

## КОММЕНТАРИЙ К СТАТЬЕ «СИММЕТРИЧНЫЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ», ЖЭТФ, том 121, вып. 3, 2002

*Д. В. Александров\*, А. П. Малыгин*

*Уральский федеральный университет  
620083, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 4 сентября 2011 г.

Исправлены аналитические решения уравнений теплопереноса, ранее полученные в статье [1]. Показано, что при этом изменяется зависимость скорости роста внутреннего ядра Земли от теплового потока.

Полученное в статье [1] аналитическое сферически-симметричное решение, описываемое выражениями (7), не удовлетворяет решаемым уравнениям (5), что легко показать при помощи подстановки массовой доли легкой компоненты  $\xi_r$  и удельной энтропии  $S_r$  из (7а) и (7б) или их производных  $\xi'_r$  и  $S'_r$  (соотношения, записанные выше (7а) в [1]) в уравнение (5б). Принципиальной оказывается неверно приведенная зависимость  $S_r$  от радиальной переменной  $r$  во втором слагаемом правой части выражения (7б). Правильный вид этой зависимости следующий:

$$S_r = S_o + \frac{q_s}{T\rho\kappa} \left( \frac{r_o^2}{r} - r_o \right) + \frac{\dot{S}_r + \dot{\bar{S}} + 3\bar{q}_o/r_o\rho T}{3\kappa} \times \\ \times \left( \frac{r^2}{2} + \frac{r_o^3}{r} - \frac{3r_o^2}{2} \right) + \frac{\mu''(\dot{\xi}_r + \dot{\bar{\xi}})}{6\kappa T} \times \\ \times \left( \frac{r^4}{10} - r_o^3 r - \frac{3r_o^5}{5r} + \frac{3r_o^4}{2} \right). \quad (1)$$

При этом выражение (7в) также изменится:

$$\dot{\xi}_r + \dot{\bar{\xi}} = \left\{ \frac{q_s}{T\rho} \frac{r_o^2}{r_i^2} - \frac{\bar{q}_o}{r_o T\rho} \left( r_i - \frac{r_o^3}{r_i^2} \right) - \right. \\ \left. - \frac{c_p}{3f_s} \left( f_\xi \dot{\xi} + \frac{f_S}{c_p} \dot{\bar{S}} \right) \left( r_i - \frac{r_o^3}{r_i^2} \right) \right\} \times \\ \times \left\{ \frac{\mu''}{30T} \left( 2r_i^3 - 5r_o^3 + \frac{3r_o^5}{r_i^2} \right) + \right.$$

$$\left. + \left[ \frac{c_p}{3f_s} \left( \frac{\rho}{3\rho_i \Delta \xi r_i} \left( r_i - \frac{r_o^3}{r_i^2} \right) - f_\xi \right) - \frac{\Delta S}{3\Delta \xi} \right] \times \right. \\ \left. \times \left( r_i - \frac{r_o^3}{r_i^2} \right) \right\}^{-1}, \quad (2)$$

а формулы (7а) и (7г) будут иметь приведенный вид с учетом замены (7в) на выражение (2).

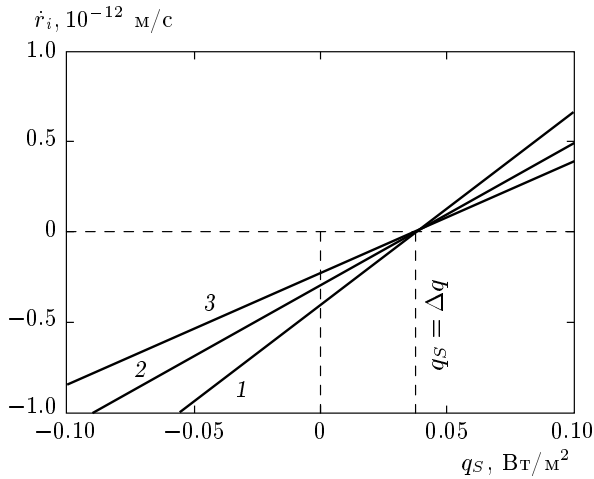
Откорректированные решения (1) и (2) приведут к новым значениям постоянных  $\xi_o$  и  $S_o$ , определяемых выражениями (8) в [1], а также к измененным зависимостям, показанным в работе [1] на рис. 1.

В формуле (36) в работе [1] пропущен множитель  $1/3$ , а в выражение (37) неверно подставлены временные производные массовой доли легкой компоненты  $\dot{\xi}$  и удельной энтропии  $\dot{\bar{S}}$  для исходного RS-состояния из (10а) и (10б). Правильный вид выражения (37) такой:

$$f_\xi \dot{\xi} + \frac{f_S}{c_p} \dot{\bar{S}} = r_i \frac{4\pi r_i^2 \rho_i}{M_o} \left[ f_\xi \bar{\xi} + \frac{f_S}{c_p T} (L - \mu \bar{\xi}) \right] - \\ - \frac{f_S}{c_p} \frac{4\pi r_o^2}{T M_o} (q_s + \bar{q}_o). \quad (3)$$

Выражение (38) работы [1] для определения скорости роста внутреннего ядра  $\dot{r}_i$  с учетом исправленных зависимостей (1)–(3) примет вид

\*E-mail: Dmitri.Alexandrov@usu.ru



Зависимость скорости роста внутренней сферы (ядра)  $\dot{r}_i$  от величины удельного неадиабатического теплового потока  $q_s$  при разных значениях скачка концентрации  $\Delta\xi = 0.03$  (1), 0.065 (2), 0.1 (3). Все использованные расчетные параметры соответствуют значениям, приведенным в работе [1]

$$\dot{r}_i = - \left\{ \frac{\rho}{3\rho_i \Delta\xi T} \frac{1}{D} \left( r_i - \frac{r_o^3}{r_i^2} \right) \times \right. \\ \times \left[ q_s \left( \frac{r_o^2}{\rho r_i^2} + \frac{4\pi r_o^2}{3M_o} \left( r_i - \frac{r_o^3}{r_i^2} \right) \right) - \right. \\ \left. \left. - \bar{q}_o \left( \frac{1}{\rho r_o} - \frac{4\pi r_o^2}{3M_o} \right) \left( r_i - \frac{r_o^3}{r_i^2} \right) \right] \right\} \times \\ \times \left\{ 1 - \frac{4\pi\rho r_i^2}{9\Delta\xi M_o} \frac{c_p}{f_s} \frac{1}{D} \left( r_i - \frac{r_o^3}{r_i^2} \right)^2 \times \right. \\ \left. \times \left[ f_\xi \bar{\xi} + \frac{f_s}{c_p T} (L - \mu \bar{\xi}) \right] \right\}^{-1}. \quad (4)$$

График функции  $\dot{r}_i(q_s)$  показан на рисунке. Легко заметить, что характер поведения этой зависимости полностью изменился. В работе [1] скорость  $\dot{r}_i$  являлась убывающей функцией теплового потока

$q_s$  при каждом фиксированном значении  $\Delta\xi$  (см. рис. 3 и его обсуждение в [1]). С учетом сделанных исправлений эта функция стала возрастающей. Другими словами, условие роста  $\dot{r}_i > 0$  выполняется, если полный тепловой поток  $q_o$ , выходящий из земного ядра, больше адиабатического потока  $\bar{q}_o$ , обусловленного тепловой проводимостью, на некоторую величину  $\Delta q$  (см. рисунок). Исправленные зависимости (1)–(4) также приведут к корректировке оценок ограничивающих значений теплового потока  $q_s$ , выполненных в конце работы [1].

Все указанные в настоящей работе комментарии к статье [1] также относятся и к статье [2], основанной на аналогичных теоретических зависимостях. Также представляется важным отметить, что теория работ [1, 2] развита в предположении об отсутствии двухфазной зоны [3, 4] у границы твердого внутреннего ядра, условия возникновения и режимы роста которой обсуждаются в работе [5].

Работа частично выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 11-01-00137) и ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 гг.

### ЛИТЕРАТУРА

1. С. В. Старченко, М. С. Котельникова, ЖЭТФ **121**, 538 (2002).
2. М. С. Котельникова, С. В. Старченко, Физика Земли **11**, 54 (2003).
3. Д. В. Александров, Доклады АН **375**, 172 (2000).
4. Д. Л. Асеев, Д. В. Александров, Доклады АН **408**, 609 (2006).
5. D. V. Alexandrov and A. P. Malygin, Phys. Earth Planet. Int. (2011), doi: 10.1016/j.pepi.2011.08.004.