

# НЕЛИНЕЙНОЕ ТОМСОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ УЛЬТРАКОРОТКОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

*П. А. Головинский\*, Е. А. Михин*

*Воронежский государственный архитектурно-строительный университет  
394030, Воронеж, Россия*

Поступила в редакцию 16 ноября 2010 г.

Рассмотрено нелинейное рассеяние ультракороткого лазерного импульса свободными электронами. Для описания импульса использован базис всплесков вида «мексиканская шляпа». Уравнение движения для заряженной частицы в поле плоской электромагнитной волны имеет точное решение, что вместе с приближением мгновенного спектра позволяет вычислять интенсивность нелинейного томсоновского рассеяния для лазерного импульса высокой интенсивности. Спектральное распределение рассеянного излучения для всей длительности импульса находится в результате интегрирования по времени. Рассчитан максимум спектра излучения свободного электрона в полях с интенсивностью  $10^{19}$ – $10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup>, находящийся в диапазоне ультрафиолетового спектра с энергиями фотонов 3–12 эВ. Часть непрерывного спектра достигает области больших энергий фотона. Один процент рассеянной энергии для интенсивности  $10^{20}$  Вт/см<sup>2</sup> сконцентрирован в диапазоне  $\hbar\omega > 2.7 \cdot 10^2$  эВ, для интенсивности  $10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup> —  $\hbar\omega > 7.9 \cdot 10^2$  эВ, а для  $10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup> —  $\hbar\omega > 2.45 \cdot 10^5$  эВ. Эти результаты позволяют оценить нелинейное рассеяние как источник жесткого рентгеновского излучения.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Современное экспериментальное оборудование позволяет получать лазерные импульсы с длительностью в несколько фемтосекунд и интенсивностью в диапазоне  $10^{19}$ – $10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup> [1–5]. Фундаментальные исследования элементарных процессов при действии таких импульсов на лазерную плазму сконцентрированы главным образом вокруг атомной ионизации, ускорения электронов в центре фокуса и ядерных реакций, стимулированных вторичными быстрыми нейтронами, протонами и гамма квантами [6–9].

Важность процессов взаимодействия электронов с атомным ядром в центре лазерного импульса обсуждалась в целом ряде работ. Их последовательное теоретическое изучение было начато в работах [10–14]. Необходимые для таких процессов сверхсильные поля можно получить только на основе специальной лазерной техники [15, 16]. Прямое увеличение интенсивности импульса за счет роста его энергии требует создания огромных сооружений. В

то же время сильнофокусированный ультракороткий лазерный импульс с энергией 1 Дж может обеспечить интенсивность  $10^{20}$  Вт/см<sup>2</sup> и выше. В таких полях рассеяние света электронами становится нелинейным и приводит к появлению фотонов большой энергии. Генерация рентгеновского излучения за счет томсоновского рассеяния мощного лазерного импульса электронами представляет интерес для целого ряда приложений, включая изучение динамики и получение изображения наноструктур молекул и биологических клеток.

В процессе нелинейного томсоновского рассеяния электрон, не имея начальной скорости, приобретает релятивистскую энергию в световом поле высокой интенсивности. Этот релятивистский электрон способен испустить в поле волны излучение с большой частотой. Если электрон в начале лазерного импульса уже обладает релятивистской энергией, то частота рассеянного света имеет дополнительное доплеровское смещение. Рентгеновские источники, основанные на рассеянии лазерного импульса, и источники, использующие обычный синхротронный механизм, имеют аналогичное физическое описание, связанное с наличием в обоих случаях криволинейного движения электрона. Нелинейное рассе-

\*E-mail: golovinski@bk.ru

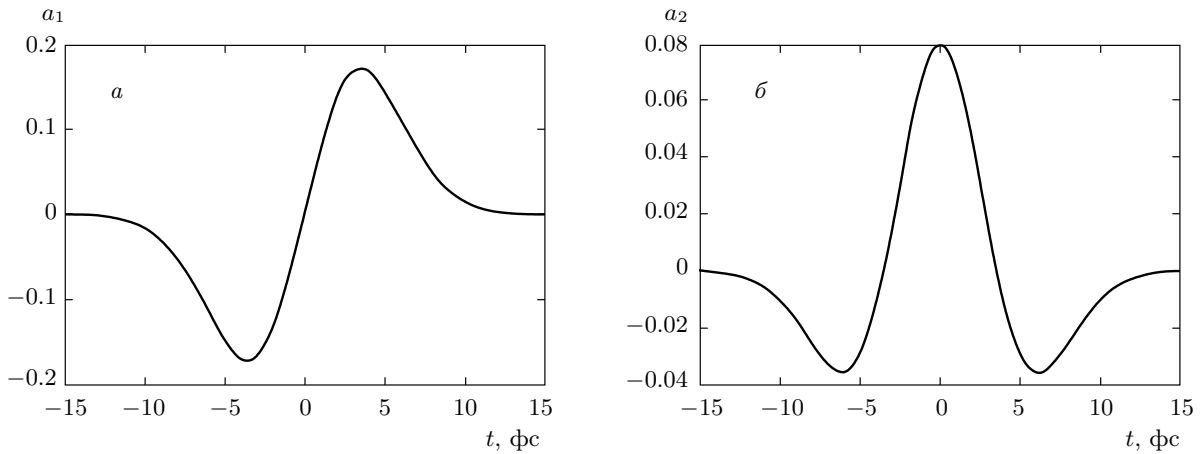


Рис. 1. Графики вейвлетов первой (а) и второй (б) производных функции Гаусса ( $\tau = 5$  фс)

яние линейно поляризованной гармонической электромагнитной волны рассмотрено в работе [17]. Экспериментальное получение рентгеновского излучения на основе нелинейного томсоновского рассеяния на плазменных электронах продемонстрировано для лазерного импульса длительностью 30 фс с энергией 1.5 Дж [18]. Широкий непрерывный спектр рентгеновского излучения достигает при этом максимума при 0.15 кэВ с наблюдаемым энергетическим хвостом вплоть до 2 кэВ. В работе [19] релятивистское нелинейное томсоновское рассеяние быстрым электроном исследовано с помощью компьютерного моделирования.

Мы изучаем нелинейное рассеяние ультракороткого сверхмощного лазерного импульса свободными электронами в рамках классической электродинамики. Главная особенность данной работы состоит в получении интегрального по углам спектра излучения и полных тормозных потерь энергии электрона в течение лазерного импульса.

## 2. КЛАССИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА В ПОЛЕ ВОЛНЫ

Традиционным при описании импульсов является применение техники преобразований Фурье. Уменьшение длительности импульсов приводит к увеличению числа спектральных компонент для периодически повторяющихся импульсов и к уширению спектра для отдельных импульсов конечной длительности. При предельном пространственно-временном сжатии импульсов описание поля с по-

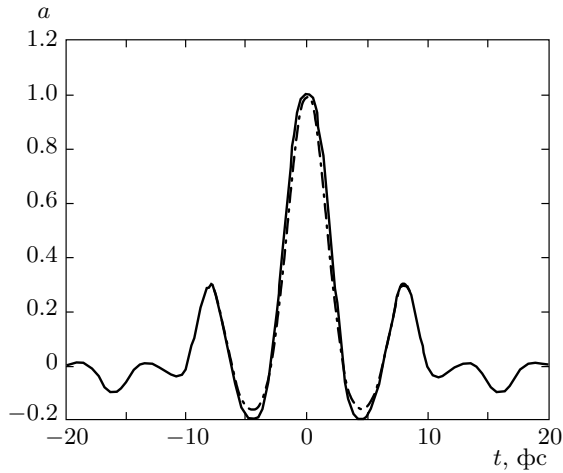
мощью различных модификаций монохроматического приближения становится невозможным, а разложение импульса в спектр содержит очень большое число гармоник.

Удобной альтернативой в этом случае становится использование хорошо развитого формализма всплесков (вейвлетов) [20]. Основным достоинством вейвлетов является то, что они образуют полный набор функций, локализованных в пространстве [21, 22]. Это позволяет описывать ультракороткие импульсы с помощью линейной комбинации небольшого числа базисных функций, различающихся сдвигом и масштабированием [23]. Для приложений используются различные базисные наборы, наиболее распространенные из которых — вейвлеты Морле, Габора, фреймы в виде производных от функций Гаусса и ряд других [22]. Конкретный выбор базиса определяется особенностями решаемой задачи [24–27].

Для описания ультракоротких импульсов в настоящей работе воспользуемся полным базисом производных от функции Гаусса [21, 28]:

$$a_m(t) = -\frac{d^m}{dt^m} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right). \quad (1)$$

На рис. 1 показаны функции  $a_m$  для  $m = 1$  и  $m = 2$  («мексиканская шляпа»). Мы остановим выбор на функции «мексиканская шляпа», которая является хорошим приближением для импульса, подвергнутого предельной временной компрессии. Кроме того, что этот базис является полным, он обеспечивает, как это будет видно позднее, аналитическое интегрирование уравнений движения. Для проведения соответствующих численных процедур разложения



**Рис. 2.** График временной зависимости формы короткого импульса: исходный импульс — штрихпунктирная линия; его представление с помощью базисных функций «мексиканская шляпа» — сплошная линия

имеются хорошо разработанные стандартные компьютерные средства [29]. Рисунок 2 показывает возможность представления с помощью всплесков более длинных импульсов. В данном примере аппроксимация с точностью выше одного процента достигнута при использовании пяти базисных функций.

Далее будем работать в рамках модели плоских электромагнитных волн ультракороткой длительности. Это означает пренебрежение поперечной неоднородностью лазерного пучка и влиянием поперечной силы, которая может быть довольно большой при использовании жесткой фокусировки [30–36]. Уравнение движения частицы с зарядом  $q$  в поле плоской электромагнитной волны допускает точное решение в квадратурах [37, 38]. Рассмотрим, следуя [38], движение заряда во внешнем поле, которое описывается потенциалом

$$A^\mu(x) = h(\varphi)e^\mu, \quad \varphi = (kx). \quad (2)$$

Здесь  $e^\mu = (1, 0, 0, 0)$  — вектор линейной поляризации,  $n^\mu = (1, 0, 0, 1)$  — единичный направляющий вектор волны,  $k^\mu = n^\mu/c$ ,  $(kx) = t - z/c$  — фаза волны,  $h(\varphi)$  — функция, задающая форму вейвлета. Тензор электромагнитного поля

$$F^{\mu\nu} = f^{\mu\nu} \frac{\partial h}{\partial \varphi}, \quad f^{\mu\nu} = k^\mu e^\nu - k^\nu e^\mu. \quad (3)$$

Соотношения  $n^2 = 0$ ,  $e^2 = -1$ ,  $ne = 0$  позволяют

существенно упростить интегрирование уравнения движения, имеющего исходную форму

$$m\ddot{x}^\mu = \frac{q}{c} F^{\mu\nu}(x)\dot{x}_\nu, \quad (4)$$

где производная вычисляется по собственному времени  $s$ .

Выберем начальные условия в виде

$$x^\mu(0) = 0, \quad \dot{x}^\mu(0) = v^\mu,$$

и запишем уравнение (4) с учетом (2) как

$$\frac{d}{ds} \left( m\dot{x}^\mu + \frac{q}{c} h e^\mu \right) = \frac{q}{c} \frac{\partial h}{\partial \varphi} k^\mu (e\dot{x}). \quad (5)$$

Свертка (5) с вектором  $k^\mu$  дает первый интеграл движения

$$(k\dot{x}) = (kv). \quad (6)$$

Следовательно,  $\dot{\varphi} = (kv)$  и  $\varphi = (kv)s$ . Умножая уравнение (5) скалярно на  $e^\mu$ , имеем

$$\frac{d}{ds} \left( m(e\dot{x}) - \frac{q}{c} h \right) = 0 \quad (7)$$

и

$$(e\dot{x}) = \frac{q}{mc} h(\varphi) + (ev). \quad (8)$$

Это соотношение позволяет исключить неизвестную величину  $(e\dot{x})$  в правой части уравнения (5):

$$\frac{d}{ds} \left( m\dot{x}^\mu + \frac{q}{c} h e^\mu \right) = \frac{q}{c} \frac{\partial h}{\partial \varphi} k^\mu \left( \frac{q}{mc} h(\varphi) + (ev) \right). \quad (9)$$

После интегрирования получим

$$\begin{aligned} \dot{x}^\mu = v^\mu - \frac{q}{mc} h e^\mu + \frac{q}{mc} k^\mu \frac{(ev)}{(kv)} h + \\ + \frac{q^2}{2m^2 c^2 (kv)} h^2. \end{aligned} \quad (10)$$

Найденное точное решение для 4-скоростей не предполагает какого-либо конкретного вида формы импульса.

Через тензор  $f^{\mu\nu}$  4-скорость в формуле (10) можно записать компактнее:

$$\begin{aligned} \dot{x}^\mu = v^\mu + \frac{qh}{mc(kv)} f^{\mu\alpha} v_\alpha + \\ + \frac{q^2 h^2}{2m^2 c^2 (kv)^2} f^{\mu\nu} f_{\nu\alpha} v^\alpha. \end{aligned} \quad (11)$$

Получим теперь конкретный вид решения для движения электрона в поле плоской волны с потенциалом  $a_2$  вида «мексиканская шляпа» (см. рис. 1):

$$A^\mu(\varphi) = b \left( \frac{2}{\tau^2} - \frac{4}{\tau^4} \varphi^2 \right) \exp \left( -\frac{\varphi^2}{\tau^2} \right) e^\mu. \quad (12)$$

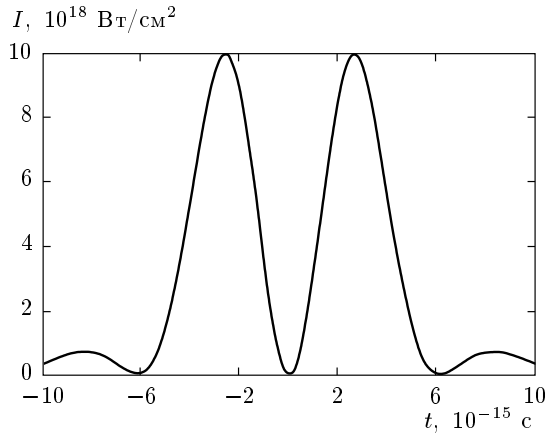


Рис. 3. Зависимость интенсивности лазерного излучения от времени ( $I_{max} = 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $\tau = 5$  фс)

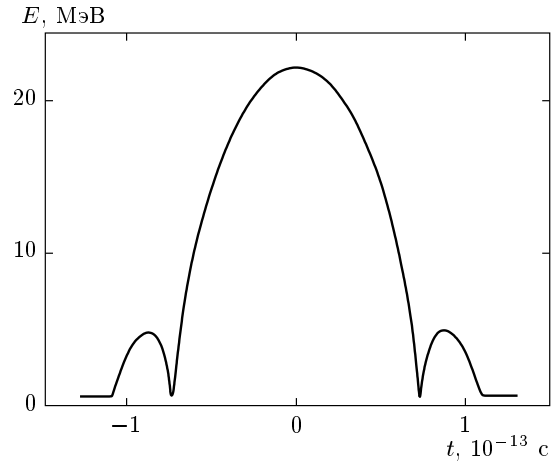


Рис. 4. Зависимость энергии электрона от времени ( $I_{max} = 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $\tau = 5$  фс)

Здесь  $\tau$  — характерная длительность лазерного импульса,  $b$  — нормировочная постоянная, определяемая из интенсивности электромагнитного излучения в максимуме импульса. На рис. 3 показана зависимость интенсивности лазерного излучения от времени для потенциала (12).

Мы считаем, что электрон первоначально покоился. Тогда выражение для энергии электрона приобретает вид

$$E = ct\dot{x}^0 = mc^2 + \frac{q^2}{2mc^2} h^2(kv)s, \quad (13)$$

а максимальная кинетическая энергия электрона определяется соотношением

$$E_{max} = \frac{2q^2}{mc^2} \frac{b^2}{\tau^4}. \quad (14)$$

Для значения  $I_{max} = 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup> величина  $E_{max} = 21.7$  МэВ. Зависимость (13) как функция лабораторного времени изображена на рис. 4. Величина энергии приблизительно пропорциональна квадрату потенциала поля, а растяжение энергетической зависимости в центральной части графика связано с замедлением времени для релятивистского электрона.

Закон движения электрона можно записать как

$$x^\mu = v^\mu s - \frac{qe^\mu}{mc} \int h(kv)s ds + \frac{q}{mc} k^\mu \frac{(ev)}{(kv)} \times \int h(kv)s ds + \frac{q^2 k^\mu}{2m^2 c^2 (kv)} \int h^2(kv)s ds. \quad (15)$$

Для выбранного нами импульса (12) и нулевых начальных условий получим

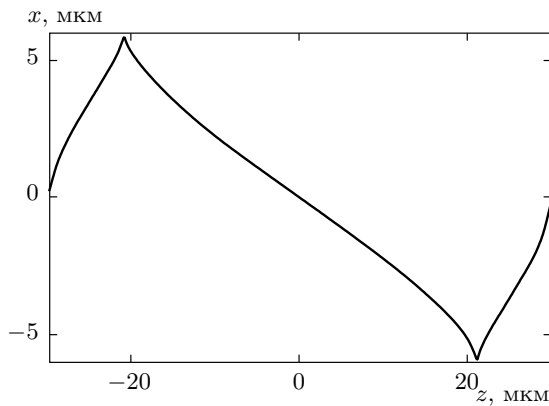
$$\int h(kv)s ds = 2b \frac{s}{\tau^2} \exp\left(-\frac{((kv)s)^2}{\tau^2}\right), \quad (16)$$

$$\int h^2(kv)s ds = \frac{b^2}{4\tau^8} \left[ 4 \exp\left(-\frac{2(kv)s}{\tau^2}\right) s\tau^2 \times \left[ \tau^2 - 4((kv)s)^2 \right] + \frac{3\sqrt{2}\tau^5 \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}(kv)s}{\tau}\right)}{(kv)} \right]. \quad (17)$$

Здесь функция  $\operatorname{erf}(x)$  — интеграл вероятностей [39]. Таким образом, получено точное классическое решение уравнения движения электрона в поле волны, имеющей потенциал в виде отдельного всплеска «мексиканская шляпа». Характерная траектория электрона показана на рис. 5. Подобный вид имеют и траектории в полях гармонической волны с внезапным включением [40].

Из формулы (10) непосредственно следует, что после прохождения любого импульса в виде плоской волны величина  $h \rightarrow 0$  и первоначально покоящийся электрон снова останавливается. Это известное свойство [38, 41] справедливо только для плоской волны, и оно нарушается в фокусе лазерного излучения, а также при учете радиационного трения. В то же время при учете этих эффектов в уравнениях движения не удастся найти замкнутые аналитические решения. В таком виде задача еще далека от полного исследования, а основные результаты основываются на прямом численном моделировании.

Для описания движения электронов в полях импульсов более сложной формы можно использовать



**Рис. 5.** Траектория электрона в поле импульса электромагнитной волны с потенциалом (12) при интенсивности  $I_{max} = 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>,  $\tau = 5$  фс

линейную декомпозицию векторного потенциала по всплескам «мексиканская шляпа», однако расчеты нелинейного томсоновского рассеяния на основе экспериментальных параметров конкретных лазерных систем выходят за рамки данной работы.

### 3. СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНА

Задача об излучении заряда, движущегося по заданной произвольной траектории, в принципиальном отношении решена в классической электродинамике [37]. Спектральная компонента векторного потенциала, создаваемого точечным зарядом  $q$ , движущимся по траектории  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$  со скоростью  $\mathbf{v}(t) = d\mathbf{r}/dt$ , может быть записана в виде

$$\mathbf{A}_\omega = \frac{e^{ikR}}{R} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e} \cdot \mathbf{v} \exp [i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}(t))] dt, \quad (18)$$

где  $R$  — расстояние от области, где движется заряд до точки наблюдения,  $\omega$  — частота излучения, здесь и далее  $k = \omega/c$  — волновое число,  $\mathbf{e}$  — единичный вектор поляризации излучения заряда. Вектор  $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$  задает направление излучения. Формула для двойного дифференциального распределения энергии излучения  $\varepsilon$  по частоте и телесному углу имеет вид

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\omega do} = \frac{cR^2}{4\pi} |\mathbf{k} \cdot \mathbf{A}_\omega|^2. \quad (19)$$

Аналогичное соотношение является основой и для расчета магнитно-тормозного излучения с тем отличием, что движение в магнитном поле является периодическим и ответ выражается не через интеграл Фурье, а через компоненты ряда Фурье.

Вычисление распределения по энергии нелинейного томсоновского излучения по всем направлениям обычно сводится к расчету спектральной компоненты  $\mathbf{A}_\omega$  по формуле (18), а затем, после подстановки полученного результата в формулу (19), к интегрированию по телесному углу  $do$ . Для сложных законов движения этот прямой путь является долгим и связан со значительными вычислительными трудностями.

Поэтому дальнейшие вычисления основаны на приближении мгновенного спектра, первоначально развитом в применении к задаче о синхротронном излучении ультррелятивистских частиц [42, 43] со значениями параметра

$$\gamma = E/m = [1 - (v/c)^2]^{-1/2} \gg 1.$$

Основное предположение данного приближения состоит во введении мгновенного спектра мощности излучения, определяемого скоростью  $\mathbf{v}(t)$  и ускорением  $\mathbf{a}(t)$  в заданный момент времени  $t$ . Тогда спектрально-угловое распределение сводится к интегралу

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\omega do} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt. \quad (20)$$

Здесь  $f(t)$  — спектрально-угловое распределение энергии излучения в момент времени  $t$ :

$$\begin{aligned} f(t) &= \frac{q^2\omega^2}{(2\pi)^2c^3} \int_{-\infty}^{\infty} dt' (\mathbf{e}_\lambda^* \cdot \mathbf{v}_1) (\mathbf{e}_\lambda \cdot \mathbf{v}_2) \times \\ &\times \exp [i\omega(t_1 - t_2) - i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)], \quad (21) \\ \mathbf{v}_{1,2} &= \mathbf{v}(t \mp t'/2), \quad \mathbf{r}_{1,2} = \mathbf{r}(t \mp t'/2), \\ t_1 &= t - t'/2, \quad t_2 = t + t'/2, \end{aligned}$$

$\mathbf{e}_\lambda$  — единичные комплексные векторы поляризации тормозного излучения. Главное отличие рассматриваемого случая от случая синхротронного излучения состоит в наличии в ускорении как нормальной, так и тангенциальной составляющих, в то время как в случае магнитно-тормозного излучения имеет только нормальная компонента.

Подробное изложение приближения мгновенного спектра можно найти в [43]. Фактическим условием применимости этого приближения является возможность пренебречь изменением величины внешнего лазерного поля на длине волны излучения, что определяется неравенством  $R_0/c\gamma\tau \ll 1$ , где  $R_0$  — характерный радиус кривизны траектории,  $\tau$  — характерное время изменения поля. Для параметров релятивистского движения в электромагнитном поле [37]

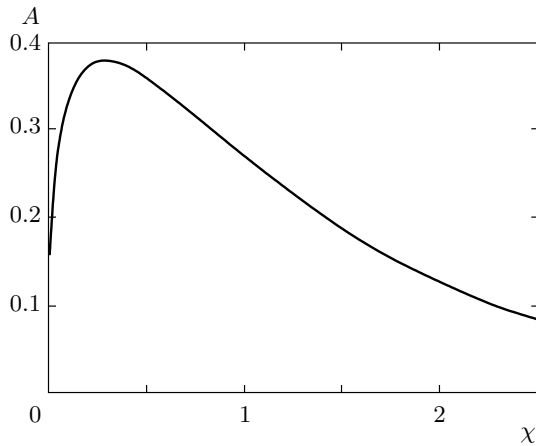


Рис. 6. Вид спектральной функции

этот критерий можно выразить через отношение  $u$  импульса  $p = qE\tau$ , получаемого частицей от поля с напряженностью  $E$ , к релятивистскому масштабу импульса  $mc$  в виде неравенства  $u/(1 + u^2) \ll 1$ , которое хорошо выполняется в полях ультрарелятивистской интенсивности.

Выражению (21) можно придать более удобный для вычислений вид, если не учитывать поляризацию поля излучения [42]:

$$f_1(t) = \frac{q^2\omega^2}{(2\pi)^2c^3} \int_{-\infty}^{\infty} dt' [\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2 - c^2] \times \exp[i\omega(t_1 - t_2) - i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)]. \quad (22)$$

Дальнейшие упрощения возможны для ультрарелятивистского случая, которым мы ограничиваемся ( $\gamma \gg 1$ ) [43]. Тогда

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\omega dt} = \frac{q^2\omega}{\sqrt{3}\pi\gamma^2c} \int_{\chi}^{\infty} K_{5/3}(\xi) d\xi, \quad (23)$$

где  $\chi = 2\omega c/3w\gamma^3$ ,  $w = |\dot{\mathbf{v}}|$  — модуль ускорения,  $K_{5/3}(\xi)$  — функция Макдональда. Явный вид входящей в формулу безразмерной спектральной функции

$$A(\chi) = \frac{3\sqrt{3}\chi}{4\pi} \int_{\chi}^{\infty} K_{5/3}(\xi) d\xi$$

приведен на рис. 6. Спектральное распределение энергии излучения за весь импульс находится интегрированием:

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2\varepsilon}{d\omega dt} dt. \quad (24)$$

Таким образом, при наличии решения классической задачи о движении электрона во внешнем поле в ультрарелятивистском пределе распределение энергии излучения по частотам находится интегрированием мгновенного спектра излучения (23) по времени импульса. Все, что необходимо знать для такого приближенного расчета, — это зависимости скорости электрона и его ускорения от времени.

#### 4. ТОРМОЗНЫЕ ПОТЕРИ

Проведем вычисление спектра нелинейного томсоновского рассеяния электроном лазерного излучения высокой интенсивности с использованием точного решения для импульса в виде «мексиканской шляпы». Формулы (5), (10), (15) задают скорость электрона и его ускорение в параметрической форме как функции собственного времени  $s$ . Первая компонента  $u^\mu(s) = \dot{x}^\mu$  дает производную  $dt/ds = u^0(s)$ . Следовательно, обычная скорость ( $c = 1$ ) равна

$$v_i(t) = \frac{u^i(s)}{u^0(s)}, \quad (25)$$

а ускорение —

$$a_i = \frac{\dot{u}^i(s)}{u^0(s)^2} - \frac{u^i(s)u^0(s)}{[u^0(s)]^3}. \quad (26)$$

Подставляя (25) и (26) в формулу (23) и интегрируя полученное выражение по времени, можно определить спектральное распределение энергии излучения электрона за весь импульс.

На рис. 7 показано спектральное распределение энергии излучения электрона, соответствующее интенсивности лазерного излучения  $I_{max} = 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>. Видно, что распределение имеет максимум на определенной частоте излучения. Для значений пиков интенсивности лазерного поля в диапазоне  $I_{max} = 10^{19}$ – $10^{25}$  Вт/см<sup>2</sup> частоты, соответствующие максимуму спектрального распределения энергии излучения электрона, лежат в диапазоне 0.65–1583 эВ. Полученные значения весьма малы, если их сравнивать с величинами энергий, необходимых для ядерных реакций, однако распределения имеют достаточно протяженные «хвосты», что позволяет говорить о возможности создания перестраиваемого источника вплоть до получения жесткого рентгеновского излучения. Для иллюстрации, изменения спектрального распределения рассеянной энергии для разных интенсивностей лазерного излучения представлены на рис. 8.

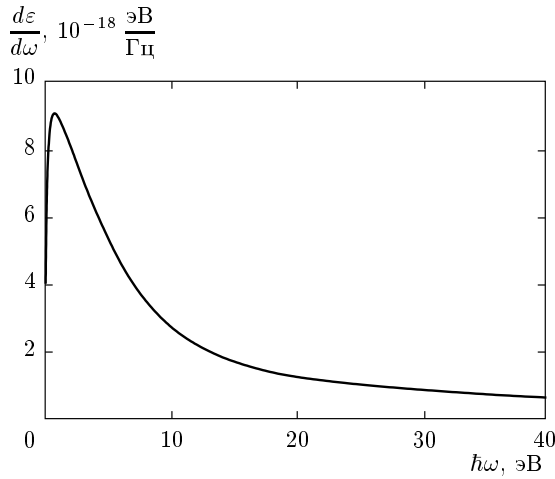


Рис. 7. Спектральное распределение энергии излучения электрона, соответствующее интенсивности лазерного излучения  $I_{max} = 10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>

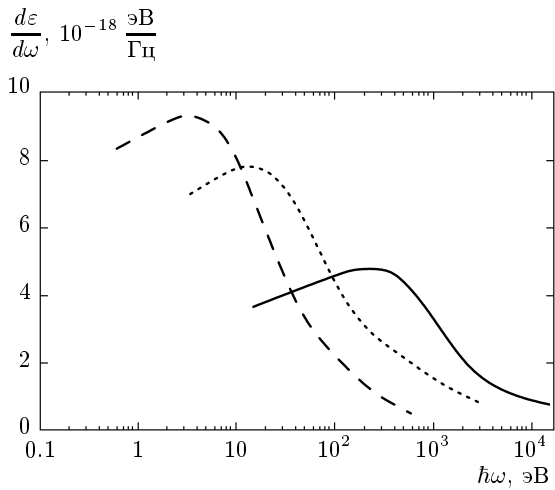


Рис. 8. Спектральное распределение энергии излучения электрона за весь импульс: штриховая линия соответствует значению  $I_{max} = 10^{20}$  Вт/см<sup>2</sup>; пунктирная —  $I_{max} = 10^{21}$  Вт/см<sup>2</sup>; сплошная —  $I_{max} = 10^{22}$  Вт/см<sup>2</sup>

Рассчитаем радиационные потери за время движения электрона в целом. Заряженная частица, движущаяся в поле электромагнитной волны, испытывает действие силы радиационного трения. Эта сила изменяет как характеристики траектории частицы, так и зависимость ее энергии от времени. Именно последняя зависимость определяет возможность участия электрона в ядерных реакциях с порогами до нескольких мегаэлектронвольт.

Классическое описание радиационного трения приведено в [37, 44]. Следует отметить, что обсуж-

дение этой задачи в электродинамике еще не завершено. В частности, проблема связанного поля и парадокс самоускорения рассматриваются в работах [45, 46]. Нашей целью в данном разделе является только расчет излученной энергии за весь импульс. Для этого достаточно использовать апробированную для магнитотормозного излучения релятивистскую версию формулы Лармора [47]

$$\frac{d\varepsilon_r}{dt} = \frac{2q^2\gamma^6}{3c^3} \left( \dot{\mathbf{v}}^2 - \frac{[\mathbf{v} \times \dot{\mathbf{v}}]^2}{c^2} \right). \quad (27)$$

После элементарных преобразований она приобретает более удобный для расчетов вид

$$\frac{d\varepsilon_r}{dt} = \frac{2q^2}{3c^3(1 - \mathbf{v}^2/c^2)} \left[ \mathbf{a}^2 + \frac{(\mathbf{a} \cdot \mathbf{v})^2/c^2}{1 - \mathbf{v}^2/c^2} \right]. \quad (28)$$

Очевидно, что согласно этому выражению радиационные потери не могут быть отрицательными. Отметим также релятивистскую инвариантность формулы (28).

Для расчета по формуле (28) нужно воспользоваться зависимостями  $\mathbf{a}(t)$  и  $\mathbf{v}(t)$ , рассчитанными ранее без учета действия силы радиационного трения. Ясно, что в результате влияния радиационного трения в соответствии с формулой (28) энергия электрона на всех участках траектории будет меньше, чем без его учета. Такой расчет носит характер поправки в первом порядке теории возмущений по силе радиационного трения и не претендует на описание радиационных потерь, сопоставимых по величине с кинетической энергией электрона.

При проведении численных расчетов учтем, что полученные ранее решения дают зависимости координат и ускорений от собственного времени:

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{ds}, \quad \dot{u}^\mu = \frac{du^\mu}{ds},$$

где  $ds = dt\sqrt{1 - \mathbf{v}^2/c^2}$ . В силу этого уравнение (28) запишется в виде

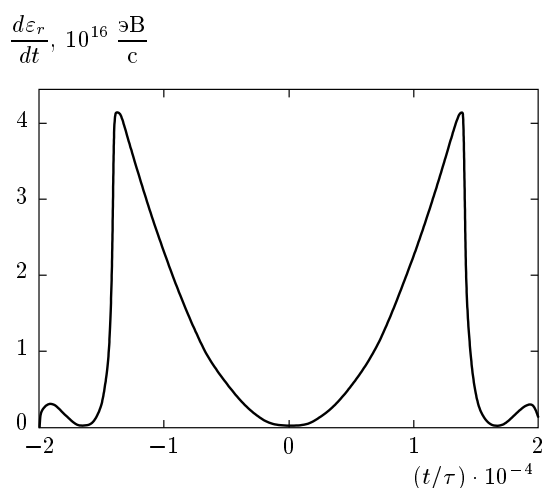
$$\frac{d\varepsilon_r}{dt} = \frac{2q^2}{3c^3} \left[ \dot{\mathbf{u}}^2(s) + \frac{(\dot{\mathbf{u}}(s) \cdot \mathbf{u}(s))^2}{c^2} \right], \quad (29)$$

где  $\mathbf{u}(s) = d\mathbf{x}/ds$ ,  $\dot{\mathbf{u}}(s) = d\mathbf{u}/ds$ .

При численном интегрировании уравнения (29) следует использовать известную из точного решения зависимость  $t(s)$ . Вид рассчитанной временной зависимости  $d\varepsilon_r/dt$  представлен на рис. 9. Результаты получены по формуле (28) без дополнительных приближений. Их сравнение с расчетами, получаемыми

**Таблица.** Полные потери энергии электрона из-за радиационного трения для различных интенсивностей лазерного излучения

$I, \text{Вт/см}^2$	$\varepsilon_r, \text{эВ}$ (теория возмущений)	$\varepsilon_r, \text{эВ}$ (интеграл по спектру)	$E_{max}, \text{МэВ}$ (максимальная энергия электрона)
$10^{19}$	0.256	0.19	$2.225 \cdot 10^1$
$10^{20}$	2.562	2.27	$2.179 \cdot 10^2$
$10^{21}$	$2.5616 \cdot 10^1$	$2.429 \cdot 10^1$	$2.175 \cdot 10^3$
$10^{22}$	$2.562 \cdot 10^2$	$2.455 \cdot 10^2$	$2.174 \cdot 10^4$
$10^{23}$	$2.562 \cdot 10^3$	$2.455 \cdot 10^3$	$2.174 \cdot 10^5$
$10^{24}$	$2.62 \cdot 10^4$	$2.404 \cdot 10^4$	$2.174 \cdot 10^6$



**Рис. 9.** Мощность излучения электрона в зависимости от времени для интенсивности лазерного излучения  $10^{22} \text{ Вт/см}^2$  ( $\tau = 5 \text{ фс}$ )

путем интегрирования формулы (23) по всему спектру частот, позволяют проверить точность приближения мгновенного спектра.

Полные потери энергии электрона для различных интенсивностей лазерного излучения приведены в таблице. Значения энергетических потерь в таблице являются малыми в сравнении с максимальной кинетической энергией электрона и практически пропорциональны интенсивности лазерного излучения. Максимум кинетической энергии также пропорционален интенсивности лазерного поля, т. е. отношение максимума кинетической энергии электрона к полным радиационным потерям остается почти постоянным. Видно, что результаты расчетов

потерь с использованием двух существенно различных подходов приблизительно одинаковы и сближаются с ростом интенсивности излучения. Это подтверждает ожидаемое улучшение точности приближения мгновенного спектра с ростом релятивистского фактора  $\gamma$ .

Поскольку величины потерь энергии являются малыми по сравнению с максимумом кинетической энергии электрона, рассмотрение тормозного излучения как поправки, ранее принятое нами без оценки, является оправданным. В результате можно сделать вывод, что для большинства расчетов движения электронов, излучения и столкновений в присутствии лазерного импульса высокой интенсивности можно пренебрегать радиационными поправками или учитывать их по теории возмущений.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наши расчеты базировались на классической модели взаимодействия отдельного электрона с плоской волной. В результате вычислен энергетический выход рассеянного излучения, являющийся интегральным по углам и дифференциальным по спектру. Основное сделанное нами в работе допущение состоит в приближении заданной траектории классического движения электрона в поле плоской волны и в приближении мгновенного спектра излучения. Эти приближения позволяют получить достаточно простые аналитические результаты, удобные для проведения конкретных расчетов. Для описания ультракороткого лазерного импульса использованы вейвлеты вида «мексиканская шляпа», которые дают компактное и ясное представление ультракороткого лазерного импульса.



Эффект конечности фокусного пятна лазерного излучения требует специального учета при описании томсоновского рассеяния, поскольку поперечное смещение электронов может стать сопоставимым по размеру с пятном. Этот эффект ведет к возможной потере электрона в плосковолновой части поля еще до окончания импульса. Дальнейшие исследования должны учитывать также многоэлектронные эффекты в плазме. Ситуация, соответствующая излучению от различных электронов, расположенных в различных местах, означает последовательное суммирование рассеянных волн, если расстояние между точками меньше, чем длина волны. При расчетах высокоэнергетической составляющей спектра электронов необходимо использовать более последовательный подход, основанный на квантовой электродинамике и учитывающий отдачу электрона после рассеяния.

### ЛИТЕРАТУРА

1. S. P. Hatchett, C. G. Brown, Th. E. Cowan et al., *Plasmas* **7**, 2076 (2000).
2. R. A. Snavely, M. H. Key, S. P. Hatchett et al., *Phys. Rev. Lett.* **85**, 2945 (2000).
3. C. Danson, P. Brummitt, J. Collier et al., *Nuclear Fusion* **44**, S239 (2004).
4. N. Izumi, Y. Sentoku, H. Nabara et al., *Phys. Rev. E* **65**, 036413 (2002).
5. G. Malka, M. M. Aeonard, J. F. Chemin et al., *Phys. Rev. E* **66**, 066402 (2002).
6. K. W. D. Ledingham, *Nucl. Phys. A* **752**, 633 (2005).
7. P. McKenna, K. W. D. Ledingham, T. McCanny et al., *Phys. Rev. Lett.* **91**, 075006 (2003).
8. P. McKenna, D. C. Carroll, O. Lundh et al., *Laser and Part. Beams* **26**, 591 (2008).
9. В. С. Беляев, В. П. Крайнов, В. С. Лисица, А. П. Матафонов, *УФН* **178**, 823 (2008).
10. П. А. Головинский, М. А. Долгополов, Д. Г. Хорюшин, *Изв. АН СССР, сер. физ.* **60**, 86 (1996).
11. П. А. Головинский, *Письма в ЖТФ* **23**, 72 (1997).
12. П. А. Головинский, М. А. Долгополов, *ТМФ* **95**, 418 (1993).
13. П. А. Головинский, *Письма в ЖЭТФ* **51**, 355 (1990).
14. P. A. Golovinski, M. A. Dolgoplov, and V. G. Khebstroev, *Phys. Scripta* **51**, 759 (1995).
15. С. А. Ахманов, В. А. Выслоух, А. С. Чиркин, *Оптика фемтосекундных лазерных импульсов*, Наука, Москва (1988), с. 112.
16. S. T. Cundiff and J. Ye, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 325 (2003).
17. Y. Y. Lau, Fie He, D. P. Umstadter, and R. Kovalchuk, *Phys. Plasmas* **10**, 2155 (2003).
18. K. Та. Phuoc, A. Rouse, M. Pittman et al., *Phys. Rev. Lett.* **91**, 195001 (2003).
19. K. Lee and Y. H. Cha, *Phys. Rev. E* **67**, 026502 (2003).
20. Е. М. Михайлов, П. А. Головинский, *ЖЭТФ* **117**, 275 (2000).
21. И. Добеши, *Десять лекций по вейвлетам*, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Москва (2001), с. 124.
22. К. Блаттер, *Вейвлет-анализ. Основы теории*, Техносфера, Москва (2004), с. 109.
23. Н. М. Астафьева, *УФН* **166**, 1145 (1996).
24. Е. М. Михайлов, П. А. Головинский, *Опт. и спектр.* **94**, 346 (2003).
25. П. А. Головинский, Е. М. Михайлов, М. А. Преображенский, *Письма в ЖТФ* **35**, 48 (2009).
26. P. A. Golovinski and E. M. Mikhailov, *Laser Phys. Lett.* **3**, 259 (2006).
27. П. А. Головинский, Е. М. Михайлов, *ЖТФ* **81**, 1 (2011).
28. P. A. Golovinski and E. A. Mikhin, *Proc. SPIE* **7993**, 79931A (2010).
29. Н. К. Смоленцев, *Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в MATLAB*, ДМК Пресс, Москва (2005), с. 165.
30. A. E. Kaplan and A. L. Pokrovsky, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 053601 (2005).
31. J. W. Bardsley, B. M. Penetrante, and M. H. Mittleman, *Phys. Rev. A* **40**, 3823 (1980).
32. F. V. Hartemann, S. N. Fochs, and G. P. LeSage, *Phys. Rev. E* **51**, 4833 (1995).
33. Y. I. Salamin and F. H. M. Faisal, *Phys. Rev. A* **55**, 3678 (1997).
34. J. L. Chaloupka and D. D. Meyerhofer, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4538 (1999).

35. S. C. Wilks, W. L. Krueger, M. Tabak, and A. B. Langdon, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1383 (1992).
36. P. A. Golovinski, M. A. Dolgoplov, and V. G. Khlebostroev, *J. Nonlin. Opt. Phys. and Materials* **5**, 139 (1996).
37. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Теория поля*, Физматлит, Москва (2006), с. 92.
38. Ю. Г. Павленко, *Лекции по теоретической механике*, Физматлит, Москва (2002), с. 370.
39. *Справочник по специальным функциям*, под ред. М. Абрамовица и И. Стигана, Наука, Москва (1979), с. 120.
40. Fei He, Y. Y. Lau, D. P. Umstadter, and Trevor Strickler, *Phys. Plasmas* **9**, 4325 (2002).
41. В. А. Буц, А. В. Буц, *ЖЭТФ* **110**, 818 (1996).
42. А. А. Соколов, И. М. Тернов, В. Ч. Жуковский, В. А. Борисов, *Квантовая электродинамика*, МГУ, Москва (1983), с. 136.
43. В. Н. Байер, В. М. Катков, В. С. Фадин, *Излучение релятивистских электронов*, Атомиздат, Москва (1973), с. 26.
44. М. М. Бредов, В. В. Румянцев, И. Н. Топтыгин, *Классическая электродинамика*, Наука, Москва (1985), с. 165.
45. И. В. Соколов, *ЖЭТФ* **136**, 247 (2009).
46. Г. Ф. Ефремов, В. В. Шарков, *ТМФ* **159**, 478 (2009).
47. В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин, *Современная электродинамика*, НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Москва – Ижевск (2005), с. 469.