частоты первого поля.

Первые теоретические исследования кинетики атомов в присутствии двух монохроматических полей были проведены в работах [16, 17]. Также можно выделить работы по охлаждению согласно так называемой лямбда-схеме [18–23] и каскадным схе-

*E-mail: llf@laser.nsc.ru

мам [24–26], однако здесь различные световые поля действуют на различные оптические переходы. Мы, напротив, так же как и в работах [16, 17], будем рассматривать случай, когда оба поля возбуждают один оптический переход.

В работах по бихроматическим полям был отмечен ряд особенностей лазерного охлаждения. На наш взгляд, наиболее ярким эффектом является эффект выпрямления дипольной силы с периодом, много большим длины волны световых полей [16]. Выпрямление дипольной силы вызвано пространственной неоднородностью оптических сдвигов атомных уровней и неоднородностью оптической накачки между уровнями.

Одним из частных вариантов развития методов лазерного охлаждения в многочастотных полях является охлаждение в условиях спектрального разрешения боковых колебательных полос (resolved-sideband cooling) [27–29], при этом охлаждение атомов происходит на колебательных подуровнях в глубоком оптическом потенциале при возбуждении их дополнительным световым полем. Однако при теоретическом рассмотрении данной задачи, как правило, используют значительные упрощения, при которых влияние сильного поля на кинетику атомов сводится лишь к формированию им оптических сдвигов подуровней (оптических потенциалов) и индуцированию двухфотонных переходов между подуровнями. При этом влияние второго поля сводится лишь к определению им релаксации как зеемановских, так и колебательных уровней оптической решетки [30, 31]. В общем случае важно учесть влияние обоих полей на кинетику атомов. Так, например, флуктуации вынужденного поглощения и излучения фотонов недиссипативного поля могут приводить к флуктуациям дипольной силы и, соответственно, значительно влиять на диффузию атомов в оптическом потенциале и кинетику атомов в целом.

В настоящей работе мы рассматриваем задачу лазерного охлаждения и локализации атомов в бихроматических световых полях. Одной из целей работы является детальный анализ и классификация сил и кинетических коэффициентов, возникающих под воздействием двухчастотного поля, а также сопоставление с известными результатами для монохроматического поля. В рамках модели двухуровневого атома получены общие аналитические выражения для силы, коэффициентов трения и диффузии атомов в бихроматическом поле. Выражения представлены в виде разложения по возможным градиентам двух световых полей без ограничений на их интенсивность. В качестве частного случая рассмот-

рена ситуация, когда одно поле, далеко отстроенное от атомного резонанса, создает глубокую пространственную решетку, а второе поле с частотой вблизи атомного резонанса является охлаждающим.

2. ЗАДАЧА

Рассмотрим двухуровневый атом с основным $|g\rangle$ и возбужденным $|e\rangle$ состояниями в двухчастотном поле

$$E(x, t) = E_1(x)e^{-i\omega_1 t} + E_2(x)e^{-i\omega_2 t} \quad (1)$$

с частотами, близкими к частоте атомного резонанса ω_0 , т. е. с отстройками $\delta_1 = \omega_1 - \omega_0$ и $\delta_2 = \omega_2 - \omega_0$, такими что $|\delta_1| \ll \omega_0$ и $|\delta_2| \ll \omega_0$. Опуская быстроосциллирующие вклады (пропорциональные $\exp(-i2\omega_1 t)$, $\exp(-i2\omega_2 t)$, $\exp(-i(\omega_1 \pm \omega_2)t)$), получим следующую систему уравнений в координатном представлении для компонент атомной матрицы плотности $\hat{\rho}(x_1, x_2)$ в координатном представлении:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{\rho}^{ee}(x_1, x_2) &= -\gamma\hat{\rho}^{ee}(x_1, x_2) - \\ &- \frac{i}{\hbar}\left(\hat{V}_1(x_1)\hat{\rho}_1^{ge}(x_1, x_2) - \hat{\rho}_1^{eg}(x_1, x_2)\hat{V}_1^\dagger(x_2)\right) - \\ &- \frac{i}{\hbar}\left(\hat{V}_2(x_1)\hat{\rho}_2^{ge}(x_1, x_2) - \hat{\rho}_2^{eg}(x_1, x_2)\hat{V}_2^\dagger(x_2)\right), \\ \frac{d}{dt}\hat{\rho}^{gg}(x_1, x_2) &= \hat{\gamma}\{\hat{\rho}^{ee}(x_1, x_2)\} - \\ &- i\left(\hat{V}_1^\dagger(x_1)\hat{\rho}_1^{eg}(x_1, x_2) - \hat{\rho}_1^{ee}(x_1, x_2)\hat{V}_1(x_2)\right) - \\ &- i\left(\hat{V}_2^\dagger(x_1)\hat{\rho}_2^{eg}(x_1, x_2) - \hat{\rho}_2^{ee}(x_1, x_2)\hat{V}_2(x_2)\right), \\ \frac{d}{dt}\hat{\rho}_1^{eg}(x_1, x_2) &+ \left(\frac{\gamma}{2} - i\delta_1\right)\hat{\rho}_1^{eg}(x_1, x_2) = \\ &= -i\left(\hat{V}_1(x_1)\hat{\rho}^{gg}(x_1, x_2) - \hat{\rho}^{ee}(x_1, x_2)\hat{V}_1(x_2)\right), \\ \frac{d}{dt}\hat{\rho}_2^{eg}(x_1, x_2) &+ \left(\frac{\gamma}{2} - i\delta_2\right)\hat{\rho}_2^{eg}(x_1, x_2) = \\ &= -i\left(\hat{V}_2(x_1)\hat{\rho}^{gg}(x_1, x_2) - \hat{\rho}^{ee}(x_1, x_2)\hat{V}_2(x_2)\right), \\ \frac{d}{dt}\hat{\rho}_1^{ge}(x_1, x_2) &+ \left(\frac{\gamma}{2} + i\delta_1\right)\hat{\rho}_1^{ge}(x_1, x_2) = \\ &= -i\left(\hat{V}_1^\dagger(x_1)\hat{\rho}^{ee}(x_1, x_2) - \hat{\rho}^{gg}(x_1, x_2)\hat{V}_1^\dagger(x_2)\right), \\ \frac{d}{dt}\hat{\rho}_2^{ge}(x_1, x_2) &+ \left(\frac{\gamma}{2} + i\delta_2\right)\hat{\rho}_2^{ge}(x_1, x_2) = \\ &= -i\left(\hat{V}_2^\dagger(x_1)\hat{\rho}^{ee}(x_1, x_2) - \hat{\rho}^{gg}(x_1, x_2)\hat{V}_2^\dagger(x_2)\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\hat{\rho}_1^{eg}$, $\hat{\rho}_2^{eg}$, $\hat{\rho}_1^{ge}$, $\hat{\rho}_2^{ge}$ — медленные амплитуды недиагональных элементов матрицы плотности:

$$\hat{\rho}^{eg} = \hat{\rho}_1^{eg}e^{-i\omega_1 t} + \hat{\rho}_2^{eg}e^{-i\omega_2 t},$$

$$\hat{\rho}^{ge} = \hat{\rho}_1^{ge} e^{i\omega_1 t} + \hat{\rho}_2^{ge} e^{i\omega_2 t},$$

$\hat{V}_m = \hbar\Omega_m|e\rangle\langle g|$, $m = 1, 2$ — оператор дипольного взаимодействия с полем m ; $\Omega_m = -E_m d/\hbar$ — частота Раби, d — дипольный момент. Оператор $\hat{\gamma}\{\hat{\rho}^{ee}(x_1, x_2)\}$ описывает скорость прихода в основное состояние с учетом эффектов отдачи, γ — скорость спонтанной релаксации [14, 15]. Также для краткости записи используем оператор $d/dt = \partial_t - (i\hbar/M)\partial_q\partial_x$, где $x = (x_2 + x_1)/2$, $q = x_1 - x_2$, M — масса атома.

Разложение кинетического уравнения для вignerовской матрицы плотности $\hat{\rho}(x, p)$ по параметру отдачи $\hbar k/\Delta p$ эквивалентно разложению по степеням параметра $-ikq$ кинетического уравнения для матрицы плотности $\hat{\rho}(x_1, x_2)$ в координатном представлении:

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho} = \hat{\mathcal{L}}^{(0)}\{\hat{\rho}\} - ikq\hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\rho}\} + (-ikq)^2\hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\rho}\} - \dots, \quad (3)$$

где явный вид действия операторов $\hat{\mathcal{L}}^{(k)}$ на произвольную матрицу $\hat{\sigma}$ приведен в Приложении А.

С использованием методов, развитых нами в ранних работах [32], уравнение (3) может быть сведено к уравнению Фоккера–Планка для вignerовской функции распределения $\mathcal{F}(x, p) = \text{Tr}\{\hat{\rho}(x, p)\}$ с коэффициентами, соответствующими градиентной силе (силе, действующей на покоящийся атом) в квазиклассическом приближении, и коэффициентами трения и диффузии. Выражение для силы определяется членами первого порядка в разложении (3):

$$F = -\text{Tr}\{\hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\sigma}\}\}, \quad (4)$$

где $\hat{\sigma}$ — решение оптического уравнения Блоха $\partial_t\hat{\sigma} = \hat{\mathcal{L}}^{(0)}\{\hat{\sigma}\}$. Для двухуровневого атома стационарное решение в нулевом порядке по отдаче имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^{ee} &= \frac{S}{1+2S}, & \hat{\sigma}^{gg} &= \frac{1+S}{1+2S}, \\ \hat{\sigma}_m^{eg} &= -i\frac{\Omega_m}{\gamma/2 - i\delta_m} \frac{1}{1+2S}, \\ \hat{\sigma}_m^{ge} &= i\frac{\Omega_m^*}{\gamma/2 + i\delta_m} \frac{1}{1+2S}, \quad m = 1, 2. \end{aligned} \quad (5)$$

Населенность основного и возбужденного состояний определяется суммарным параметром насыщения $S = S_1 + S_2$, где $S_m = |\Omega_m|^2/(\gamma^2/4 + \delta_m^2)$ — эффективный параметр насыщения для каждой из волн $m = 1, 2$. Выражение для силы, действующей на покоящийся атом, можно представить в виде суммы вкла-

дов, пропорциональных градиентам интенсивностей и фаз двух волн:

$$F = -\hbar\delta_1 \frac{2S_1}{1+2S} \partial_x \Lambda_1 - \hbar\delta_2 \frac{2S_2}{1+2S} \partial_x \Lambda_2 + \hbar\gamma \frac{S_1}{1+2S} \partial_x \phi_1 + \hbar\gamma \frac{S_2}{1+2S} \partial_x \phi_2, \quad (6)$$

где используются обозначения $\Lambda_m = \ln E_m$ для каждой из волн $m = 1, 2$.

Коэффициенты трения и диффузии можно найти с помощью дополнительной матрицы $\hat{\phi}$, которая, так же как и матрица плотности $\hat{\rho}$, может быть разбита на матричные блоки $\hat{\phi}^{ee}, \hat{\phi}^{gg}, \hat{\phi}_1^{eg}, \hat{\phi}_2^{eg}, \hat{\phi}_1^{ge}, \hat{\phi}_2^{ge}$ и которая является решением системы

$$\begin{aligned} \gamma\hat{\phi}^{ee} - i(\hat{V}_1\hat{\phi}_1^{ge} - \hat{\phi}_1^{eg}\hat{V}_1^\dagger) - \\ - i(\hat{V}_2\hat{\phi}_2^{ge} - \hat{\phi}_2^{eg}\hat{V}_2^\dagger) - \gamma\hat{\phi}^{gg} &= -\frac{F\hat{I}^{ee}}{\hbar k}, \\ - i(\hat{V}_1^\dagger\hat{\phi}_1^{eg} - \hat{\phi}_1^{ge}\hat{V}_1) - i(\hat{V}_2^\dagger\hat{\phi}_2^{eg} - \hat{\phi}_2^{ge}\hat{V}_2) &= \\ &= -\frac{F\hat{I}^{gg}}{\hbar k}, \\ \left(\frac{\gamma}{2} + i\delta_1\right)\hat{\phi}_1^{eg} - i(\hat{V}_1\hat{\phi}^{gg} - \hat{\phi}^{ee}\hat{V}_1) &= \frac{\hat{F}_1}{\hbar k}, \\ \left(\frac{\gamma}{2} + i\delta_2\right)\hat{\phi}_2^{eg} - i(\hat{V}_2\hat{\phi}^{gg} - \hat{\phi}^{ee}\hat{V}_2) &= \frac{\hat{F}_2}{\hbar k}, \\ \left(\frac{\gamma}{2} - i\delta_1\right)\hat{\phi}_1^{ge} - i(\hat{V}_1^\dagger\hat{\phi}^{ee} - \hat{\phi}^{gg}\hat{V}_1^\dagger) &= \frac{\hat{F}_1^\dagger}{\hbar k}, \\ \left(\frac{\gamma}{2} - i\delta_2\right)\hat{\phi}_2^{ge} - i(\hat{V}_2^\dagger\hat{\phi}^{ee} - \hat{\phi}^{gg}\hat{V}_2^\dagger) &= \frac{\hat{F}_2^\dagger}{\hbar k}. \end{aligned} \quad (7)$$

В дальнейшем для краткости записи введем операцию $\mathcal{T}\{\hat{a}, \hat{b}\}$ над матрицами \hat{a} и \hat{b} , имеющими структуру матрицы плотности $\hat{\rho}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{T}\{\hat{a}, \hat{b}\} &= \text{Tr}\{\hat{a}^{ee}\hat{b}^{ee}\} + \text{Tr}\{\hat{a}^{gg}\hat{b}^{gg}\} + \\ &+ \sum_{m=1,2} \text{Tr}\{\hat{a}_m^{eg}\hat{b}_m^{ge}\} + \sum_{m=1,2} \text{Tr}\{\hat{a}_m^{ge}\hat{b}_m^{eg}\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Коэффициент трения пропорционален пространственному градиенту $\hat{\sigma}$ и может быть записан подобно результатам для монохроматического поля [32] как

$$\xi = -\hbar k \mathcal{T}\{\hat{\phi}, \partial_x \hat{\sigma}\}. \quad (9)$$

Коэффициент вынужденной диффузии может быть представлен в виде

$$D^{(i)} = -(\hbar k)^2 \left[\mathcal{T}\{\hat{\phi}, \hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\sigma}\}\} + F\mathcal{T}\{\hat{\phi}, \hat{\sigma}\} \right]. \quad (10)$$

Коэффициент спонтанной диффузии возникает от членов второго порядка по параметру kq в разложении (3):

$$D^{(s)} = (\hbar k)^2 \left[\text{Tr}\{\hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\sigma}\}^{ee}\} + \text{Tr}\{\hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\sigma}\}^{gg}\} \right]. \quad (11)$$

Коэффициент трения и вынужденной диффузии можно представить в виде разложения по градиентам полей E_1 и E_2 :

$$\xi = \hbar \sum_{\beta, \beta'} \chi_{\beta \beta'} \partial_x \beta \partial_x \beta', \quad (12)$$

$$D^{(i)} = \hbar \sum_{\beta, \beta'} \mathcal{D}_{\beta \beta'} \partial_x \beta \partial_x \beta'. \quad (13)$$

Параметр β соответствует фазе или логарифму амплитуды световых полей $\{\Lambda_1, \phi_1, \Lambda_2, \phi_2\}$. Коэффициенты $\chi_{\beta \beta'}$ и $\mathcal{D}_{\beta \beta'}$ приведены в Приложениях В и С.

Коэффициент спонтанной диффузии пропорционален населенности возбужденного состояния и для двухуровневого атома равен

$$D^{(s)} = \gamma (\hbar k)^2 \frac{\text{Tr}\{\hat{\sigma}^{ee}\}}{10}, \quad (14)$$

а в бихроматическом поле записывается в виде

$$D^{(s)} = \frac{\gamma \hbar^2 k^2}{10} \frac{S}{1 + 2S}, \quad (15)$$

по форме совпадающем с известным выражением для коэффициентов спонтанной диффузии в монохроматическом поле.

Отметим, что полученные выражения для силы и коэффициентов трения и диффузии в частном случае совпадают с выражениями, полученными в работе [12], а именно, при используемых в работе [12] ограничениях малых параметров насыщения полей $S_1 \ll 1$ и $S_2 \ll 1$ для двух частных случаев, когда одно поле является полем стоячей волны, а второе — полем бегущей волны либо также полем стоячей волны с относительной пространственной фазой $\pi/2$.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве примера рассмотрим случай, реализуемый в оптических решетках, образованных полями двух стоячих волн

$$E_1(x) = E_{01} \cos(k_1 x), \quad E_2(x) = E_{02} \cos(k_2 x + \phi_0),$$

когда одно из полей имеет достаточно большую структуру (для определенности $|\delta_1| \gg |\delta_2|$), создает оптический потенциал, в котором движутся атомы, а

второе поле создает пространственно-неоднородную оптическую накачку уровней, т. е.

$$\begin{aligned} |\delta_1| S_1 &\gg |\delta_2| S_2, \\ S_1 &\ll S_2. \end{aligned} \quad (16)$$

В нашей работе поля имеют близкие волновые векторы $k_2 \approx k_1 = k$, и относительную фазу ϕ можно представить в виде медленно меняющейся функции координаты: $\phi = \delta k x + \phi_0$, где $\delta k = k_2 - k_1$ — разность волновых векторов. В этих условиях атом совершает движение в оптическом потенциале, создаваемом градиентной силой (6), принимающей вид

$$\begin{aligned} F &= -\hbar \delta_1 \frac{S'_1}{1 + 2S_2} = \\ &= \hbar k \frac{\delta_1 S_{01} \sin(2kx)}{1 + 2S_{02} \cos^2(kx + \phi)}, \end{aligned} \quad (17)$$

где для краткости введены обозначения $S' = \partial_x S$, а параметры S_{01} и S_{02} — амплитуды параметров насыщения $S_1 = S_{01} \cos^2(kx)$ и $S_2 = S_{02} \cos^2(kx + \phi)$. Как известно, в таких полях возникает эффект выпрямления дипольной силы [11]. Средняя по периоду поля сила («выпрямленная» градиентная сила)

$$\langle F \rangle = \hbar k \delta_1 \frac{S_{01} \sin(2\phi)}{S_{02}} \left[\frac{1 + S_{02}}{\sqrt{1 + 2S_{02}}} - 1 \right] \quad (18)$$

осциллирует с пространственным периодом $\pi/\delta k$, создавая оптический потенциал с глубиной U_0 :

$$\begin{aligned} \langle F \rangle &= -dU_{eff}/dx, \quad U_{eff} = U_0 \cos(2\phi), \\ U_0 &= \hbar \frac{\delta_1}{2} \frac{k}{\delta k} \frac{S_{01}}{S_{02}} \left[\frac{1 + S_{02}}{\sqrt{1 + 2S_{02}}} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (19)$$

При этом точки с относительной фазой $\phi = 0$ и $\phi = \pi/2$ соответствуют глобальным минимумам и максимумам оптического потенциала.

Для коэффициента трения в пределе $|\delta_1| \gg |\delta_2|$, удерживая лишь члены первого и нулевого порядка по S_1 , получим

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_1 + \xi_0 = -\hbar \frac{\delta_1}{\gamma} \frac{(1 + 2S_2(2\nu_2 - 1))}{\nu_2 (1 + 2S_2)^3} S'_1 S'_2 + \\ &+ \hbar \frac{\delta_2}{2\gamma} \frac{(1 - 2S_2 - 8S_2^2 \nu_2)}{\nu_2 (1 + 2S_2)^3} \frac{S_2'^2}{S_2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, положение минимумов оптического потенциала, в котором захватываются атомы, определяется градиентом первого поля и знаком его структуры δ_1 , а степень локализации и скорости кинетических процессов задаются коэффициентом трения, который имеет известный вклад ξ_0 , определяемый полем E_2 , а также содержит добавку ξ_1 , определяемую интерференцией полей E_1 и E_2 .

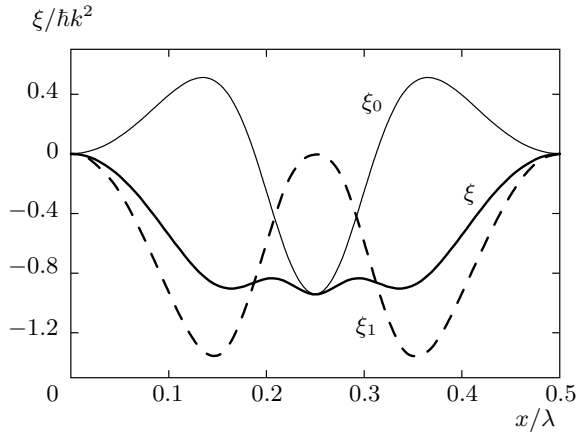


Рис. 1. Зависимости от x/λ коэффициента трения ξ в поле, образованном встречными волнами с параметрами насыщения $S_{01} = 0.05$, $S_{02} = 1$ и отстройками $\delta_1/\gamma = 100$, $\delta_2/\gamma = -2$, а также относительных вкладов в коэффициент трения ξ_0 (коэффициент трения в монохроматическом поле E_2 в отсутствие E_1) и ξ_1 (бихроматическая добавка).
Относительная фаза $\phi = 0$

В частности, в области синих отстроек $\delta_1 > 0$ поле E_1 формирует оптический потенциал, определяемый силой (17), который имеет локальные минимумы в области минимумов интенсивности светового поля E_1 (т. е. в точках $\lambda/4 + N\lambda/2$, где $N = 0, \pm 1, \dots$). Известный вклад в коэффициент трения ξ_0 в монохроматическом поле E_2 локально отрицателен (приводит к трению) в этих точках при красных отстройках $\delta_2 < 0$ и малой интенсивности светового поля, однако с ростом интенсивности поля E_2 может менять знак, что вызвано так называемым «сизифовским» механизмом трения. Тем не менее дополнительный вклад ξ_1 может компенсировать этот эффект, приводя к охлаждению во всем пространстве (рис. 1), что может привести, например, к увеличению эффекта локализации атомов в оптическом потенциале. Отметим, что направление кинетического процесса (нагрев или охлаждение), определяемое дополнительным вкладом в коэффициент трения (20), зависит от знака отстройки δ_1 и от медленно меняющейся относительной фазы полей ϕ . Так, например, в области пространства, где ϕ близка к нулю, для компенсации нагрева, вызванного «сизифовским» механизмом трения, диссипативным полем E_2 вблизи локальных минимумов оптического потенциала необходимо выбрать $\delta_1 > 0$ (рис. 1), и наоборот, в области пространства, где $\phi \approx \pi/2$, необходимо выбрать $\delta_1 < 0$.

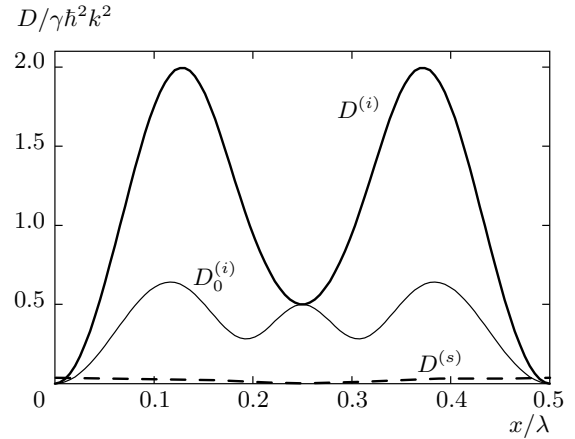


Рис. 2. Зависимости от x/λ коэффициентов вынужденной $D^{(i)}$ и спонтанной $D^{(s)}$ диффузии в поле, образованном встречными волнами с параметрами насыщения $S_{01} = 0.05$, $S_{02} = 1$ и отстройками $\delta_1/\gamma = 100$, $\delta_2/\gamma = -2$ (относительная фаза $\phi = 0$), а также коэффициента вынужденной диффузии $D_0^{(i)}$ в монохроматическом поле E_2

Коэффициент вынужденной диффузии в пределе (16) принимает следующий вид:

$$D^{(i)} = \hbar^2 \frac{2S_2(2S_2 + 1/\nu_2)}{\gamma(1 + 2S_2)^3} \delta_1^2 S_1'^2 + \hbar^2 \frac{8S_2^2 + (2S_2 - 1)/\nu_2}{\gamma(1 + 2S_2)^3} \delta_1 S_1' \delta_2 S_2' + \hbar^2 \left[\frac{\gamma}{8} + S_2 \frac{\delta_2^2}{\gamma} \frac{4S_2^2 - 1/\nu_2}{(1 + 2S_2)^3} \right] \frac{S_2'^2}{S_2}, \quad (21)$$

где последнее слагаемое представляет собой выражение для вынужденной диффузии в монохроматическом поле E_2 , а первые два слагаемых — добавки, вызванные флуктуацией силы в оптическом потенциале поля E_1 (рис. 2). Коэффициент спонтанной диффузии в пределе (16)

$$D^{(s)} = \frac{\gamma \hbar^2 k^2}{10} \frac{S_2}{1 + 2S_2} \quad (22)$$

определяется лишь флуктуацией в процессах спонтанного рассеяния фотонов поля E_2 (рис. 2).

Полагая, что функция распределения локализованных атомов $W(x) = C \exp(-U(x)/k_B T)$, где U — оптический потенциал, определяемый силой (17), T — температура атомов (k_B — постоянная Больцмана), может быть оценена из соотношения $k_B T = -D/\xi$ (отношение коэффициента диффузии к коэффициенту трения в области локализации), размер области локализации можно оценить из соотношения

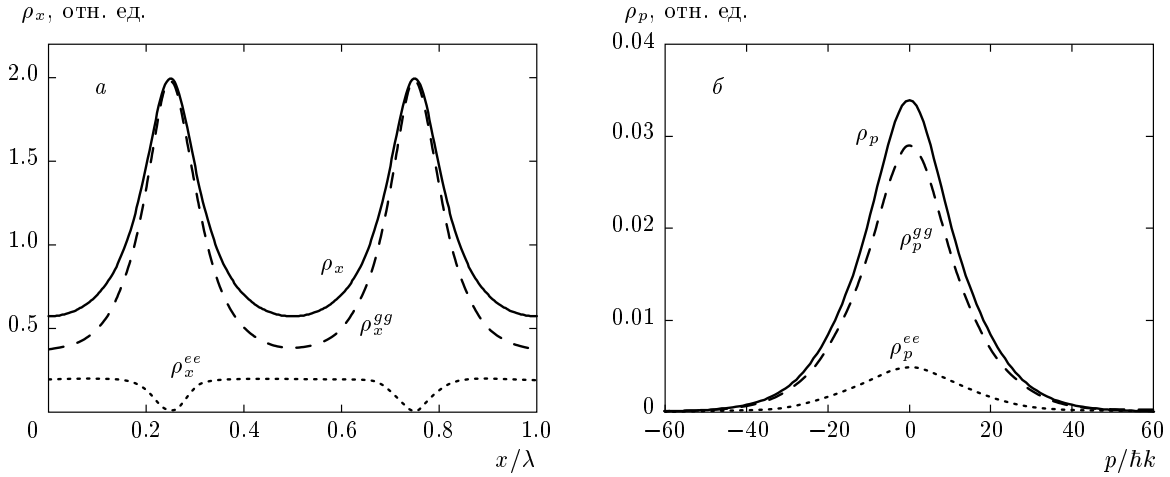


Рис. 3. Пространственное (а) и импульсное (б) распределения стационарного решения для атомной матрицы плотности с полным учетом эффектов отдачи в поле, образованном встречными волнами с параметрами насыщения $S_{01} = 0.05$, $S_{02} = 1$ и отстройками $\delta_1/\gamma = 100$, $\delta_2/\gamma = -2$. Относительная фаза $\phi = 0$, $\varepsilon_R = 0.005$. Температура $k_B T = 2.08\hbar\gamma$

$$\langle \Delta x \rangle^2 = C \int x^2 \exp\left(-\frac{U(x)}{k_B T}\right) dx = \frac{k_B T}{M\omega_\nu^2},$$

где ω_ν — частота осцилляции атомов вблизи минимума оптического потенциала. Таким образом, размер области локализации в пределе (16) может быть оценен как

$$\Delta x = \sqrt{\frac{k_B T}{2\delta_1 S_{01}}}, \quad (23)$$

что, например, для параметров светового поля, приведенных на рис. 1, 2 соответствует $\Delta x \approx 0.04\lambda$. Пространственное $\rho_x = \int \text{Tr}\{\hat{\rho}\} dp$ и импульсное $\rho_p = \int \text{Tr}\{\hat{\rho}\} dx$ распределения атомов (рис. 3) можно получить из стационарного решения уравнения (2) с помощью ранее развитого нами метода цепных дробей для атомной матрицы плотности с полным учетом эффектов отдачи [14, 15]. Также на рис. 3 представлены пространственное распределение атомов в основном и возбужденном состояниях: $\rho_x^{gg} = \int \text{Tr}\{\hat{\rho}^{gg}\} dp$, $\rho_x^{ee} = \int \text{Tr}\{\hat{\rho}^{ee}\} dp$, и импульсное распределение атомов в основном и возбужденном состояниях: $\rho_p^{gg} = \int \text{Tr}\{\hat{\rho}^{gg}\} dx$, $\rho_p^{ee} = \int \text{Tr}\{\hat{\rho}^{ee}\} dx$. Результат наших анализов показывает, что при параметрах световых полей $S_{01} = 0.05$, $S_{02} = 1$ и отстройках $\delta_1/\gamma = 100$, $\delta_2/\gamma = -2$, относительной фазе $\phi = 0$ и параметре квазиклассичности $\varepsilon_R = \omega_R/\gamma = 0.005$ ($\omega_R = \hbar k^2/2M$ — частота отдачи) температура атомов составит $k_B T = 2.08\hbar\gamma$.

Отметим, что в отсутствие диссипативного поля E_2 , при рассматриваемых параметрах рис. 1–3 коэф-

фициент трения, определяемый полем E_1 , отрицателен в области синих отстроек $\delta_1 > 0$ (рис. 4а), охлаждение обусловлено сизифовским механизмом трения. Данный механизм доминирует только вблизи малых скоростей $v \ll \delta_1/k$, а для атомов с большими скоростями в результате эффекта Доплера возникает световое давление от встречных световых волн, разогревающее эти атомы, поэтому в рассматриваемых условиях в монохроматическом поле возможно лишь квазиохлаждение (рис. 5), когда количество охлажденных атомов в результате процессов диффузии постепенно уменьшается. Наличие дополнительного диссипативного поля с красной отстройкой $\delta_2 < 0$ позволяет расширить область скоростей атомов, участвующих в охлаждении рис. 4б, и, как указывалось выше, получить отрицательное значение коэффициента трения в минимуме оптического потенциала, что приводит к более сильной пространственной локализации атомов.

Дополнительно отметим, что аналогичные результаты можно получить при красных отстройках поля E_1 , но для относительной фазы $\phi = \pi/2$. Преимуществом данной конфигурации является то, что сила, вызванная дисбалансом сил спонтанного светового давления от встречных волн поля E_1 для движущихся атомов («доплеровское» трение), также будет приводить к охлаждению, вовлекая большее число атомов в процесс охлаждения.

Рассмотрим другой предельный случай, когда в условиях (16) оптическая решетка образована полем

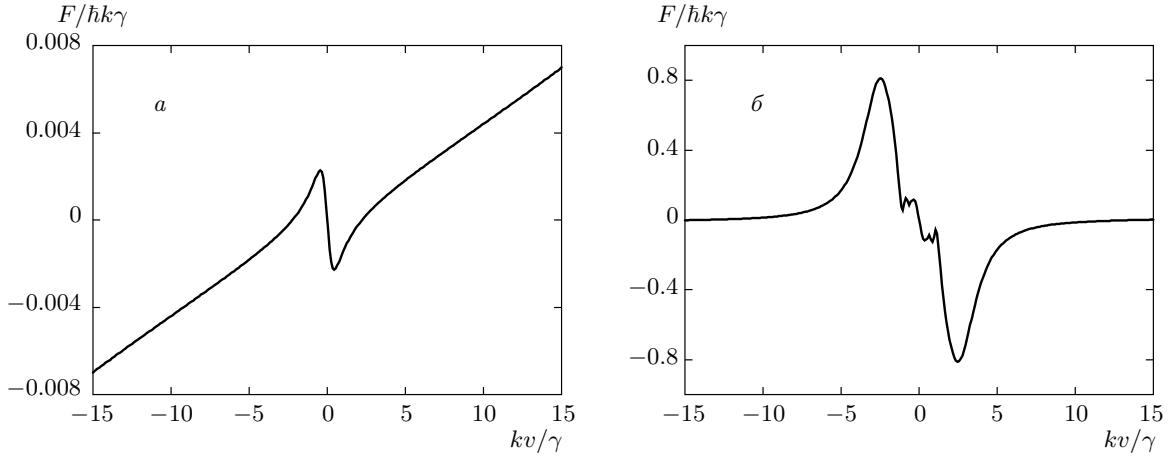


Рис. 4. Усредненная по пространственному периоду сила как функция скорости атомов в отсутствие диссипативного поля E_2 (а) и в бихроматическом поле (б). Параметры полей: $S_{01} = 0.05$, $S_{02} = 1$, отстройки $\delta_1/\gamma = 100$, $\delta_2/\gamma = -2$. Относительная фаза $\phi = 0$

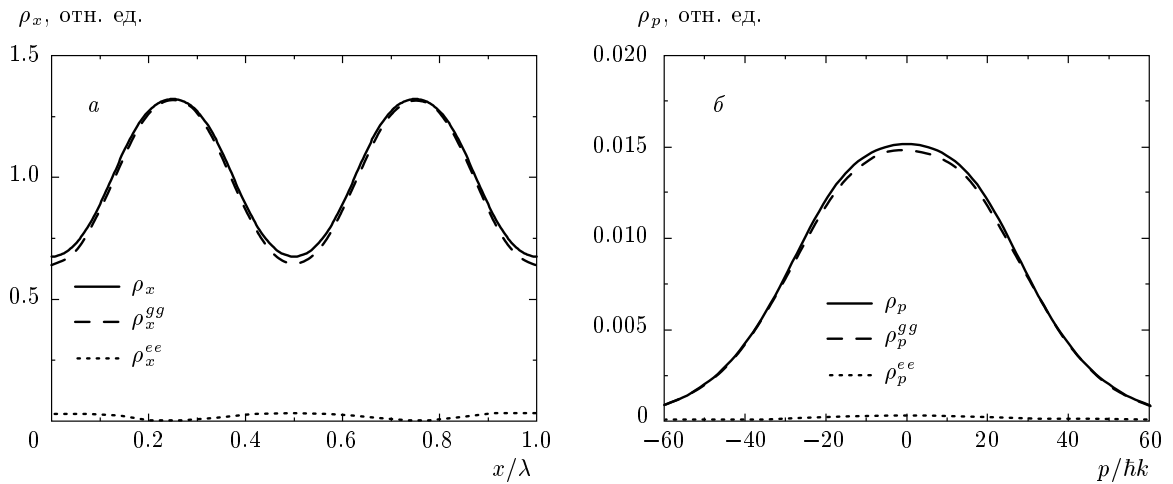


Рис. 5. Пространственное (а) и импульсное (б) распределения стационарного решения для атомной матрицы плотности с полным учетом эффектов отдачи в отсутствие диссипативного поля E_2 . Параметр насыщения $S_{01} = 0.05$, отстройка $\delta_1/\gamma = 100$, $\varepsilon_R = 5 \cdot 10^{-3}$. Температура $k_B T = 6.6\hbar\gamma$

стоячей волны $E_1(x) = E_{01} \cos(kx)$, а поле E_2 является бегущей волной $E_2(x) = E_{02} \exp(ikx)$, т. е. имеются лишь градиенты интенсивности первого поля, создающего оптический потенциал, и градиент фазы второго поля, определяющего оптическую накачку уровней. Здесь, аналогично предыдущему случаю, атомы движутся в оптическом потенциале, определяемом силой (17). В коэффициенте трения можно выделить два основных вклада:

$$\xi = \hbar k \frac{4 \delta_1 \delta_2 S_2}{\gamma^2 \nu_2 (1 + 2S_2)^2} S_1' + \hbar k^2 \frac{2 \delta_2 S_2}{\gamma \nu_2 (1 + 2S_2)^2}. \quad (24)$$

Первый из них является пространственно-периодической функцией с нулевым средним значением, вто-

рой — так называемым «доплеровским вкладом» в трение, независимой от координаты добавкой, приводящей к охлаждению в области красных отстроек δ_2 . Коэффициент вынужденной диффузии также содержит три основных вклада:

$$D^{(i)} = \hbar^2 \frac{2 S_2 (2S_2 + 1/\nu_2)}{(1 + 2S_2)^3} \delta_1^2 S_1'^2 + k \hbar^2 \frac{S_2 (1 + (4 \delta_2^2/\gamma^2 - 1) S_2)}{\nu_2 (1 + 2S_2)^3} \delta_1 S_1' + \gamma \hbar^2 k^2 \left[\frac{S_2}{2(1 + 2S_2)} + \frac{(1 - 1/\nu_2) S_2^2}{(1 + 2S_2)^3} \right], \quad (25)$$

первый из которых возникает от градиента интенсивности поля E_1 (совпадает с ранее рассмотренным

случае). Второе слагаемое — периодическая функция с нулевым средним значением, принимающая нулевые значения в точках максимума и минимума оптического потенциала, задаваемого силой (17). Последнее слагаемое — независимый от координаты вклад, который определяется флуктуацией силы спонтанного светового давления при рассеянии фотонов поля E_2 .

4. ВЫВОДЫ

В работе рассмотрена квазиклассическая кинетика атомов в бихроматическом поле, образованном монохроматическими волнами с различными частотами, близкими к оптическому резонансу двухуровневого атома. Получены общие выражения для кинетических коэффициентов уравнения Фоккера–Планка, выражения для силы, коэффициентов трения и диффузии атомов. Выражения представлены в общем виде разложения по градиентам параметров световых полей. Для двухуровневой модели атома это градиенты амплитуды и фазы световых полей. В общем случае показано, что коэффициенты трения и диффузии могут быть представлены в виде разложения по квадратичным комбинациям этих градиентов, они в том числе содержат их перекрестные комбинации. Дополнительно рассмотрены два предельных случая, когда одно из полей E_1 является далеко отстроенной от атомного резонанса стоячей волной и создает глубокий оптический потенциал, а второе E_2 , резонансное оптическому переходу, используется для оптической накачки уровней. При этом рассмотрены два случая, когда резонансное поле является полем либо стоячей, либо бегущей волны.

В частности, когда второе поле E_2 является полем стоячей волны, коэффициент трения кроме известного вклада, определяемого резонансным полем E_2 , имеет дополнительный вклад, пропорциональный амплитуде поля E_1 . Данный вклад может приводить к дополнительному трению в области минимума оптического потенциала. Коэффициент вынужденной диффузии кроме известного вклада от поля E_2 содержит вклад, определяемый полем E_1 , и их перекрестный вклад.

В случае, когда поле E_2 является полем бегущей волны, коэффициент трения можно представить в виде суммы известного вклада, определяемого «доплеровским вкладом» в трение, и добавочного, являющегося пространственно-периодической функцией с нулевым средним значением и равным нулю в области минимума и максимума оптического потенциала. Коэффициент вынужденной

диффузии разбивается на сумму трех слагаемых, два из которых — коэффициент вынужденной диффузии в поле стоячей волны E_1 и известный для двухуровневого атома вклад в поле бегущей волны E_2 , а третье — перекрестный вклад, также являющийся пространственно-периодической функцией с нулевым средним значением и равный нулю в области минимума и максимума оптического потенциала.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России 2009–2013» (ГК 16.740.11.0466 и соглашение 8387), РФФИ (гранты №№ 12-02-00454, 11-02-00775, 11-02-01240), РАН и президиума Сибирского отделения РАН, а также Российского квантового центра.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Явный вид действия операторов $\hat{\mathcal{L}}^{(k)}$ на произвольную матрицу $\hat{\sigma}$, можно записать в виде систем, приведенных ниже. Так, в нулевом порядке разложения по параметру отдачи $\hbar k/\Delta p$ оператор $\hat{\mathcal{L}}^{(0)}$ имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{L}}^{(0)}\{\hat{\sigma}\}^{ee} &= -\gamma\hat{\sigma}^{ee} - i\left(\hat{V}_1(x)\hat{\sigma}_1^{ge} - \hat{\sigma}_1^{eg}\hat{V}_1^\dagger(x)\right) - \\ &\quad - i\left(\hat{V}_2(x)\hat{\sigma}_2^{ge} - \hat{\sigma}_2^{eg}\hat{V}_2^\dagger(x)\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(0)}\{\hat{\sigma}\}^{gg} &= \gamma\hat{\sigma}^{ee} - i\left(\hat{V}_1^\dagger(x)\hat{\sigma}_1^{eg} - \hat{\sigma}_1^{ge}\hat{V}_1(x)\right) - \\ &\quad - i\left(\hat{V}_2^\dagger(x)\hat{\sigma}_2^{eg} - \hat{\sigma}_2^{ge}\hat{V}_2(x)\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(0)}\{\hat{\sigma}\}_1^{eg} &= -(\gamma/2 - i\delta_1)\hat{\sigma}_1^{eg} - \\ &\quad - i\left(\hat{V}_1(x)\hat{\sigma}^{gg} - \hat{\sigma}^{ee}\hat{V}_1(x)\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(0)}\{\hat{\sigma}\}_2^{eg} &= -(\gamma/2 - i\delta_2)\hat{\sigma}_2^{eg} - \\ &\quad - i\left(\hat{V}_2(x)\hat{\sigma}^{gg} - \hat{\sigma}^{ee}\hat{V}_2(x)\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(0)}\{\hat{\sigma}\}_1^{ge} &= -(\gamma/2 + i\delta_1)\hat{\sigma}_1^{ge} - \\ &\quad - i\left(\hat{V}_1^\dagger(x)\hat{\sigma}^{ee} - \hat{\sigma}^{gg}\hat{V}_1^\dagger(x)\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(0)}\{\hat{\sigma}\}_2^{ge} &= -(\gamma/2 + i\delta_2)\hat{\sigma}_2^{ge} - \\ &\quad - i\left(\hat{V}_2^\dagger(x)\hat{\sigma}^{ee} - \hat{\sigma}^{gg}\hat{V}_2^\dagger(x)\right). \end{aligned} \quad (26)$$

Для оператора $\hat{\mathcal{L}}^{(1)}$ имеем

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\sigma}\}^{ee} &= -\frac{1}{2}\left(\hat{F}_1\hat{\sigma}_1^{ge} + \hat{F}_2\hat{\sigma}_2^{ge} + \right. \\ &\quad \left. + \hat{\sigma}_1^{eg}\hat{F}_1^\dagger + \hat{\sigma}_2^{eg}\hat{F}_2^\dagger\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\sigma}\}^{gg} &= -\frac{1}{2}\left(\hat{F}_1^\dagger\hat{\sigma}_1^{eg} + \hat{F}_2^\dagger\hat{\sigma}_2^{eg} + \right. \\ &\quad \left. + \hat{\sigma}_1^{ge}\hat{F}_1 + \hat{\sigma}_2^{ge}\hat{F}_2\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\sigma}\}_1^{eg} &= -\frac{1}{2}\left(\hat{F}_1\hat{\sigma}^{gg} + \hat{\sigma}^{ee}\hat{F}_1\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\sigma}\}_2^{eg} &= -\frac{1}{2}\left(\hat{F}_2\hat{\sigma}^{gg} + \hat{\sigma}^{ee}\hat{F}_2\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\sigma}\}_1^{ge} &= -\frac{1}{2}\left(\hat{F}_1^\dagger\hat{\sigma}^{ee} + \hat{\sigma}^{gg}\hat{F}_1^\dagger\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(1)}\{\hat{\sigma}\}_2^{ge} &= -\frac{1}{2}\left(\hat{F}_2^\dagger\hat{\sigma}^{ee} + \hat{\sigma}^{gg}\hat{F}_2^\dagger\right), \end{aligned} \quad (27)$$

где операторы $\hat{F}_m = -\partial_x \hat{V}_m(x)$, $m = 1, 2$. Слагаемые второго порядка

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\sigma}\}^{ee} &= -\frac{i}{8}\left(\partial_x \hat{F}_1\hat{\sigma}_1^{ge} + \partial_x \hat{F}_2\hat{\sigma}_2^{ge} - \right. \\ &\quad \left. - \hat{\sigma}_1^{eg}\partial_x \hat{F}_1^\dagger - \hat{\sigma}_2^{eg}\partial_x \hat{F}_2^\dagger\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\sigma}\}^{gg} &= -\frac{i}{8}\left(\partial_x \hat{F}_1^\dagger\hat{\sigma}_1^{eg} + \partial_x \hat{F}_2^\dagger\hat{\sigma}_2^{eg} - \right. \\ &\quad \left. - \hat{\sigma}_1^{ge}\partial_x \hat{F}_1 - \hat{\sigma}_2^{ge}\partial_x \hat{F}_2\right) + \frac{\hat{\sigma}^{ee}}{10}, \\ \hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\sigma}\}_1^{eg} &= -\frac{i}{8}\left(\partial_x \hat{F}_1\hat{\sigma}^{gg} - \hat{\sigma}^{ee}\partial_x \hat{F}_1\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\sigma}\}_2^{eg} &= -\frac{i}{8}\left(\partial_x \hat{F}_2\hat{\sigma}^{gg} - \hat{\sigma}^{ee}\partial_x \hat{F}_2\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\sigma}\}_1^{ge} &= -\frac{i}{8}\left(\partial_x \hat{F}_1^\dagger\hat{\sigma}^{ee} - \hat{\sigma}^{gg}\partial_x \hat{F}_1^\dagger\right), \\ \hat{\mathcal{L}}^{(2)}\{\hat{\sigma}\}_2^{ge} &= -\frac{i}{8}\left(\partial_x \hat{F}_2^\dagger\hat{\sigma}^{ee} - \hat{\sigma}^{gg}\partial_x \hat{F}_2^\dagger\right) \end{aligned} \quad (28)$$

содержат вклады, пропорциональные второй производной оператора дипольного взаимодействия \hat{V} .

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Разложение коэффициента трения

Здесь приведены вклады разложения коэффициента трения по градиентам параметров световых полей $\{\Lambda_1, \phi_1, \Lambda_2, \phi_2\}$. Вклады, пропорциональные градиентам интенсивности световых полей, имеют вид

$$\chi_{\Lambda_1\Lambda_1} = 2S_1 \frac{\delta_1}{\gamma} \frac{p_1\nu_2 + 8S_1S_2\nu_1}{\nu_1\nu_2(1+2S)^3}, \quad (29)$$

$$\chi_{\Lambda_2\Lambda_2} = 2S_2 \frac{\delta_2}{\gamma} \frac{p_2\nu_1 + 8S_1S_2\nu_2}{\nu_1\nu_2(1+2S)^3}, \quad (30)$$

$$\chi_{\Lambda_1\Lambda_2} + \chi_{\Lambda_2\Lambda_1} = \frac{(\delta_1 + \delta_2)p_{12}S_1S_2}{\gamma\nu_1\nu_2(1+2S)^3}. \quad (31)$$

Здесь $\nu_m = 1/4 + \delta_m^2/\gamma^2$, для первой и второй волны $m = 1, 2$ и

$$\begin{aligned} p_1 &= [1 - 2S_1(1 + 2S_2(1 + 2\nu_1)) - 8S_1^2\nu_1] + \\ &\quad + 4S_2(1 + S_2), \\ p_2 &= [1 - 2S_2(1 + 2S_1(1 + 2\nu_2)) - 8S_2^2\nu_2] + \\ &\quad + 4S_1(1 + S_1), \\ p_{12} &= 8(S_1 - S_2)(\nu_2 - \nu_1) - 2(1 + 8\nu_1\nu_2)S - 1 - \\ &\quad - 4(\nu_1 + \nu_2) - \frac{4\delta_1\delta_2(1 + 2S)}{\gamma^2}. \end{aligned}$$

В отсутствие одного из полей $S_1 = 0$ или $S_2 = 0$ выражение переходит в известное выражение для двухуровневого атома в поле стоячей волны. Вклады, пропорциональные градиентам фазы световых полей, записываются как

$$\chi_{\phi_1\phi_1} = \frac{\delta_1}{\gamma\nu_1} \frac{2S_1(1 + 2S_2)}{(1 + 2S)^2}, \quad (32)$$

$$\chi_{\phi_2\phi_2} = \frac{\delta_2}{\gamma\nu_2} \frac{2S_2(1 + 2S_1)}{(1 + 2S)^2}, \quad (33)$$

$$\chi_{\phi_1\phi_2} + \chi_{\phi_2\phi_1} = -4S_1S_2 \frac{\delta_1/\nu_1 + \delta_2/\nu_2}{\gamma(1 + 2S)^2}. \quad (34)$$

Перекрестные вклады имеют вид

$$\chi_{\Lambda_1\phi_1} + \chi_{\phi_1\Lambda_1} = \frac{4S_1^2}{(1+2S)^3} \left(2S + \frac{1+2S_2}{\nu_1} - \frac{2S_2}{\nu_2}\right), \quad (35)$$

$$\chi_{\Lambda_2\phi_2} + \chi_{\phi_2\Lambda_2} = \frac{4S_2^2}{(1+2S)^3} \left(2S + \frac{1+2S_1}{\nu_2} - \frac{2S_1}{\nu_1}\right), \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \chi_{\Lambda_1\phi_2} + \chi_{\phi_2\Lambda_1} &= \frac{2S_1S_2}{(1+2S)^3} \left(\frac{1 - 2S_1 + 2S_2}{\nu_1} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 + 4S_1 + 4\delta_1\delta_2(1 + 2S)}{\nu_2} - 4 - 4S\right), \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \chi_{\Lambda_2\phi_1} + \chi_{\phi_1\Lambda_2} &= \frac{2S_1S_2}{(1+2S)^3} \left(\frac{1 - 2S_2 + 2S_1}{\nu_2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 + 4S_2 + 4\delta_1\delta_2(1 + 2S)}{\nu_1} - 4 - 4S\right). \end{aligned} \quad (38)$$

ПРИЛОЖЕНИЕ С

Разложение коэффициента вынужденной диффузии

Коэффициент вынужденной диффузии, так же как и коэффициент трения, можно разбить на сумму вкладов, пропорциональных квадратичным комбинациям градиентов параметров световых полей E_1 и E_2 (13). Вклады, пропорциональные градиентам интенсивности световых полей, имеют вид

$$\mathcal{D}_{\Lambda_1 \Lambda_1} = \frac{S_1}{2} \left[\gamma + \frac{8 S_1 \delta_1^2}{\gamma (1 + 2S)^3} \times \left(4S^2 - \frac{1}{\nu_1} + 2S_2 \left(\frac{1}{\nu_2} - \frac{1}{\nu_1} \right) \right) \right], \quad (39)$$

$$\mathcal{D}_{\Lambda_2 \Lambda_2} = \frac{S_2}{2} \left[\gamma + \frac{8 S_2 \delta_2^2}{\gamma (1 + 2S)^3} \times \left(4S^2 - \frac{1}{\nu_2} + 2S_1 \left(\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2} \right) \right) \right], \quad (40)$$

$$\mathcal{D}_{\Lambda_1 \Lambda_2} + \mathcal{D}_{\Lambda_2, \Lambda_1} = 4 \frac{\delta_1 \delta_2 S_1 S_2}{\gamma (1 + 2S)^3} \times \left[8S^2 + 2 \left(\frac{1}{\nu_2} - \frac{1}{\nu_1} \right) (S_2 - S_1) - \frac{1}{\nu_2} - \frac{1}{\nu_1} \right]. \quad (41)$$

Так же как и для коэффициента трения, данное выражение для коэффициента диффузии в отсутствие одного из полей переходит в известное выражение для двухуровневого атома в монохроматическом поле. Запишем вклады, пропорциональные градиентам фаз световых полей:

$$\mathcal{D}_{\phi_1 \phi_1} = \frac{\gamma S_1}{2} \frac{1 + 2S_2}{1 + 2S} + \gamma S_1^2 \frac{1 - 1/\nu_1 + 2S_2(1/\nu_2 - 1/\nu_1)}{(1 + 2S)^3}, \quad (42)$$

$$\mathcal{D}_{\phi_2 \phi_2} = \frac{\gamma S_2}{2} \frac{1 + 2S_1}{1 + 2S} + \gamma S_2^2 \frac{1 - 1/\nu_2 + 2S_1(1/\nu_1 - 1/\nu_2)}{(1 + 2S)^3}, \quad (43)$$

$$\mathcal{D}_{\phi_1 \phi_2} + \mathcal{D}_{\phi_2, \phi_1} = \gamma S_1 S_2 \times \left[\frac{2(S_1 - S_2)(1/\nu_1 - 1/\nu_2) + 2 - 1/\nu_1 - 1/\nu_2}{(1 + 2S)^3} - \frac{2}{1 + 2S} \right], \quad (44)$$

и перекрестные вклады:

$$\mathcal{D}_{\Lambda_1 \phi_1} + \mathcal{D}_{\phi_1 \Lambda_1} = 4\delta_1 S_1 \frac{2S_1 + 2S_2(1/\nu_1 - 1/\nu_2) + 1/\nu_1}{(1 + 2S)^3}, \quad (45)$$

$$\mathcal{D}_{\Lambda_2 \phi_2} + \mathcal{D}_{\phi_2 \Lambda_2} = 4\delta_2 S_2 \frac{2S_2 + 2S_1(1/\nu_2 - 1/\nu_1) + 1/\nu_2}{(1 + 2S)^3}, \quad (46)$$

$$\mathcal{D}_{\Lambda_1 \phi_2} + \mathcal{D}_{\phi_2 \Lambda_1} = \frac{2\delta_1 S_1 S_2}{(1 + 2S)^3} \times \left[4S + \frac{1}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2} + 2(S_2 - S_1) \left(\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2} \right) \right], \quad (47)$$

$$\mathcal{D}_{\Lambda_2 \phi_1} + \mathcal{D}_{\phi_1 \Lambda_2} = \frac{2\delta_2 S_1 S_2}{(1 + 2S)^3} \times \left[4S + \frac{1}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2} + 2(S_2 - S_1) \left(\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2} \right) \right]. \quad (48)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Grynberg and C. Robilliard, Phys. Rep. **355**, 335 (2001).
2. D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **82**, 1975 (1999).
3. G. K. Brennen, C. M. Caves, P. S. Jessen, and I. H. Deutsch, Phys. Rev. Lett. **82**, 1060 (1999).
4. D. Jaksch, J. I. Cirac, P. Zoller, S. L. Rolston, R. Cote, and M. D. Lukin, Phys. Rev. Lett. **85**, 2208 (2000).
5. P. S. Jessen, I. H. Deutsch, and R. Stock, Quantum Inf. Process. **3**, 91 (2004).
6. A. J. Daley, M. Boyd, M. J. Ye, and P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **101**, 170504 (2008).
7. I. Bloch, Nature (London) **453**, 1016 (2008).
8. K.-A. Brickman Soderberg, N. Gemelke, and C. Chin, New J. Phys. **11**, 055022 (2009).
9. I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger, Rev. Mod. Phys. **80**, 885 (2008).
10. A. Klinger, S. Degenkolb, N. Gemelke, K.-A. Brickman Soderberg, and C. Chin, Rev. Sci. Instrum. **81**, 013109 (2010).
11. A. P. Kazantsev, G. I. Surdutovich, and V. P. Yakovlev, *Mechanical Action of Light on Atoms*, World Sci., Singapore (1990).

12. V. G. Minogin and Yu. V. Rozhdestvenskii, *Opt. Comm.* **64**, 172 (1987).
13. J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, *J. Opt. Soc. Amer. B* **6**, 2023 (1989).
14. О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **131**, 963 (2007).
15. О. Н. Прудников, Р. Я. Ильенков, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **139**, 1074 (2011).
16. А. П. Казанцев, И. В. Краснов, *Письма в ЖЭТФ* **46**, 264 (1987).
17. R. Grimm, Y. B. Ovchinnikov, A. I. Sidorov, and V. S. Letokhov, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1415 (1990).
18. P. R. Hemmer, M. S. Shahriar, M. G. Prentiss et al., *Phys. Rev. Lett.* **68**, 3148 (1992).
19. R. Gupta, C. Xie, S. Padua, H. Batelaan, and H. Metcalf, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3087 (1993).
20. M. Drewsen, *Phys. Rev. A* **51**, 1407 (1995).
21. J. Javanainen, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 519 (1990).
22. D. V. Kosachiov, Yu. V. Rozhdestvensky, and G. Nienhuis, *J. Opt. Soc. Amer. B* **14**, 535 (1997).
23. O. N. Prudnikov and E. Arimondo, *J. Opt. Soc. Amer. B* **20**, 909 (2003).
24. T. T. Grove and P. L. Gould, *Laser Phys.* **4**, 957 (1994).
25. H. Pu, T. Cai, N. P. Bigelow et al., *Opt. Comm.* **118**, 261 (1995).
26. J. W. Dunn, J. W. Thomsen, C. H. Greene, and F. C. Cruz, *Phys. Rev. A* **76**, 011401(R) (2007).
27. S. E. Hamann, D. L. Haycock, G. Klose et al., *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4149 (1998).
28. V. Vuletic, C. Chin, A. J. Kerman, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5768 (1998).
29. A. J. Kerman, V. Vuletic, C. Chin, and S. Chu, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 439 (2000).
30. A. V. Taichenachev, A. M. Tumaikin, V. I. Yudin, and L. Hollberg, *Phys. Rev. A* **63**, 033402 (2001).
31. G. Di Domenico, N. Castanga, G. Mileti, P. Thoman, A. V. Taichenachev, and V. I. Yudin, *Phys. Rev. A* **69**, 063403 (2004).
32. О. Н. Прудников, А. В. Тайченачев, А. М. Тумайкин, В. И. Юдин, *ЖЭТФ* **125**, 499 (2004).