

РЕЗОНАНСНОЕ ФОТОРОЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОЙ ПАРЫ НА ЯДРЕ В ИМПУЛЬСНОМ СВЕТОВОМ ПОЛЕ

*А. А. Лебедь**, *С. П. Рошчупкин***

*Институт прикладной физики Национальной академии наук Украины
40030, Сумы, Украина*

Поступила в редакцию 30 ноября 2010 г.

Теоретически изучен процесс резонансного фоторождения электрон-позитронной пары на ядре в поле импульсной световой волны. Рассмотрено приближение, когда длительность электромагнитного импульса значительно больше характерного времени осцилляций волны. Взаимодействие электрона и позитрона с кулоновским потенциалом ядра рассмотрено в борновском приближении. Для диапазона умеренно сильных интенсивностей внешнего поля получено аналитическое выражение для резонансного дифференциального сечения. Данное сечение содержит резонансный пик, высота и ширина которого определяются характеристиками внешней импульсной волны. Показано, что резонансное сечение фоторождения пар на ядре в импульсном лазерном поле может на порядок величины превышать соответствующее сечение фоторождения пар на ядре в отсутствие внешнего поля.

1. ВВЕДЕНИЕ

Фоторождение пары (ФРП) электрона и позитрона в поле атомного ядра является одним из основных процессов взаимодействия γ -квантов с веществом. Так, для энергий фотонов свыше 3 МэВ процессы ФРП являются преобладающим механизмом потери энергии в большинстве материалов. Поэтому данный процесс привлекает внимание уже достаточно длительное время. Впервые дифференциальное сечение для данного процесса в квантово-электродинамическом подходе было получено Бете и Гайтлером в хорошо известной работе [1]. Характерной особенностью сечения процесса ФРП в поле ядра является обратная пропорциональная зависимость от четвертой степени модуля переданного ядру импульса. Как результат такой зависимости, для ультрарелятивистских энергий преобладающим является процесс, когда рожденные электрон и позитрон вылетают под малыми углами относительно направления начального фотона.

Использование в фундаментальных и прикладных исследованиях мощных источников лазерного излучения стимулировало изучение влияния внеш-

них силовых полей на процессы квантовой электродинамики. Изучение процесса фоторождения электрон-позитронных пар на ядре во внешнем электромагнитном поле представляет интерес уже достаточно длительное время [2–11]. Характерной особенностью процессов второго порядка по постоянной тонкой структуры во внешнем электромагнитном поле является возможность как резонансного, так и нерезонансного характера их протекания. Появление резонансов связано с тем, что в поле волны разрешены процессы первого порядка по постоянной тонкой структуры, такие как спонтанное излучение или однофотонное рождение и аннигиляция электрон-позитронных пар [12]. В некоторой области значений энергии и импульса частица в промежуточном состоянии может выйти на массовую оболочку, и рассматриваемый процесс высшего порядка эффективно сводится к двум последовательным процессам низших порядков [13–15]. Возникновение резонансов в лазерном поле относится к числу фундаментальных проблем квантовой электродинамики сильных полей.

Теория резонансного фоторождения электрон-позитронной пары на ядре в электромагнитном поле плоской монохроматической волны была развита в работах [2–7]. Впервые наиболее общий

*E-mail: lebedo@ukr.net

**E-mail: rsp@roshchupkin.sumy.ua

расчет дифференциального сечения для процесса ФРП на ядре в поле плоской монохроматической волны был выполнен в работе [2]. Авторы работы [3] изучили резонансный процесс ФРП на ядре в частном случае ультрарелятивистских энергий электрона и позитрона, когда падающий фотон и фотон волны накачки летят навстречу друг другу. Следует отметить также и несколько новых работ [6, 7], в которых был выполнен расчет резонансных сечений для сильных внешних полей. В нерезонансном случае процесс ФРП на ядре в поле одной и двух монохроматических волн был изучен в работах [8–10]. ФРП в поле произвольного числа волн было изучено в работе [11]. Отметим также работы [16–31], в которых развита теория резонансных и нерезонансных процессов квантовой электродинамики во внешних силовых полях.

В результате развития лазерной техники стали доступны различные типы источников когерентного излучения, интенсивность которых за последние годы возросла до 10^{22} Вт/см². Использование в практике современного эксперимента мощных импульсных лазеров вызывает необходимость в развитии теоретических представлений о процессах квантовой электродинамики в импульсных силовых полях [32–41]. Новые экспериментальные условия требуют постоянного улучшения в вычислениях и развитие модели описания внешних полей. Амплитуда напряженности поля мощных сверхкоротких лазерных импульсов сильно меняется как в пространстве, так и во времени, поэтому использование модели плоской монохроматической волны для описания таких полей становится проблематичным.

В настоящей статье в общем релятивистском случае изучается процесс резонансного ФРП на ядре в импульсном световом поле. Взаимодействие электрона и позитрона с ядром рассматривается в первом порядке теории возмущений (борновское приближение)

$$\frac{v_{\pm}}{c} \gg Z\alpha, \quad (1)$$

где v_{-} и v_{+} — скорости электрона и позитрона, c — скорость света в вакууме, Z — заряд ядра, α — постоянная тонкой структуры.

Следует отметить, что для процессов квантовой электродинамики в поле внешней импульсной световой волны имеются два характерных параметра: классический релятивистски-инвариантный параметр [12]

$$\eta_0 = \frac{eF_0\lambda}{mc^2}, \quad (2)$$

численно равный отношению работы поля на длине

волны к энергии покоя электрона, и квантовый параметр многофотонности Бункина–Федорова [42, 43]

$$\gamma_0 = \eta_0 \frac{m c v_{\pm}}{\hbar \omega}. \quad (3)$$

В выражении (2) e и m — заряд и масса электрона, F_0 — напряженность электрического поля в пике импульса, $\lambda = c/\omega$ и ω — характерная длина волны и частота внешнего поля. В области оптических частот ($\omega \sim 10^{15}$ с⁻¹) классический параметр $\eta_0 \sim 1$ для полей $F_0 \sim 10^{10}$ – 10^{11} В/см, а квантовый параметр $\gamma_0 \sim 1$ для полей $F_0 \sim 10^5$ – 10^6 В/см (для релятивистских энергий электрона и позитрона). Обычно большинство задач изучается в области умеренно сильных полей, в которой данные параметры удовлетворяют следующим условиям [15]:

$$\eta_0 \ll 1, \quad \gamma_0 \gtrsim 1. \quad (4)$$

В дальнейшем используется релятивистская система единиц $\hbar = c = 1$ и стандартная метрика $(ab) = a_0 b^0 - \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

2. АМПЛИТУДА ФРП НА ЯДРЕ В ИМПУЛЬСНОМ ПОЛЕ

Будем рассматривать внешний электромагнитный импульс в виде плоской эллиптически поляризованной волны, которая распространяется вдоль оси z с 4-потенциалом

$$A(\varphi) = g(\varphi/\omega\tau)A_0(\varphi), \quad (5)$$

$$A_0(\varphi) = F_0/\omega(e_x \cos \varphi + \delta e_y \sin \varphi), \quad (6)$$

$$\varphi = (kx) = \omega(t - z). \quad (7)$$

Здесь $k = (\omega, \mathbf{k})$ — волновой вектор, δ — параметр эллиптичности световой волны ($\delta = 0$ — линейная поляризация, $\delta = \pm 1$ — циркулярная поляризация), $e_x = (0, \mathbf{e}_x)$, $e_y = (0, \mathbf{e}_y)$ — 4-векторы поляризации волны, при этом

$$e_{x,y}^2 = -1, \quad (e_{x,y}k) = k^2 = 0. \quad (8)$$

В выражении (5) функция $g(\varphi/\omega\tau)$ — огибающая потенциала, от которой потребуем равенства единице в центре импульса, $g(0) = 1$, и экспоненциального убывания $g \rightarrow 0$, когда $|\varphi| \gg \omega\tau$. В этом случае величину τ можно рассматривать как длительность лазерного импульса. В дальнейшем будем считать, что время импульса значительно больше характерного времени осцилляций волны, что соответствует условию

$$\omega\tau \gg 1. \quad (9)$$

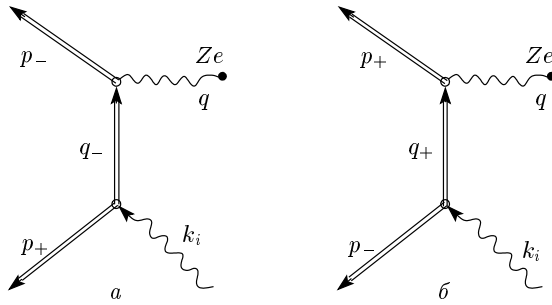


Рис. 1. Фоторождение электрон-позитронных пар на ядре в поле импульсной электромагнитной волны. Двойные свободные линии обозначают волновые функции электрона и позитрона в поле волны, внутренние линии — функцию Грина электрона (позитрона) в поле волны, волнистые линии отвечают падающему γ -кванту k_i и «псевдофотону» q отдачи ядра

Величина $\omega\tau/2\pi$ есть характерное число осцилляций напряженности поля в электромагнитном импульсе. В области оптических частот характерная длительность импульса τ может составлять даже десятки фемтосекунд и, следовательно, условие (9) выполняется для большинства современных мощных импульсных лазеров. Поля, для которых выполняется условие (9), принято называть квазимонохроматическими. Следует отметить, что именно для квазимонохроматических полей можно ввести такие понятия как волновой вектор и поляризация импульсной волны. Отметим, что электромагнитное поле (5) представляет собой плоскую волну. Как известно, имеются точные решения уравнения Дирака для электрона в поле плоской волны произвольного спектрального состава — функции Волкова [44, 45]. Также известно выражение для функции Грина электрона в поле плоской волны [46, 47].

Рассмотрим рождение пары электрона $p_- = (E_-, \mathbf{p}_-)$ и позитрона $p_+ = (E_+, \mathbf{p}_+)$ фотоном на ядре во внешнем импульсном поле (5) в первом борновском приближении по взаимодействию электрона и позитрона с кулоновским полем ядра. Диаграммы Фейнмана для процесса фоторождения пары на ядре во внешнем световом поле представлены на рис. 1.

Волновая функция начального фотона определяется выражением

$$A_i(x, k_i) = \sqrt{\frac{2\pi}{\omega_i}} \varepsilon_i \exp(ik_i x), \quad (10)$$

где ε_i и $k_i = (\omega_i, \mathbf{k}_i)$ — 4-вектор поляризации и 4-им-

пульс начального фотона, $(k_i x) = \omega_i t - \mathbf{k}_i \cdot \mathbf{x}$. Поле ядра опишем кулоновским потенциалом в виде

$$A_0(|\mathbf{x}|) = \frac{Ze}{|\mathbf{x}|}. \quad (11)$$

Отметим, что спонтанное тормозное излучение электрона на ядре в импульсном световом поле (5) было изучено авторами в работах [35, 36] для нерезонансного случая и в работе [37] в случае резонансного протекания процесса. Учитывая методику вычислений, изложенную в данных работах, а также тот факт, что исследуемый процесс ФРП на ядре есть кросс-канал процесса спонтанного тормозного излучения электрона на ядре, можно представить амплитуду ФРП на ядре в импульсном световом поле в виде

$$S^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_l^{(\pm)}, \quad (12)$$

где $S_l^{(\pm)}$ — парциальная амплитуда ФРП, которая отвечает процессам с излучением ($l > 0$) или поглощением ($l < 0$) $|l|$ -фотонов внешнего поля:

$$S_l^{(\pm)} = -i \frac{Ze^3 \sqrt{\pi}}{\sqrt{2\omega_i E_- E_+}} \times \bar{u}_- [B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) + B_{l+}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}_0)] u_+. \quad (13)$$

Здесь функции $B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i)$, $B_{l+}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}_0)$ отвечают соответственно диаграммам *a* и *b* на рис. 1 для процесса ФРП на ядре в импульсном световом поле. Здесь и далее выражения со шляпкой означают скалярное произведение соответствующего 4-вектора и гамма-матриц Дирака $\tilde{\gamma}_\mu = (\tilde{\gamma}_0, \tilde{\gamma})$:

$$\hat{\varepsilon}_i = \tilde{\gamma}_\mu \varepsilon_i^\mu = \tilde{\gamma}_0 \varepsilon_i^0 - \tilde{\gamma} \varepsilon_i.$$

Рассмотрим диаграмму *a*, для которой (см. также [35, 37])

$$B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{2\omega\tau^2}{\mathbf{q}^2 + q_0(q_0 - 2q_z)} \times \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\Lambda_{l+r}(\xi) [\hat{q}_- + m + \xi \hat{k}] \Lambda_{-r}(\xi)}{q_-^2 - m^2 + 2\xi(kq_-) + i0}, \quad (14)$$

где 4-вектор $q = (q_0, \mathbf{q})$ имеет смысл переданного ядру 4-импульса, q_- — 4-импульс промежуточного электрона:

$$\begin{cases} q = p_- + p_+ - k_i + lk, \\ q_- = k_i + rk - p_+, \\ q_+ = k_i + rk - p_-. \end{cases} \quad (15)$$

Здесь q_+ — 4-вектор промежуточного электрона для диаграммы \bar{b} на рис. 1. Интегральные матричные функции в выражении (14) Λ_{l+r} , Λ_{-r} равны

$$\left\{ \begin{array}{l} \Lambda_{l+r}(\xi) = \tilde{\gamma}_0 \int_{-\infty}^{\infty} d\phi L_{l+r}(\phi) \times \\ \quad \times \exp \{i q_0 \tau \phi - i(\xi \omega \tau) \phi\}, \\ \Lambda_{-r}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} d\phi' F_{-r}(\phi) \exp \{i(\xi \omega \tau) \phi'\}. \end{array} \right. \quad (16)$$

Переменные интегрирования имеют вид

$$\phi = \frac{\varphi}{\omega \tau}, \quad \phi' = \frac{\varphi'}{\omega \tau}. \quad (17)$$

В интегралах (16) функции $F_{-r}(\phi')$, $L_{l+r}(\phi)$ плавно зависят от переменных интегрирования (17) и определяются следующим образом:

$$F_{-r}(\phi') = \hat{\varepsilon}_i L_{-r}(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi'), \beta_{q-p_+}(\phi')) + ((e_x + i\delta e_y)b) g(\phi') \times L_{-r+1}(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi'), \beta_{q-p_+}(\phi')), \quad (18)$$

где

$$b = \frac{1}{4} \eta_0 m \left(\frac{\tilde{\gamma} \hat{k} \hat{\varepsilon}_i}{(k q_-)} - \frac{\hat{\varepsilon}_i \hat{k} \tilde{\gamma}}{(k p_+)} \right), \quad (19)$$

$$L_{-r}(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi'), \beta_{q-p_+}(\phi')) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \times \exp \{i [\gamma_{q-p_+}(\phi') \sin(\varphi - \chi_{q-p_+}) + \beta_{q-p_+}(\phi') \times \sin 2\varphi + r\varphi]\}. \quad (20)$$

Аргументы интегральной функции (20) определяются выражениями

$$\begin{aligned} \text{tg } \chi_{q-p_+} &= \delta \frac{(e_y Q_{q-p_+})}{(e_x Q_{q-p_+})}, \\ Q_{q-p_+} &= \frac{q_-}{(k q_-)} - \frac{p_+}{(k p_+)}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{q-p_+}(\phi') &= \\ &= \eta_0 g(\phi') m \sqrt{(e_x Q_{q-p_+})^2 + \delta^2 (e_y Q_{q-p_+})^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \beta_{q-p_+}(\phi') &= \\ &= \frac{1}{8} (1 - \delta^2) \eta_0^2 g^2(\phi') m^2 \left[\frac{1}{(k q_-)} + \frac{1}{(k p_+)} \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Выражение для функции

$$L_{l+r}(\phi) \equiv L_{l+r}(\chi_{p-q_-}, \gamma_{p-q_-}(\phi), \beta_{p-q_-}(\phi))$$

легко получить из выражений (20)–(23) заменой соответствующих индексов и 4-импульсов:

$$-r \rightarrow l+r, \quad q_- \rightarrow p_-, \quad p_+ \rightarrow -q_-.$$

Интегральные функции L (20) определяют вероятности многофотонных процессов при влиянии внешнего электромагнитного поля на процессы квантовой электродинамики. Основные свойства этих функций детально изучены в работе [48]. В случае циркулярной поляризации волны функции (20) существенно упрощаются:

$$\begin{aligned} L_{-r}(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi'), 0) &= \\ &= \exp(ir\chi_{q-p_+}) J_{-r}(\gamma_{q-p_+}(\phi')), \end{aligned} \quad (24)$$

где $J_{-r}(\gamma_{q-p_+}(\phi'))$ — функции Бесселя целочисленного порядка.

Из выражений (14), (16) видно, что существенная область переменной интегрирования ξ определяется областью

$$|\xi| \lesssim \frac{1}{\omega \tau} \ll 1 \quad (25)$$

(при $|\xi| \gg (\omega \tau)^{-1}$, в силу быстрых осцилляций подынтегральной функции, интегралы (16) будут малы).

Подчеркнем, что зависимость от переменной интегрирования в знаменателе выражения (14) появляется вследствие учета импульсного характера внешней лазерной волны [37]. Отметим также, что в случае монохроматической волны аналогичная поправка отсутствует, что приводит к резонансной расходимости амплитуды процесса ФРП на ядре.

3. РЕЗОНАНСНЫЕ УСЛОВИЯ

Рассмотрим резонансы, связанные с выходом промежуточной частицы на массовую оболочку. Как следует из вида знаменателя в амплитуде (14), условие возникновения резонанса для процесса ФРП на ядре в импульсном световом поле определяется соотношением

$$q_{\pm}^2 - m^2 \lesssim \frac{(k q_{\pm})}{\omega \tau}. \quad (26)$$

Следовательно, 4-импульс промежуточной частицы в импульсном поле в условиях резонанса лежит вблизи массовой поверхности.

Уравнения в соотношении (15), определяющие 4-импульсы q и q_{\pm} , удобно записать для амплитуд a и b на рис. 1 соответственно в виде [5, 15]

$$\begin{cases} k_i + rk = q_- + p_+, \\ q = p_- - q_- + (l + r)k; \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} k_i + rk = p_- + q_+, \\ q = p_+ - q_+ + (l + r)k. \end{cases} \quad (28)$$

Выражения (27), (28) представляют собой законы сохранения 4-импульса для вершин диаграмм (рис. 1), которые в силу условия (26) выполняются только для значений $r > 0$.

Учитывая условие (26), из выражения (27) получим частоту начального фотона ω_i^{res} , для которой может наблюдаться резонанс (резонансную частоту). С точностью до членов нулевого порядка по малому параметру $(\omega\tau)^{-1}$ для диаграмм a и b получим

$$\omega_i^{res} = \omega_i^{\pm} \equiv r\omega \frac{(np_{\mp})}{(n_i q_{\pm})}, \quad (29)$$

$$n = \frac{k}{\omega} = (1, \mathbf{n}), \quad n_i = \frac{k_i}{\omega_i} = (1, \mathbf{n}_i). \quad (30)$$

В области умеренно сильных полей (4) закон сохранения энергии ($q_0 \approx 0$) можно записать в виде

$$\omega_i \approx E_- + E_+. \quad (31)$$

В силу этого из (29) следует, что в области умеренно сильных полей резонансы возможны лишь для ультрарелятивистских позитрона p_+ (диаграмма a) и электрона p_- (диаграмма b), если они движутся в узком конусе с падающим γ -квантом k_i . При этом резонансные частоты (29) принимают вид

$$\omega_i^{\pm} = \frac{E_{\pm}}{1 - W_{\pm}/E_{\pm}}, \quad W_{\pm} = \frac{m^2}{r\omega} \frac{(1 + \delta_{i\pm}^2)}{2(nn_i)}, \quad (32)$$

где

$$\delta_{i\pm} = \theta_{i\pm}(E_{\pm}/m), \quad \theta_{i\pm} = \angle(\mathbf{k}_i, \mathbf{p}_{\pm}) \ll 1. \quad (33)$$

Отсюда следует, что резонансы возможны лишь для энергий позитрона (электрона) больше некоторого порогового значения W_{\pm} :

$$E_{\pm} > W_{\pm} \sim m^2/\omega.$$

Используя выражения для резонансных частот (32), несложно получить энергию позитрона в резонансе

$$E_+ = \frac{1}{2} \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{\omega_i^{th}}{\omega_i}} \right\} \omega_i, \quad (34)$$

где ω_i^{th} — пороговая частота падающего γ -кванта, которая равна

$$\omega_i^{th} = \frac{2m^2}{\omega(1 - \cos\theta_i)}, \quad \theta_i = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{k}_i). \quad (35)$$

Как видно из выражения (35), величина пороговой энергии начального фотона существенно зависит от его ориентации относительно направления распространения волны. Так, пороговая энергия минимальна, когда начальный фотон распространяется навстречу волне. В противоположном случае, при движении начального фотона параллельно фотонам внешнего поля, резонансы не наблюдаются. Отметим, что энергия электрона получается из (34) изменением знака перед квадратным корнем на противоположный. Из (34) следует, что вблизи порога ($\omega_i - \omega_i^{th} \ll \omega_i^{th}$) энергии рождающихся электрона и позитрона равны ($E_+ = E_- \approx \omega_i^{th}/2$). Если же частота падающего γ -кванта велика ($\omega_i \gg \omega_i^{th}$), то энергии электрона и позитрона существенно отличаются друг от друга ($E_+ = \omega_i - \omega_i^{th}/4 \approx \omega_i$, $E_- \approx \omega_i^{th}/4$).

Условие интерференции резонансных амплитуд $\omega_i^+ = \omega_i^-$ принимает вид

$$(np_-)(n_i q_-) = (np_+)(n_i q_+). \quad (36)$$

Используя закон сохранения энергии (31) и выражения для частоты (32) получим, что интерференция резонансных амплитуд происходит, если электрон p_- и позитрон p_+ движутся в узком конусе с падающим γ -квантом k_i , причем $\delta_{i-} = \delta_{i+}$ и $\theta_{i-} \sim \omega/E_-$.

В дальнейшем будем рассматривать резонанс одной из диаграмм. Будем считать, что частота начального фотона имеет значение

$$\omega_i \approx \omega_i^{res} = \omega_i^-. \quad (37)$$

4. ИНТЕГРИРОВАНИЕ АМПЛИТУДЫ

Условие (25) позволяет выполнить интегрирование в выражении (14),

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{\exp\{i\xi\omega\tau(\phi' - \phi)\}}{q_-^2 - m^2 + 2\xi(kq_-) + i0} = \\ = \frac{\exp\{-2i\beta(\phi' - \phi)\}}{2(kq_-)} i\pi(\text{sgn}(\phi' - \phi) - 1). \end{aligned} \quad (38)$$

Соотношение (38) содержит характерный резонансный параметр, который описывает резонансный процесс ФРП на ядре в поле импульсной световой волны

$$\beta = \frac{q_-^2 - m^2}{4(kq_-)} \omega\tau. \quad (39)$$

Как видно из (39), резонансный параметр β определяется кинематикой процесса и характеристиками внешней импульсной волны. С учетом (38) функция $B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i)$ (14) принимает вид

$$B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \frac{2\omega\tau^2}{\mathbf{q}^2 + q_0(q_0 - 2q_z)} \frac{i\pi}{2(kq_-)} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} d\phi L_{l+r}(\phi) \exp\{i(q_0\tau + 2\beta)\phi\} \tilde{\gamma}_0(\hat{q}_- + m) \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} d\phi' F_{-r}(\phi') \exp\{-2i\beta\phi'\} (\text{sgn}(\phi' - \phi) - 1). \quad (40)$$

Здесь функции $F_{-r}(\phi')$, $L_{l+r}(\phi)$ определены соотношениями (18)–(23). Отметим, что амплитуда $B_{l+}(\hat{\varepsilon}_i, \tilde{\gamma}_0)$ (13) получается из выражений (40), (18)–(23), если в последних сделать замены $q_- \rightarrow -q_+$, $\tilde{\gamma}_0 \leftrightarrow \hat{\varepsilon}_i$.

С учетом закона сохранения 4-импульса (первого уравнения в (27)) из вида матричной функции $F_{-r}(\chi_{q-p_+}, \gamma_{q-p_+}(\phi'), \beta_{q-p_+}(\phi'))$ (18) следует, что в резонансе она определяет амплитуду процесса рождения фотоном с 4-импульсом k_i электрон-позитронной пары с 4-импульсами q_- и p_+ в импульсном световом поле за счет поглощения r -фотонов внешней волны. Данный процесс рассматривался для случая монохроматической волны (см. обзор [12]), а также в импульсном световом поле [33]. Величина $L_{l+r}(\chi_{p-q_-}, \gamma_{p-q_-}(\phi), \beta_{p-q_-}(\phi))\tilde{\gamma}_0$ с учетом величины переданного 4-импульса q (см. второе равенство (27)) определяет амплитуду процесса рассеяния промежуточного электрона с 4-импульсом q_- на ядре в поле импульсной световой волны с поглощением или излучением $|l+r|$ -фотонов волны. Данный процесс для случая монохроматической волны в нерелятивистском пределе изучался в работе [42], а в общем релятивистском случае — в работе [43]. В импульсном световом поле рассеяние электрона на ядре было изучено авторами в работе [34].

Следовательно, в отсутствие интерференции прямой и обменной амплитуд процесс резонансного фоторождения электрон-позитронной пары на ядре в импульсном световом поле, эффективно сводится к двум последовательным процессам первого порядка по постоянной тонкой структуры: однофотонному рождению пары в поле импульсной волны и рассеянию электрона на ядре в поле импульсной волны (см. рис. 2). Для диаграммы *b* на рис. 1 отличие состоит лишь в замене значения 4-импульса электрона в промежуточном состоянии $q_- \rightarrow -q_+$ и изменении последовательности процессов первого порядка.

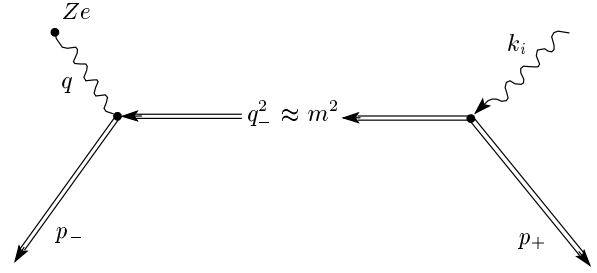


Рис. 2. Резонансное фоторождение электрон-позитронных пар на ядре в поле импульсной волны

Как отмечалось выше, интегральные функции (20) для циркулярной поляризации внешней волны ($\delta = \pm 1$) определяются функциями Бесселя целочисленного порядка (24). В случае циркулярной поляризации волны в условиях резонанса аргумент функции Бесселя (22) для процесса однофотонного рождения пары можно представить в виде

$$\gamma_{q-p_+}(\phi') = 2r\eta_0 g(\phi') \frac{1+z_+}{z_+z_r} \sqrt{z_+z_r - (1+z_+)^2}, \quad (41)$$

где инвариантные параметры z_+ , z_r равны

$$z_+ = \frac{(kp_+)}{(kq_-)} \approx \frac{E_+}{\omega_i - E_+}, \quad z_r = 2r \frac{(kk_i)}{m^2}. \quad (42)$$

Из выражений (41), (42) следует, что в условиях резонанса, как и следовало ожидать для данной части амплитуды, квантовый параметр Бункина – Федорова переходит в классический параметр

$$\gamma_{q-p_+}(\phi') \sim \eta_0 \ll 1. \quad (43)$$

Следовательно, основной вклад в резонансное сечение в области умеренно сильных полей дает первый резонанс $r = 1$, когда функция Бесселя имеет наибольшее значение. Это соответствует тому, что процесс однофотонного рождения электрон-позитронной пары в поле импульсной волны проходит, в основном, за счет поглощения одного фотона внешнего поля. При этом аргумент функции Бесселя $J_{l+r}(\gamma_{p-q_-}(\phi))$ в (40) по порядку величины $\gamma_{p-q_-}(\phi) \sim \gamma_0 \gtrsim 1$, т.е. сохраняет свою квантовую природу. Следовательно, процесс рассеяния промежуточного электрона на ядре в поле умеренно сильной импульсной волны имеет многоквантовый характер.

Дальнейший анализ будем проводить для конкретного вида огибающей функции. Выберем огибающую потенциала импульсной волны в виде функции Гаусса:

$$g\left(\frac{\varphi}{\omega\tau}\right) = \exp\left\{-\left(\frac{2\varphi}{\omega\tau}\right)^2\right\} = \exp\{-(2\phi)^2\}. \quad (44)$$

Рассмотрим резонансный процесс ФРП на ядре в импульсном световом поле циркулярной поляризации ($\delta = \pm 1$) за счет поглощения одного фотона внешней волны $r = 1$. В силу соотношения (43) функция $F_{-r}(\phi')$ в амплитуде (40) может быть разложена в ряд по малому параметру η_0 (4). Для огибающей потенциала импульсной волны (44), после простых выкладок получим амплитуду процесса ФРП на ядре в виде

$$B_{l-}(\tilde{\gamma}_0, \hat{\varepsilon}_i) = \frac{2\pi\tilde{\gamma}_0(\hat{q}_- + m)\hat{F}}{\mathbf{q}^2 + q_0(q_0 - 2q_z)} \times \times \frac{-i\omega\tau^2\sqrt{\pi}}{4(kq_-)} \exp\left(-\frac{\beta^2}{4}\right) I(q_0, \beta), \quad (45)$$

$$\hat{F} = -\frac{1}{2} \exp\{i\chi_{q-p_+}\} \gamma_{q-p_+}(0)\hat{\varepsilon}_i + ((e_x + i\delta e_y)b), \quad (46)$$

$$I(q_0, \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} d\phi J_{l+1}(\phi) \times \times \exp\{i(q_0\tau + 2\beta)\phi\} \left(\operatorname{erf}\left(2\phi + \frac{i\beta}{2}\right) + 1 \right), \quad (47)$$

где $\operatorname{erf}(2\phi + i\beta/2)$ — функция ошибок.

5. РЕЗОНАНСНОЕ СЕЧЕНИЕ РАССЕЯНИЯ

Определим дифференциальную вероятность за все время наблюдения процесса ФРП на ядре в импульсном поле из амплитуды (12), (13), (45)–(47) для частот начального фотона (37) по общим правилам [45]:

$$dW = |S^{(\pm)}|^2 \frac{d^3p_-}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_+}{(2\pi)^3} = \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{l'=-\infty}^{\infty} S_l^{(\pm)} S_{l'}^{(\pm)*} \right) \frac{d^3p_-}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_+}{(2\pi)^3}, \quad (48)$$

В силу условия (9) вклад в суммы (48) слагаемых с значениями $l' \neq l$ мал, поэтому при суммировании следует положить $l' = l$. Таким образом, дифференциальную вероятность в единицу времени резонансного ФРП на ядре в квазимонохроматическом поле можно представить в виде суммы по парциальным вероятностям

$$\frac{dW}{T} = dw = \sum_{l=-\infty}^{\infty} dw_l, \quad (49)$$

где

$$dw_l = \frac{|S_l^{(\pm)}|^2}{T} \frac{d^3p_-}{(2\pi)^3} \frac{d^3p_+}{(2\pi)^3} = \frac{Z^2 e^6 \pi}{2\omega_i E_+ E_-} |\bar{u}_- B_{l-} u_+|^2 \frac{d^3p_- d^3p_+}{T(2\pi)^6}. \quad (50)$$

Здесь амплитуда B_{l-} определяется выражениями (45)–(47), T — некоторый достаточно большой ($T \gtrsim \tau$) промежуток времени наблюдения. Дифференциальное сечение рассеяния ФРП на ядре в импульсном световом поле получим из вероятности в единицу времени (49), (50):

$$d\sigma^{(\pm)} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} d\sigma_l^{(\pm)}, \quad (51)$$

где $d\sigma_l^{(\pm)}$ — парциальное дифференциальное сечение ФРП на ядре в импульсном световом поле с излучением ($l > 0$) или поглощением ($l < 0$) $|l|$ -фотонов волны.

Примем во внимание соотношения

$$d^3p_{\pm} = |\mathbf{p}_{\pm}| E_{\pm} dE_{\pm} d\Omega_{\pm}.$$

С учетом условия квазимонохроматичности внешней импульсной волны (9) можно легко проинтегрировать парциальное дифференциальное сечение по энергии конечного электрона (см. работы [34–37]). В результате получим парциальное сечение в виде

$$\frac{d\sigma_l^{(\pm)}}{dE_+ d\Omega_+ d\Omega_-} = \frac{Z^2 e^6 \pi (\omega\tau)^2}{(2\pi)^2} \frac{|\mathbf{p}_-||\mathbf{p}_+|}{\omega_i \mathbf{q}^4} \times \times |\bar{u}_- M_- u_+|^2 \frac{\exp\{-\beta^2/2\}}{64(kq_-)^2} \times \times \frac{\tau}{T} \int_{-T/2\tau}^{T/2\tau} d\phi J_{l+1}^2(\phi) \left| \operatorname{erf}\left(2\phi + \frac{i\beta}{2}\right) + 1 \right|^2, \quad (52)$$

$$M_- = \tilde{\gamma}_0(\hat{q}_- + m)\hat{F}. \quad (53)$$

В условиях резонанса и ультрарелятивистских энергий электрона и позитрона энергетическим вкладом фотонов внешнего импульсного поля можно пренебречь. В силу этого резонансное сечение (51)–(53) легко просуммировать по всем возможным процессам излучения и поглощения фотонов волны. Окончательно, резонансное дифференциальное сечение ФРП на ядре в импульсном световом поле с энергией позитрона в интервале $[E_+, E_+ + dE_+]$

в телесный угол $[\Omega_+, \Omega_+ + d\Omega_+]$ и электроном в телесный угол $[\Omega_-, \Omega_- + d\Omega_-]$ примет вид

$$\frac{d\sigma_{1res}^{(\pm)}}{dE_+ d\Omega_+ d\Omega_-} = \frac{Z^2 e^6}{(2\pi)^2} \frac{|\mathbf{p}_-||\mathbf{p}_+|}{\omega_i \mathbf{q}^4} |\bar{u}_- M_- u_+|^2 P_{res}, \quad (54)$$

$$P_{res} = \pi(\omega\tau)^2 \frac{\exp\{-\beta^2/2\}}{64(kq_-)^2} \times \times \frac{1}{2\rho} \int_{-\rho}^{\rho} d\phi \left| \operatorname{erf}\left(\phi + \frac{i\beta}{2}\right) + 1 \right|^2, \quad (55)$$

$$\rho = \frac{T}{\tau}. \quad (56)$$

Здесь ρ — отношение времени наблюдения к длительности импульса, его величина определяется условиями конкретного эксперимента. Так, если внешнее поле имеет вид следующих друг за другом электромагнитных импульсов, параметр ρ приобретает смысл отношения расстояния между соседними импульсами к характерной длительности импульса.

Не будем интересоваться поляризационными эффектами. Тогда сечение (54) следует усреднить по начальным поляризациям падающего фотона и просуммировать по поляризациям конечного электрона и позитрона. После проведения соответствующих усреднений и суммирований, а также учитывая, что

$$d\Omega_+ = (m^2/2E_+^2) d\delta_{i+}^2 d\varphi_{az},$$

получим следующее выражение для резонансного дифференциального сечения ФРП на ядре в импульсном световом поле:

$$d\sigma_{1res}^{(\pm)} = \frac{1}{2\pi^2} \frac{m^2 \omega_i}{z_+} P_{res} d\sigma_s(q_-) dW_{pair}^{(1)} d\delta_{i+}^2 d\varphi_{az}. \quad (57)$$

Здесь

$$d\sigma_s(q_-) = 2Z^2 r_e^2 \frac{|\mathbf{p}_-| m^2}{|\mathbf{q}_-| \mathbf{q}^4} (m^2 + E_- q_0 + \mathbf{p}_- \cdot \mathbf{q}_-) d\Omega_- \quad (58)$$

представляет собой дифференциальное сечение рассеяния промежуточного электрона с 4-импульсом q_- на ядре, r_e — классический радиус электрона, а

$$dW_{pair}^{(1)} = \alpha \frac{\eta_0^2 m^2}{4\omega_i} \left\{ \frac{4(1+z_+)^2}{z_+ z_1} \left(1 - \frac{(1+z_+)^2}{z_+ z_1} \right) - 2 + \frac{(1+z_+)^2}{z_+} \right\} \frac{dz_+}{(1+z_+)^2} \quad (59)$$

— вероятность рождения начальным фотоном k_i электрон-позитронной пары с 4-импульсами q_- и p_+ за счет поглощения одного фотона внешнего поля. Проведем интегрирования в выражении (57) по азимутальному углу $d\varphi_{az}$ и $d\delta_{i+}^2$. При этом сделаем замену переменной интегрирования $d\delta_{i+}^2 \rightarrow d\beta$, где параметр β (39) в условиях резонанса имеет вид

$$\beta = \frac{\omega\tau}{2} \left[1 - \frac{(1+z_+)^2}{z_+ z_1} (1 + \delta_{i+}^2) \right]. \quad (60)$$

В результате этого получим

$$d\sigma_{1res}^{(\pm)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega\tau}{2} \frac{\omega_i}{m^2 z_1} d\sigma_s(q_-) dW_{pair}^{(1)}. \quad (61)$$

В кинематической области резонанса процесс ФРП на ядре, идущий без участия поля волны, рассматривался в работе [49]. Было показано, что амплитуды a и b на рис. 1 имеют полюса в разных областях углов испускания пары и поэтому не интерферируют. При этом сечение факторизуется:

$$d\sigma_{pair} = dW_{k_i}(p_+, q_-) d\sigma_s(q_-), \quad (62)$$

где $q_- = k_i - p_+$, $dW_{k_i}(p_+, q_-)$ — вероятность рождения электрон-позитронной пары $(p_+ q_-)$ γ -квантом k_i . Выразим резонансное сечение (61) в единицах обычного сечения (62):

$$R_{res} = \frac{d\sigma_{1res}^{(\pm)}}{d\sigma_{pair}} = \frac{\omega_i}{4m\Gamma_\tau(1+z_+)} \frac{dW_{pair}^{(1)}}{dW_{k_i}(p_+, q_-)}. \quad (63)$$

Здесь по аналогии с работой [37] нами введена пролетная ширина резонанса

$$\Gamma_\tau = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\omega\tau} \frac{(kq_-)}{m}. \quad (64)$$

Видно, что пролетная ширина определяется частотой и временем импульса волны, а также энергией частиц и кинематикой процесса. Следует отметить, что при исследовании резонансного процесса ФРП на ядре в поле монохроматической волны расходимость в дифференциальном сечении обычно устраняется путем учета радиационных поправок в функции Грина промежуточной частицы. Согласно процедуре Брейта–Вигнера это соответствует добавлению мнимой части к массе электрона или позитрона:

$$m \rightarrow m - i\Gamma_R.$$

Здесь радиационная ширина резонанса Γ_R вводится феноменологически. Она имеет вид

$$\Gamma_R = \frac{1}{3} \alpha \eta_0^2 \frac{\sigma_e(q_-)}{\sigma_T} \frac{(kq_-)}{m}, \quad (65)$$

где $\sigma_c(q_-)$ — полное сечение эффекта Комптона для фотона внешнего поля на промежуточном электро-не с 4-импульсом q_- (наиболее вероятный канал выхода электрона из промежуточного состояния), а σ_T — сечение Томпсона. Из сравнения резонансных ширин (64) и (65) получим, что пролетная ширина будет больше радиационной, когда параметры лазерного импульса удовлетворяют условию

$$\omega\tau < \frac{3}{\alpha\eta_0^2} \frac{\sigma_c(q_-)}{\sigma_T}. \quad (66)$$

Неравенству (66) отвечают умеренно сильные поля оптических частот и пикосекундного диапазона длительностей. Источниками таких импульсных полей могут послужить, например, титан-сапфировый лазер (Ti:Sapphire) или твердотельный лазер на основе алюмо-иттриевого граната $Y_2Al_5O_{12}$ с добавками неодима Nd (Nd:YAG). Титан-сапфировые лазеры обладают широкой полосой генерации (700–1100 нм) и широким диапазоном длительностей импульса (10 пс–10 фс) за счет различного выбора режима сжатия излучения [50]. Пикосекундный Nd:YAG лазер серии PICAR (разработка Международного учебно-научного лазерного центра МГУ им. М. В. Ломоносова) позволяет достигнуть соответствующих характеристик поля за счет комбинаторного действия активно-пассивной синхронизации мод и отрицательной обратной связи [51].

В логарифмическом приближении [49] отношение сечений (63) существенно упрощается и принимает вид

$$R_{res} = \frac{\pi}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \eta_0^2 \omega\tau \left[\ln \frac{E_+}{m} \right]^{-1}. \quad (67)$$

Проведем оценку отношения сечений (67) для пикосекундного Nd:YAG лазера серии PICAR с дополнительными усилителями, которому отвечают параметры: $\eta_0 \approx 0.1$, $\lambda = 1064$ нм ($\omega = 1.17$ эВ), $\tau = 25$ пс. Падающий γ -квант движется навстречу волне с энергией вблизи порогового значения (35) $\omega_i = 5 \cdot 10^5 m = 255$ ГэВ. Получим значение отношения сечений $R_{res} \approx 40$. Следовательно, резонансное сечение ФРП на ядре в импульсном световом поле на порядок величины может превышать соответствующее сечение ФРП на ядре в отсутствие внешнего поля.

6. ВЫВОДЫ

1. Резонансное ФРП на ядре в умеренно сильном импульсном световом поле имеет место при порого-

вой энергии падающего γ -кванта значительно большей удвоенной энергии покоя электрона. В силу этого энергии рождающихся электрона и позитрона являются ультрарелятивистскими. В этих условиях резонансное сечение факторизуется на произведение вероятности рождения пары падающим γ -квантом в поле волны и сечение рассеяния промежуточного электрона на ядре в световом поле.

2. Для умеренно сильных импульсных полей оптических частот и пикосекундного диапазона длительностей резонансное сечение ФРП на ядре может на порядок величины превышать обычное сечение ФРП на ядре в отсутствие внешнего поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. А. Bethe and W. Heitler, Proc. Roy. Soc. A **146**, 83 (1934).
2. С. П. Рошупкин, Изв. ВУЗов «Физика», № 8, 12 (1983).
3. А. В. Борисов, В. Ч. Жуковский, А. К. Насиров и др., Изв. ВУЗов «Физика», № 24, 12 (1981).
4. А. Е. Казаков, С. П. Рошупкин, Препринт ФИАН № 115, 45 Москва (1983).
5. S. P. Roshchupkin, Laser Phys. **6**, 837 (1996).
6. E. Lötstedt, U. D. Jentschura, and C. H. Keitel, Phys. Rev. Lett. **98**, 043002 (2007).
7. E. Lötstedt, U. D. Jentschura, and C. H. Keitel, New J. Phys. **11**, 013054 (2009).
8. А. В. Борисов, О. Г. Горяга, В. Ч. Жуковский, Изв. ВУЗов «Физика», № 5, 15 (1977).
9. А. В. Борисов, О. Г. Горяга, В. Ч. Жуковский и др., Изв. ВУЗов «Физика», № 9, 33 (1978).
10. С. П. Рошупкин, ЯФ **64**, 289 (2001).
11. А. I. Voroshilo and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. **10**, 1078 (2000).
12. А. И. Никишов, В. И. Ритус, *Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле*, Труды ФИАН, 111, Наука, Москва (1979).
13. В. П. Олейник, ЖЭТФ **52**, 1049 (1967).
14. В. П. Олейник, ЖЭТФ **53**, 1997 (1967).
15. С. П. Рошупкин, А. И. Ворошило, *Резонансные и когерентные эффекты квантовой электродинамики в сильных световых полях*, Наукова думка, Киев (2008).

16. С. П. Рошупкин, В. П. Крайнов, ЖЭТФ **84**, 1302 (1983).
17. С. П. Рошупкин, О. Б. Лысенко, ЖЭТФ **116**, 1210 (1999).
18. V. A. Tsybul'nik and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. Lett. **1**, 357 (2004).
19. С. П. Рошупкин, В. А. Цыбульник, ЖЭТФ **127**, 1005 (2005).
20. S. P. Roshchupkin and V. A. Tsybul'nik, Laser Phys. Lett. **3**, 362 (2006).
21. A. I. Voroshilo and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. Lett. **2**, 184 (2005).
22. S. S. Starodub and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. Lett. **2**, 407 (2005).
23. O. I. Denisenko, S. P. Roshchupkin, and A. I. Voroshilo, J. Phys. B **39**, 965 (2006).
24. A. I. Voroshilo, S. P. Roshchupkin, and O. I. Denisenko, Eur. Phys. J. D **41**, 433 (2007).
25. S. S. Starodub and S. P. Roshchupkin, Eur. Phys. J. D **44**, 401 (2007).
26. V. N. Nedoreshita, A. I. Voroshilo, and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. Lett. **4**, 872 (2007).
27. V. N. Nedoreshita, A. I. Voroshilo, and S. P. Roshchupkin, Eur. Phys. J. D **48**, 451 (2008).
28. V. N. Nedoreshita, S. P. Roshchupkin, and A. I. Voroshilo, Laser Phys. **19**, 531 (2009).
29. S. P. Roshchupkin and V. A. Tsybul'nik, Laser Phys. Lett. **5**, 619 (2008).
30. S. P. Roshchupkin, Laser Phys. **19**, 1723 (2009).
31. S. P. Roshchupkin and V. A. Tsybul'nik, Laser Phys. Lett. **6**, 906 (2009).
32. Н. Б. Нарожный, М. С. Фофанов, ЖЭТФ **110**, 26 (1996).
33. N. B. Narozhny and M. S. Fofanov, Laser Phys. **7**, 141 (1997).
34. A. A. Lebed' and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. Lett. **5**, 437 (2008).
35. A. A. Lebed' and S. P. Roshchupkin, Eur. Phys. J. D **53**, 113 (2009).
36. A. A. Lebed' and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. Lett. **6**, 472 (2009).
37. A. A. Lebed' and S. P. Roshchupkin, Phys. Rev. A **81**, 033413 (2010).
38. A. I. Voroshilo, E. A. Padusenko, and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. **20**, 1679 (2010).
39. E. A. Padusenko, S. P. Roshchupkin, and A. I. Voroshilo, Laser Phys. Lett. **6**, 242 (2009).
40. E. A. Padusenko, S. P. Roshchupkin, and A. I. Voroshilo, Laser Phys. Lett. **6**, 616 (2009).
41. E. A. Padusenko and S. P. Roshchupkin, Laser Phys. **20**, 2080 (2010).
42. Ф. Н. Бункин, М. В. Федоров, ЖЭТФ **49**, 1215 (1965).
43. М. М. Денисов, М. В. Федоров, ЖЭТФ **53**, 1340 (1967).
44. D. M. Volkov, Zeit. Phys. **94**, 250 (1935).
45. В. Б. Берестецкий, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Квантовая электродинамика*, Наука, Москва (1984).
46. J. Schwinger, Phys. Rev. **82**, 664 (1951).
47. L. S. Brown and T. W. B. Kibble, Phys. Rev. A **133**, 705 (1964).
48. S. P. Roshchupkin, V. A. Tsybul'nik, and A. N. Chmirrev, Laser Phys. **10**, 1231 (2000).
49. V. N. Baier, V. S. Fadin, and V. A. Khoze, Nucl. Phys. B **65**, 381 (1973).
50. M. E. Fermann, A. Galvanauskas, and G. Sucha, *Ultrafast Lasers: Technology and Applications*, Marcel Dekker, Inc, New York–Basel (2001).
51. М. В. Горбунков, А. В. Коняшкин, П. В. Кострюков и др., КЭ **35**, 2 (2005).