

# МЮОНЫ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В АТМОСФЕРЕ ЗЕМЛИ

*А. А. Кочанов<sup>а\*</sup>, Т. С. Синеговская<sup>б</sup>, С. И. Синеговский<sup>с\*\*</sup>*

*<sup>а</sup> Институт солнечно-земной физики Сибирского отделения Российской академии наук  
664033, Иркутск, Россия*

*<sup>б</sup> Иркутский государственный университет путей сообщения  
664074, Иркутск, Россия*

*<sup>с</sup> Иркутский государственный университет  
664033, Иркутск, Россия*

Поступила в редакцию 31 июля 2012 г.

Представлены результаты расчета потоков атмосферных мюонов при энергиях  $10\text{--}10^7$  ГэВ, основанного на численно-аналитическом методе решения уравнений адрон-ядерного каскада, позволяющем учесть нестепенной характер первичного спектра космических лучей, нарушение фейнмановского скейлинга и рост полных неупругих сечений адрон-ядерных столкновений с увеличением энергии. Расчет выполнен для широкого класса моделей адрон-ядерных взаимодействий с использованием непосредственно данных измерений первичных космических лучей, полученных в экспериментах АТЭС-2 и ГАММА, а также параметризаций первичного спектра, основанных на совокупности экспериментов. Исследованы зависимость характеристик потока атмосферных мюонов от модели адронных взаимодействий и влияние неопределенностей спектра и состава первичных космических лучей на поток мюонов на уровне моря. Сравнение рассчитанных энергетических спектров мюонов на уровне моря с данными большого числа экспериментов показывает, что наибольшую неопределенность в области энергий, не включающей «колена» первичного спектра, вносят сечения адрон-ядерных взаимодействий.

DOI: 10.7868/S0044451013030061

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Измерения спектра и зенитно-углового распределения мюонов космических лучей высоких и сверхвысоких энергий позволяют в принципе извлекать характеристики нуклон- и мезон-ядерных взаимодействий при условии, что хорошо известны спектры всех элементов первичных космических лучей (ПКЛ). Существенной частью такой задачи является теоретический расчет характеристик нуклонной, мезонной и мюонной компонент широких атмосферных ливней (ШАЛ), выполненный для разных моделей адрон-ядерных взаимодействий. Сравнение результатов расчета с данными измерений компонент ШАЛ могло бы дать информацию о тех деталях взаимодействий, которые проявляются в измеряе-

мых характеристиках потоков вторичных космических лучей.

Настоящий расчет выполнен для ряда высокоэнергетических моделей адронных взаимодействий, которые широко используются при моделировании широких атмосферных ливней, — QGSJET01 [1], QGSJET-II-03 [2, 3], SIBYLL 2.1 [4]. Численные результаты получены с использованием в расчете результатов измерений спектра ПКЛ в экспериментах АТЭС-2 [5] и ГАММА [6] и модели Зацепина и Сокольской [7] для интерполяции спектра в промежуточной области энергий между данными первого и второго экспериментов. В качестве альтернативного спектра ПКЛ была взята хорошо известная параметризация Гайссера–Хонды (GH) [8].

Расчет основан на методе, первоначально разработанном для задач переноса нейтрино в веществе [9] и затем модифицированном применительно к нуклонной компоненте космических лучей в атмосфере Земли [10]. Следующий шаг в развитии ме-

\*E-mail: kochanov@iszf.irk.ru

\*\*E-mail: sinegovsky@api.isu.ru

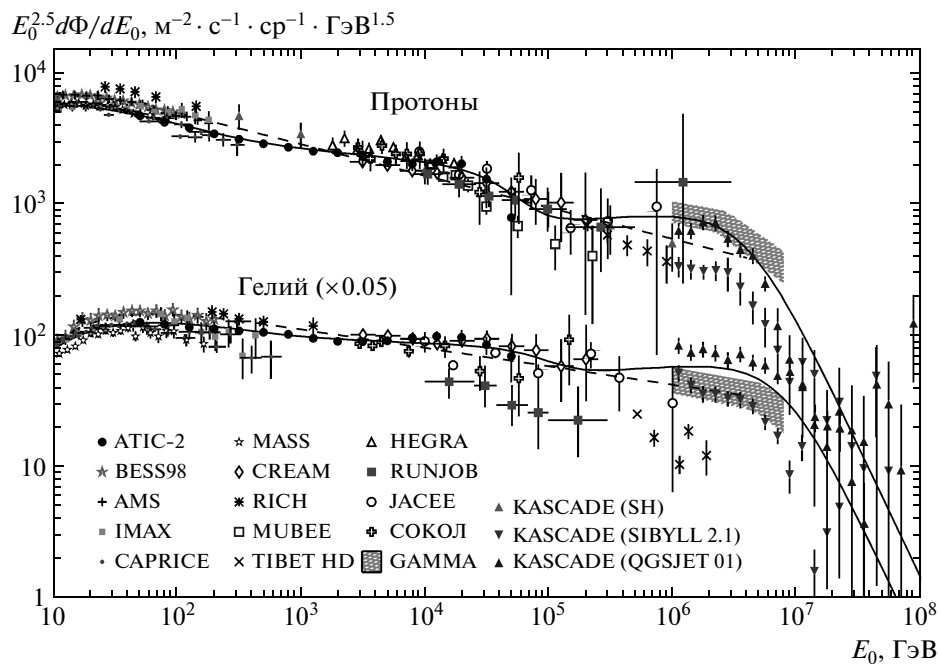


Рис. 1. Спектры протонов и ядер гелия ПКЛ, измеренные в балонных, спутниковых и наземных экспериментах. Сплошные линии — модель Зацепина–Сокольской [7], штриховые — параметризация Гайссера–Хонды [8]

тогда — решение уравнений нуклон-мезонного каскада — был представлен в работах [11, 12]. Метод позволяет численно решать уравнения ядерного каскада для произвольного первичного спектра и общего вида сечений рождения адронов и полных неупругих сечений. В настоящей работе метод изложен в полном виде, а также проиллюстрирована основная идея метода на примере аналитической модели нуклонного каскада с растущим с увеличением энергии сечением неупругого нуклон-ядерного взаимодействия и степенным спектром ПКЛ.

Сравнение результатов выполненного расчета потоков мюонов высоких энергий с прямыми измерениями [13–16] позволяет оценить неопределенности, обусловленные различающимися предсказаниями моделей взаимодействий адрон–ядро. Кроме того, сопоставление результатов расчета спектров мюонов на уровне моря для новых данных по спектру и составу ПКЛ с расчетами прежних лет [11, 17], выполненными со спектрами [18, 19], позволяет оценить изменения, обусловленные уточнением характеристик ПКЛ. Численные результаты получены не только для упомянутых моделей, но и для известной параметризации инклюзивных сечений адронов Кимеля–Мохова (КМ) [20, 21] (см. также [22]). Ниже будет приведено сравнение с расчетами только

последних лет, в остальных случаях мы отсылаем читателя к оригинальным работам [17, 23–25] и обзорам [22, 26], в которых приведены экспериментальные данные, более полный список работ и сопоставлены расчеты разных авторов.

## 2. СПЕКТР ПЕРВИЧНЫХ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ И МОДЕЛИ АДРОН-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

В аэростатном эксперименте ATIC-2 (Advanced Thin Ionization Calorimeter) [5] с хорошей статистической обеспеченностью были измерены энергии ядер ПКЛ (от протона до железа) в интервале 50 ГэВ–200 ТэВ. Полученные спектры протонов и ядер гелия (рис. 1) имеют разный наклон и не подчиняются простому степенному закону. На рис. 1 приведены также данные о спектрах протонов и ядер гелия, полученных с помощью детекторов, размещенных на аэростатах, спутниках и наземных установках [27–41]. При энергиях до 300 ГэВ измерения ATIC-2 хорошо согласуются с данными магнитных спектрометров BESS [28], AMS [29], IMAX [30], CAPRICE [31], MASS [32], а в интервале 1–10 ТэВ — с данными экспериментов СОКОЛ [37] и HEGRA [38]. При энергиях выше 10 ТэВ спектры

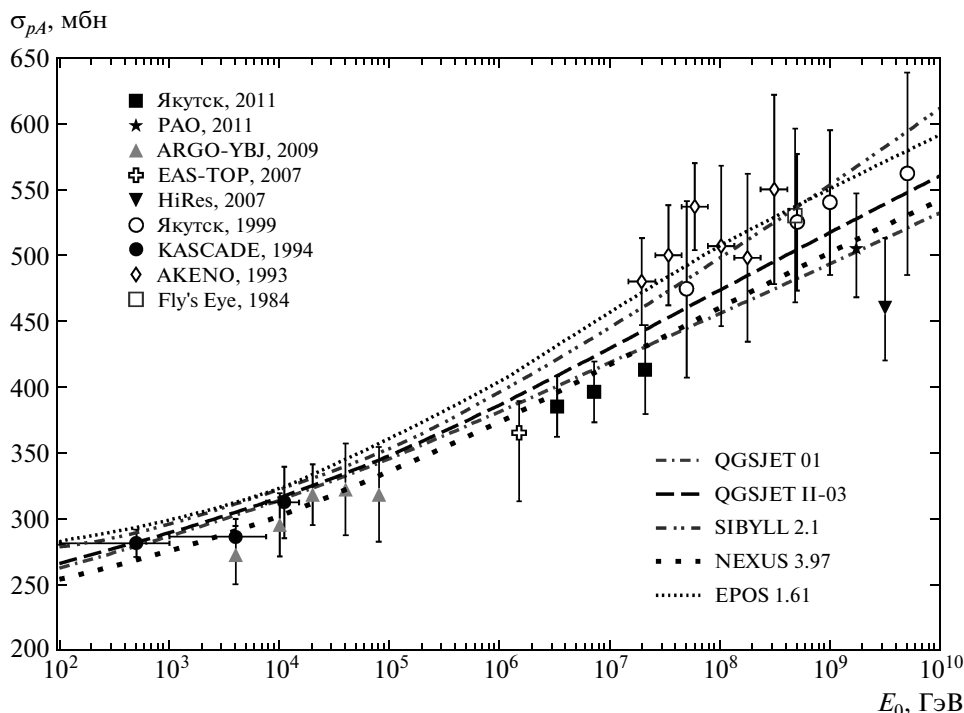


Рис. 2. Полное сечение неупругого рассеяния протона на ядрах атомов атмосферы. Символы — данные измерений [46–48]

становятся более крутыми, приближаясь к результатам, полученным с помощью эмульсионных камер в экспериментах MUBEE [34] и JACEE [36] и аэростатного эксперимента CREAM [27].

Сплошные кривые на рис. 1 представляют модель В. И. Зацепина и Н. В. Сокольской (ЗС) [7], хорошо фитирующую экспериментальные данные ATIC-2 и описывающую спектры ПКЛ в интервале  $10\text{--}10^7$  ГэВ, штриховые кривые — параметризацию Гайссера и Хонды [8]. Для проведения расчетов при более высоких энергиях мы использовали данные эксперимента GAMMA [6] (заштрихованные области), согласующиеся с соответствующей экстраполяцией аэростатных и спутниковых измерений при  $E \geq 10^3$  ГэВ (здесь используется версия спектра, восстановленного в рамках 1, 2D-комбинированного анализа на основе модели SIBYLL 2.1). Для интерполяции на область промежуточных энергий (между данными ATIC-2 и GAMMA) используется модель ЗС, в которой при  $E \gtrsim 10^3$  ТэВ спектры протонов и ядер гелия согласуются с данными установки KASCADE (Karlsruhe Shower Core and Array DEtector) [41]. На рис. 1 вместе с данными, обозначенными KASCADE (SIBYLL 2.1) и KASCADE (QGSJET 01), показан также спектр протонов, вос-

становленный с помощью оригинальной методики отбора и анализа одиночных адронных событий (Single Hadrons) на уровне моря — KASCADE (SH).

Прямые измерения сечения спектров рождения нуклонов и мезонов в адрон-ядерных столкновениях все еще ограничены областью энергий до 1 ТэВ, и расчет ядерного каскада при высоких энергиях может опираться либо на экстраполяцию экспериментальных данных, либо на предсказания теоретических моделей. Настоящий расчет был выполнен для тех моделей, которые успешно используются при моделировании широких атмосферных ливней с помощью пакетов программ CORSIKA [42], AIRES [43], CONEX [44], — QGSJET 01 [1], QGSJET II-03 [2], SIBYLL 2.1 [4], EPOS 1.61 [45]. Кроме того, в расчете была использована параметризация сечений Кимеля и Мохова [21], базирующаяся на старых ускорительных данных, полученных при энергиях до 1 ТэВ. Сечения КМ с уточненными параметрами [10, 22, 24] оказались близки по форме и абсолютной величине к упомянутым высокоэнергетическим моделям. Ценность параметризации КМ заключается в том, что она опирается на данные эксперимента при сравнительно низких энергиях (до  $\sim 1$  ТэВ) и в ней имеет место фейнмановский скейлинг. Таким образом, экс-

траполяция результатов модели КМ на область высоких энергий является достаточно надежной при условии, что нарушение скейлинга адрон-ядерных взаимодействий (в кинематической области фрагментации налетающей частицы) незначительно и не возникает новых явлений в сильных взаимодействиях при энергиях ниже 1 ПэВ. Поведение сечений взаимодействия адронов с ядрами атомов воздуха с ростом энергии для указанных моделей приведено на рис. 2 (ссылки на эксперимент см. также в работах [12, 46–48]).

Для иллюстрации различий адронных моделей приведем моменты инклюзивных распределений  $w_{pc}(E_0, E_c) \equiv (x/\sigma_{pA}^{in}) d\sigma_{pc}/dx$  протон-ядерных реакций  $pA \rightarrow cX$ , взвешенные со степенным спектром ПКЛ ( $N(E_0) \propto E_0^{-(\gamma+1)}$ ):

$$z_{pc}(E_0) = \int_0^1 x^{\gamma-1} w_{pc}(E_0, xE_0) dx = \int_0^1 \frac{x^\gamma}{\sigma_{pA}^{in}} \frac{d\sigma_{pc}}{dx} dx, \quad (1)$$

где  $x = E_c/E_0$ ,  $c = p, n, \pi^\pm, K^\pm$ . Как видно из таблицы,  $z_{pc}$  в моделях SIBYLL 2.1, КМ и QGSJET-II-03 приближенно удовлетворяют фейнмановскому скейлингу для нуклонов и  $\pi^\pm$ -мезонов. Более заметно нарушение скейлинга в модели SIBYLL 2.1 для процессов рождения каонов (см. также [3, 49]).

### 3. МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ АДРОННОГО КАСКАДА

#### 3.1. Нуклонный каскад в атмосфере

Потоки мюонов космических лучей рассчитаны на основе метода решения уравнений адронного каскада [10–12], в котором учтены: 1) нестепенной характер спектра ПКЛ, 2) зависимость пробегов частиц от энергии, 3) нарушение фейнмановского скейлинга инклюзивных сечений.

При достаточно высоких энергиях можно пренебречь эффектами трехмерности каскада, электромагнитными потерями энергии адронов и влиянием геомагнитного поля. Столкновения ядер космических лучей с ядрами атомов воздуха рассматриваются в рамках модели полусуперпозиции (semisuperposition model) [50] (см. также [49]). В отличие от модели фрагментации, в которой предполагается, что ядра космических лучей рассыпаются (фрагментируют) на нуклоны на границе атмосферы (на пробе-

ге  $h \sim 5$  г·см<sup>-2</sup>), в модели полусуперпозиции взаимодействие ядра ( $A, Z$ ) с энергией  $E_A$  эквивалентно усредненной суперпозиции взаимодействий  $Z$  протонов и  $A - Z$  нейтронов с энергией нуклона, равной  $E = E_A/A$ .

Дифференциальные энергетические спектры вторичных протонов  $p(E, h)$  и нейтронов  $n(E, h)$  на глубине  $h$  атмосферы в одномерном приближении удовлетворяют уравнениям

$$\frac{\partial N^\pm(E, h)}{\partial h} = -\frac{N^\pm(E, h)}{\lambda_N(E)} + \frac{1}{\lambda_N(E)} \times \int_0^1 \Phi_{NN}^\pm(E, x) N^\pm\left(\frac{E}{x}, h\right) \frac{dx}{x^2}, \quad (2)$$

где  $N^\pm(E, h) = p(E, h) \pm n(E, h)$ ,

$$\Phi_{NN}^\pm(E, x) = \frac{E}{\sigma_{pA}^{in}(E)} \times \left[ \frac{d\sigma_{pp}(E_0, E)}{dE} \pm \frac{d\sigma_{pn}(E_0, E)}{dE} \right]_{E_0=E/x},$$

$\lambda_N(E) = [N_0 \sigma_{pA}^{in}(E)]^{-1}$  — длина свободного пробега нуклона,  $N_0 = N_A/A$  — число ядер в грамме воздуха,  $x = E/E_0$  — доля энергии  $E_0$  первичного нуклона, уносимая вторичным нуклоном,  $d\sigma_{ab}/dE$  — сечение инклюзивной реакции  $a + A \rightarrow b + X$ , проинтегрированное по поперечному импульсу. Граничные условия для уравнения (2) записываются как

$$N^+(E, 0) = p_0(E) + n_0(E),$$

$$N^-(E, 0) = p_0(E) - n_0(E).$$

Будем искать решение системы (2) в виде

$$N^\pm(E, h) = N^\pm(E, 0) \times \exp\left[-\frac{h(1 - Z_{NN}^\pm(E, h))}{\lambda_N(E)}\right], \quad (3)$$

где  $Z_{NN}^\pm(E, h)$  — неизвестные функции. Подставляя уравнение (3) в (2), получим уравнения для функций  $Z_{NN}^\pm$  ( $Z$ -факторов):

$$\frac{\partial(hZ_{NN}^\pm)}{\partial h} = \int_0^1 dx \Phi_{NN}^\pm(E, x) \eta_{NN}^\pm(E, x) \times \exp[-hD_{NN}^\pm(E, x, h)], \quad (4)$$

где

$$\eta_{NN}^\pm(E, x) = x^{-2} \frac{N^\pm(E/x, 0)}{N^\pm(E, 0)},$$

Таблица. Моменты инклюзивных распределений  $z_{pc}(E_0)$  для  $\gamma = 1.7$

Модель	$E_0$ , ГэВ	$z_{pp}$	$z_{pn}$	$z_{p\pi^+}$	$z_{p\pi^-}$	$z_{pK^+}$	$z_{pK^-}$
QGSJET II-03	$10^2$	0.174	0.088	0.043	0.035	0.0036	0.0030
	$10^3$	0.198	0.094	0.036	0.029	0.0036	0.0028
	$10^4$	0.205	0.090	0.033	0.028	0.0034	0.0027
SIBYLL 2.1	$10^2$	0.211	0.059	0.036	0.026	0.0134	0.0014
	$10^3$	0.209	0.045	0.038	0.029	0.0120	0.0022
	$10^4$	0.203	0.043	0.037	0.029	0.0097	0.0026
KM	$10^2$	0.178	0.060	0.044	0.027	0.0051	0.0015
	$10^3$	0.190	0.060	0.046	0.028	0.0052	0.0015
	$10^4$	0.182	0.052	0.046	0.029	0.0052	0.0015

$$\mathcal{D}_{NN}^{\pm}(E, x, h) = \frac{1 - Z_{NN}^{\pm}(E/x, h)}{\lambda_N(E/x)} - \frac{1 - Z_{NN}^{\pm}(E, h)}{\lambda_N(E)}. \quad (5)$$

Интегрируя (4), получим нелинейное интегральное уравнение

$$Z_{NN}^{\pm}(E, h) = \frac{1}{h} \int_0^h dt \int_0^1 dx \Phi_{NN}^{\pm}(E, x) \eta_{NN}^{\pm}(E, x) \times \exp[-tD_{NN}^{\pm}(E, x, t)], \quad (6)$$

которое можно решить методом последовательных приближений. Выберем нулевое приближение в виде  $Z_{NN}^{\pm(0)}(E, h) = 0$ , т.е.

$$D_{NN}^{\pm(0)}(E, x, h) = \frac{1}{\lambda_N(E/x)} - \frac{1}{\lambda_N(E)}.$$

Для  $n$ -го приближения найдем

$$Z_{NN}^{\pm(n)}(E, h) = \frac{1}{h} \int_0^h dt \int_0^1 dx \Phi_{NN}^{\pm}(E, x) \eta_{NN}^{\pm}(E, x) \times \exp[-tD_{NN}^{\pm(n-1)}(E, x, t)], \quad (7)$$

где

$$D_{NN}^{\pm(n-1)}(E, x, h) = \frac{1 - Z_{NN}^{\pm(n-1)}(E/x, h)}{\lambda_N(E/x)} - \frac{1 - Z_{NN}^{\pm(n-1)}(E, h)}{\lambda_N(E)}. \quad (8)$$

На рис. 3 хорошо видна нетривиальная структура нуклонных  $Z$ -факторов, обусловленная нестепен-

ным характером спектров ПКЛ, измеренных в эксперименте АТИС-2 [5] и нескейлинговым поведением инклюзивных спектров рождения нуклонов.

### 3.2. Иллюстрация метода: решение уравнений нуклонного каскада в простой модели

Проиллюстрируем метод на примере аналитической модели нуклонного каскада:

1) степенной спектр первичных космических лучей  $N^{\pm}(E, h = 0) = N_0 E^{-(\gamma+1)}$ ; в этом случае  $\eta_{NN}^{\pm}(E, x) = x^{\gamma-1}$  (см. (4));

2) полное сечение неупругого нуклон-ядерного взаимодействия логарифмически растет с увеличением энергии:

$$\sigma_{NA}^{in}(E) = \sigma_{NA}^0 [1 + \beta_N \ln(E/E_1)]$$

(здесь  $\sigma_{NA}^0 = 275$  мбн,  $\beta_N = 0.07$ ,  $E_1 = 100$  ГэВ), т.е. пробег нуклона до неупругого взаимодействия уменьшается с ростом энергии,

$$\lambda_N(E) = \lambda_N^0 / [1 + \beta_N \ln(E/E_1)];$$

3) сечения рождения нуклонов являются квазискейлинговыми (приближенный фейнмановский скейлинг с точностью до логарифмических добавок)  $\Phi_{NN}^{\pm}(E, x) = (\lambda_N(E)/\lambda_N^0) w_{NN}^{\pm}(x)$ .

Тогда в нулевом приближении, полагая  $Z_{NN}^{\pm(0)}(E, t) = 0$ , получим из (5) функцию, не зависящую от  $E$  и  $h$ :

$$D_{NN}^{\pm(0)}(x) = \frac{1}{\lambda_N(E/x)} - \frac{1}{\lambda_N(E)} = -\frac{\beta_N}{\lambda_N^0} \ln x, \quad (9)$$

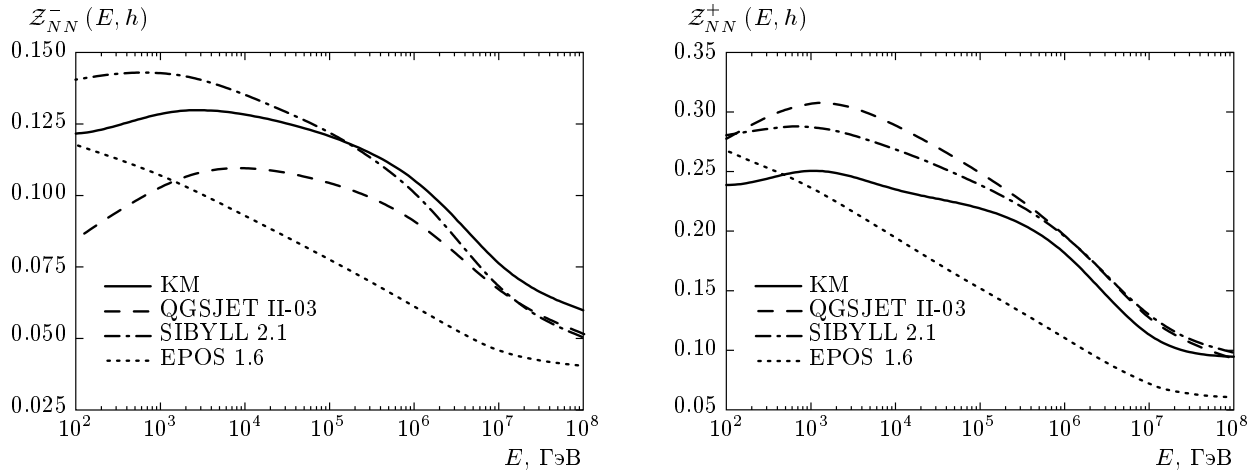


Рис. 3. Зависимости от энергии нуклонных функций  $Z_{NN}^{\pm}(E, h)$  на уровне атмосферы  $200 \text{ г}\cdot\text{см}^{-2}$ , рассчитанных для спектра ПКЛ АТЭС-2

а также для  $Z_{NN}$ -функции в первом приближении уравнение (6) в виде

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h) = \frac{\lambda_N(E)}{h\lambda_N^0} \int_0^h dt \int_0^1 dx w_{NN}^{\pm}(x) x^{\gamma-1} \times \exp\left[t \frac{\beta_N}{\lambda_N^0} \ln x\right], \quad (10)$$

или

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h) = \frac{\lambda_N(E)}{h\lambda_N^0} \times \int_0^h dt \int_0^1 dx w_{NN}^{\pm}(x) x^{\tilde{\gamma}(t)-1}, \quad (11)$$

где  $\tilde{\gamma}(t) = \gamma + \beta_N(t/\lambda_N^0)$ . Таким образом, логарифмический рост сечения неупругого нуклон-ядерного взаимодействия приводит к изменению показателя спектра вторичных космических лучей (отклонению от значения  $\gamma$ ) с изменением глубины атмосферы — этот эффект впервые был замечен Григоровым [51].

Ограничиваясь для малых глубин третьим членом разложения экспоненты под интегралом (10), получим

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h) \approx \frac{\lambda_N(E)}{\lambda_N^0} \left[ z_{NN}^{\pm}(\gamma) - \frac{\beta_N h}{2\lambda_N^0} \zeta_{NN}^{\pm}(\gamma) \right], \quad (12)$$

где  $z_{NN}^{\pm}$  — момент, а  $\zeta_{NN}^{\pm}$  — логарифмический момент инклюзивного распределения  $w_{NN}^{\pm}(x)$ :

$$z_{NN}^{\pm}(\gamma) \equiv \langle x^{\gamma-1} \rangle = \int_0^1 dx w_{NN}^{\pm}(x) x^{\gamma-1}, \quad (13)$$

$$\zeta_{NN}^{\pm}(\gamma) \equiv \langle x^{\gamma-1} (-\ln x) \rangle = \int_0^1 dx w_{NN}^{\pm}(x) x^{\gamma-1} (-\ln x). \quad (14)$$

Таким образом, в первом приближении этой модели спектр нуклонов дается выражением

$$N^{\pm}(E, h) = N_0 E^{-(\gamma+1)} \times \exp\left[-\frac{h(1 - Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h))}{\lambda_N(E)}\right]. \quad (15)$$

Используя оценки момента  $\langle x^{\gamma-1} \rangle$  и логарифмического момента [52], приближенное выражение для  $Z_{NN}^{\pm(1)}$  можно записать в виде

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E, h) \approx \frac{\lambda_N(E)}{\lambda_N^0} z_{NN}^{\pm} \left(1 - \frac{h}{44\lambda_N^0}\right). \quad (16)$$

Итак, в случае логарифмически растущего с увеличением энергии сечения неупругого нуклон-ядерного взаимодействия  $\sigma_{NA}^{in}(E)$  величина  $Z_{NN}^{\pm}$  является функцией двух переменных — энергии и глубины. Для глубин  $h \ll (2\lambda_N^0/\beta_N)(z_{NN}^{\pm}/\zeta_{NN}^{\pm})$  (т. е. для  $h \ll 44\lambda_N^0$ ) можно пренебречь зависимостью  $Z$ -факторной функции от  $h$ :

$$Z_{NN}^{\pm(1)}(E) \approx \frac{\lambda_N(E)}{\lambda_N^0} z_{NN}^{\pm}, \quad (17)$$

$$N^\pm(E, h) \approx N_0 E^{-(\gamma+1)} \times \exp \left[ -h \left( \frac{1}{\lambda_N(E)} - \frac{z_{NN}^\pm(\gamma)}{\lambda_N^0} \right) \right]. \quad (18)$$

Если в рассматриваемой модели считать пробеги нуклонов постоянными, то решение задачи является точным:

$$N^\pm(E, h) = N_0 E^{-(\gamma+1)} \times \exp \left[ -\frac{h(1 - z_{NN}^\pm(\gamma))}{\lambda_N^0} \right]. \quad (19)$$

Это видно непосредственно из уравнения (10), в котором теперь нужно положить  $\beta_N = 0$ . Отсюда сразу следует, что  $Z_{NN}^\pm = z_{NN}^\pm(\gamma) \equiv \langle x^{\gamma-1} \rangle$  является точным решением. Именно для такой модели Г. Т. Зацепин впервые получил решение для ядерного каскада [53], введя по сути гипотезу скейлинга инклюзивных сечений, сформулировав ее как предположение об однородности дифференциальных сечений рождения нуклона.

### 3.3. Мезонный каскад

Основными каналами генерации пионов в атмосфере являются взаимодействия нуклонов и пионов с ядрами атомов воздуха и распады каонов. На первом шаге мезонную компоненту можно отделить от нуклонной, пренебрегая малым вкладом процесса рождения  $N\bar{N}$ -пар в мезон-ядерных столкновениях. Тогда система уравнений для заряженных  $\pi$ -мезонов с учетом процессов регенерации и неупругой перезарядки имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\partial h} = & -\frac{\pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\lambda_\pi(E)} - \frac{m_\pi \pi^\pm(E, h, \vartheta)}{p\tau_\pi \rho(h, \vartheta)} + \\ & + \sum_i G_{i\pi^\pm}^{int}(E, h, \vartheta) + \sum_K G_{K\pi^\pm}^{dec}(E, h, \vartheta) + \\ & + \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \int_{E_\pi^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{\pi A}^{in}(E)} \frac{d\sigma_{\pi^\pm \pi^\pm}(E_0, E)}{dE} \times \\ & \times \pi^\pm(E_0, h, \vartheta) dE_0 + \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \int_{E_\pi^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{\pi A}^{in}(E)} \times \\ & \times \frac{d\sigma_{\pi^\mp \pi^\pm}(E_0, E)}{dE} \pi^\mp(E_0, h, \vartheta) dE_0. \quad (20) \end{aligned}$$

Здесь  $\pi^\pm(E, h, \vartheta)$  — поток заряженных пионов с энергией вблизи  $E$  на глубине  $h$ , распространяющихся под углом  $\vartheta$ ;  $\sigma_{\pi A}^{in}(E)$  — сечение неупругого взаимодействия пиона;  $\lambda_\pi(E) = [N_0 \sigma_{\pi A}^{in}(E)]^{-1}$  — длина

свободного пробега пиона в воздухе;  $m_\pi$ ,  $\tau_\pi$ ,  $p$  — соответственно масса пиона, время жизни и импульс;  $\rho(h, \vartheta)$  — профиль атмосферы, параметризованный согласно модели Линсли (см., например, [42]). Граничные условия для системы (20) записываются как  $\pi^\pm(E, h = 0, \vartheta) = 0$ .

Источниками пионов являются инклюзивные реакции  $i + A = \pi^\pm + X$  ( $i = p, n, K^\pm, K^0, \bar{K}^0$ ) и распады каонов  $K = K^\pm, K_L^0, K_S^0$ . Функции генерации, отвечающие рождению пионов в адрон-ядерных взаимодействиях  $G_{i\pi^\pm}^{int}$  и распадам каонов  $G_{K\pi^\pm}^{dec}$ , имеют вид

$$G_{i\pi^\pm}^{int}(E, h, \vartheta) = \frac{1}{\lambda_N(E)} \int_{E_\pi^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{iA}^{in}(E)} \times \frac{d\sigma_{i\pi^\pm}(E_0, E)}{dE} D_i(E_0, h, \vartheta) dE_0, \quad (21)$$

$$\begin{aligned} G_{K\pi^\pm}^{dec}(E, h, \vartheta) = & B(K_{2\pi}) \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \times \\ & \times \int_{E_{K_{2\pi}}^{min}}^{E_{K_{2\pi}}^{max}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{2\pi}}^\pi(E_0, E) K(E_0, h, \vartheta) + B(K_{\ell 3}^0) \times \\ & \times \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \int_{E_{K_{\ell 3}}^{min}}^{E_{K_{\ell 3}}^{max}} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{\ell 3}}^\pi(E_0, E) K^0(E_0, h, \vartheta). \quad (22) \end{aligned}$$

Здесь  $B(K_{2\pi})$  и  $B(K_{\ell 3}^0)$  — относительные вероятности распадов  $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0$ ,  $K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$  и  $K_{\ell 3}^0 \rightarrow \pi^\pm \ell^\mp \nu_\ell$ ;  $F_{K_{2\pi}}^\pi$ ,  $F_{K_{\ell 3}}^\pi$  — спектральные функции  $\pi$ -мезонов в двух- и трехчастичных распадах каонов в лабораторной системе;  $m_K$ ,  $\tau_K$ ,  $E_0$ ,  $p_0$  — соответственно масса, время жизни, энергия и импульс каона. Функции  $D_i(E_0, h, \vartheta)$  и  $K(E_0, h, \vartheta)$  под интегралами в (21) и (22) представляют дифференциальные спектры частиц соответственно сорта  $i$  и  $K$ . Поток нуклонов  $D_p(E_0, h)$ ,  $D_n(E_0, h)$ , дающие главный вклад в функцию генерации мезонов, вычислялись по формулам, приведенным в разд. 3.1.

Нижние пределы интегрирования в (20) и (21) определяются формулами

$$\begin{aligned} E_{ij}^{min} = & \frac{(m_N E_j - \Delta_{ij})(E_j - m_N + p\sqrt{d_{ij}})}{2m_N E_j - m_N^2 - m_j^2}, \\ \Delta_{ij} = & \frac{m_i^2 + m_N^2 + m_j^2 - s_X^{min}}{2}, \\ d_{ij} = & 1 + \frac{m_i^2(2m_N E_j - m_N^2 - m_j^2)}{(m_N E_j - \Delta_{ij})^2}, \end{aligned} \quad (23)$$

где минимальные значения квадрата инвариантной массы  $s_X^{min}$  системы недетектируемых частиц  $X$  в инклюзивных реакциях взаимодействия  $\pi$ -мезонов с ядрами воздуха зависят от реакции:

$$\begin{aligned} s_X^{min} &= 2m_N^2, & p(n) &\rightarrow \pi^+(\pi^-); \\ s_X^{min} &= (2m_N + m_\pi)^2, & p(n) &\rightarrow \pi^-(\pi^+); \\ s_X^{min} &= m_N^2, & \pi^\pm &\rightarrow \pi^\pm; \\ s_X^{min} &= (m_N + 2m_\pi)^2, & \pi^\pm &\rightarrow \pi^\mp. \end{aligned}$$

Спектральная функция частицы  $j$  моды  $\mathcal{M}$  распада  $K$ -мезона в (22) по определению есть

$$F_{\mathcal{M}}^j(E_0, E) = \frac{p_0}{\Gamma_{\mathcal{M}}} \frac{d\Gamma_{\mathcal{M}}^j(E_0, E)}{dE}, \quad (24)$$

где  $\Gamma_{\mathcal{M}}$  — парциальная ширина распада,  $p_0, E_0$  — импульс и энергия каона,  $E$  — энергия частицы  $j$ . Для двухпионной моды  $K \rightarrow \pi_1\pi_2$  спектральная функция есть константа:

$$F_{K_{2\pi}}^{\pi_1} = \left[ \left( 1 + \frac{m_{\pi_1}^2}{m_K^2} - \frac{m_{\pi_2}^2}{m_K^2} \right)^2 - \frac{4m_{\pi_1}^2}{m_K^2} \right]^{-1/2}. \quad (25)$$

Явный вид  $F_{K_{\ell 3}}^{\pi}(E, E_0)$  для полулептонных распадов каонов представляет собой довольно громоздкое выражение и приведен в работе [54]. Пределы интегрирования в (22) равны

$$E_{K_{2\pi}}^{\pm(\pi)} = \frac{1}{2m_{\pi_1}^2} \left\{ (m_K^2 + m_{\pi_1}^2 - m_{\pi_2}^2)E \pm p\sqrt{(m_K^2 + m_{\pi_1}^2 - m_{\pi_2}^2)^2 - 4m_K^2 m_{\pi_1}^2} \right\}, \quad (26)$$

$$E_{K_{\ell 3}}^{\pm(\pi)} = \frac{1}{2m_\pi^2} \left\{ (m_K^2 + m_\pi^2 - m_\ell^2)E \pm p\sqrt{(m_K^2 + m_\pi^2 - m_\ell^2)^2 - 4m_K^2 m_\pi^2} \right\}.$$

Поскольку вклад каонов в потоки пионов мал, учтем его как поправку после расчета каонной компоненты. Обозначим через  $\tilde{\pi}^\pm$  потоки пионов на этом этапе расчета. Введем комбинации

$$\Pi^\pm(E, h, \vartheta) = \tilde{\pi}^+(E, h, \vartheta) \pm \tilde{\pi}^-(E, h, \vartheta), \quad (27)$$

для которых система (20) в отсутствие каонного источника и с учетом изотопической симметрии  $\pi\pi$ -взаимодействий запишется в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\partial h} &= -\frac{\Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\lambda_\pi(E)} - \\ &- \frac{m_\pi \Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{p\tau_\pi \rho(h, \vartheta)} + G_{N\pi}^\pm(E, h, \vartheta) + \\ &+ \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^\pm(E, x) \Pi^\pm\left(\frac{E}{x}, h, \vartheta\right) \frac{dx}{x^2}, \quad (28) \end{aligned}$$

где  $x = E/E_0$  — доля энергии первичной частицы, уносимая мезоном,

$$G_{N\pi}^\pm(E, h, \vartheta) = \left[ G_{p\pi^+}^{int}(E, h, \vartheta) + G_{n\pi^+}^{int}(E, h, \vartheta) \right] \pm \left[ G_{p\pi^-}^{int}(E, h, \vartheta) + G_{n\pi^-}^{int}(E, h, \vartheta) \right],$$

$$\Phi_{\pi\pi}^\pm(E, x) = \frac{E}{\sigma_{\pi A}^{in}(E)} \left[ \frac{d\sigma_{\pi^+\pi^+}(E_0, E)}{dE} \pm \frac{d\sigma_{\pi^+\pi^-}(E_0, E)}{dE} \right]_{E_0=E/x}.$$

Введем пионные  $\mathcal{Z}$ -факторы

$$\mathcal{Z}_{\pi\pi}^\pm(E, h, \vartheta) = \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^\pm(E, x) \frac{\Pi^\pm(E/x, h, \vartheta)}{\Pi^\pm(E, h, \vartheta)} \frac{dx}{x^2} \quad (29)$$

и перепишем систему (28):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\partial h} &= -\frac{\Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{\lambda_\pi(E)} - \\ &- \frac{m_\pi \Pi^\pm(E, h, \vartheta)}{p\tau_\pi \rho(h, \vartheta)} + G_{N\pi}^\pm(E, h, \vartheta) + \\ &+ \frac{1}{\lambda_\pi(E)} \mathcal{Z}_{\pi\pi}^\pm(E, h, \vartheta) \Pi^\pm(E, h, \vartheta). \quad (30) \end{aligned}$$

Формально решение этих уравнений записывается в виде

$$\begin{aligned} \Pi^\pm(E, h, \vartheta) &= \int_0^h dt G_{N\pi}^\pm(E, t, \vartheta) \exp \left[ -\int_t^h dz \times \right. \\ &\times \left. \left( \frac{1 - \mathcal{Z}_{\pi\pi}^\pm(E, z, \vartheta)}{\lambda_\pi(E)} + \frac{m_\pi}{p\tau_\pi \rho(z, \vartheta)} \right) \right]. \quad (31) \end{aligned}$$

Уравнения с неизвестными  $\mathcal{Z}$ -факторами пионов решаем методом последовательных приближений, пренебрегая в нулевом приближении процессами регенерации и перезарядки пионов, т.е. полагая  $\mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm(0)}(E, h) = 0$ . Вычисленный в нулевом приближении дифференциальный энергетический спектр пионов

$$\begin{aligned} \Pi^{\pm(0)}(E, h, \vartheta) &= \int_0^h dt G_{N\pi}^\pm(E, t, \vartheta) \times \\ &\times \exp \left[ -\int_t^h dz \left( \frac{1}{\lambda_\pi(E)} + \frac{m_\pi}{p\tau_\pi \rho(z, \vartheta)} \right) \right] \quad (32) \end{aligned}$$



позволяет найти  $\mathcal{Z}$ -факторы в первом приближении. В первом приближении процессы регенерации и резарядки уже учтены:

$$\Pi^{\pm(n)}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt G_{N\pi}^{\pm(n)}(E, t, \vartheta) \exp \left[ - \int_t^h dz \times \left( \frac{1 - \mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm(n)}(E, z, \vartheta)}{\lambda_{\pi}(E)} + \frac{m_{\pi}}{p\tau_{\pi}\rho(z, \vartheta)} \right) \right], \quad (33)$$

где  $\mathcal{Z}$ -фактор в  $(n + 1)$ -й итерации определяется потоком пионов в  $n$ -й итерации ( $n = 0, 1, \dots$ ):

$$\mathcal{Z}_{\pi\pi}^{\pm(n+1)}(E, h, \vartheta) = \int_0^1 \Phi_{\pi\pi}^{\pm(n)}(E, x) \frac{\Pi^{\pm(n)}(E/x, h, \vartheta)}{x^2 \Pi^{\pm(n)}(E, h, \vartheta)} dx. \quad (34)$$

Система уравнений, описывающих перенос заряженных и нейтральных каонов в атмосфере, источниками которых являются столкновения нуклонов и пионов с ядрами, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial K(E, h, \vartheta)}{\partial h} = & -\frac{K(E, h, \vartheta)}{\lambda_K(E)} - \frac{m_K K(E, h, \vartheta)}{p\tau_K \rho(h, \vartheta)} + \\ & + \sum_{i=p, n, \pi} G_{iK}(E, h, \vartheta) + \frac{1}{\lambda_K(E)} \int_{E_{KK}^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{KA}^{in}(E)} \times \\ & \times \frac{d\sigma_{KK}(E_0, E)}{dE} K(E_0, h, \vartheta) dE_0. \quad (35) \end{aligned}$$

Функции источника  $G_{iK}$  описывают рождение  $K$ -мезонов в  $NA$ - и  $\pi A$ -взаимодействиях:

$$G_{iK}(E, h, \vartheta) = \frac{1}{\lambda_i(E)} \int_{E_{NK}^{min}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{iA}^{in}(E)} \frac{d\sigma_{iK}(E_0, E)}{dE} \times D_i(E_0, h, \vartheta) dE_0. \quad (36)$$

Эти уравнения подобны уравнениям (28) и решаются тем же способом. Выпишем здесь решение в  $n$ -м приближении:

$$K^{(n)}(E, h, \vartheta) = \int_0^h dt \sum_{N, \pi} G_{iK}(E, t, \vartheta) \times \exp \left[ - \int_t^h dz \left( \frac{1 - \mathcal{Z}_{KK}^{(n)}(E, z, \vartheta)}{\lambda_K(E)} + \frac{m_K}{p\tau_K \rho(z, \vartheta)} \right) \right]. \quad (37)$$

Далее, используя полученные решения для спектров каонов, учитываем вклад в потоки пионов от распадов каонов (см. (20) и (22)).

При численной реализации метода для многомерного интегрирования очень полезным оказался адаптивный кубатурный алгоритм Генца и Малика [55], для аппроксимации и интерполяции промежуточных функций применялся быстрый алгоритм на основе квадратичных  $B$ -сплайнов на равномерной сетке [56]. Отметим высокую сходимость метода: в расчете нуклонной компоненты для достижения точности выше 1% требуется пять итераций (см. также [10]), а для достижения такой же точности расчета потока мезонов достаточно двух итераций.

### 3.4. Генерация и перенос мюонов

Атмосферные мюоны рождаются в распадах пионов  $\pi^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm} + \nu_{\mu}(\bar{\nu}_{\mu})$ , двух- и трехчастичных распадах каонов  $K^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm} + \nu_{\mu}(\bar{\nu}_{\mu})$ ,  $K^{\pm} \rightarrow \pi^0 + \mu^{\pm} + \nu_{\mu}(\bar{\nu}_{\mu})$ ,  $K_L^0 \rightarrow \pi^{\pm} + \mu^{\mp} + \bar{\nu}_{\mu}(\nu_{\mu})$ , генерируемых непосредственно при столкновениях космических лучей с атмосферой Земли. Кроме того, мюоны генерируются в цепочках распадов  $K \rightarrow \pi \rightarrow \mu$  ( $K_S^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$ ,  $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} + \pi^0$ ,  $K_L^0 \rightarrow \pi^{\pm} + \ell^{\mp} + \bar{\nu}_{\ell}(\nu_{\ell})$ ,  $\ell = e, \mu$ ), учет которых приводит к небольшим поправкам.

Уравнение генерации и переноса мюонов в атмосфере в приближении непрерывных потерь энергии в электромагнитных взаимодействиях мюона с веществом имеет вид

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial h} + \frac{E_{\mu}^{cr}(\vartheta)}{Eh} \right] D_{\mu}(E, h, \vartheta) = \\ = \frac{\partial}{\partial E} [\beta_{\mu}(E) D_{\mu}(E, h, \vartheta)] + G_{\mu}^{\pi, K}(E, h, \vartheta), \quad (38) \end{aligned}$$

где  $D_{\mu}(E, h, \vartheta)$  — дифференциальный энергетический спектр мюонов на глубине  $h$ , распространяющихся под зенитным углом  $\vartheta$ ;  $E_{\mu}^{cr}(\vartheta)$  [ГэВ]  $\approx 1.03 / \cos \vartheta$  — критическая энергия мюона;  $\beta_{\mu}(E) = -dE/dh = a_{\mu}(E) + b_{\mu}(E)E$  — суммарные потери энергии мюона в воздухе на ионизацию и возбуждение атомов и в радиационных процессах. Функция источника мюонов  $G_{\mu}^{\pi, K}$  в распадах пионов и каонов определяется формулой

$$\begin{aligned}
 G_{\mu}^{\pi, K}(E, h, \vartheta) = & \sum_{M=\pi^{\pm}, K^{\pm}} B(M_{\mu 2}) \frac{m_M}{\tau_M \rho(h, \vartheta)} \times \\
 & \times \int_{E_{M_2}^-}^{E_{M_2}^+} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{M_{\mu 2}}^{\mu}(E_0, E) M(E_0, h, \vartheta) + \\
 & + \sum_{K=K^{\pm}, K_L^0, K_S^0} B(K_{\mu 3}) \frac{m_K}{\tau_K \rho(h, \vartheta)} \times \\
 & \times \int_{E_{K_3}^-}^{E_{K_3}^+} \frac{dE_0}{p_0^2} F_{K_{\mu 3}}^{\mu}(E_0, E) K(E_0, h, \vartheta). \quad (39)
 \end{aligned}$$

Здесь  $B(M_{\mu 2})$  и  $B(K_{\mu 3})$  — относительные вероятности  $\pi_{\mu 2}$ - ,  $K_{\mu 2}$ - и  $K_{\mu 3}$ -распадов,  $F_{M_{\mu 2}}^{\mu}$  и  $F_{K_{\mu 3}}^{\mu}$  — мюонные спектральные функции (спектры мюонов в распадах),  $M(E_0, h, \vartheta)$  — потоки  $\pi^{\pm}$ ,  $K^{\pm}$ -мезонов, а  $K(E_0, h, \vartheta)$  — потоки  $K^{\pm}$ ,  $K^0$ . В случае двухчастичных распадов мезонов  $F_{M_{\mu 2}}^{\mu} = (1 - m_{\mu}^2/m_M^2)^{-1}$ . Явный вид спектральных функций для трехчастичных (полулептонных) мод распада каонов представлен в работе [54]. Пределы интегрирования в (39) равны

$$\begin{aligned}
 E_{M_2}^{\pm} &= \frac{(m_M^2 + m_{\mu}^2) E \pm (m_M^2 - m_{\mu}^2) p}{2m_{\mu}^2}, \\
 E_{K_3}^{\pm} &= \frac{1}{2m_{\mu}^2} \left\{ (m_K^2 + m_{\mu}^2 - m_{\pi}^2) E \pm \right. \\
 & \left. \pm p \sqrt{(m_M^2 + m_{\mu}^2 - m_{\pi}^2)^2 - 4m_K^2 m_{\mu}^2} \right\}. \quad (40)
 \end{aligned}$$

Решение уравнения (38) дается выражением

$$\begin{aligned}
 D_{\mu}(E, h, \vartheta) = & \int_0^h dt W_{\mu}(E, h, t, \vartheta) \times \\
 & \times G_{\mu}^{\pi, K}(\mathcal{E}(E, h - t), t, \vartheta), \quad (41)
 \end{aligned}$$

в котором доля мюонов  $W_{\mu}$ , потерявших энергию  $\Delta E = \mathcal{E} - E$  в слое  $\Delta h = h - t$ , определяется формулой

$$\begin{aligned}
 W_{\mu}(E, h, t, \vartheta) = & \frac{\beta_{\mu}(\mathcal{E}(E, h - t))}{\beta_{\mu}(E)} \times \\
 & \times \exp \left[ -\frac{m_{\mu}}{\tau_{\mu}} \int_t^h \frac{dz}{\rho(z, \vartheta)} \mathcal{E}(E, h - z) \right], \quad (42)
 \end{aligned}$$

где  $\mathcal{E}(E, h)$  — корень уравнения

$$\int_E^{\mathcal{E}} \frac{dE}{\beta_{\mu}(E)} = h. \quad (43)$$

## 4. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА И ЭКСПЕРИМЕНТОВ

### 4.1. Потоки адронов

В качестве первого теста рассматриваемого метода приведем результаты сравнения расчета потоков адронов с экспериментом. Суммарный спектр всех адронов, рассчитанный для интервала глубин 60–1030 г·см<sup>-2</sup>, показан на рис. 4 вместе с данными измерений [57–67]. Вариант расчета с первичным спектром АТИС-2 и моделью QGSJET-II-03 показан линиями, а результаты расчета со спектром Гайссера–Хонды и несколькими моделями адронных взаимодействий (QGSJET01, QGSJET-II-03, SIBYLL и EPOS) нанесены в виде полос, ширина которых отражает неопределенности, вносимые моделями адронных взаимодействий: верхние границы отвечают предсказаниям модели QGSJET-II-03, а нижние — предсказаниям модели EPOS.

Данные эксперимента МГУ [60] для уровня атмосферы 60 г·см<sup>-2</sup> получены на аэростатах с помощью экспонирования многослойных рентгеноэмульсионных камер (РЭК). Для уровня 260 г·см<sup>-2</sup> приведены данные работы [61] (незакрашенная область), полученные в полетах реактивного самолета «JAL CARGO JA-8018» с РЭК на борту. В обоих случаях результаты расчета для всех моделей находятся в разумном согласии с данными экспериментов.

Хорошую статистику событий высокой энергии обеспечивают долговременные высокогорные измерения ШАЛ на наземных установках большой площади. На рис. 4 показаны данные экспериментов Тянь-Шань и Памир для глубин атмосферы 600–700 г·см<sup>-2</sup>. В эксперименте Памир [62] спектр адронов измерен с помощью углеродных РЭК, экспонировавшихся в 1985–1988 гг. на площади 120 м<sup>2</sup>. Всего было зарегистрировано около 2500 адронных событий, спектр которых получен путем пересчета спектра измеренных потемнений на фиксированной глубине углеродной эмульсионной камеры к спектру по полной энергии. Спектр, измеренный в эксперименте Памир, хорошо согласуется с результатами расчетов настоящей работы, в отличие от результатов эксперимента Тянь-Шань: расчет с моделью QGSJET-II-03 дает поток в 1.5–2 раза ниже экспериментального значения при энергиях  $E > 50$  ТэВ. Данные эксперимента Тянь-Шань (ионизационный калориметр), полученные флуктуационным методом с учетом группового прохождения адронов через ионизационные камеры, могут рассматриваться [59] только как верхняя граница спектра. Для глубины 820 г·см<sup>-2</sup> расчеты неплохо

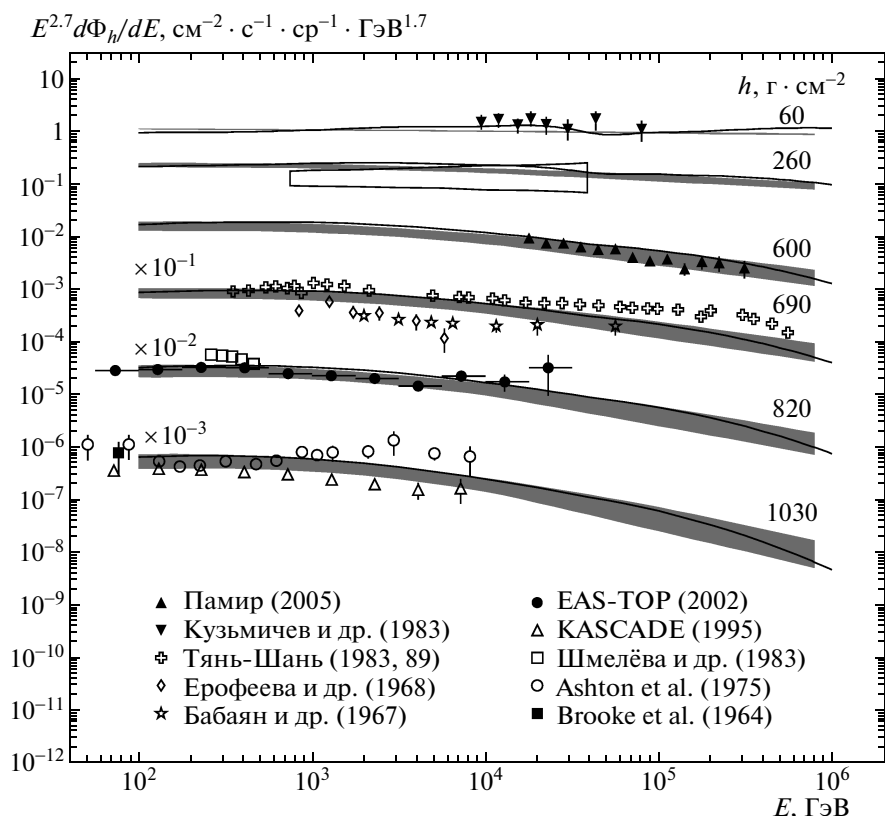


Рис. 4. Энергетические спектры адронов на глубине атмосферы 60–1030 г·см<sup>-2</sup>. Кривые и закрашенные полосы — результаты расчета для первичных спектров АТІС-2 и Гайссера–Хонды с использованием разных моделей взаимодействия адрон–ядро. Экспериментальные данные — из работ [57–67]

согласуются с измерениями адронного калориметра EASTOP [65]. Показаны данные измерений на уровне моря ( $h = 1030 \text{ г·см}^{-2}$ ) из работ [57, 67]. Авторы [67] использовали тонкий однослойный калориметр, что затрудняло реконструкцию ливней и могло привести к заметному систематическому завышению потока адронов. Более низкие значения спектра адронов из работы [57] по сравнению с полученным в настоящем расчете связано, по-видимому, с методикой отбора одиночных адронных событий. Таким образом, спектры адронов, если и могут служить тестом расчета, то только на больших глубинах (вблизи поверхности), где различие предсказаний возрастает, но возрастают и экспериментальные ошибки.

#### 4.2. Спектры атмосферных мюонов

Потоки атмосферных мюонов на уровне моря для интервала энергий  $10\text{--}10^7 \text{ ГэВ}$  и различных зенитных углов рассчитаны на основе решения уравнения адронного каскада (см. разд. 3). Результа-

ты расчета вертикального спектра мюонов в сравнении с экспериментальными данными показаны на рис. 5 и 6. Расчет выполнен с использованием элементных спектров первичных космических лучей, измеренных в экспериментах АТІС-2 и GAMMA для различных моделей адрон-ядерных взаимодействий: Кимеля–Мохова (полоса, ширина которой отражает статистические ошибки измерений АТІС-2 и GAMMA), QGSJET-II-03, SIBYLL и EPOS (линии на рис. 5). На рис. 6 жирными линиями показаны результаты расчета для первичного спектра Зацепина–Сокольской: пунктирная — EPOS 1.61, сплошная — КМ, штрихпунктирная — SIBYLL 2.1, штриховая — QGSJET-II-03.

Имеющиеся экспериментальные данные можно условно разделить на прямые и косвенные. К прямым относят данные измерений LEP детектора L3+Cosmic [15], L3 (взяты из работы [17]), данные аэростатных экспериментов BESS-TeV [14], CAPRICE [13], MASS [68]. Косвенные данные, пересчитанные к уровню моря из результатов под-

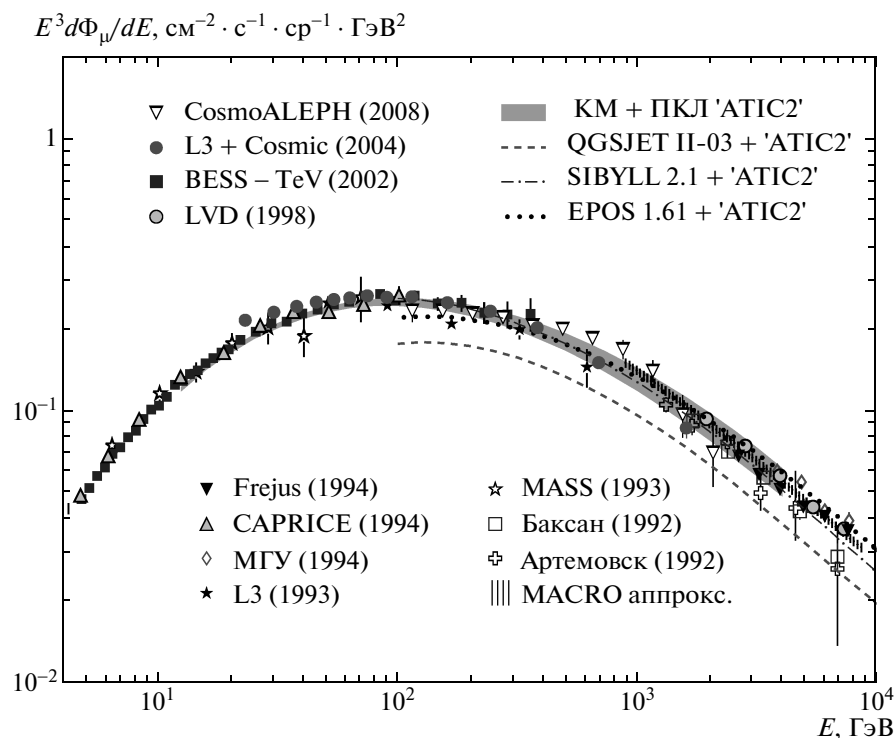


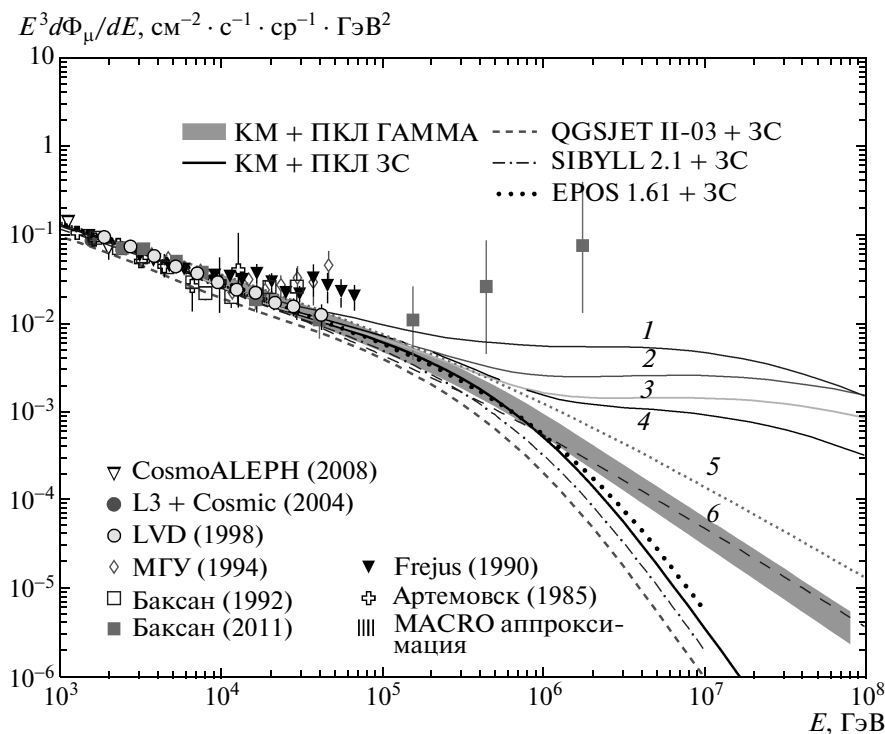
Рис. 5. Дифференциальный энергетический спектр мюонов вблизи вертикали на уровне моря. Кривые и закрашенная область — результаты расчета для спектра ПКЛ АТИС-2 в рамках разных моделей адронных взаимодействий (см. описание в тексте). Экспериментальные точки из работ [13–17, 68–74]

земных измерений, включают в себя измерения CosmoALEPH [16], измерения детектора LVD [69], рентгено-эмульсионных камер МГУ [70], измерения на Баксанском подземном сцинтилляционном телескопе (БПСТ) [71], на Артемовском сцинтилляционном детекторе ИЯИ (АСД) [72], детекторах MACRO [73] и Frejus [74]. (Здесь не представлены данные о спектрах мюонов в вертикальном направлении, полученные с помощью магнитных спектрометров в 1960–80-е гг., сравнение с которыми было приведено в работе [11], см. также [26]). Как видно из рисунков, результаты расчетов находятся в хорошем согласии с данными большинства установок в области энергий до 40 ТэВ. Максимальный разброс предсказаний потока мюонов, обусловленный выбором модели адронных взаимодействий, составляет приблизительно 30 %, тогда как неопределенности измерений первичного спектра АТИС-2 — около 10 %. Модель QGSJET-II-03 приводит к очевидно заниженному потоку мюонов на вертикали (см. рис. 5, 6).

Расчет с моделью первичного спектра Зацепина–Сокольской демонстрирует согласованность (по

крайней мере, до излома) прямых измерений первичного спектра в эксперименте АТИС-2 и высокоэнергетических данных ГАММА, полученных методом регистрации ШАЛ. При энергиях, больших  $10^6$  ГэВ, рассчитанные для этих двух вариантов спектра ПКЛ потоки мюонов заметно отличаются друг от друга — для энергии мюона вблизи 1 ПэВ различие достигает порядка величины. Как видно из рис. 6, при энергиях, больших  $10^6$  ГэВ, поток мюонов сильно зависит от характеристик спектра и состава первичных космических лучей в области излома («колена»). Для сравнения здесь же приведены кривые из работ [11, 17, 75], рассчитанные для модели КМ с первичными спектрами Никольского–Стаменова–Ушева (НСУ) [18] (кривая 5) и Ерлыкина–Крутиковой–Шабельского (ЕКШ) [19] (тонкая штриховая линия 6) (спектральный индекс параметризации НСУ равен 1.62 до излома и 2.02 после, тогда как для ЕКШ соответственно  $\gamma = 1.7$  и 2.1).

Потоки атмосферных мюонов с учетом распадов очарованных адронов (источников мюонов «быстрой генерации» или «прямых»), рассчитанные для



**Рис. 6.** Спектр мюонов при очень высоких энергиях. Кривые и закрашенные области — результаты расчета для первичных спектров АТИС-2, GAMMA и Зацепина–Сокольской (ЗС) с использованием разных моделей взаимодействий (см. текст)

нескольких моделей рождения чарма, показаны на рис. 6 и помечены цифрами: 1 — для рекомбинационной кварк-партонной модели [17, 76], 2 и 3 — две версии расчета для модели из работы [77], 4 — для модели кварк-глюонных струн [76, 78]. Мы не приводим здесь результат расчета потока «прямых» мюонов в дипольной модели [79], верхняя граница которого практически совпадает с кривой 4 (см. [80]). Очевидно, что вклад мюонов быстрой генерации не может быть извлечен из экспериментов при энергиях до 70 ТэВ и остается источником самой большой неопределенности потоков атмосферных мюонов в области до излома первичного спектра.

На рис. 6 показан также энергетический спектр мюонов в интервале от 3 ТэВ до 2 ПэВ, восстановленный с помощью метода кратных взаимодействий (параметра) по данным БПСТ [81] за длительный период наблюдений. Результаты сопоставляются с предыдущими измерениями на БПСТ и с данными других экспериментов, а также с расчетами для различных моделей спектра мюонов. Особый интерес представляют мюоны с энергией выше 100 ТэВ. «Колено» спектра ПКЛ астрофизической природы

влияет на спектр мюонов вполне определенным образом: в области сравнительно низких энергий (до 1 ТэВ) мюоны наследуют показатель спектра ПКЛ ( $\gamma + 1 \approx 2.7$ ), а при более высоких энергиях показатель спектра мюонов становится близким к 3.7. В случае же неизменного наклона спектра ПКЛ эффект «колена» в широких атмосферных ливнях могли бы создавать высокоэнергичные мюоны и нейтрино, уносящие необходимую энергию. Эти мюоны, появление которых ожидается при энергиях вблизи 100 ТэВ, могли бы рождаться в новых физических процессах [81]. С ростом энергии вклад этой компоненты должен расти быстрее, чем поток («прямых») мюонов от распада очарованных частиц, что и позволило бы идентифицировать аномальные мюоны. Однако соответствующий аномальный поток нейтрино не обнаружен на нейтринном телескопе IceCube [82].

Сравнение результатов расчетов для зенитных углов  $26^\circ\text{--}34^\circ$ ,  $68^\circ\text{--}81^\circ$  и  $85^\circ\text{--}90^\circ$  с данными экспериментов BNL [83], Kiel-DESY [84], МГУ [70, 85], Карлсруэ [86] и Окаяма [87], показанное на рис. 7, говорит о неплохом согласии рассчитанных и измеренных спектров мюонов. Измерения BNL были выполнены

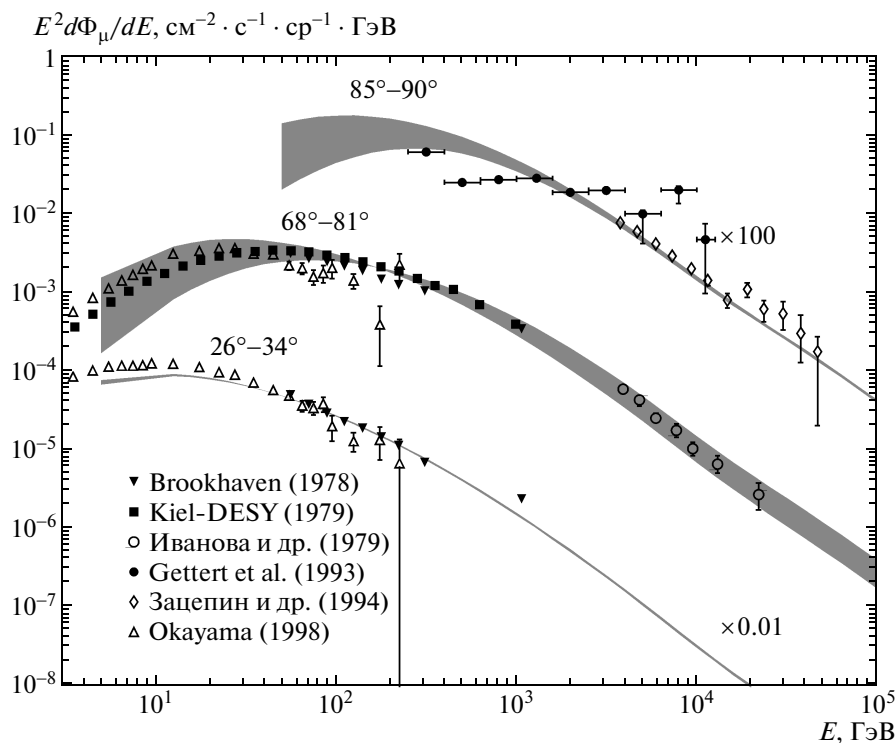


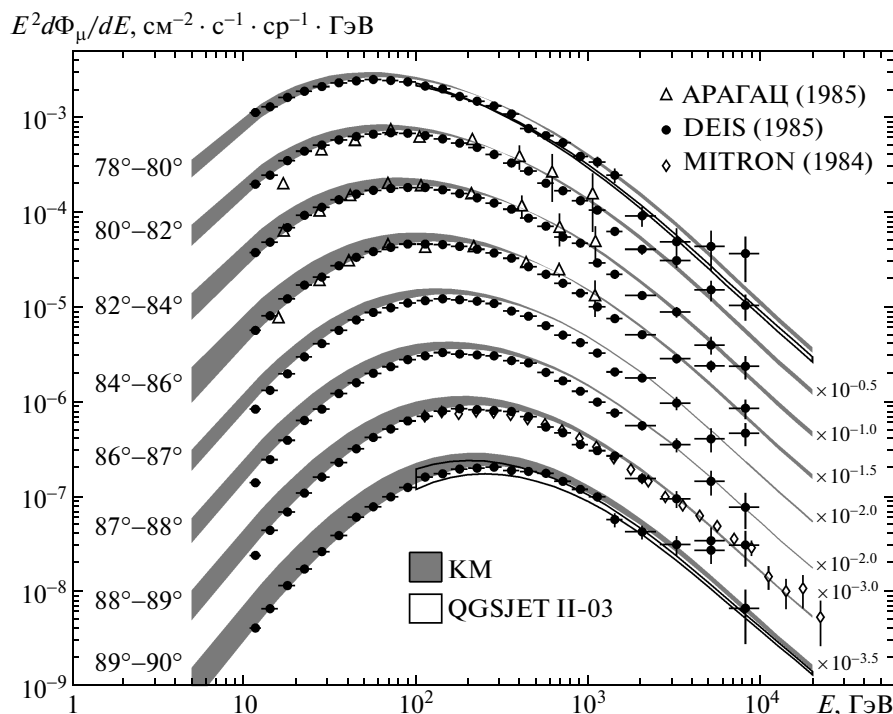
Рис. 7. Энергетические спектры мюонов для наклонных направлений на уровне моря. Точки — данные экспериментов МГУ [70, 85], BNL [83], Kiel-DESY [84], Карлсруэ [86] и Окаяма [87]. Закрашенные области — результаты расчетов для модели первичного спектра ЗС с использованием модели взаимодействий КМ

в интервале энергий 50–10<sup>3</sup> ГэВ и зенитных углов 30° ± 4.1°, 75° ± 4.1° с помощью вращающегося магнитного спектрометра Брукхэвской национальной лаборатории. Измерения коллаборации Kiel-DESY в Гамбурге были выполнены при помощи магнитного спектрометра в интервале энергий 1–10<sup>3</sup> ГэВ и зенитных углов 68°–81°. В эксперименте было зарегистрировано порядка 10<sup>6</sup> мюонных событий, что позволило восстановить спектр мюонов с хорошей степенью надежности.

Измерения спектра мюонов с помощью магнитного спектрометра университета Окаяма были выполнены в интервале энергий 1.5–250 ГэВ для зенитных углов 30° ± 4° и 75° ± 6°. Отличительная особенность этой установки — наличие дрейфовых камер, позволяющих разделять поток мюонов на зарядовые компоненты. В других экспериментах, данные которых приведены на рис. 7, применялись методики регистрации мюонов, отличные от измерений с помощью магнитных спектрометров. Так, в эксперименте Карлсруэ [86] был использован толстый ионизационный калориметр на основе 15 свинцовых плит и нескольких ионизационных детекторов. Мю-

онные события в калориметре восстановлены авторами [86] из анализа данных по энерговыделениям электромагнитных ливней. Отклик детектора моделировался с помощью программы CORSIKA-92. Применение такой методики, с одной стороны, обеспечило достаточно высокий порог регистрации мюонов (~ 200 ГэВ), с другой стороны, в силу сильных флуктуаций и трудностей с определением типа частицы, взаимодействующей с калориметром, не позволило восстановить спектр мюонов с хорошей точностью. Измерения спектров мюонов для зенитных углов вблизи 72° и 89°, выполненные с помощью РЭК МГУ [70, 85], до сих пор остаются уникальными, так как покрывают область высоких энергий, недоступную в других мюонных экспериментах.

На рис. 8 показаны данные измерений, выполненных с помощью комплексной установки ШАЛ АРАГАЦ [88] и магнитных спектрометров DEIS [89] и MUTRON [90] для зенитных углов в интервале 78°–90°, и результаты расчетов с использованием моделей адронных взаимодействий КМ (закрашенные области) и QGSJET-II-03 (заштрихованные области). Чтобы не загромождать



**Рис. 8.** Дифференциальные энергетические спектры мюонов вблизи горизонтального направления на уровне моря. Точки — данные экспериментов АРАГАЦ [88], DEIS [89] и MUTRON [90]. Закрашенные и штрихованные области — результаты расчетов для первичного спектра АТИС-2 с использованием моделей взаимодействий КМ и QGSJET II

рисунок, предсказания модели QGSJET-II-03 показаны только для двух угловых интервалов 78°–80° и 89°–90°. Модель QGSJET-II-03 неплохо описывает данные мюонных экспериментов при больших зенитных углах. Для околгоризонтальных направлений различие предсказаний адронных моделей QGSJET-II-03 и КМ сокращается до 15–20 %.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассчитаны потоки мюонов высоких энергий при различных зенитных углах, генерируемые космическими лучами в атмосфере Земли. Расчеты выполнены для спектров первичных космических лучей, измеренных в экспериментах АТИС-2 [5] и GAMMA [6], а также для известной параметризации экспериментальных данных Гайссера–Хонды [8]. Адронная часть каскада рассчитана с использованием моделей адрон-ядерных взаимодействий QGSJET 01, QGSJET-II-03, SIBYLL 2.1 (в том варианте, в котором они встроены в коды Монте-Карло для расчета ШАЛ), Кимель–Мохова и других. Сравнение результатов расчетов и экспериментов указывает на согласованность новых экспериментальных данных о первичном спектре с данными

измерений спектров адронов и мюонов на разных уровнях атмосферы в широком диапазоне энергий и зенитных углов. Такое сопоставление позволяет оценить неопределенности, обусловленные ошибками измерений первичного спектра. Высокая точность данных эксперимента АТИС-2 приводит к небольшому разбросу (сопоставимому с ошибками эксперимента) спектра мюонов, рассчитанного в рамках одной модели адронных взаимодействий. Это позволяет изучать влияние формы нестепенного спектра АТИС-2 на потоки вторичных адронов и мюонный спектр при энергиях выше 10 ТэВ.

Различие предсказаний, вытекающее из моделей адрон-ядерных взаимодействий, заметно больше. Модели КМ, SIBYLL и EPOS приводят к близким (в пределах 10 %) предсказаниям мюонных потоков, согласующимся с экспериментом. Модель QGSJET-II-03 приводит приблизительно к 30 %-му отличию вертикального потока мюонов в интервале энергий 10<sup>2</sup>–10<sup>5</sup> ГэВ по сравнению с другими моделями. Для направлений вблизи горизонта неопределенности мюонного потока, связанные с моделями, заметно ниже.

И наконец, вклад мюонов от распада очарованных частиц все еще не может быть однозначно

извлечен из эксперимента даже при условии продвижения еще на один порядок по энергии. Препятствием здесь является перекрывание неопределенностей моделей рождения очарованных частиц с неопределенностью спектра ПКЛ вблизи «колена».

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг., Госконтракты 14.740.11.0890, 16.518.11.7065 и П681.

## ЛИТЕРАТУРА

1. N. N. Kalmykov, S. S. Ostapchenko, and A. I. Pavlov, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **52**, 17 (1997).
2. S. S. Ostapchenko, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **151**, 143 (2006).
3. S. Ostapchenko, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **175**, 73 (2008).
4. R. S. Fletcher, T. K. Gaisser, P. Lipari, and T. Stanev, *Phys. Rev. D* **50**, 5710 (1994).
5. А. Д. Панов, *Изв. РАН, сер. физ.* **73**, 602 (2009).
6. A. P. Garyaka et al., *Astropart. Phys.* **28**, 169 (2007).
7. V. I. Zatsepin and N. V. Sokolskaya, *Astron. Astrophys.* **458**, 1 (2006); *Astron. Lett.* **33**, 25 (2007).
8. T. K. Gaisser and M. Honda, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **52**, 153 (2002).
9. V. A. Naumov and L. Perrone, *Astropart. Phys.* **10**, 239 (1999).
10. В. А. Наумов, Т. С. Синеговская, *ЯФ* **63**, 2020 (2000).
11. А. А. Кочанов, Т. С. Синеговская, С. И. Синеговский, *ЯФ* **70**, 1963 (2007).
12. А. А. Kochanov, T. S. Sinegovskaya, and S. I. Sinegovsky, *Astropart. Phys.* **30**, 219 (2008).
13. J. Kremer et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4241 (1999).
14. S. Haino et al., *Phys. Lett. B* **594**, 35 (2004).
15. P. Achard et al., *Phys. Lett. B* **598**, 15 (2004).
16. P. Le Coultre et al., in *Proc. 29<sup>th</sup> ICRC*, Pune (2005), Vol. 10, p. 137.
17. E. V. Bugaev et al., *Phys. Rev. D* **58**, 054001 (1998).
18. С. И. Никольский, Й. Н. Стаменов, С. З. Ушев, *ЖЭТФ* **87**, 18 (1984).
19. А. Д. Ерлыкин, Н. П. Крутикова, Ю. М. Шабельский, *ЯФ* **45**, 1075 (1987).
20. Л. Р. Кимель, Н. В. Мохов, *Изв. вузов, Физика* **10**, 17 (1974).
21. А. Н. Калиновский, Н. В. Мохов, Ю. П. Никитин, *Прохождение частиц высоких энергий через вещество*, Энергоатомиздат, Москва (1985), с. 94.
22. V. A. Naumov, arXiv:hep-ph/0201310.
23. А. В. Буткевич, Л. Г. Деденко, И. М. Железных, *ЯФ* **50**, 142 (1989).
24. G. Fiorentini, V. A. Naumov, and F. L. Villante, *Phys. Lett. B* **510**, 173 (2001).
25. Л. В. Волкова, Г. Т. Зацепин, *ЯФ* **64**, 313 (2001).
26. T. Hebbeker and C. Timmermans, *Astropart. Phys.* **18**, 107 (2002).
27. Y. S. Yoon et al., *Astrophys. J.* **728**, 122 (2011).
28. T. Sanuki et al., *Astrophys. J.* **545**, 1135 (2000).
29. J. Alcaraz et al., *Phys. Lett. B* **490**, 27 (2000); J. Alcaraz et al., *ibid.* **494**, 193 (2000).
30. W. Menn et al., *Astrophys. J.* **533**, 281 (2000).
31. M. Boezio et al., *Astropart. Phys.* **19**, 583 (2003).
32. R. Bellotti et al., *Phys. Rev. D* **60**, 052002 (1999).
33. J. Buckley et al., *Astrophys. J.* **429**, 736 (1994).
34. V. I. Zatsepin et al., *Phys. Atom. Nucl.* **57**, 645 (1994).
35. A. V. Aranasenko et al., *Astropart. Phys.* **16**, 13 (2001).
36. K. Asakimori et al., *Astrophys. J.* **502**, 278 (1998).
37. I. P. Ivanenko et al., in *Proc. 23<sup>d</sup> ICRC*, Calgary (1993), Vol. 2, p. 17.
38. F. Aharonian et al., arXiv:astro-ph/9901160.
39. M. Amenomori et al., *Phys. Rev. D* **62**, 112002 (2000).
40. M. Ichimura et al., *Phys. Rev. D* **48**, 1949 (1993).
41. W. D. Apel et al., *Astropart. Phys.* **31**, 86 (2009).
42. D. Heck et al., FZKA Rep. 6019, Forschungszentrum Karlsruhe, Karlsruhe (1998).
43. S. J. Sciutto, in *Proc. 26<sup>th</sup> ICRC*, Salt Lake City, Utah (1999), Vol. 1, p. 411; arXiv:astro-ph/9905185.



44. T. Bergmann et al., *Astropart. Phys.* **26**, 420 (2007).
45. K. Werner, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **175–176**, 81 (2008).
46. G. Aielli et al., *Phys. Rev. D* **80**, 092004 (2009).
47. S. Knurenko and A. Sabourov, in *Proc. 32<sup>d</sup> ICRC*, Beijing, China (2011), Vol. 1, p. 185.
48. P. Abreu, M. Aglietta, E. J. Ahn et al., (The Pierre Auger Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* **109**, 062002 (2012).
49. P. Lipari, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **175–176**, 96 (2008).
50. J. Engel, T. K. Gaisser, P. Lipari, and T. Stanev, *Phys. Rev. D* **46**, 5013 (1992).
51. Н. Л. Григоров, *ЯФ* **25**, 788 (1977).
52. А. Н. Валл, В. А. Наумов, С. И. Синеговский, *ЯФ* **44**, 1240 (1986).
53. Г. Т. Зацепин, *Проблемы физики космических лучей*, ИЯИ АН СССР, Москва (1978), с. 189.
54. V. A. Naumov, T. S. Sinegovskaya, and S. I. Sinegovsky, *Nuovo Cim. A* **111**, 129 (1998).
55. A. C. Genz and A. A. Malik, *J. Comput. Appl. Math.* **6**, 295 (1980).
56. В. Н. Коноплин, И. И. Орлов, *Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца*, вып. 57, с. 94, Наука, Москва (1981); В. Н. Коноплин, А. И. Орлов, *ibid.*, с. 101.
57. H. Kornmayer et al., *J. Phys. G* **21**, 439 (1995).
58. S. D. Adamov et al., in *Proc. 18<sup>th</sup> ICRC* (1983), Vol. 5, p. 275.
59. P. A. Chubenko and S. I. Nikolsky, in *Proc. 21<sup>st</sup> ICRC* (1983), Vol. 8, p. 202.
60. L. A. Kuzmichev et al., in *Proc. 17<sup>th</sup> ICRC*, Paris (1981), Vol. 2, p. 103.
61. Y. Takahashi, in *Proc. 16<sup>th</sup> ICRC*, Kyoto (1979), Vol. 7, p. 115.
62. J. Malinowski et al., in *Proc. 29<sup>th</sup> ICRC*, Pune (2005), Vol. 6, p. 61.
63. И. Н. Ерофеева, *Труды Всесоюзной конференции по космическим лучам*, Ташкент (1968), ФИАН, Москва (1969), ч. I, вып. 1, с. 92.
64. X. П. Бабаян и др., *Изв. АН СССР, сер. физ.* **31**, 1425 (1967).
65. M. Aglietta et al., *Astropart. Phys.* **19**, 329 (2003).
66. P. A. Shmeleva et al., in *Proc. 18<sup>th</sup> ICRC*, Bangalore (1983), Vol. 5, p. 271.
67. F. Ashton and A. J. Saleh, *Nature* **256**, 387 (1975).
68. M. P. de Pascale et al., *J. Geophys. Res.* **98**, 3501 (1993).
69. M. Aglietta et al., *Phys. Rev. D* **58**, 092005 (1998).
70. Г. Т. Зацепин и др., *Изв. РАН, сер. физ.* **58**, 119 (1994).
71. В. Н. Бакаганов, *ЯФ* **55**, 2107 (1992).
72. Р. И. Еникеев, *ЯФ* **47**, 1044 (1988).
73. M. Ambrosio et al., *Phys. Rev. D* **52**, 3793 (1995).
74. W. Rhode, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **35**, 250 (1994).
75. T. S. Sinegovskaya and S. I. Sinegovsky, *Phys. Rev. D* **63**, 096004 (2001).
76. E. V. Bugaev et al., *Nuovo Cim. C* **12**, 41 (1989).
77. L. Pasquali, M. H. Reno, and I. Sarcevic, *Phys. Rev. D* **59**, 034020 (1999).
78. А. Б. Кайдалов, О. И. Пискунова, *ЯФ* **43**, 1545 (1986).
79. R. Enberg, M. H. Reno, and I. Sarcevic, *Phys. Rev. D* **78**, 043005 (2008).
80. S. I. Sinegovsky, A. A. Kochanov, T. S. Sinegovskaya et al., *Int. J. Mod. Phys. A* **25**, 3733 (2010).
81. А. Г. Богданов, Р. П. Кокоулин, Ю. Ф. Новосельцев и др., *Изв. РАН, сер. физ.* **75**, 440 (2011).
82. R. Abbasi et al., *Phys. Rev. D* **83**, 012001 (2011).
83. R. G. Kellogg and H. Kasha, *Phys. Rev. D* **17**, 98 (1978).
84. H. Jokisch et al., *Phys. Rev. D* **19**, 1368 (1979).
85. M. A. Ivanova et al., in *Proc. 16<sup>th</sup> ICRC*, Kyoto (1979), Vol. 10, p. 35.
86. M. Gettert et al., in *Proc. 23<sup>d</sup> ICRC*, Calgary (1993), Vol. 4, p. 394.
87. S. Tsuji et al., *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.* **24**, 1805 (1998).
88. Т. Л. Асатиани и др., *Изв. АН СССР, сер. физ.* **49**, 1377 (1985).
89. O. C. Allkofer et al., *Nucl. Phys. B* **259**, 1 (1985).
90. S. Matsuno et al., *Phys. Rev. D* **29**, 1 (1984).