

# ГЕНЕРАЦИЯ СПИН-ДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ В СОЛИТОННОЙ РЕШЕТКЕ

А. С. Овчинников<sup>a\*</sup>, Вл. Е. Сеницын<sup>a</sup>, И. Г. Бострем<sup>a</sup>, Дж. Кишине<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Институт естественных наук, Уральский федеральный университет  
620083, Екатеринбург, Россия

<sup>b</sup> Graduate School of Arts and Sciences, Open University of Japan  
Chiba, Japan

Статья написана по материалам доклада  
на 36-м Совещании по физике низких температур  
(Санкт-Петербург, 2–6 июля 2012 г.)

Рассмотрена генерация спин-движущей силы в киральном гелимагнетике, вызванная действием двух скрещенных магнитных полей. Проанализированы случаи импульсного и периодического магнитных полей, направленных вдоль геликоидальной оси, при постоянном перпендикулярном поле. Показано, что в случае импульсного поля спин-движущая сила связана с диссипацией, тогда как в периодическом поле имеется реактивная составляющая, не связанная с процессами затухания.

DOI: 10.7868/S0044451013050121

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Преобразование магнитной энергии, связанной с локализованными моментами, в электрическую энергию свободных носителей реализуется через генерацию спин-движущей силы. Этот процесс отражает содержание теоремы взаимности Онсагера, которая утверждает, что если приложенный ток вызывает движение доменной стенки, то и движущая доменная стенка будет индуцировать ток. Недавно этот эффект, предсказанный теоретически [1], нашел экспериментальное подтверждение [2].

Генерация спин-движущей силы с помощью приложенного внешнего магнитного поля — одно из современных направлений спинтроники, ведущее к созданию спиновых батарей. С этой точки зрения использование киральных гелимагнетиков, в которых несоизмеримый магнитный порядок возникает благодаря антисимметричному обменному взаимодействию Дзялошинского–Мория, представляет особый интерес. Ряд киральных гелимагнетиков, таких как MnSi и FeGe, является предметом интенсивных исследований на протяжении последних нескольких лет. Считается, что со временем функциональность этих материалов может достичь уровня

функциональности жидких кристаллов. С теоретической точки зрения наиболее интересным является возникновение так называемой скирмионной фазы [3, 4]. Другим киральным гелимагнетиком, представляющим интерес для приложений в спинтронике, является полупроводник  $\text{Cr}_{1/3}\text{NbS}_2$ . Недавно методами электронной дифракции и лоренцевской микроскопии в этом соединении была обнаружена солитонная решетка, периодом которой можно управлять с помощью внешнего магнитного поля [5]. Это открывает новые функциональные возможности киральных магнетиков для потенциальных устройств спинтроники.

Целью данной работы является теоретическое рассмотрение спин-движущей силы, создаваемой динамикой магнитной солитонной решетки. Попутно в ходе исследования нами рассматривается задача о возбуждении трансляционного движения солитонной решетки с помощью внешнего магнитного поля, которая тесно связана с проблемой генерации бездиссипативного спинового тока в геликоидальных магнетиках [6, 7].

## 2. СПИН-ДВИЖУЩАЯ СИЛА

Динамика спиновых частиц с зарядом  $e$  в присутствии неоднородной намагниченности, зависящей от времени, включает взаимодействие с эффективным

\*E-mail: Alexander.Ovchinnikov@usu.ru

электрическим полем  $\mathbf{E}_\sigma$ , создающим кулоновскую силу вида [8]

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\sigma &= e\mathbf{E}_\sigma = \frac{\hbar\sigma}{2} (\mathbf{m} \cdot [\partial_t \mathbf{m} \times \nabla \mathbf{m}]) = \\ &= \frac{\hbar\sigma}{2} \sin \theta (\nabla \theta \partial_t \varphi - \nabla \varphi \partial_t \theta), \quad (1) \end{aligned}$$

где  $\sigma = \pm 1$  — значение спиновой переменной подвижной частицы, углы  $\theta$  и  $\varphi$  параметризуют локальную намагниченность

$$\mathbf{m} = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta).$$

Очевидно, что, действуя различным образом на частицы с противоположными спинами, эта сила способна вызвать спиновую поляризацию в подсистеме подвижных носителей. Соотношение (1) является базовым при исследовании спин-движущей силы, генерируемой динамикой солитонной решетки.

Отметим, что при движении частицы массы  $m$  в области неоднородной намагниченности на нее действует дополнительная сила, представляющая собой градиент спин-независящего потенциала:

$$\Phi = \frac{\hbar^2}{8m} (\nabla \mathbf{m})^2 = \frac{\hbar^2}{8m} [(\nabla \theta)^2 + \sin^2 \theta (\nabla \varphi)^2]. \quad (2)$$

Действие этой силы сводится к выталкиванию заряда из области, где локальная намагниченность меняется в пространстве наиболее быстро, и не связано со спиновой поляризацией [9]. Ввиду последнего обстоятельства в задачах спинтроники ее вкладом пренебрегают.

### 3. КИРАЛЬНЫЙ ГЕЛИМАГНЕТИК В СКРЕЩЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

На рис. 1 представлена принципиальная схема устройства спинтроники для генерации спин-движущей силы с помощью кирального гелимагнетика. Статическое магнитное поле  $H_x$  направлено перпендикулярно геликоидальной оси  $z$  и формирует солитонную решетку. Другое, зависящее от времени магнитное поле  $H_z(t)$  направлено вдоль этой оси и создает спин-движущую силу, которая может быть измерена внешним вольтметром. Заметим, что обычный зарядовый ток будет наблюдаться при условии неравенства концентраций носителей заряда с противоположными спиновыми поляризациями.

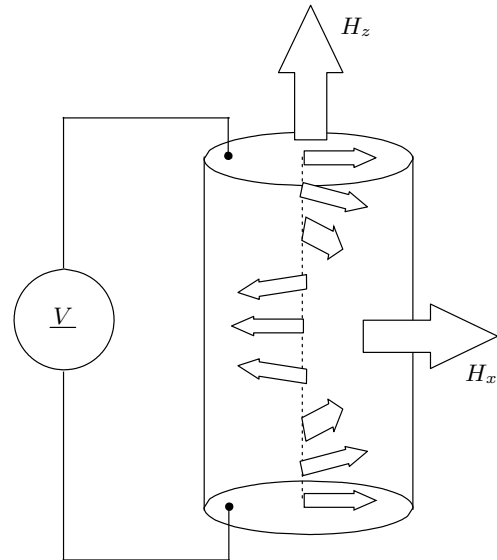


Рис. 1. Схема устройства на основе кирального гелимагнетика для генерации спин-движущей силы с помощью двух скрещенных магнитных полей

Дальнейший анализ основан на следующем зависящем от времени гамильтониане кирального гелимагнетика:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(t) &= -J \sum_i \mathbf{S}_i \mathbf{S}_{i+1} + D \sum_i [\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_{i+1}]_z - \\ &- g\mu_B H_x \sum_i S_i^x - g\mu_B H_z(t) \sum_i S_i^z. \quad (3) \end{aligned}$$

Здесь  $\mathbf{S}_i$  — локальный спиновый момент  $i$ -го узла,  $J > 0$  — интеграл симметричного обменного взаимодействия между ближайшими соседями,  $D$  — величина антисимметричного обменного взаимодействия,  $g$  — электронный  $g$ -фактор,  $\mu_B$  — магнетон Бора.

Уравнения движения спинов

$$\mathbf{S}_i = S(\sin \theta_i \cos \varphi_i, \sin \theta_i \sin \varphi_i, \cos \theta_i)$$

в угловых переменных имеют вид

$$\begin{aligned}
 \frac{d\theta_i}{d\tau} &= \sin \theta_{i-1} \sin(\varphi_i - \varphi_{i-1}) - \\
 &\quad - \sin \theta_{i+1} \sin(\varphi_{i+1} - \varphi_i) + \\
 &\quad + q \sin \theta_{i-1} \cos(\varphi_i - \varphi_{i-1}) - \\
 &\quad - q \sin \theta_{i+1} \cos(\varphi_{i+1} - \varphi_i) + \\
 &\quad + \beta_x \sin \varphi_i + \alpha \sin \theta_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \tau}, \\
 \sin \theta_i \frac{d\varphi_i}{d\tau} &= - \sin \theta_i (\cos \theta_{i+1} + \cos \theta_{i-1}) + \\
 &\quad + \cos \theta_i \sin \theta_{i-1} \cos(\varphi_i - \varphi_{i-1}) + \\
 &\quad + \cos \theta_i \sin \theta_{i+1} \cos(\varphi_{i+1} - \varphi_i) - \\
 &\quad - q \sin \theta_{i-1} \cos \theta_i \sin(\varphi_i - \varphi_{i-1}) - \\
 &\quad - q \cos \theta_i \sin \theta_{i+1} \sin(\varphi_{i+1} - \varphi_i) + \\
 &\quad + \beta_x \cos \theta_i \cos \varphi_i - \beta_z \sin \theta_i - \alpha \frac{\partial \theta_i}{\partial \tau},
 \end{aligned} \tag{4}$$

где для учета затухания использована диссипативная функция Рэлея

$$\mathcal{W}_R = \frac{\alpha \hbar S}{2} \int dz \left( \dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\varphi}^2 \right)$$

с феноменологической константой Гильберта  $\alpha$ , а также введены обозначения

$$q = \frac{D}{J}, \quad \beta_x = \frac{g\mu_B H_x}{JS}, \quad \beta_z = \frac{g\mu_B H_z}{JS}$$

и определено безразмерное время  $\tau = t/\tau_0$  с временным масштабом  $\tau_0 = \hbar/JS$ . Значение  $J \sim 100$  К соответствует  $\tau_0 \sim 10^{-13}$  с, и  $\beta_x \sim 10^{-3}$  соответствует  $H_x \sim 10^3$  Э при том же значении обменного интеграла  $J$ .

В отсутствие продольного магнитного поля,  $\beta_z = 0$ , основное состояние (3) в континуальном пределе описывается состоянием типа солитонной решетки [10]:  $\theta_0 = \pi/2$ ,  $\varphi_0(z) = \pi - 2 \operatorname{am}(\sqrt{\beta_x} z/\kappa, \kappa^2)$ . Здесь функция  $\operatorname{am}(\dots)$  — амплитуда Якоби,  $\kappa$  — эллиптический модуль, определяемый из условия минимума энергии на периоде солитонной решетки,  $\kappa/E(\kappa) = \sqrt{\beta_x/\beta_c}$ , и  $E(\kappa)$  обозначает эллиптический интеграл второго рода. При изменении магнитного поля  $\beta_x$  от 0 до критического поля фазового перехода «соизмеримая–несоизмеримая фазы»  $\beta_c = \pi^2 q^2/16$  параметр  $\kappa$  монотонно возрастает от 0 до 1.

#### 4. ТРАНСЛЯЦИОННОЕ ДВИЖЕНИЕ СОЛИТОННОЙ РЕШЕТКИ

Рассмотрим трансляционное движение солитонной решетки, вызванное импульсным магнитным полем

$$\beta_z(t) = \beta_{z0} [1 - \exp(-t/T)],$$

в котором  $T$  — время включения поля с амплитудой  $\beta_{z0}$ . Ниже покажем, что ненулевая величина параметра гильбертовского затухания является необходимым условием возникновения спин-движущей силы.

В случае малых безразмерных полей,  $\beta_{x,z} \ll 1$ , будем искать решение системы (4) в виде движущейся конической структуры

$$\theta_i(\tau) = \pi/2 + \theta_1(\tau), \quad \varphi_i(\tau) = \varphi_0(z_i - Z(\tau)).$$

Предполагается, что поправка  $\theta_1(\tau)$  не зависит от номера узла, а продольное поле  $\beta_z$  вызывает смещение солитонной решетки на малую величину  $Z$ . В приближении малых полей удобно использовать разложение амплитуды Якоби

$$\operatorname{am}(z, \kappa^2) = z + (-2z + \sin(2z)) \kappa^2/8 + \mathcal{O}(\kappa^4),$$

справедливое для малых значений  $\kappa$ , т.е. вдали от точки фазового перехода «соизмеримая–несоизмеримая фазы». Учитывая, что  $q \approx 2\sqrt{\beta_x}/\kappa$ , получаем приближенное решение для состояния типа солитонной решетки,

$$\varphi_0(z) = \pi - q \left( 1 - \frac{\beta_x}{q^2} \right) z - \frac{\beta_x}{q^2} \sin(qz), \tag{5}$$

удобное для дальнейших расчетов.

С учетом этих соотношений в линейном приближении по малым полям  $\beta_{x,z}$  и смещению  $Z$  система (4) приобретает вид

$$\begin{aligned}
 \dot{\theta}_1 &= \alpha q \dot{Z}, \\
 \dot{Z} &= -q\theta_1 - \frac{\beta_z}{q} - \frac{\alpha}{q} \dot{\theta}_1.
 \end{aligned} \tag{6}$$

В отсутствие затухания,  $\alpha = 0$ , скорость трансляционного движения солитонной решетки пропорциональна величине продольного магнитного поля:

$$\dot{Z} = -\frac{\beta_z}{q} = -\frac{\beta_{z0}}{q} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \right], \tag{7}$$

здесь используется начальное условие  $\theta_1(\tau = 0) = 0$ . Результат (7) подтверждается прямым численным решением системы (4). Физическая размерность  $\dot{Z}$  восстанавливается умножением на коэффициент  $a_0/\tau_0$ , где  $a_0 \sim 10^{-10}$  м — постоянная решетки. Используя оценки  $\beta_z \sim 10^{-3}$ , что эквивалентно  $H_z \sim 10^3$  Э, и  $q \sim 10^{-2}$ , находим, что скорость  $\dot{Z}$  имеет величину порядка 100 м/с.

Решение для скорости поступательного движения с учетом процесса диссипации имеет вид

$$\dot{Z} = \frac{\beta_{z0}}{\alpha q^3 (\tau_{MKC} - T)} \times \left[ \exp\left(-\frac{t}{T}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{MKC}}\right) \right]. \quad (8)$$

Здесь  $\tau_{MKC} = (\alpha^{-1} + \alpha)/q^2$  — время релаксации намагниченности солитонной решетки [11]. После умножения на  $\tau_0$  получаем оценку  $\tau_{MKC} \sim 10^{-7}$  с при значениях  $J \sim 10^2$  К,  $\alpha \sim 10^{-2}$ ,  $q \sim 10^{-2}$ . Физическая картина выглядит следующим образом: скорость солитонной решетки растет по модулю почти линейно с включением продольного магнитного поля в течение времени  $T$ . После насыщения поля скорость начинает постепенно уменьшаться до нуля в течение времени релаксации  $\tau_{MKC}$ .

Используя выражение (1), получаем результат для эффективного электрического поля, создаваемого поступательным движением солитонной решетки,  $E(z, t) = (\hbar/2)\alpha q^2 \dot{Z}$ . Здесь выбрано значение поля, действующее на частицы со спином, направленным вверх, и в определение поля включен заряд  $e$ . Спин-движущая сила для образца длиной  $L$  равна

$$\varepsilon(t) = \int_0^L dz E(z, t) = Q\alpha\hbar\pi q \dot{Z}, \quad (9)$$

где  $Q \approx L/(2\pi/q)$  — топологический заряд (число кинков) солитонной решетки. Полагая  $\alpha = 0.01$ ,  $q = 0.01a_0^{-1} = 10^8$  м<sup>-1</sup>,  $\dot{Z} = 100$  м/с,  $\hbar = 6.58 \cdot 10^{-16}$  эВ·с, получаем оценку  $\varepsilon \sim 0.1Q$  мкэВ. Это означает, что солитонную решетку можно представить как цепь из  $Q$  последовательно соединенных источников спин-движущей силы величиной 0.1 мкэВ каждый. Очевидно, что спин-движущая сила возникает при наличии диссипации. Другой важный физический результат — временная зависимость спин-движущей силы отражает временную эволюцию скорости солитонной решетки.

### 5. СОЛИТОННАЯ РЕШЕТКА В ОСЦИЛЛИРУЮЩЕМ ПРОДОЛЬНОМ ПОЛЕ

Из предыдущего рассмотрения может сложиться впечатление, что гильбертово затухание является необходимым условием возникновения спин-движущей силы. Однако ниже, на примере периодического продольного магнитного поля  $\beta_z(t) = \beta_{z0} \sin(\Omega t)$

с частотой  $\Omega$ , показывается, что наряду с диссипативным вкладом в спин-движущую силу имеется реактивная составляющая, не связанная с процессами затухания.

Вначале определим решение системы (4) для бездиссипативного режима ( $\alpha = 0$ ), которое будет использовано для нахождения решения в общем случае. Как и в предыдущем разделе, эффект продольного поля сводится к появлению малых добавок к статическому решению,  $\chi_i(\tau)$  и  $\psi_i(\tau)$ , величины которых имеют тот же порядок малости, что и величина поля  $\beta_z$ ,

$$\varphi_i(\tau) = \varphi_0(z_i) + \chi_i(\tau) = \pi - q \left(1 - \frac{\beta_x}{q^2}\right) z_i - \frac{\beta_x}{q^2} \sin(qz_i) + \chi_i(\tau), \quad (10)$$

$$\theta_i(\tau) = \frac{\pi}{2} + \psi_i(\tau). \quad (11)$$

Уравнения для поправок, получаемые из системы (4), имеют вид

$$\dot{\psi}_i = (\cos q + q \sin q) (2\chi_i - \chi_{i+1} - \chi_{i-1}) - \beta_x \cos(qz_i)\chi_i, \quad (12)$$

$$\dot{\chi}_i + \beta_z = \psi_{i+1} + \psi_{i-1} - 2\psi_i (\cos q + q \sin q) + \beta_x \cos(qz_i)\psi_i. \quad (13)$$

Используя разделение переменных

$$\begin{aligned} \psi_i &= (A_1 + A_2 \beta_x \cos(qz_i)) \sin(\Omega\tau), \\ \chi_i &= (B_1 + B_2 \beta_x \cos(qz_i)) \cos(\Omega\tau), \end{aligned} \quad (14)$$

где  $A_{1,2}$  и  $B_{1,2}$  — константы, подлежащие определению, получаем в итоге решение

$$\psi_i^{(0)}(\tau) = \frac{\beta_{z0}\beta_x}{2q^4 - \Omega^2} \cos(qz_i) \sin(\Omega\tau), \quad (15)$$

$$\chi_i^{(0)}(\tau) = \frac{\beta_{z0}}{\Omega} \left(1 + \frac{2\beta_x q^2}{2q^4 - \Omega^2} \cos(qz_i)\right) \cos(\Omega\tau), \quad (16)$$

которое справедливо для случая малых  $q$ . Требование малости поправок сводится к условиям

$$\beta_{z0} \ll \Omega, \quad 2\beta_x \beta_{z0} q^2 \ll \Omega(2q^4 - \Omega^2),$$

$$\beta_x \beta_{z0} \ll 2q^4 - \Omega^2.$$

Полагая  $q \sim 10^{-2}$  и  $\Omega \sim 10^{-4}$  в безразмерных единицах (или 1 ГГц в физических единицах  $\Omega\tau_0$ ), можно

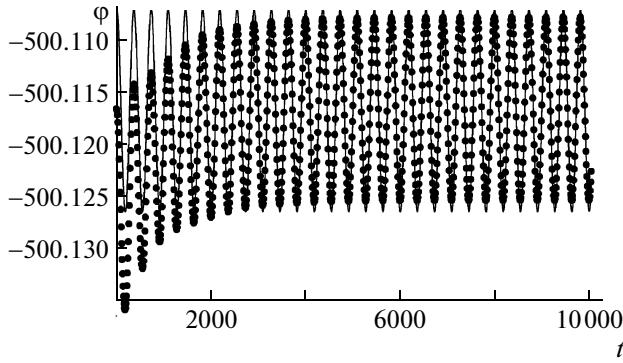


Рис. 2. Временная зависимость азимутального угла центрального узла цепочки ( $N=50000$ ). Численные данные показаны точками, аналитический результат — сплошной кривой. Поля параметризуются следующим образом:  $b_x = b \cos \delta_b$ ,  $b_z = -b \sin \delta_b$ ,  $b = 10^{-3}$ ,  $\delta_b = \pi/18$ , отношение  $b_z/\Omega = 0.01$ ,  $\alpha = 0.1$

выбрать, например,  $\beta_{z0}/\Omega \sim 0.1$ ,  $\beta_x \sim 10^{-4}$  (100 Э),  $\beta_{z0} \sim 10^{-5}$  (10 Э).

Предполагая малость параметра гильбертова затухания  $\alpha$ , используем итерационную процедуру для поиска решений системы (4), оценивая с помощью (15), (16) временные производные в ее правой части. Вычисление с помощью метода разделения переменных приводит к окончательному результату:

$$\psi_i^{(1)}(\tau) = \psi_i^{(0)}(\tau) + \alpha \frac{\beta_{z0}}{\Omega} \left[ 1 - \frac{\beta_x q^2}{\Omega^2 - 2q^4} \times \left( 2 + \frac{3\Omega^2}{\Omega^2 - 2q^4} \right) \cos(qz_i) \right] \cos(\Omega\tau), \quad (17)$$

$$\chi_i^{(1)}(\tau) = \chi_i^{(0)} - \alpha \frac{\beta_{z0}}{\Omega} \left[ \frac{q^2}{\Omega} - \frac{\beta_x \Omega}{\Omega^2 - 2q^4} \times \left( 1 + 2 \frac{q^4}{\Omega^2} + \frac{\Omega^2 + 4q^4}{\Omega^2 - 2q^4} \right) \cos(qz) \right] \sin(\Omega\tau). \quad (18)$$

На рис. 2, 3 представлено сравнение аналитических результатов и численных данных, полученных на цепочках длиной  $L = 10^5$ . В стационарном режиме собственные осцилляции затухают и остаются только вынужденные колебания.

Расчет спин-движущей силы приводит к результату

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_R^2 + \varepsilon_D^2} \cos(\Omega\tau - \delta),$$

где

$$\varepsilon_R = Q \frac{\hbar \pi \beta_{z0} \beta_x^2 \Omega}{2 \tau_0 q^2 (2q^4 - \Omega^2)} \quad (19)$$

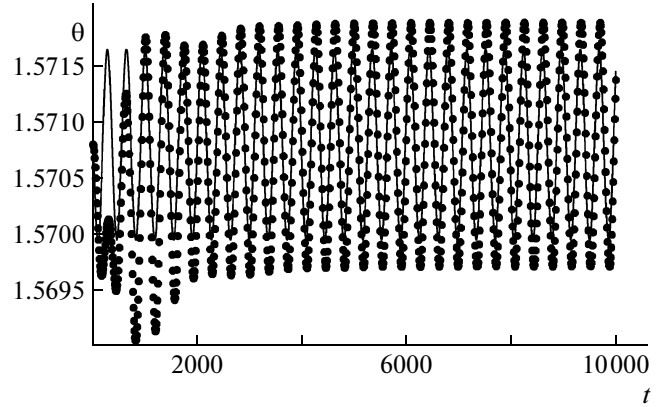


Рис. 3. Временная зависимость полярного угла центрального узла цепочки ( $N = 50000$ ). Обозначения и параметры определены на рис. 2

— реактивный вклад,

$$\varepsilon_D = \alpha Q \frac{\pi \hbar \beta_z}{\tau_0} \left[ -1 + \frac{\beta_x}{q^2} - \frac{\beta_x^2}{2} \frac{(4q^4 - 5\Omega^2)}{(\Omega^2 - 2q^4)^2} \right] \quad (20)$$

— диссипативный вклад.

Фазовый сдвиг определяется условием  $\text{tg } \delta = \varepsilon_D/\varepsilon_R$  и оказывается порядка  $\alpha$ . Оценка реактивного вклада при указанных выше значениях (поля и частота берутся в безразмерных единицах) дает результат  $\varepsilon_R \sim Q \cdot 0.1$  мкЭВ, а диссипативного —  $\varepsilon_D \sim \alpha Q \cdot 0.1$  мкЭВ.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена генерация спин-движущей силы в киральном гелимагнетике под действием двух скрещенных магнитных полей — постоянного, формирующего магнитную солитонную решетку, и зависящего от времени продольного поля, порождающего ее динамику. Рассмотрены ситуации импульсного и осциллирующего магнитных полей. Показано, что импульсное поле вызывает трансляционное движение солитонной решетки как целого, и временная зависимость спин-движущей силы определяется изменением со временем скорости поступательного движения, связанным с процессами гильбертовского затухания. В случае осциллирующего продольного поля генерируется переменная спин-движущая сила с частотой приложенного поля, которая содержит диссипативную и реактивную составляющие.

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. E. Barnes and S. Maekawa, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 246601 (2007).
2. S. A. Yang, G. S. D. Beach, C. Knutson et al., *Phys. Rev. Lett.* **102**, 067201 (2009).
3. U. K. Rössler, A. N. Bogdanov, and C. Pfleiderer, *Nature* **442**, 797 (2006).
4. F. Jonietz, S. Mühlbauer, C. Pfleiderer et al., *Science* **330**, 1648 (2010).
5. Y. Togawa, T. Koyama, K. Takayanagi et al., *Phys. Rev. Lett.* **108**, 107202 (2012).
6. I. G. Bostrem, J. Kishine, and A. S. Ovchinnikov, *Phys. Rev. B* **78**, 064425 (2008).
7. E. B. Sonin, *Adv. Phys.* **59**, 181 (2010).
8. G. E. Volovik, *J. Phys. C* **20**, L83 (1987).
9. Y. Aharonov and A. Stern, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3593 (1992).
10. И. Е. Дзялошинский, *ЖЭТФ* **46**, 1420 (1964) [I. E. Dzyaloshinskii, *Sov. Phys. JETP* **19**, 960 (1964)].
11. J. Kishine, A. S. Ovchinnikov, and I. V. Proskurin, *Phys. Rev. B* **82**, 064407 (2010).