

О СПОСОБНОСТИ РЕЗОНАНСНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК ДИФФЕРЕНЦИРОВАТЬ ИМПУЛЬСНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ СИГНАЛ

Д. А. Быков, Л. Л. Досколович, В. А. Сойфер*

*Институт систем обработки изображений Российской академии наук
443001, Самара, Россия*

*Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С. П. Королева
(национальный исследовательский университет)
443086, Самара, Россия*

Поступила в редакцию 27 июня 2011 г.

Рассмотрено прохождение оптического импульса через резонансную дифракционную решетку. Получены условия, при которых резонансная дифракционная решетка будет выполнять дифференцирование огибающей падающего импульса. Показано, что для вычисления производной k -го порядка необходимым условием является наличие k резонансов в спектре пропускания решетки в окрестности центральной частоты падающего импульса. Описан метод построения составной структуры для вычисления производной k -го порядка на основе повторения структуры для вычисления первой производной. Представлены результаты математического моделирования дифракции импульса на рассчитанных структурах для вычисления первой, второй и третьей производных.

1. ВВЕДЕНИЕ

Оптические элементы для дифференцирования временных оптических сигналов представляют большой интерес для широкого спектра приложений, включающих сверхбыструю оптическую обработку информации, оптические вычисления, оптическое распознавание и кодирование, формирование временных импульсов заданной формы [1, 2].

Для оптического дифференцирования широко используются брэгговские структуры. В частности, в работах [2–5] рассмотрено дифференцирование оптических импульсов с использованием длиннопериодных волоконных решеток (long-period fiber gratings). Здесь и далее под дифференцированием оптического импульса понимается дифференцирование огибающей импульса. Данные структуры работают на пропускание, дифференцирование осуществляется на резонансной частоте структуры, соответствующей эффективному преобразованию моды сердечника в моду обкладки. В работах [1, 6] для выполнения операции дифференцирования в

отражении рассмотрены брэгговские решетки с дефектами. Введение дефекта обеспечивает появление разрешенной частоты в запрещенной зоне, на которой осуществляется дифференцирование. В работах [7, 8] проведен расчет распределения показателя преломления вдоль дифференцирующей брэгговской решетки с использованием специальных методов оптимизации [9, 10]. Распределение показателя преломления в этом случае рассчитывается из условия формирования заданной функции комплексного пропускания структуры.

Общим недостатком брэгговских структур, рассмотренных в работах [2–8], является их относительно большой продольный размер, составляющий от долей миллиметра до нескольких сантиметров.

В настоящей работе изучается дифференцирование световых импульсов с помощью резонансных дифракционных решеток. Под резонансными решетками понимаются решетки, у которых на определенных частотах происходят резкие изменения коэффициентов отражения и пропускания. Как правило, резонансные изменения в спектрах периодической структуры связаны с возбуждением в ней собственных квазиволноводных мод [11–15]. Приме-

*E-mail: bykovd@gmail.com

нение структур такого типа для дифференцирования оптических импульсов впервые рассмотрено в настоящей работе. В отличие от брэгговских структур работ [2–8], продольный размер изучаемых нами решеток может составлять всего несколько длин волн (1–2 мкм в оптическом диапазоне), а поперечный размер оценивается в несколько десятков длин волн.

2. ДИФРАКЦИЯ ИМПУЛЬСА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ

Рассмотрим оптический импульс с центральной частотой ω_0 и огибающей $P(t)$, распространяющийся вдоль оси z . В этом случае поле импульса имеет вид

$$A(z, t) = \exp [ik(\omega_0)z - i\omega_0 t] P(t - z/v_g) = \int_0^\infty F(\omega) \exp [ik(\omega)z - i\omega t] d\omega, \quad (1)$$

где функция $A(z, t)$ — поперечная компонента электрического или магнитного поля в зависимости от поляризации, $k(\omega) = \sqrt{\varepsilon}\omega/c$ — волновое число, $v_g = c/\sqrt{\varepsilon}$ — групповая скорость, ε — диэлектрическая проницаемость среды, $F(\omega)$ — спектр импульса. Отметим, что под функцией $A(z, t)$ понимается аналитический сигнал [16]. Огибающая импульса $P(t)$ может быть представлена через спектр импульса $F(\omega)$:

$$P(t) = \int_0^\infty F(\omega) \exp [-i(\omega - \omega_0)t] d\omega. \quad (2)$$

Соответственно, производные огибающей (2) имеют вид

$$\frac{d^n P(t)}{dt^n} = \int_0^\infty F(\omega) [-i(\omega - \omega_0)]^n \times \exp [-i(\omega - \omega_0)t] d\omega, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

Пусть импульс падает на дифракционную решетку под прямым углом (рис. 1). Временная зависимость поля в нулевом прошедшем порядке дифракции имеет следующий вид:

$$A_{tr}(t) = \exp(-i\omega_0 t) \int_0^\infty T(\omega) F(\omega) \times \exp [-i(\omega - \omega_0)t] d\omega, \quad (4)$$

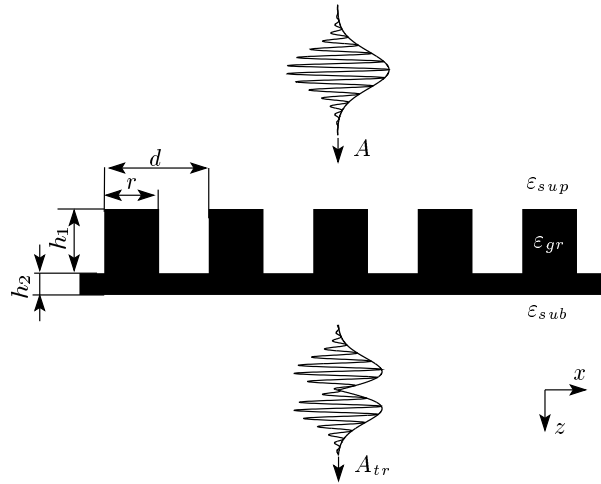


Рис. 1. Геометрия дифференцирующей структуры

где $T(\omega)$ — комплексный коэффициент пропускания (комплексная амплитуда волны нулевого прошедшего порядка дифракции), зависящий от частоты. Далее в статье рассматриваются дифракционные решетки с субволновым периодом, после прохождения которых электромагнитные волны только нулевого порядка дифракции не затухают при распространении.

Разложив $T(\omega)$ в ряд Тейлора в окрестности ω_0 , получим из выражений (3), (4) огибающую прошедшего импульса:

$$P_{tr}(t) = T(\omega_0)P(t) + \frac{i}{1!} T'(\omega_0)P'(t) + \frac{i^2}{2!} T''(\omega_0)P''(t) + \dots = \sum_{n=0}^\infty \frac{i^n}{n!} \left. \frac{d^n T(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} \frac{d^n P(t)}{dt^n}. \quad (5)$$

Формула (5) представляет огибающую прошедшего импульса в виде линейной комбинации производных огибающей падающего импульса. Будем считать, что спектр огибающей падающего импульса ограничен по частоте величиной Ω :

$$P(t) = \int_{-\Omega}^\Omega F(\omega + \omega_0) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (6)$$

Согласно (5), если коэффициент пропускания решетки

$$T(\omega) \propto [-i(\omega - \omega_0)]^n, \quad |\omega - \omega_0| < \Omega, \quad (7)$$

то $P_{tr}(t) \propto d^n P(t)/dt^n$, т. е. решетка будет выполнять дифференцирование n -го порядка огибающей

импульса. Определение конфигурации решетки и расчет ее параметров из условия пропускания, заданного в виде (7), является сложной задачей, которая не может быть решена аналитически. Отметим, что функция пропускания $T(\omega)$ зависит от геометрических параметров дифракционной решетки, таких как период, ширина и высота ступенек и т. д. (в зависимости от вида решетки).

В настоящей работе расчет дифракционной решетки для вычисления n -й производной основан на оптимизации по параметрам решетки с использованием специального критерия, представляющего «вес» n -го слагаемого в (5), содержащего n -ю производную, относительно остальных слагаемых.

Отметим, что представление (5) предполагает, что функция $T(\omega)$ является голоморфной. Для дифракционных решеток с резонансными свойствами функция $T(\omega)$ как функция комплексного аргумента имеет полюсы и является мероморфной [14]. В случае, когда все полюсы ω_p функции $T(\omega)$ находятся вне окружности $|\omega - \omega_0| = \Omega$, разложение (5) будет оставаться справедливым. В случае, когда расстояние от некоторых полюсов $\omega_p^{(m)}$, $m = 1, \dots, M$ до точки ω_0 меньше, чем Ω , т. е. $|\omega_p^{(m)} - \omega_0| < \Omega$, функция $T(\omega)$ может быть представлена в виде [17]

$$T(\omega) = U(\omega) + \sum_{m=1}^M \frac{b_m}{\omega - \omega_p^{(m)}}, \quad (8)$$

где $b_m = \text{Res}_{\omega_p^{(m)}} T(\omega)$, $U(\omega)$ — некоторая функция, голоморфная при $|\omega - \omega_0| < \Omega$. Выражение (8) записано для случая простых полюсов. Разлагая $U(\omega)$ в ряд Тейлора и подставляя (8) в (4), получим огибающую прошедшего импульса:

$$P_{tr}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \left. \frac{d^n U(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} \frac{d^n P(t)}{dt^n} - i \sum_{m=1}^M b_m \times \int_{-\infty}^t P(T) \exp \left[i \left(\omega_p^{(m)} - \omega_0 \right) (T-t) \right] dT. \quad (9)$$

Выражение (9) является обобщением (5): первая сумма в (9) содержит производные огибающей падающего импульса, а вторая сумма — интегралы. Наличие интегралов в правой части уравнения (9) не позволяет выполнить операцию дифференцирования с высокой точностью. Поэтому далее будем рассматривать дифракционные решетки, у которых для полюсов функции $T(\omega)$ выполняется условие

$$|\omega_p - \omega_0| > \Omega, \quad (10)$$

обеспечивающее справедливость разложения (5).

3. ДИФРАКЦИОННЫЕ РЕШЕТКИ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЕРВОЙ ПРОИЗВОДНОЙ

Расчет дифракционной решетки для вычисления первой производной основан на оптимизации по параметрам решетки из условия максимизации «веса» первого слагаемого в (5) относительно остальных слагаемых. Минимизация слагаемого с номером $n = 0$ в (5) осуществляется при нулевом пропускании на частоте ω_0 . Большая величина слагаемого с номером $n = 1$ достигается при резких изменениях пропускания в окрестности частоты ω_0 , обеспечивающих большую величину производной $T'(\omega_0)$. Такая форма спектра пропускания характерна для волноводных резонансных дифракционных решеток (guided-mode resonant gratings) [18–20]. Указанные решетки из диэлектрического материала традиционно используются в качестве узкополосных спектральных фильтров, обладающих высокой отражательной способностью (близкой к 100 %) и, соответственно, низким пропусканием в окрестности определенных частот падающего света. Простейший пример волноводной резонансной решетки, соответствующей периодической системе ступенек на однородном слое, показан на рис. 1. Эффект высокого отражения (низкого пропускания) связан с резонансным процессом возбуждения в решетке собственных квазиволноводных мод [11–15]. В окрестности резонанса справедливо следующее приближенное представление [11–13]:

$$T(\omega) \approx a + \frac{b}{\omega - \omega_p} = a \frac{\omega - \omega_z}{\omega - \omega_p}, \quad (11)$$

где a, b — некоторые константы, ω_p — комплексная частота собственной моды структуры. Отметим, что каждому полюсу пропускания ω_p соответствует комплексный нуль $\omega_z = \omega_p - a^{-1}b$. Поскольку, согласно (7), $T(\omega_0) = 0$, дифференцирование должно происходить при $\omega_0 = \omega_z \in \mathbb{R}$.

Рассмотрим выбор критерия оптимизации для расчета параметров решетки, выполняющей дифференцирование первого порядка. Для этого оценим вес слагаемых в выходном сигнале (5). Из формулы (6) несложно получить следующую оценку для модуля n -й производной:

$$\left| \frac{d^n P(t)}{dt^n} \right| \leq \Omega^n \int_{-\Omega}^{\Omega} |F(\omega + \omega_0)| d\omega. \quad (12)$$

Соответственно, в качестве оценки веса n -го слагаемого в (5), содержащего производную n -го порядка, будем использовать величину

$$W_n = \frac{\Omega^n}{n!} \left| \frac{d^n T(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0}. \quad (13)$$

Используя приближенную формулу (11), при $n \geq 1$ получим

$$\left. \frac{d^n T(\omega)}{d\omega^n} \right|_{\omega=\omega_0} \approx \frac{(-1)^n n! b}{(\omega_0 - \omega_p)^{n+1}}. \quad (14)$$

С учетом (14), веса (13) можно приближенно оценить величинами

$$\tilde{W}_n = \begin{cases} \left| a + \frac{b}{\omega_0 - \omega_p} \right|, & n = 0, \\ |b| \frac{\Omega^n}{|\omega_0 - \omega_p|^{n+1}}, & n \geq 1. \end{cases} \quad (15)$$

Величины \tilde{W}_n , $n \geq 1$ в (15) образуют геометрическую прогрессию со знаменателем

$$q = \frac{\Omega}{|\omega_p - \omega_0|}. \quad (16)$$

При выполнении условия (10) данная прогрессия является убывающей. Будем считать, что величины W_n , $n \geq 1$ также образуют геометрическую прогрессию. Тогда

$$\sum_{n=2}^{\infty} W_n = \frac{W_2}{1 - W_2/W_1}. \quad (17)$$

Для определения параметров дифракционной решетки, вычисляющей первую производную, предлагается использовать следующий критерий оптимизации

$$\chi(\mathbf{p}) = \frac{W_0 + \sum_{n=2}^{\infty} W_n}{W_1} = \frac{W_0}{W_1} + \frac{W_2}{W_1 - W_2} \rightarrow \min, \quad (18)$$

где \mathbf{p} — вектор оптимизируемых параметров дифракционной решетки. В частности, $\mathbf{p} = (d, r, h_1, h_2)$ для решетки, изображенной на рис. 1, где d — период решетки, r и h_1 — ширина и высота ступеньки, h_2 — толщина слоя. Критерий (18) направлен на максимизацию в (5) веса W_1 слагаемого с номером $n = 1$ относительно суммы весов всех остальных слагаемых. При этом, как следует из (18), достаточно максимизировать вес W_1 только относительно весов W_0 и W_2 .

Отметим, что, согласно (15), в рамках «однорезонансного» приближения (11) нельзя осуществить вычисление второй и более высших производных, поскольку любой член прогрессии с номером $n > 1$ не может одновременно быть больше обоих соседних членов.

Рассмотрим пример расчета дифференцирующей решетки (см. рис. 1). Пусть падающий импульс

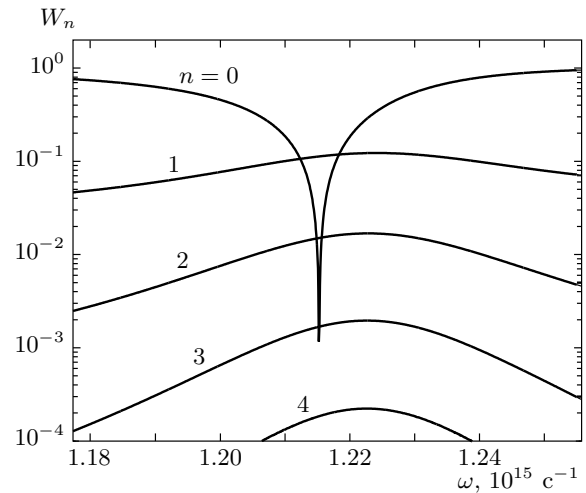


Рис. 2. Спектры весов $W_n(\omega)$, $n = 0, 1, 2, 3, 4$ при $\Omega = 3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$

имеет центральную частоту $\omega_0 = 1.2153 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$ ($\lambda_0 \approx 1550 \text{ nm}$), спектральную ширину $\Omega = 3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ и является ТМ-поляризованным. Отметим, что указанная центральная частота (длина волны) обычно используется в примерах расчета дифференцирующих структур [2, 4–6]. Расчет параметров решетки, представленной на рис. 1, проводился на основе минимизации критерия (18) с использованием метода последовательного квадратичного программирования [21]. При этом для расчета спектров пропускания $T(\omega)$ использовался метод фурье-мод в формулировке работ [22–25]. В процессе оптимизации по критерию (18) для параметров решетки были получены следующие значения: период $d = 1010 \text{ nm}$, высота ступеньки $h_1 = 620 \text{ nm}$, ширина ступеньки $r = 530 \text{ nm}$, толщина слоя $h_2 = 210 \text{ nm}$. Для диэлектрических проницаемостей материалов использовались следующие значения: $\varepsilon_{gr} = 5.5$ (материал решетки), $\varepsilon_{sup} = \varepsilon_{sub} = 2.1$ (материал над и под решеткой). Указанные значения соответствуют материалам типа феррит-гранат и кварц. На рис. 2 при рассчитанных параметрах показаны спектры весов (13) $W_n(\omega)$, $n = 0, 1, 2, 3, 4$. Согласно рис. 2, на центральной частоте вес W_1 слагаемого, соответствующего первой производной, более чем на порядок превосходит веса остальных слагаемых, при этом $W_0 = |T(\omega_0)| = 0.00117$.

На рис. 3а показана огибающая падающего импульса длительностью 10 пс (импульс падает нормально), а на рис. 3б — модуль амплитуды сигнала после прохождения через рассчитанную волноводную решетку и модуль аналитически вычисленной

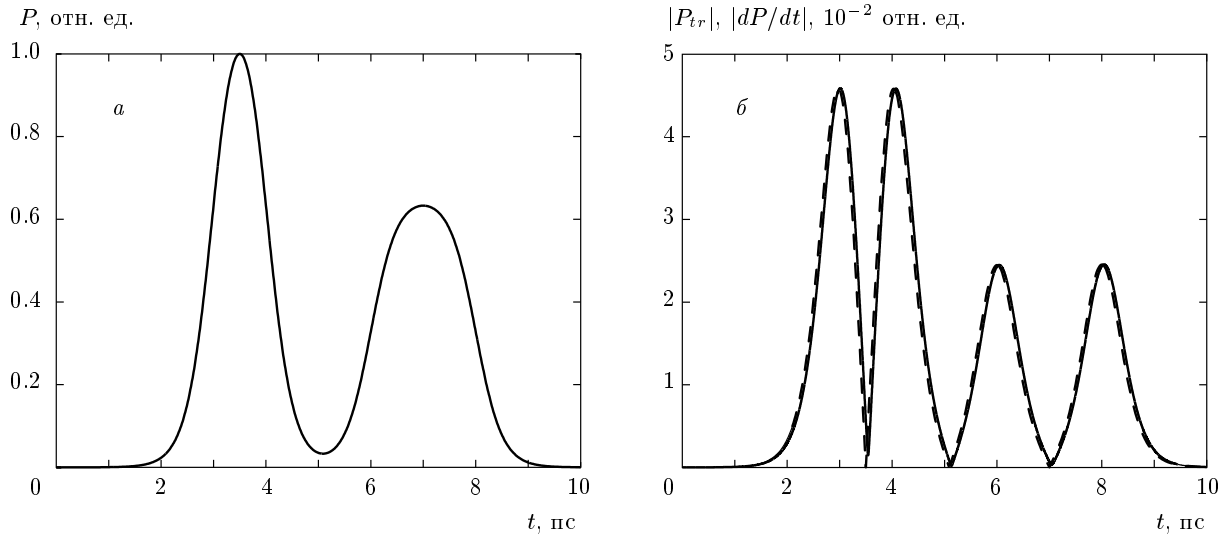


Рис. 3. а) Огибающая падающего импульса $P(t)$. б) Модуль амплитуды прошедшего сигнала $|P_{tr}|$ (сплошная линия) и модуль аналитически рассчитанной производной $|dP/dt|$ (штриховая линия)

производной. Последний приведен с масштабным коэффициентом, обеспечивающим равенство максимальных значений модулей аналитической производной и прошедшего сигнала. Для характеристики меры близости модулей аналитической производной и прошедшего сигнала будем использовать выборочный коэффициент корреляции [26], который для графиков на рис. 3б равен 0.994.

Для подтверждения того факта, что дифференцирование происходит при резонансных условиях, были рассчитаны комплексные частоты собственных мод дифракционной решетки по методу матрицы рассеяния [11, 15]. Согласно расчетам, в решетке существует ТМ-мода с комплексной частотой $\omega_p = (1.2226 \cdot 10^{15} - 2.6347 \cdot 10^{13}i) \text{ c}^{-1}$, действительная часть которой близка к центральной частоте $\omega_0 = 1.2153 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$. Модуль мнимой части ω_p характеризует спектральную ширину резонанса, которая в рассматриваемом случае составляет около 66 нм. При указанных частотах и спектральной ширине $\Omega = 3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ знаменатель прогрессии (16) принимает значение $q = 0.1097$, которое хорошо согласуется с характером убывания весов W_n , $n = 1, 2, 3, 4$ на рис. 2.

На рис. 4 для рассчитанной решетки показаны модуль и аргумент функции комплексного пропускания $T(\omega)$. Согласно рис. 4, в пределах указанного интервала частот расчетная функция комплексного пропускания с высокой точностью соответствует функции дифференцирующего фильтра $T_{diff}(\omega) \propto -i(\omega - \omega_0)$.

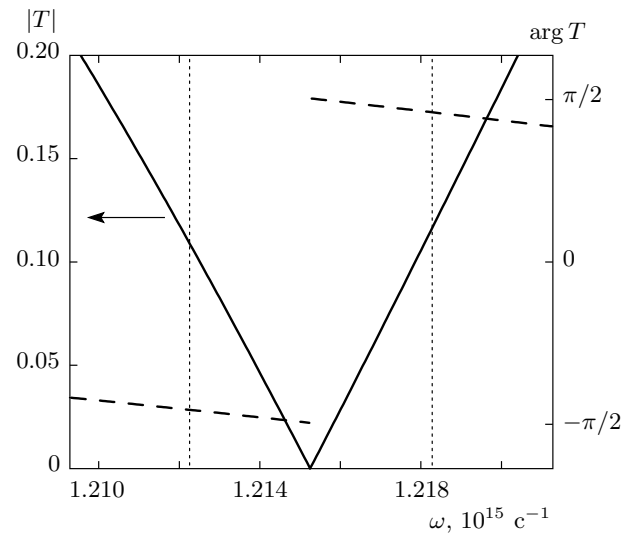


Рис. 4. Модуль (сплошная линия) и аргумент (штриховые линии) функции комплексного пропускания решетки в окрестности центральной частоты $\omega_0 = 1.2153 \cdot 10^{15} \text{ c}^{-1}$. Вертикальным пунктиром отмечен использованный в расчете спектральный интервал $|\omega - \omega_0| < \Omega$, $\Omega = 3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ ВЫСШЕГО ПОРЯДКА

Как показано выше, дифракционная решетка с одним резонансом в окрестности центральной частоты ω_0 не позволяет вычислить производные высших порядков. Согласно (7), для вычисления k -й производной функция комплексного пропускания $T(\omega)$ ди-

фракционной решетки должна иметь действительный нуль k -го порядка на частоте ω_0 . Рассмотрим решетку, у которой в окрестности центральной частоты ω_0 существует k мод с комплексными частотами $\omega_p^{(m)}$, $m = 1, \dots, k$. В этом случае формула для пропускания в рассматриваемой окрестности частот принимает вид [17]

$$T(\omega) = a + \sum_{m=1}^k \frac{b_m}{\omega - \omega_p^{(m)}}. \quad (19)$$

Количество нулей функции $T(\omega)$ в (19) будет совпадать с количеством полюсов и равно k . Таким образом, для вычисления k -й производной необходимо, чтобы дифракционная решетка имела не менее k резонансов в окрестности частоты ω_0 .

Рассмотрим построение такой решетки на примере задачи вычисления второй производной. На первый взгляд, дифракционная структура, состоящая из двух последовательно расположенных решеток для вычисления первой производной, будет автоматически осуществлять вычисление второй производной. В общем случае это не так, поскольку дифракционные решетки не выполняют последовательно дифференцирование сигнала, а взаимодействуют между собой сложным образом. Действительно, при определенных расстояниях l между решетками могут формироваться резонансы, аналогичные резонансам Фабри–Перо для плоскопараллельной пластинки [15].

Определим условия, при которых составная структура может осуществлять вычисление второй производной. Можно показать, что если каждая решетка в составной структуре имеет моду с частотой ω_p , то составная структура будет иметь две различные моды с частотами ω_q, ω_r близкими к ω_0 [15]. Кроме того, если взаимодействие между решетками осуществляется только через нулевые порядки дифракции (т.е. решетки являются субволновыми и пропускают волны только нулевого порядка дифракции, а расстояние l много больше длины затухания для затухающих порядков дифракции), то комплексные нули пропускания каждой из решеток будут являться комплексными нулями пропускания составной структуры. Таким образом, при достаточно большом значении l составная структура, состоящая из субволновых решеток для вычисления первой производной, будет иметь нуль второго порядка, что является необходимым условием для вычисления второй производной.

Согласно результатам разд. 2, для того чтобы составная структура выполняла операцию диф-

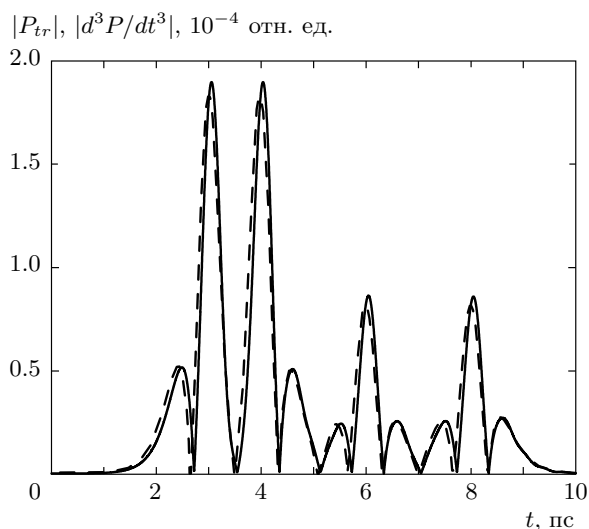


Рис. 5. Модуль амплитуды прошедшего сигнала $|P_{tr}|$ (сплошная линия) и модуль аналитически рассчитанной третьей производной $|d^3P/dt^3|$ (штриховая линия) для структуры, составленной из трех решеток

ференцирования, необходимо выполнение условия (10), т.е. полюсы функции пропускания $T(\omega)$ составной структуры должны находиться вне окружности $|\omega - \omega_0| = \Omega$. В отличие от нулей, положение полюсов на комплексной плоскости у функции пропускания составной структуры зависит от расстояния l между решетками даже при больших значениях l [15]. Таким образом, при выборе значения l необходимо контролировать выполнение условия (10).

Аналогичным образом может быть получена составная структура из k решеток для вычисления k -й производной.

Проиллюстрируем работоспособность составных структур на примерах вычисления второй и третьей производных. Составные структуры были получены двукратным и трехкратным «повторением» решетки из разд. 3, расстояния между решетками составляли 5.5 мкм. Отметим, что при $l = 5.5$ мкм взаимодействие между решетками осуществляется только через нулевые порядки дифракции. При $l = 5.5$ мкм условие (10) также выполняется. Составные структуры позволяют вычислять высшие производные с высокой точностью. В качестве примера, на рис. 5 приведены графики модуля третьей производной сигнала, приведенного на рис. 3а, и модуля сигнала, прошедшего через структуру из трех решеток. Значения коэффициентов корреляции между модулями аналитически вычисленных второй и третьей производных и модулями сигналов, прошедших

через составные структуры, равны соответственно 0.987 и 0.970. В то же время следует отметить сильное уменьшение амплитуды прошедших сигналов. Максимальные амплитуды прошедших сигналов, соответствующих первой, второй и третьей производным, составляют от максимальной амплитуды падающего импульса соответственно 4.6 %, 0.24 % и 0.019 %.

Увеличение амплитуды сигналов, соответствующих высшим производным, можно получить при оптимизации по всем параметрам составной структуры, а не только за счет выбора расстояния между решетками. В качестве примера была рассчитана составная структура для вычисления второй производной, состоящая из двух одинаковых решеток. Можно показать, что при выполнении условия (10) ряд, составленный из весов W_n в (13), является сходящимся. Поэтому на практике для определения параметров структуры, вычисляющей вторую производную, достаточно использовать критерий

$$\chi(\mathbf{p}) = \frac{W_0 + W_1 + W_3 + W_4 + \dots}{W_2} \approx \approx \frac{W_0 + W_1 + W_3 + \dots + W_N}{W_2} \rightarrow \min, \quad (20)$$

который максимизирует вес слагаемого W_2 относительно весов первых N слагаемых. В результате оптимизации по критерию (20) при $N = 4$ были получены следующие значения параметров: период $d = 800$ нм, высота ступеньки $h_1 = 790$ нм, ширина ступеньки $r = 500$ нм, толщина слоя $h_2 = 1140$ нм, расстояние между решетками $l = 1600$ нм. Было проведено моделирование полученной структуры для падающего импульса, приведенного на рис. 3а. Коэффициент корреляции модуля выходного сигнала и модуля аналитически вычисленной второй производной составляет 0.853. Такое уменьшение коэффициента корреляции обусловлено задержкой выходного сигнала по времени примерно на 180 фс. В то же время максимальный модуль амплитуды прошедшего сигнала у рассчитанной структуры на порядок больше полученного без использования оптимизации по критерию (20) и составляет 3.8 % от максимальной амплитуды падающего импульса.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследовано прохождение оптического импульса через дифракционную решетку. Показано, что резонансная дифракционная решетка обладает свойством дифференцировать огибающую оптического импульса. Установлено, что для вычисления k -й про-

изводной функция пропускания решетки, как функция комплексной частоты, должна иметь действительный нуль k -го порядка на центральной частоте падающего импульса и k полюсов в окрестности центральной частоты. При этом все полюсы функции пропускания должны быть удалены от центральной частоты на расстояние, превышающее спектральную ширину падающего импульса.

Получен критерий оптимизации для расчета параметров резонансной решетки, осуществляющей вычисление первой производной. С использованием указанного критерия рассчитана резонансная решетка для дифференцирования пикосекундных импульсов. Показана возможность вычисления производной k -го порядка с использованием составной дифракционной структуры, состоящей из k субволновых решеток для вычисления первой производной. Представлены примеры составных структур для вычисления второй и третьей производной. Результаты моделирования дифракции импульсов на рассчитанных резонансных решетках показывают высокую точность вычисления производных.

Работа выполнена при финансовой поддержке в рамках государственных контрактов (№№ 07.514.11.4060, 07.514.11.4055) и РФФИ (гранты №№ 10-07-00553, 10-02-01391, 11-07-00153, 11-07-12036).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Kulishov and J. Azaña, *Opt. Express* **15**, 6152 (2007).
2. R. Slavík, Y. Park, M. Kulishov et al., *Opt. Express* **14**, 10699 (2006).
3. M. Kulishov and J. Azaña, *Opt. Lett.* **30**, 2700 (2005).
4. R. Slavík, Y. Park, M. Kulishov, and J. Azaña, *Opt. Lett.* **34**, 3116 (2009).
5. L. M. Rivas, S. Boudreau, Y. Park et al., *Opt. Lett.* **34**, 1792 (2009).
6. N. K. Berger, B. Levit, B. Fischer et al., *Opt. Express* **15**, 371 (2007).
7. M. Li, D. Janner, J. Yao, and V. Pruneri, *Opt. Express* **17**, 19798 (2009).
8. M. A. Preciado and M. A. Muriel, *Opt. Lett.* **33**, 2458 (2008).
9. H. Li, T. Kumagai, K. Ogusu, and Y. Sheng, *J. Opt. Soc. Amer. B* **21**, 1929 (2004).

10. R. Feced, M. N. Zervas, and M. A. Muriel, *IEEE J. Quant. Electron.* **35**, 1105 (1999).
11. S. G. Tikhodeev, A. L. Yablonskii, E. A. Muļjarov et al., *Phys. Rev. B* **66**, 045102 (2002).
12. N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, and T. Ishihara, *Phys. Rev. B* **72**, 045138 (2005).
13. Д. А. Быков, Л. Л. Досколович, В. А. Сойфер и др., *ЖЭТФ* **138**, 1103 (2010).
14. M. Sarrazin, J.-P. Vigneron, and J.-M. Vigoureux, *Phys. Rev. B* **67**, 085415 (2003).
15. N. A. Gippius, T. Weiss, S. G. Tikhodeev et al., *Opt. Express* **18**, 7569 (2010).
16. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).
17. V. Lomakin and E. Michielssen, *IEEE Trans. Anten. and Propag.* **54**, 970 (2006).
18. R. Magnusson, D. Shin, and Z. S. Liu, *Opt. Lett.* **23**, 612 (1998).
19. T. Tamir and S. Zhang, *J. Opt. Soc. Amer. A* **14**, 1607 (1997).
20. T. Sun, J. Ma, J. Wang et al., *J. Opt. A* **10**, 125003 (2008).
21. J.-F. Bonnans, J.-C. Gilbert, C. Lemaréchal et al., *Numerical Optimization, Theoretical and Numerical Aspects*, Springer, New York (2003).
22. M. G. Moharam, E. B. Grann, D. A. Pommet et al., *J. Opt. Soc. Amer. A* **12**, 1068 (1995).
23. M. G. Moharam, D. A. Pommet, E. B. Grann et al., *J. Opt. Soc. Amer. A* **12**, 1077 (1995).
24. L. Li, *J. Opt. Soc. Amer. A* **13**, 1870 (1996).
25. W. Nakagawa, R.-C. Tuан, P.-C. Sun et al., *J. Opt. Soc. Amer. A* **18**, 1072 (2001).
26. Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский, *Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений*, Наука, Москва (1965).