

ВОЗМОЖНЫЕ НАБЛЮДАТЕЛЬНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ КРОВОТЫХ НОР В ТЕОРИИ БРАНСА – ДИККЕ

С. О. Алексеев^{a}, К. А. Ранну^{a**}, Д. В. Гареева^{b***}*

^a *Государственный астрономический институт им. П. К. Штернберга
119991, Москва, Россия*

^b *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119991, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 25 марта 2011 г.

Вычислен поток энергии, излучаемой при аккреции вещества на кротовую нору в теории Бранса – Дикке. Эта характеристика сравнивается с ее значениями, вычисленными ранее для кротовых нор в ОТО и для черной дыры Шварцшильда.

1. ВВЕДЕНИЕ

Впервые возможность существования пространственной геометрии в виде туннеля, соединяющего два мира, обсуждал еще в 1916 г. австрийский физик Л. Фламм [1]. В 1935 г. А. Эйнштейн и математик Н. Розен [2] обратили внимание на то, что простейшие решения уравнений ОТО, описывающие изолированные нейтральные или электрически заряженные источники гравитационного поля, имеют пространственную структуру «моста», почти гладким образом соединяющего две вселенные — два одинаковых асимптотически плоских пространства-времени [3]. Подобного рода пространственные структуры позднее получили название «кротовые норы». Эйнштейн и Розен даже рассматривали возможность применения таких «мостов» для описания элементарных частиц [4]. Оказалось, вовсе не обязательно полагать, что мост соединяет две разные Вселенные — ничуть не хуже предположение, что оба «входа» кротовой норы выходят в одну и ту же Вселенную, но в разных ее точках и в разные времена. Однако, при всей своей привлекательности, данная модель (по многим причинам) не прижилась в физике элементарных частиц. Например, «мостам» Эйнштейна – Розена трудно приписать квантовые свойства, без которых рассмотрение на соответствующем масштабе невозможно. Кроме того,

при известных значениях масс и зарядов частиц мост Эйнштейна – Розена вообще не образуется, вместо этого «электрическое» решение предсказывает так называемую «голую» сингулярность — точку, в которой кривизна пространства и электрическое поле становятся бесконечными. Понятие пространства-времени, пусть даже искривленного, в таких точках теряет смысл, поскольку уравнения с бесконечными слагаемыми невозможно решить. То, что Эйнштейн и Розен рассматривали как горловину (т. е. самое узкое место «моста»), на самом деле оказалось горизонтом событий черной дыры. При приближении путешественника к нему приливные гравитационные силы становятся слишком большими. Например, человека разорвет еще до того, как он его достигнет. Кроме того, горизонт событий — это «односторонняя мембрана»: свет может попасть в черную дыру, но не может выйти из нее. Таким образом, черную дыру Шварцшильда можно рассматривать как непроходимую кротовую нору. Черная дыра Райсснера – Нордстрема устроена сложнее, но тоже непроходима. В 1957 г. вышла работа Мизнера и Уилера, где был введен термин «кротовая нора» [5, 6]. Но уиллеровские кротовые норы — микроскопические, т. е. не позволяют путешествовать макроскопическим объектам.

В дальнейшем обсуждалось множество решений типа «кротовая нора» (КН), особенно в альтернативных теориях гравитации: КН с безмассовым фантомным скалярным полем [7, 8]; первые многомерные КН [9–11]; решения типа КН в теориях с боль-

*E-mail: alexeyev@sai.msu.ru

**E-mail: rannu@xray.sai.msu.ru

***E-mail: 4elesta@mail.ru

шим числом размерностей, например, модель Гаусса–Бонне [12, 13]; КН в моделях мира на бране [14–17]; КН в полуклассической гравитации [18]; решения, тензоры энергии-импульса которых — уравнения состояния вещества, полученные в различных космологических моделях для темной энергии [19].

Особенно интересно искать решения типа «кратовая нора» в расширенных теориях гравитации, так как в них описание всех «экзотических» свойств может быть включено либо в более высокие по кривизне члены, либо в дополнительные поля. Неизбежно возникает вопрос, можно ли с помощью наблюдений отличить кратовые норы в разных теориях гравитации.

На сегодняшний день существует несколько способов наблюдения компактных объектов. Интересное исследование по отличительным чертам гравитационного линзирования при прохождении света через КН проведено в работах [20–22]. В настоящей работе мы в первую очередь остановимся на возможных наблюдениях аккреционного диска вокруг кратовых нор Бранса–Дикке. Этот подход представляется актуальным, так как, согласно последним наблюдениям, вокруг почти всех галактических ядер имеется аккреционный газовый диск [23]. Исследования в данном направлении начались уже несколько лет назад, в работах [24, 25] были вычислены потоки при аккреции на КН в ОТО со сферически-симметричной и аксиально-симметричной метриками. При этом было показано, что данная величина может различаться на порядки для разных типов КН. В настоящей работе изложены результаты аналогичного рассмотрения для КН Бранса–Дикке. При этом использовались изотропические координаты, так как модель Бранса–Дикке изначально создана изотропической и соответствующим образом параметризована, ее деизотропизация не оправдывает себя, делая уравнения слишком сложными. Все расчеты приведены в естественных единицах измерения, т. е. $c = 1$, $G = 1$ и $\hbar = 1$.

2. СВОЙСТВА МЕТРИК КРАТОВЫХ НОР В ОТО

Запишем метрику КН в координатах кривизн [18]:

$$ds^2 = -e^{2\Phi_{\pm}(r)} dt^2 + \frac{1}{1 - b_{\pm}(r)/r} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \quad (1)$$

$$d\Omega^2 = \sin^2 \theta d\varphi^2 + d\theta^2,$$

где r — радиальная координата, $\Phi(r)$ — так называемая функция красного смещения, $b(r)$ — функция формы [26, 27]. Далее учтем следующие условия [19].

1) Рассматриваются две координатные области, для каждой r пробегает от r_0 до ∞ , где r_0 — горловина КН.

2) Горловине КН соответствует минимум $r = r_0 = b_{\pm}(r_0)$ и $b_{\pm}(r) < r$ при $r > r_0$.

3) Так как горизонт событий должен отсутствовать, $\Phi(r)$ должна быть везде конечна.

4) Чтобы пространство было асимптотически-плоским, потребуем выполнения условий

$$\lim_{r \rightarrow \infty} b_{\pm}(r) = b_{\pm},$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi_{\pm}(r) = \Phi_{\pm}. \quad (2)$$

Из сравнения с метрикой Шварцшильда видно, что масса КН с точки зрения наблюдателя на бесконечности получается при b_{\pm} равной $2GM_{\pm}$. Массы, вообще говоря, могут отличаться в зависимости от того, в какой Вселенной (или части Вселенной мы находимся). Также априори не требуется выполнение условия

$$\Phi_{-}(\infty) = \Phi_{+}(\infty),$$

т. е. время может идти по-разному в разных областях.

5) Можно показать, что должно выполняться соотношение $b'_{\pm}(r_0) \leq 1$.

В ОТО выполняются энергетические условия, которые накладывают ограничения на тензор энергии-импульса $T_{\mu\nu}$ [28]. Каждое условие может быть записано через компоненты $T_{\mu\nu}$ и векторы определенного типа: пространственные, временные, нулевые. Различные энергетические условия используются в различных случаях, например, слабое и сильное применяются в теоремах о сингулярностях.

Для поддержания кратовых нор нужна материя, для которой не выполняется нулевое энергетическое условие, причем она должна быть стабильна. Из теоремы сохранения Хокинга–Эллиса [29, 30], которая опирается на условие энергодоминантности, следует устойчивость материи. Обратное утверждение неверно, поэтому утверждать, что существование кратовых нор невозможно в принципе, нельзя.

3. АККРЕЦИОННЫЙ ДИСК

Последние наблюдения показали, что, скорее всего, вокруг почти всех галактических ядер существуют аккреционные диски и газовые облака на расстояниях от 0.1 пк до нескольких сотен пк [23]. Предполагается, что эти облака образуют тор с большой

оптической и геометрической толщами и поглощают большую часть ультрафиолетовых и мягких рентгеновских лучей. Газ существует как в молекулярной, так и в атомарной фазах. Очень важный результат, полученный в последнее время из наблюдений движения потоков газа в гравитационном поле галактического ядра, — это оценка массы ядра и его размеров в галактике NGC 4258 — центральная масса в $3.6 \cdot 10^7 M_\odot$ сосредоточена в 0.13 пк [31].

Измерение скорости аккреции на компактный объект позволяет выяснить, существует ли у исследуемого объекта поверхность. Таким образом, определение скорости аккреции важно для определения природы компактного объекта. К сожалению, точность наблюдений, которая доступна сегодня, позволяет подтвердить предсказания ОТО только качественно и, чаще всего, не дает возможности экспериментально различать типы компактных объектов. Однако технологическое развитие позволит решить эту проблему.

Тонкий аккреционный диск — объект, в котором, в цилиндрических координатах (r, φ, z) , почти вся его материя сосредоточена в экваториальной плоскости. Для тонкого диска его вертикальный размер (определенный вдоль оси z) пренебрежимо мал по сравнению с его горизонтальным размером, т. е. высота диска много меньше характерного радиуса. В дальнейшем мы будем рассматривать именно такой диск — плоский в экваториальной плоскости.

В стационарных моделях дисковой аккреции предполагается следующее:

- 1) диск находится в гидродинамическом равновесии;
- 2) градиент температуры и вертикальный градиент энтропии пренебрежимо малы;
- 3) диск излучает как черное тело;
- 4) скорость аккреции \dot{M}_0 постоянна и не меняется со временем;
- 5) все физические величины, описывающие вращающуюся плазму, усредняются по характерному времени, азимутальному углу $\varphi = 2\pi$ и по высоте H ;
- 6) на высоких орбитах частицы движутся по законам Кеплера.

Частицы, движущиеся по кеплеровским орбитам, имеют угловую скорость $\Omega = d\varphi/dt$, энергию \tilde{E} и момент импульса \tilde{L} , зависящие только от радиуса орбит r . Структура диска может быть задана поверхностной плотностью $\Sigma(r)$ по формуле [32]:

$$\Sigma(r) = \int_{-H}^H \langle \rho_0 \rangle dz, \quad (3)$$

где плотность ρ_0 плазмы усредняется по характерному времени и углу φ . Нетрудно получить выражение для потока энергии. Оно имеет вид

$$F(r) = -\frac{\dot{M}_0}{4\pi\sqrt{-g}} \frac{\Omega_{,r}}{(\tilde{E}-\Omega\tilde{L})^2} \int_{r_{ms}}^r (\tilde{E}-\Omega\tilde{L})\tilde{L}_{,r} dr, \quad (4)$$

где r_{ms} — радиус последней устойчивой орбиты. Таким образом, в формуле (4) использовано условие, что на внутренней границе диска тензор напряжений равен нулю, т. е. предполагается, что на последней устойчивой орбите частицы падают сразу на массивный объект, не взаимодействуя с соседними слоями диска.

4. КРОТОВЫЕ НОРЫ В ТЕОРИИ БРАНСА – ДИККЕ

Теория Бранса – Дикке — скалярно-тензорная теория гравитации, в пределе совпадающая с общей теорией относительности [33]. Действие в ней имеет вид

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \times \sqrt{-g} \left(\phi R + \frac{\omega}{\phi} g^{\mu\nu} \phi_{,\mu} \phi_{,\nu} + L_{matter} \right), \quad (5)$$

где R — скалярная кривизна, L_{matter} — плотность лагранжиана обычной материи, ϕ — скалярное поле, а ω — константа связи Бранса – Дикке. Это безразмерная константа, определяемая из наблюдательных данных. При возрастании константы связи теория Бранса – Дикке дает предсказания, все более близкие к ОТО, а в пределе $\omega \rightarrow -\infty$ переходит в нее.

Варьируя (5) по $g_{\mu\nu}$ и ϕ , получаем уравнения поля

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = \frac{8\pi}{\phi} T_{\mu\nu} + \frac{\omega}{\phi^2} \left(\phi_{,\mu} \phi_{,\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} \phi^{,\sigma} \phi_{,\sigma} \right) + \frac{1}{\phi} (\nabla_\mu \nabla_\nu \phi - g_{\mu\nu} \square \phi), \quad (6)$$

$$\square \phi = \frac{8\pi T}{2\omega + 3},$$

где $T = T_\mu^\mu$, $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса, \square — оператор Д'Аламбера.

В теории Йордана – Бранса – Дикке как скалярно-тензорной метрической теории гравитационное

воздействие на материю реализуется через метрический тензор пространства-времени, а материя влияет на метрику не только непосредственно, но и через дополнительно генерируемое скалярное поле. Из-за этого гравитационная постоянная G не является константой, а зависит от скалярного поля, которое может изменяться в пространстве и времени. В самой теории материи нет, имеется только поле Бранса–Дикке, тензор Эйнштейна в этом случае нарушает нулевое энергетическое условие по определению, поэтому его нарушает и правая часть уравнения (6).

Изучение кротовых нор в теории Бранса–Дикке было начато в работе [34]. Так как теорема Биркгофа, утверждающая, что в вакууме существует единственное сферически-симметричное решение уравнений Эйнштейна, не выполняется в присутствии скалярного поля, возможно несколько статических сферически-симметричных решений в теории Бранса–Дикке. Сам Бранс предложил четыре класса таких решений [33]. Однако недавно было показано, что только два из них являются независимыми: первое и четвертое [35]. Кроме того, необходимо, чтобы пространство оставалось асимптотически плоским, ϕ/g_{00} имело конечное значение на бесконечности, а его вторая производная по r существовала везде [36]. Поэтому скалярное поле в теории Бранса–Дикке до порядка $1/r$ должно удовлетворять уравнению

$$\phi = \phi_0 \left(1 + \frac{1}{\omega + 2} \frac{M}{r} \right), \quad (7)$$

где M — асимптотическая масса КН (на бесконечности). Однако для решения четвертого класса это соотношение не выполняется. Поэтому рассмотрению подлежат только КН первого класса, и в дальнейшем речь будет идти только о них.

Метрика обсуждаемого решения имеет вид

$$ds^2 = - \left(\frac{1 - 1/x}{1 + 1/x} \right)^{2l} dt^2 + \left(1 + \frac{1}{x} \right)^4 \times \\ \times \left(\frac{1 - 1/x}{1 + 1/x} \right)^n (d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2), \quad (8)$$

$$\phi = \phi_0 \left(\frac{1 - 1/x}{1 + 1/x} \right)^p, \quad x = \rho/B, \quad l = 1/\lambda,$$

$$n = (\lambda - C - 1)/\lambda, \quad p = C/\lambda,$$

где ρ — радиальная изотропическая координата, λ , B , C и ω — постоянные, подчиняющиеся следующим соотношениям [33]:

$$\lambda = \sqrt{\frac{2\omega + 3}{2\omega + 4}}, \quad (9)$$

$$B = \frac{M}{2\phi_0} \sqrt{\frac{2\omega + 4}{2\omega + 3}}, \quad (10)$$

$$C = - \frac{1}{\omega + 2}. \quad (11)$$

Легко заметить, что метрика Бранса–Дикке асимптотически переходит в метрику Шварцшильда

$$ds^2 = \left(\frac{1 - \frac{r_g}{4\rho}}{1 + \frac{r_g}{4\rho}} \right)^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_g}{4\rho} \right)^4 (d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2)$$

при $\omega \rightarrow \pm\infty$: при $+\infty$ получаются черные дыры, при $-\infty$ возможны кротовые норы. Тогда, соответственно, $\lambda \rightarrow 1$, $C \rightarrow 0$, а $B \rightarrow M/2$.

Как сводящаяся к ОТО при специальном наборе параметров, теория Йордана–Бранса–Дикке не может быть опровергнута экспериментами, не противоречащими общей теории относительности. Как и ОТО, она предсказывает гравитационное линзирование и прецессию перигелия планет, вращающихся вокруг Солнца. Однако точные формулы в теории Бранса–Дикке зависят от значения константы связи ω . Это означает, что из наблюдений может быть получена нижняя граница на значения $|\omega|$.

В нашей модели необходимо, чтобы параметр ω принимал такие значения, при которых нарушается нулевое энергетическое условие. Тогда уравнения (6) могут быть переписаны в виде

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{\phi} [T_{\mu\nu} + (T_\phi)_{\mu\nu}], \quad (12)$$

где $G_{\mu\nu}$ — тензор Эйнштейна, а $(T_\phi)_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса скалярного поля. Отсюда, согласно [34], уравнение Эйнштейна для компоненты G_{00} имеет вид

$$G_{00} = \frac{(1 - \gamma)(1 + 2\gamma)}{1 + \gamma} \frac{\eta^2}{\rho^4(R)} \times \\ \times \left[1 - \frac{2\eta}{\rho(R)} \right]^{2(\sqrt{2/(1+\gamma)} - 1)}, \quad (13)$$

где $\gamma = (\omega + 1)/(\omega + 2)$ — пост-ньютоновский параметр. В работе [34] рассмотрен случай $\gamma > 1$ и получено, что $G_{00} < 0$, а $\omega < -2$, т. е. при таком значении параметра Бранса–Дикке обсуждаемая кротовая нора проходима. Таким образом, роль экзотической материи в теории Бранса–Дикке может выполнять скалярное поле ϕ . На основании результатов

эксперимента Кассини–Гюйгенс по измерению значений пост-ньютоновских параметров [37], в частности, параметра γ , легко показать, что $|\omega| > 50000$. Поэтому мы будем рассматривать только такие значения параметра Бранса–Дикке.

5. ПОТОК ЭНЕРГИИ И ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Найдем энергию \tilde{E} , угловой момент \tilde{L} и угловую скорость Ω частиц. Как уже говорилось выше, будем считать, что большинство частиц движется в экваториальной плоскости $\theta = \pi/2$, т. е., аккреционный диск — тонкий. Уравнения геодезических имеют вид [25]

$$\begin{aligned} \frac{dt}{d\tau} &= \frac{\tilde{E}g_{\varphi\varphi} + \tilde{L}g_{t\varphi}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}, \\ \frac{d\varphi}{d\tau} &= -\frac{\tilde{E}g_{t\varphi} + \tilde{L}g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}, \\ g_{\rho\rho} \left(\frac{dr}{d\tau}\right)^2 &= -1 + \frac{\tilde{E}^2g_{\varphi\varphi} + 2\tilde{E}\tilde{L}g_{t\varphi} + \tilde{L}^2g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}. \end{aligned} \quad (14)$$

Из последнего уравнения системы (14) следует, что эффективный потенциал V_{eff} [25] имеет вид

$$V_{eff}(\rho) = -1 + \frac{\tilde{E}^2g_{\varphi\varphi} + 2\tilde{E}\tilde{L}g_{t\varphi} + \tilde{L}^2g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}. \quad (15)$$

Устойчивые круговые орбиты найдем из условий $V_{eff}(\rho) = 0$ и $V_{eff,\rho} = 0$, после чего получаем для энергии, углового момента и угловой скорости частиц:

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= -\frac{g_{tt} + g_{t\varphi}\Omega}{\sqrt{-g_{tt} - 2g_{t\varphi}\Omega - g_{\varphi\varphi}\Omega^2}}, \\ \tilde{L} &= \frac{g_{t\varphi} + g_{\varphi\varphi}\Omega}{\sqrt{-g_{tt} - 2g_{t\varphi}\Omega - g_{\varphi\varphi}\Omega^2}}, \\ \Omega &= \frac{d\varphi}{dt} = \frac{-g_{t\varphi,r} + \sqrt{(g_{t\varphi,r})^2 - g_{tt,r}g_{\varphi\varphi,r}}}{g_{\varphi\varphi,r}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Подставляя компоненты метрики (8) в (16), получим следующие выражения для энергии, углового момента и угловой скорости частиц, движущихся в экваториальной плоскости аккреционного диска по кеплеровским орбитам:

$$\begin{aligned} \tilde{E} &= \left(\frac{x-\lambda}{x+\lambda}\right)^l \sqrt{\frac{x^2 + \lambda^2 - 2x(C+1)}{x^2 + \lambda^2 - 2x(C+2)}}, \\ \tilde{L} &= \sqrt{\frac{2}{x}} B \frac{x^2 - \lambda^2}{\sqrt{x^2 + \lambda^2 - 2x(C+2)}} \left(\frac{x+\lambda}{x-\lambda}\right)^{l+p}, \\ \Omega &= \frac{x}{B} \frac{1}{x^2 - \lambda^2} \sqrt{\frac{2x}{x^2 + \lambda^2 - 2x(C+1)}} \times \\ &\quad \times \left(\frac{x-\lambda}{x+\lambda}\right)^{p+2l}. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставляя выражения (17) в формулу (4), получим численное значение потока энергии, излучаемой с поверхности диска при аккреции на КН Бранса–Дикке. Значения для Ω , \tilde{L} , \tilde{E} и $F(r)$ в сравнении с соответствующими величинами для случаев КН в ОТО и черных дыр Шварцшильда приведены на рис. 1–4.

Поверхность горловины — это поверхность с минимально возможной площадью, окружающая вход в другую Вселенную. В данном случае квадрат радиуса горловины есть минимально возможное значение метрического коэффициента при $d\theta^2$, т. е.

$$\left. \frac{\partial}{\partial \rho} (g_{\theta\theta}) \right|_{\rho=\rho_0} = 0. \quad (18)$$

Радиальная изотропическая координата ρ в точке горловины определяется по следующей формуле:

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{2}B}{2} \left(\frac{2|\omega+1| \pm \sqrt{-8-6\omega}}{\sqrt{(2\omega+3)(\omega+2)}} \right). \quad (19)$$

В произвольных координатах радиус горловины определяется по приведенной ниже формуле (24) (см. Приложение). При рассматриваемом спектре значений ω он оказывается, с достаточно большой точностью, равным $r_0 = 2M$ (рис. 5а,б), т. е. совпадает с размерами горизонта черной дыры Шварцшильда соответствующей массы. Вблизи $\omega = -2$, как и следует ожидать, значение радиуса горловины расходится.

В работе [20] было рассмотрено прохождение света через горловину кротовой норы. Найдем максимальный прицельный параметр h_{max} , при котором можно увидеть звезды другой Вселенной. При этом в случае большого числа звезд яркость проходящего через горловину света будет однородной, а при малом числе можно увидеть отдельные источники. Максимальный прицельный параметр определяется через глобальный минимум, который ищется на всей области определения КН следующим образом:

$$h_{max}^2 = \min \left(-\frac{g_{\theta\theta}}{g_{tt}} \right). \quad (20)$$

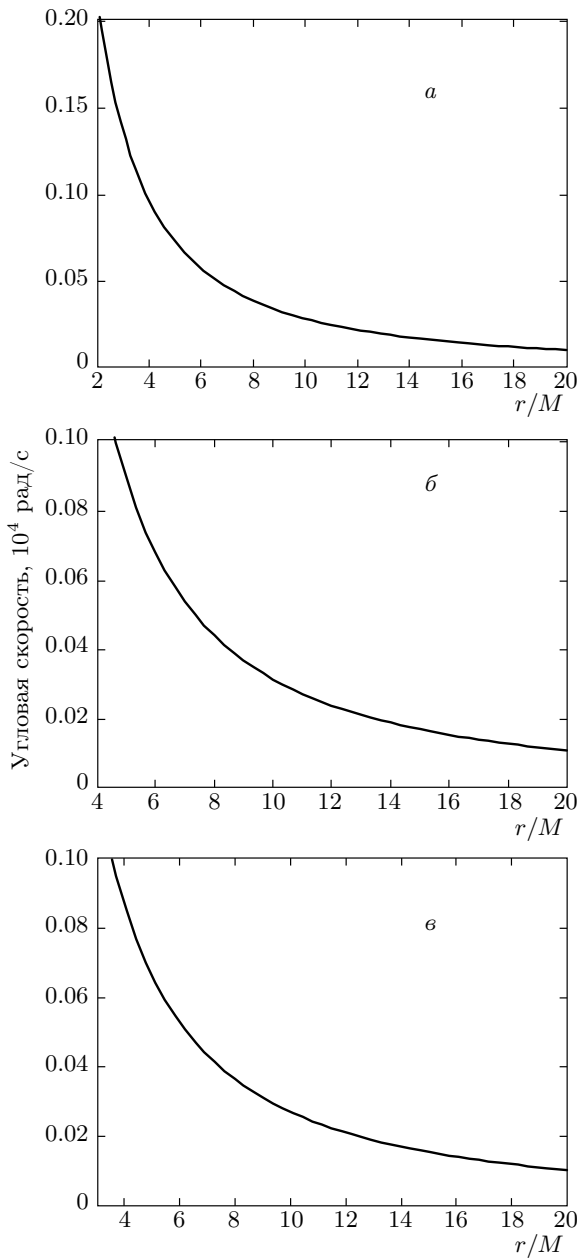


Рис. 1. Угловые скорости частиц аккреционного диска при аккреции на кротовую нору в сферически-симметричной модели ОТО (а), черную дыру Шварцшильда (б) и кротовую нору в теории Бранса–Дикке (в)

Для кротовой норы Бранса–Дикке почти на всей области определения $h_{max} \approx 5.18M \approx 3\sqrt{3}M$ (рис. 6а,б), как и должно быть для квазишварцшильдовской КН, т. е. в случае $\omega \rightarrow -\infty$. Особенность появляется только вблизи $\omega = -2$. Это позволяет отличить кротовую нору Бранса–Дикке от, например, магнитной кротовой норы, для которой

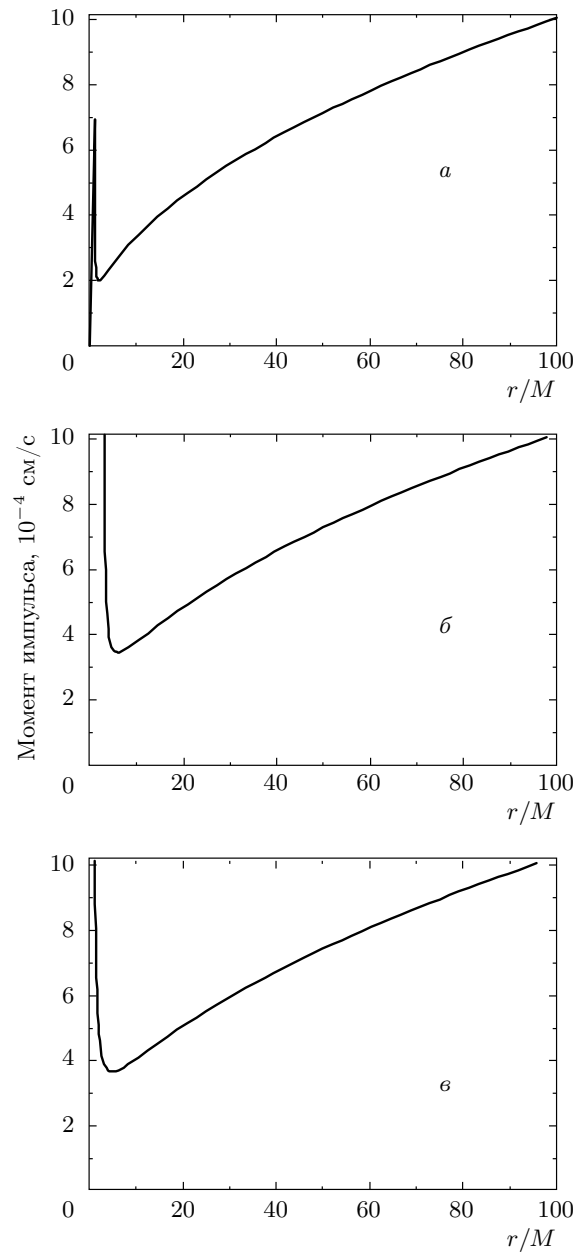


Рис. 2. Моменты импульсов частиц на единицу массы аккреционного диска при аккреции на кротовую нору в сферически-симметричной модели ОТО (а), черную дыру Шварцшильда (б) и кротовую нору в теории Бранса–Дикке (в)

$$h_{max} = 4M.$$

Чтобы найти последнюю устойчивую орбиту, представим эффективный потенциал в виде

$$V_{eff} \equiv -1 + \frac{f}{g}. \tag{21}$$

Из условия круговой орбиты $V_{eff} = 0$ следует, что

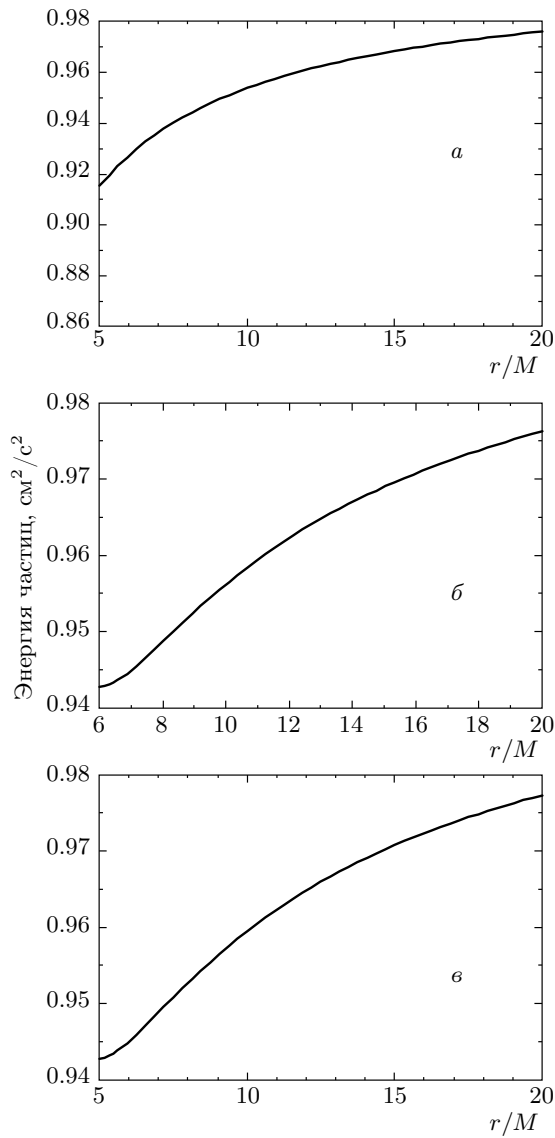


Рис. 3. Энергии частиц на единицу массы аккреционного диска при аккреции на кротовую нору в сферически-симметричной модели ОТО (а), черную дыру Шварцшильда (б) и кротовую нору в теории Бранса – Дикке (е)

$f = g$. Далее, из условия существования последней устойчивой круговой орбиты $V_{eff,r} = 0$ получаем, что

$$f_{,r}g - fg_{,r} = 0. \tag{22}$$

На основании перечисленных условий $V_{eff,rr} = 0$. Отсюда следует важное соотношение [25]:

$$0 = (g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi})V_{eff,\rho\rho} = \tilde{E}^2 g_{\varphi\varphi,\rho\rho} + 2\tilde{E}\tilde{L}g_{t\varphi,\rho\rho} + \tilde{L}^2 g_{tt,\rho\rho} - (g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi})_{,\rho\rho}. \tag{23}$$

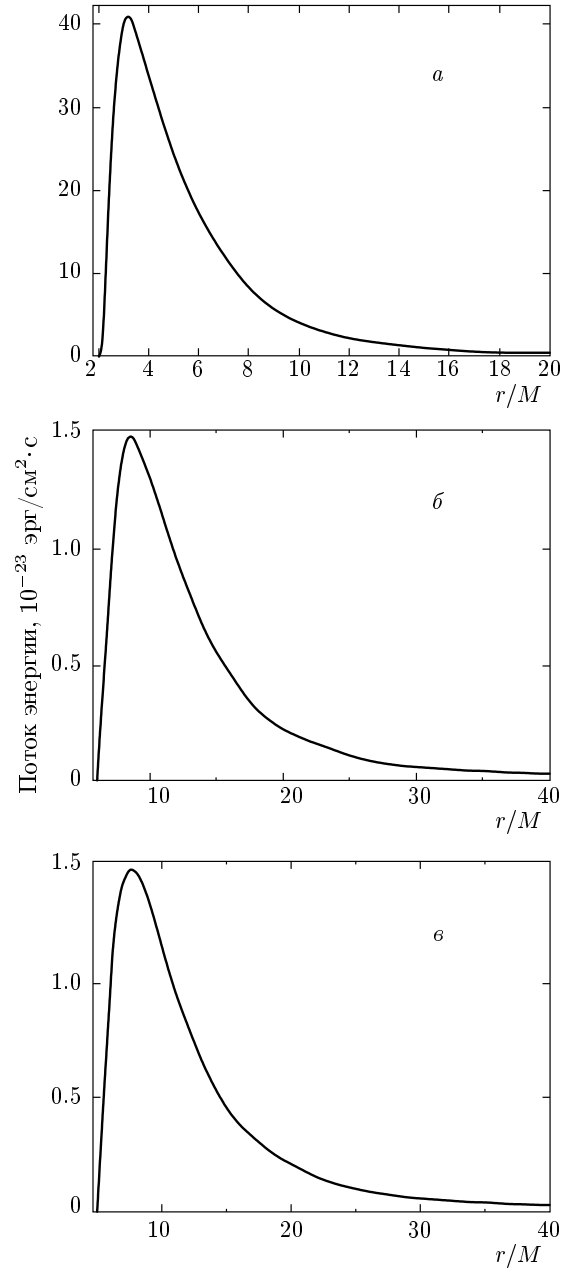


Рис. 4. Поток энергии аккреционного диска при аккреции на кротовую нору в сферически-симметричной модели ОТО (а), черную дыру Шварцшильда (б) и кротовую нору в теории Бранса – Дикке (е)

Внутренняя граница аккреционного диска r_{ms} , которую можно найти, численно решая уравнение (23), равна $r_{ms} \approx 5M$. Это позволяет отличить кротовую нору Бранса – Дикке от черной дыры Шварцшильда при достаточно полной информации об аккреционном диске. Значения угловой скорости, углового момента, энергии частиц и максимума потока энер-

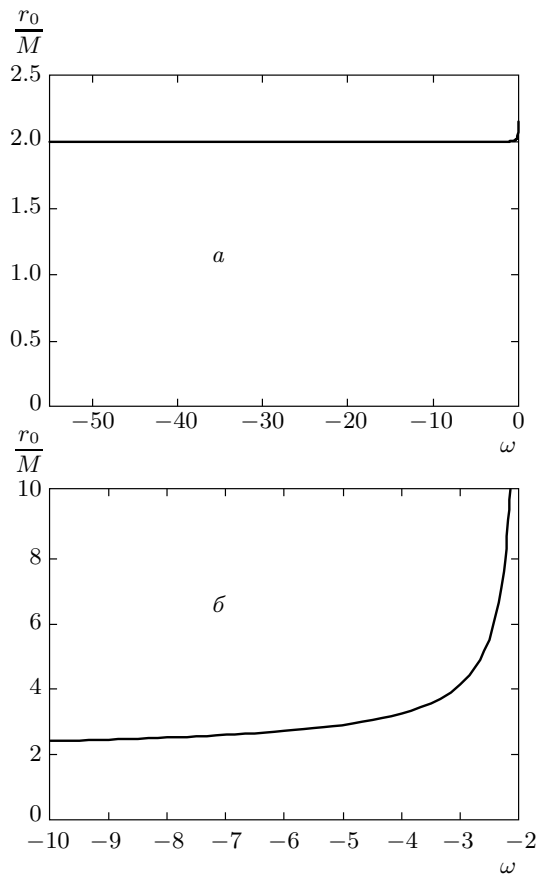


Рис. 5. Зависимость от параметра ω радиуса горловины кротовой норы в расчете на единицу массы в теории Бранса–Дикке (a и b — разные области значений ω)

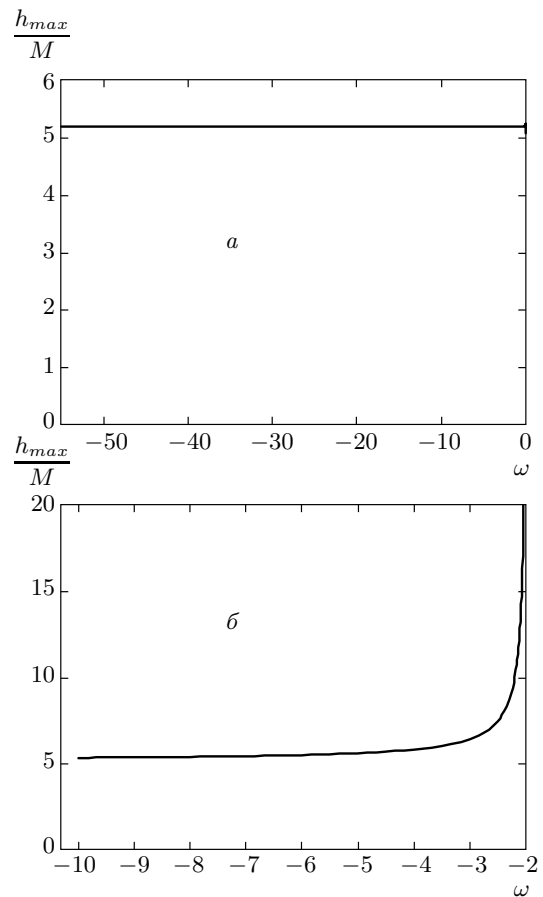


Рис. 6. Зависимость от параметра ω максимального прицельного параметра кротовой норы в расчете на единицу массы в теории Бранса–Дикке (a и b — разные области значений ω)

гий в этих двух случаях совпадают с большой точностью, но радиус внутренней границы аккреционного диска для черной дыры Шварцшильда равен $6M$.

6. ВЫВОДЫ

В работе вычислен поток при аккреции на кротовую нору в модели Бранса–Дикке. Результат представлен на графиках, но, поскольку по оси x везде отложено координатное расстояние, для корректного сравнения нужно выполнить переход к физическим расстояниям. Но так как наблюдатель на бесконечности регистрирует интегральный поток, пропорциональный максимуму потока энергии, корректно сравнивать именно эти максимумы. Максимум потока при аккреции на сферически-симметричную КН в ОТО на порядок больше соответствующих величин для сферически-симметричной КН в теории

Бранса–Дикке и черной дыры Шварцшильда, максимумы же для черной дыры и КН в теории Бранса–Дикке очень близки.

Итак, при равных массах КН и скоростях аккреции больший поток энергии предсказывается в случае сферически-симметричного решения ОТО, меньший — в случаях сферически-симметричного решения Бранса–Дикке и черной дыры Шварцшильда. Кроме того, уже сегодня существуют достаточно жесткие ограничения на значения параметра ω теории Бранса–Дикке. Поэтому, вероятно, измерения потоков энергии позволят судить о реализуемости данной модели. Таким образом, поток энергии — одна из величин, которая позволит в будущем различать разные типы компактных объектов. Другая такая величина, которая, в частности, позволит отличать кротовые норы Бранса–Дикке от черных дыр Шварцшильда, — радиус последней устойчивой орбиты.

Кроме того, в работе найдены размеры горловины кротовой норы Бранса–Дикке и максимальный прицельный параметр, характеризующий возможность наблюдать через горловину источники света, находящиеся в другой Вселенной. Было показано, что их значения почти не отличаются от значений для кротовой норы, для которой метрика Шварцшильда является асимптотикой на бесконечности или для удаленного наблюдателя. Поскольку не существует самостоятельной модели Шварцшильда, в которой описывались бы разные типы компактных объектов, т. е. не может быть такого понятия как «кротовая нора Шварцшильда», корректно на-

зывать кротовые норы Бранса–Дикке асимптотически шварцшильдовскими и искать их по результатам наблюдений именно в этом качестве.

Работа выполнена при финансовой поддержке Федерального агентства по науке и инновациям РФ (государственный контракт № 02.740.11.0575).

ПРИЛОЖЕНИЕ

В любых координатах радиус горловины кротовой норы Бранса–Дикке аналитически определяется выражением

$$r_0 = \frac{\sqrt{2}B}{2} \left(\frac{2|\omega + 1| \pm (\omega + 2) \sqrt{\frac{-8 - 6\omega}{(\omega + 2)^2}}}{\sqrt{(2\omega + 3)(\omega + 2)}} \right) \left(1 + \frac{\sqrt{2}(\omega + 2) \sqrt{\frac{2\omega + 3}{\omega + 2}}}{2(\omega + 1) \pm (\omega + 2) \sqrt{-\frac{8 + 6\omega}{(\omega + 2)^2}}} \right)^2 \times \\ \times \left(\frac{1 - \frac{\sqrt{2}(\omega + 2) \sqrt{\frac{2\omega + 3}{\omega + 2}}}{2(\omega + 1) \pm (\omega + 2) \sqrt{-\frac{8 + 6\omega}{(\omega + 2)^2}}}}{1 + \frac{\sqrt{2}(\omega + 2) \sqrt{\frac{2\omega + 3}{\omega + 2}}}{2(\omega + 1) \pm (\omega + 2) \sqrt{-\frac{8 + 6\omega}{(\omega + 2)^2}}}} \right)^{1 + \frac{1}{\omega + 2} \sqrt{\frac{2(\omega + 2)}{2\omega + 3}} - \sqrt{\frac{2(\omega + 2)}{2\omega + 3}}}, \quad (24)$$

т. е. $r_0 \rightarrow r_g$ черной дыры соответствующей массы при $\omega \rightarrow -\infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Flamm, Phys. Z. **17**, 448 (1916).
2. A. Einstein and N. Rosen, Phys. Rev. **48**, 73 (1935).
3. К. А. Бронников, Вокруг света **5**, 2764 (2004).
4. J. A. Wheeler, Phys. Rev. **97**, 511 (1955).
5. C. W. Misner and J. A. Wheeler, Ann. Phys. (New York) **2**, 525 (1957).
6. J. A. Wheeler, Ann. Phys. (New York) **2**, 604 (1957).
7. H. G. Ellis, J. Math. Phys. **14**, 104 (1973).
8. К. А. Бронников, Acta Phys. Polon. B **4**, 251 (1973).
9. G. Clement, Gen. Rel. Grav. **16**, 131 (1984).
10. G. Clement, Gen. Rel. Grav. **16**, 477 (1984).
11. G. Clement, Gen. Rel. Grav. **16**, 491 (1984).
12. B. Bhawal and S. Kar, Phys. Rev. D **46**, 2464 (1992).
13. G. Dotti, J. Oliva, and R. Troncoso, Phys. Rev. D **75**, 024002 (2007).
14. L. A. Anchordoqui and S. E. P. Bergliaffa, Phys. Rev. D **62**, 067502 (2000).
15. К. А. Бронников and S.-W. Kim, Phys. Rev. D **67**, 064027 (2003).
16. M. La Camera, Phys. Lett. B **573**, 27 (2003).
17. F. S. N. Lobo, Phys. Rev. D **75**, 064027 (2007).
18. R. Garattini and F. S. N. Lobo, Class. Quant. Grav. **24**, 2401 (2007).
19. S. Sushkov, Phys. Rev. D **71**, 043520 (2005).
20. А. А. Шацкий, УФН **179**, 861 (2009).
21. А. А. Шацкий, И. Д. Новиков, Н. С. Кардашев, УФН **178**, 481 (2006).

22. И. Д. Новиков, Н. С. Кардашев, А. А. Шацкий, УФН **177**, 1017 (2008).
23. C. M. Urry and P. Padovani, Publ. Astron. Soc. of the Pacific **107**, 803 (1995).
24. T. Harko, Z. Kovacs, and F. S. N. Lobo, Phys. Rev. D **78**, 084005 (2008).
25. T. Harko, Z. Kovacs, and F. S. N. Lobo, Phys. Rev. D **79**, 064001 (2009).
26. M. S. Morris and K. S. Thorne, Amer. J. Phys. **56**, 395 (2003).
27. M. Visser, *Lorentzian Wormholes: From Einstein to Hawking*, AIP Press, New York (1995).
28. S. M. Carroll and M. Hoffman, Phys. Rev. D **68**, 023509 (2003).
29. S. W. Hawking and G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time*, Cambridge University Press, Cambridge (1973).
30. B. Carter, arXiv:gr-qc/0205010.
31. M. Miyoshi, J. Moran, J. Herrnstein, L. Greenhill, N. Nakai, P. Diamond, and M. Inoue, Nature **373**, 127 (1995).
32. D. N. Page and K. S. Thorn, Astrophys. J. **191**, 499 (1974).
33. C. H. Brans and R. H. Dicke, Phys. Rev. **124**, 925 (1961).
34. A. G. Agnese and M. La Camera, Phys. Rev. D **51**, 2011 (1995).
35. A. Bhadra and K. Sarkar, Gen. Rel. Grav. **37**, 2189 (2005).
36. A. Bhadra and K. Sarkar, Mod. Phys. Lett. A **20**, 1831 (2005).
37. B. Bertotti et al., Nature **425**, 374 (2003).