

ВОЛНОВЫЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ БИНАРНОЙ СМЕСИ ПРИ МОДУЛЯЦИИ ПОЛЯ ТЯЖЕСТИ

Б. И. Мызникова^a, Б. Л. Смородин^{b}*

*^aИнститут механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук
614013, Пермь, Россия*

*^bПермский государственный университет
614990, Пермь, Россия*

Поступила в редакцию 29 июля 2010 г.

Изучены нелинейные волновые режимы конвекции в горизонтальном слое несжимаемой бинарной смеси с аномальной термодиффузией, находящемся в поле тяжести, модулированном воздействием произвольной амплитуды и конечной частоты. Численное моделирование колебательных режимов проведено на основе метода конечных разностей для более соответствующего условиям лабораторных экспериментов случая непроницаемых жестких границ слоя. Выявлено качественное различие в динамике возникающих в изначально стратифицированной смеси нелинейных квазипериодических и субгармонических колебаний, которые проявляют себя как модулированные и регулярные стоячие волны. Получены зависимости интенсивности конвективных течений от амплитуды модуляции. Результаты нелинейных расчетов сопоставлены с данными о границах устойчивости равновесия, найденными средствами линейной теории. Показано, что существует область параметров, в которой переменное воздействие подавляет конвективное течение.

1. ВВЕДЕНИЕ

Процессы формирования конвективных структур и их нелинейной эволюции в многокомпонентных смесях очень разнообразны. Сложное поведение конвективных течений может быть связано с явлением термодиффузии, при котором приложенный градиент температуры вызывает появление градиента концентрации. В случае аномальной термодиффузии, когда тяжелая компонента мигрирует к горячей границе, уменьшая силу Архимеда, конвекция смеси в стационарных полях — тепловом и гравитационном — возникает в результате обратной бифуркации Хопфа и характеризуется собственной частотой осциллирующих возмущений. Нелинейная эволюция возмущений может привести к формированию конвективных режимов с различными пространственными и временными свойствами, таких как стационарные структуры, стоячие и бегущие волны, а также локализованные состояния — локализованные бегущие волны [1–3] либо так называемые конвектоны (локализованные области монотонной конвек-

ции [4, 5]). При этом в подкритической области возникают неустойчивые режимы стоячих и бегущих волн. Диссипативные структуры и эволюция поля концентрации в бинарной смеси активно изучаются экспериментально и теоретически [6–9]. Как показывают исследования, в неравномерно нагретой бинарной смеси с аномальной термодиффузией устанавливается бегущая волна или локализованное состояние, порог возникновения которого не совпадает с критическим значением бифуркационного параметра, предсказанным линейной теорией устойчивости, а определяется нелинейной динамикой системы. Изучение поведения подобных структур аналитическими методами возможно лишь для специально подобранного набора значений определяющих параметров; эффективными являются методы численного анализа, например, основанные на использовании конечно-разностной техники [10].

Как известно, вибрации, переменные электрические поля, модуляция температуры оказывают эффективное воздействие на характеристики технологических процессов. Классическим примером качественного изменения реакции физической системы, помещенной в переменное поле, является маятник

*E-mail: bsmorodin@yandex.ru

Капицы [11]. Переменное воздействие может существенно повлиять на устойчивость и нелинейную динамику конвективных систем [12–15], что может быть использовано для управления гидродинамикой, тепло- и массопереносом в различных технических устройствах.

Таким образом, исследование влияния переменных воздействий на режим конвекции двухкомпонентной смеси, структуру установившегося течения, возможность его стабилизации представляет интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения. Нелинейная эволюция бинарных смесей при наличии вибраций рассмотрена в работах [14, 15], а в переменном тепловом поле — в [13]. Важной особенностью указанных эффектов является возможность стабилизации неустойчивого в постоянном поле режима стоячих волн [13, 15].

В настоящей работе исследованы процессы переноса примеси, сопровождаемые образованием, нелинейной эволюцией и разрушением конвективных структур, в слое бинарной смеси с аномальной термодиффузией. Слой помещен в переменное поле при условиях, когда, с точки зрения линейной теории конвективной устойчивости, система находится вне механического равновесия, причем нарастают квазипериодические (двухчастотные) возмущения. Это отличает данное исследование от предшествующих [14, 15], в которых рассматривалось устойчивое начальное состояние смеси. Предполагается, что двухкомпонентная смесь заполняет горизонтальный слой с твердыми непроницаемыми границами, помещенный в поле поперечных вибраций конечной амплитуды и произвольной частоты. Обнаруженные нелинейные решения описывают модулированные или регулярные стоячие волны соответственно при относительно небольшой или значительной величине амплитуды вибрации.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим бесконечный горизонтальный слой газовой несжимаемой бинарной смеси, ограниченный твердыми непроницаемыми идеально теплопроводными плоскостями, координаты которых $z = 0$, $z = h$ (h — толщина слоя). На границах поддерживаются постоянные, но различные значения температуры: $T(0) = \Theta$ и $T(h) = 0$. В дальнейшем нас будет интересовать случай нагрева слоя снизу: $\Theta > 0$.

Уравнение состояния смеси может быть записано в виде

$$\varrho = \bar{\varrho}(1 - \beta_T T - \beta_C C), \quad (1)$$

где $\bar{\varrho}$ — плотность смеси при средних значениях температуры и концентрации, T и C — отклонения температуры и концентрации от некоторых средних значений, $\beta_T = -(1/\bar{\varrho})\partial\varrho/\partial T$ — коэффициент теплового расширения, $\beta_C = -(1/\bar{\varrho})\partial\varrho/\partial C$ — концентрационный коэффициент плотности. Выбирая в качестве C концентрацию легкой компоненты смеси, имеем $\beta_C > 0$.

В данной задаче бинарная смесь изначально однородна, разность концентраций между любыми двумя точками области, занятой смесью, отсутствует. Однако наличие градиента температуры вследствие эффекта термической диффузии Соре [16] вызывает относительное движение компонент смеси, что приводит к установлению градиента концентрации в слое.

Слой, заполненный смесью, линейно гармонически осциллирует вдоль поперечной оси z , перпендикулярной границам полости, с циклической частотой Ω и амплитудой смещения b . В системе координат, связанной со слоем, вертикальные вибрации проявляются в модуляции ускорения силы тяжести по закону $\mathbf{g} + b\Omega^2 \sin(\Omega t)\mathbf{n}$, где \mathbf{g} — ускорение свободного падения в статическом поле тяжести, \mathbf{n} — единичный вектор вдоль оси вибрации, направленный вертикально вверх.

В отличие от модели конвекции однородной жидкости, в нашем случае уравнение движения бинарной смеси содержит дополнительные слагаемые, обусловленные действием сил, связанных с неоднородностью концентрации в модулированном гравитационном поле. Кроме уравнений теплопроводности и непрерывности в модель включено эволюционное уравнение, описывающее конвективный перенос легкой компоненты смеси с учетом диссипативных процессов диффузии и термодиффузии. Наличие эффекта Соре приводит к следующему выражению для плотности потока легкой компоненты:

$$\mathbf{j} = -\bar{\varrho}D(\nabla C + \alpha\nabla T).$$

Здесь D — коэффициент молекулярной диффузии, α — термодиффузионный параметр. Случай $\alpha > 0$, при котором направления градиентов температуры и концентрации противоположны, соответствует аномальному эффекту Соре. При $\alpha < 0$ эти направления совпадают, что отвечает нормальному эффекту Соре. В дальнейшем рассмотрении не учитывается зависимость коэффициентов D и α от температуры.

Введем безразмерные переменные на основе следующих масштабов: расстояния h , времени h^2/ν_k , скорости ν_k/h , температуры Θ , концентрации

$\beta_T \Theta / \beta_C$, давления $\bar{\rho} \nu_k \chi / h^2$ (ν_k и χ — соответственно коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности смеси). Тогда система уравнений конвекции в приближении Буссинеска имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= \\ &= -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + (\text{Gr} + \text{Gr}_v \sin \omega t)(T + C) \mathbf{n}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla T &= \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0, \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla C &= \frac{1}{\text{Sc}} \Delta(C - \psi T). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \mathbf{v} — скорость смеси, p — конвективная добавка к гидростатическому давлению.

Безразмерными параметрами задачи являются ω — частота вибраций, ψ — параметр Соре разделения смеси (значения $\psi > 0$ соответствуют смеси с нормальной термодиффузией, а $\psi < 0$ — смеси с аномальной термодиффузией), Gr — число Грасгофа, Gr_v — вибрационный аналог числа Грасгофа, характеризующий амплитуду вибрационного воздействия, Pr — число Прандтля, Sc — число Шмидта:

$$\begin{aligned} \text{Gr} &= \frac{g \beta \Theta h^3}{\nu_k^2}, \quad \text{Gr}_v = \frac{b \Omega^2 \beta \Theta h^3}{\nu_k^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu_k}{\chi}, \\ \psi &= -\frac{\beta_C \alpha}{\beta_T}, \quad \text{Sc} = \frac{\nu_k}{D}, \quad \omega = \frac{\Omega h^2}{\nu_k}. \end{aligned} \quad (3)$$

При исследовании конвекции бинарной смеси используются разные типы граничных условий. Наиболее реалистичным представляется соответствующий экспериментальным условиям вариант непроницаемых изотермических твердых границ, на которых обращается в нуль поток вещества:

$$\begin{aligned} z = 0 : \quad \mathbf{v} &= 0, \quad T = 1, \quad \frac{\partial C}{\partial z} - \psi \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \\ z = 1 : \quad T &= 0, \quad \frac{\partial C}{\partial z} - \psi \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

В неподвижной смеси распределение температуры создает вертикальный градиент концентрации, обеспечивая возможность состояния механического равновесия, при котором система описывается следующими полями характеристик:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= 0, \quad T_0 = -z, \quad C_0 = \psi/2 - \psi z, \\ p_0 &= (\text{Gr} + \text{Gr}_v \sin \omega t) z^2/2 + \text{const}. \end{aligned} \quad (5)$$

Чтобы исключить давление из числа переменных задачи, введем функцию тока $\Psi(x, z, t)$, связанную с компонентами скорости соотношениями

$$v_x = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad v_z = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (6)$$

В терминах функции тока Ψ , y -компоненты завихренности $\varphi = (\text{rot } \mathbf{v})_y$, температуры и концентрации легкой компоненты система уравнений термовибрационной конвекции бинарной смеси записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{\text{Pr}} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right] &= \\ &= \Delta \Psi + (\text{Gr} + \text{Gr}_v \sin \omega t) \frac{\partial(T + C)}{\partial x}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \right] &= \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T, \\ \frac{\partial C}{\partial t} + \left[\frac{\partial \Psi}{\partial z} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial \Psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial z} \right] &= \frac{1}{\text{Sc}} \Delta(C - \psi T), \\ \Delta \Psi + \varphi &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Условия на горизонтальных и вертикальных границах расчетной области примут вид:

$$\begin{aligned} z = 0 : \quad \Psi &= 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \\ T &= 1, \quad \frac{\partial C}{\partial z} - \psi \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \\ z = 1 : \quad \Psi &= 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = 0, \\ T &= 0, \quad \frac{\partial C}{\partial z} - \psi \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \\ \Psi(0, z) &= \Psi(L, z), \quad \varphi(0, z) = \varphi(L, z), \\ T(0, z) &= T(L, z), \quad C(0, z) = C(L, z). \end{aligned} \quad (8)$$

На вертикальных границах ячейки, имеющей длину L , используются периодические граничные условия, что позволяет сопоставить результаты изучения нелинейной динамики конвективных структур с данными линейной теории устойчивости бинарной смеси для развития критических возмущений с волновым числом $k = 2\pi/L$ в модулированном поле тяжести.

3. НЕЛИНЕЙНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ СТРУКТУР В ОБЛАСТИ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Моделирование конвективных процессов проведено при значениях чисел Прандтля и Шмидта, характерных для бинарной смеси газов: $\text{Pr} = 0.75$ и $\text{Sc} = 1.5$.

В отличие от [14], полученные данные представляют картину нелинейной эволюции конвективных структур в области квазипериодической неустойчивости основного состояния, вызванной нарастанием двухчастотных возмущений. Поскольку в отсут-

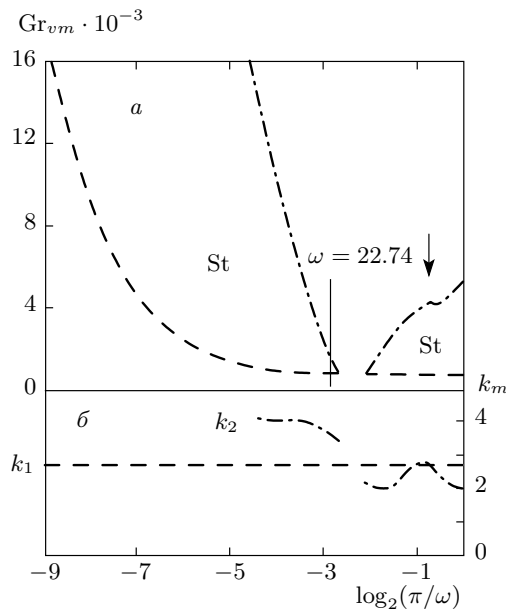


Рис. 1. Зависимости амплитуды модуляции (минимального вибрационного числа Грасгофа) Gr_{vm} (a) и критического значения волнового числа k_m (б) от обратной частоты для смеси с аномальной термодиффузией ($\psi = -0.22$). St — области устойчивости. В отсутствие вибрации система находится в состоянии неустойчивого равновесия ($Gr = 4000$)

ствие переменного воздействия конвективная система имеет собственную частоту, в переменном внешнем поле кроме возмущений, синхронных или субгармонических по отношению к приложенной модуляции, могут развиваться колебательные возмущения, которые характеризуются двумя несопоставимыми частотами: частотой собственных колебаний системы и частотой внешнего поля.

Согласно линейной теории устойчивости, основанной на применении метода Флоке [17], переменное поле подавляет малые возмущения, создавая в пространстве параметров широкие области стабилизации равновесия бинарной смеси. На рис. 1 представлена диаграмма устойчивости, построенная по результатам линейного анализа для смеси с аномальной термодиффузией ($\psi = -0.22$).

В статическом поле тяжести (в отсутствие модуляции, $Gr_v = 0$) равновесие бинарной смеси с параметром разделения $\psi = -0.22$ неустойчиво относительно возмущений колебательной моды, если число Грасгофа превышает минимальное значение $Gr_m = 3975.4$. При этом колебательные нейтральные возмущения имеют частоту $\omega_0 = 8.2$. Как видно

из рис. 1a, вибрации ($Gr_v \neq 0$) могут стабилизировать равновесие в области конвективной неустойчивости ($Gr = 4000, Gr > Gr_m$). Области устойчивости расположены симметрично относительно линии, соответствующей удвоенной частоте нейтральных возмущений: $\omega_{sub} = 16.32 \approx 2\omega_0$. Вдоль нижней границы области наиболее опасными для устойчивости являются квазипериодические возмущения. Вдоль верхней границы потерю равновесия вызывают нарастающие возмущения субгармонической моды. Излом на верхней границе области устойчивости, отмеченный стрелкой на рис. 1, соответствует смене роли наиболее опасных среди субгармонических возмущений с различными пространственными периодами. В широком диапазоне значений частоты ω вибрации стабилизируют основное состояние и одновременно возбуждают параметрическую неустойчивость при $\omega \approx 2\omega_0$.

Поведение критических значений волнового числа представлено на рис. 1б. Для квазипериодических возмущений критическое значение $k_m = k_1$ соответствует максимальному значению амплитуды модуляции Gr_v , ниже которого равновесие неустойчиво в некотором интервале значений k_m . Как видно из рис. 1б, значение k_1 не изменяется с частотой. Для субгармонических возмущений критическое значение волнового числа $k_m = k_2$ соответствует наименьшему значению вибрационного числа Грасгофа, при котором наступает неустойчивость, соответствующая субгармоническим возмущениям. При $\omega > 2\omega_0$ области нарастания квазипериодических возмущений соответствуют меньшие значения волновых чисел $k_1 < k_2$, чем для субгармонических возмущений. При $\omega < 2\omega_0$ взаимное расположение областей меняется ($k_2 < k_1$). Вблизи линии, отвечающей удвоенному значению собственной частоты ω_0 , области субгармонической и квазипериодической неустойчивостей перекрываются. В этой области с помощью вибраций не удается стабилизировать состояние равновесия смеси.

Уменьшение степени надкритичности по числу Грасгофа ($Gr - Gr_m$) приводит к сужению коридора параметрической неустойчивости вблизи $\omega = 2\omega_0$.

Численное решение задачи (7), (8) получено методом конечных разностей. Расчет полей завихренности φ , температуры T и концентрации C осуществлен с использованием неявной схемы продольно-поперечной прогонки метода дробных шагов. Значения функции тока Ψ на каждом шаге по времени найдены с помощью итерационного метода последовательной верхней релаксации. Для построения серии последовательных решений использован

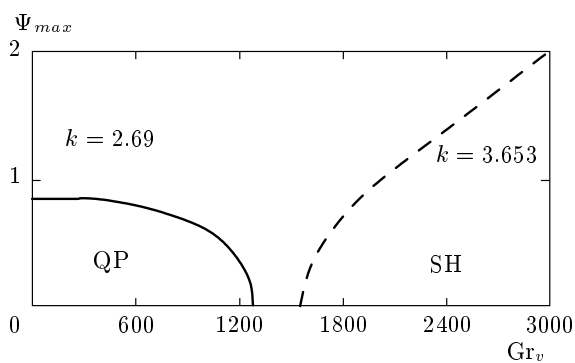


Рис. 2. Изменение максимального значения функции тока в зависимости от амплитуды вибрации при фиксированном значении частоты модуляции $\omega = 22.74$; QP и SH — квазипериодические и субгармонические колебания

метод продолжения по параметру.

В качестве начального состояния для функции тока, температуры и концентрации были заданы равновесные распределения, а для завихренности — возмущения в двух точках ячейки, соответствующих вращению смеси в противоположных направлениях.

Выбор параметров для компьютерного моделирования нелинейных конечно-амплитудных режимов сделан на основе результатов линейной теории устойчивости по отношению к квазипериодическим возмущениям. На рис. 1а вертикальной линией в левой области стабилизации равновесия изображен соответствующий разрез пространства параметров по частоте вибрации $\omega = 22.74$.

Для обнаружения и классификации различных типов волновых режимов изучены изменения со временем максимального значения функции тока в пределах конвективной ячейки и колебания функции тока в фиксированной точке внутри слоя, а также проанализированы фурье-спектры этих колебаний.

На рис. 2 представлена зависимость интенсивности конвекции (максимального значения функции тока) от степени надкритичности. Как видно из рис. 2, увеличение амплитуды вибраций Gr_v приводит к постепенному уменьшению интенсивности течения, соответствующего квазипериодическим колебаниям. При некотором значении амплитуды $Gr_v^* \approx 1290$ в смеси устанавливается состояние механического равновесия. В дальнейшем, когда амплитуда вибрации превысит значение $Gr_v^{**} = 1580$, в системе начинают нарастать субгармонические колебания. Зависимость $\Psi_{max}(Gr_v)$ (рис. 2, кривая

SH) свидетельствует о том, что локальная бифуркация рождения этого режима из состояния равновесия происходит мягко при значении амплитуды вибрации, соответствующем бифуркационному значению параметра Gr_v^{**} . Для субгармонических колебаний различие критических значений вибрационного числа Грасгофа, найденных по линейной теории ($Gr_v^{**} = 1556$) и из нелинейных расчетов, составляет примерно 1.5%, что соответствует прямой бифуркации вторичных течений данного типа. Согласно приведенному графику (рис. 2), существует интервал значений амплитуды вибраций $1290 < Gr_v < 1580$, при которых внешнее воздействие подавляет нелинейную конвекцию бинарной смеси. Ширина этого интервала меньше, чем предсказывает линейная теория.

Обсудим пространственно-временные свойства возникающих конвективных структур. В отсутствие вибраций ($Gr_v = 0$) в надкритической области значений числа Грасгофа возмущения начального состояния системы нарастают колебательным образом. В результате нелинейной эволюции возмущений в системе формируется стоячая волна. Как свидетельствуют результаты расчетов, при $Gr = 4000$, $\psi = -0.22$ пространственный период структур характеризуется волновым числом $k = 2.69$, функция тока гармонически колеблется с конечной амплитудой около нулевого значения, положение координат узлов конвективной скорости неизменно, а линейная частота $\nu = \omega/2\pi$ установившихся колебаний, $\nu_{SW}^0 = 1.257$, определяется величиной надкритичности $Gr - Gr_m$ и параметром разделения смеси ψ . Как видно из рис. 3а, только одна эта частота присутствует в фурье-спектре временной зависимости функции тока в фиксированной точке конвективной ячейки $\Psi(x_0, z_0, t)$, где $x_0 = L/4$, $z_0 = 1/2$. Причем в пределах одной ячейки уместаются два конвективных вала, обладающих завихренностью противоположных знаков и одновременно изменяющих направление вращения через половину периода стоячей волны: $T_{SW}/2 = 1/2\nu_{SW}^0$.

Вибрации изменяют характер установившегося течения. В отличие от поведения жидкой бинарной смеси, в которой квазипериодическим колебаниям соответствует модулированная бегущая волна [13], в газовой смеси в результате нелинейной эволюции формируется модулированная стоячая волна. Частотный спектр колебаний функции тока в фиксированной точке конвективной ячейки $\Psi(x_0, z_0, t)$ при $Gr_v = 600$ изображен на рис. 3б. Фурье-спектр содержит три главных пика на несоизмеримых частотах: один из них соответствует $\nu_{SW} \approx 1.289$ и два пика

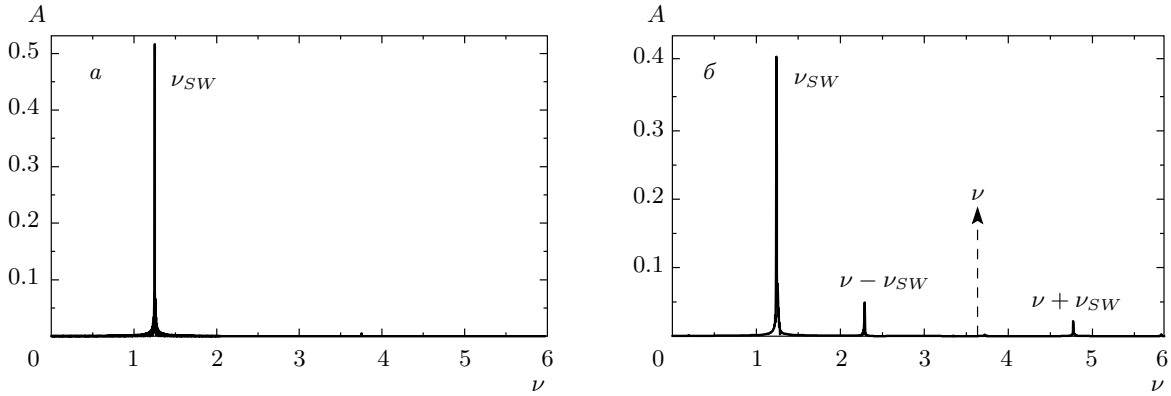


Рис. 3. Фурье-спектры колебаний функции тока: *a* — в режиме стоячей волны (отсутствие вибраций, $Gr_v = 0$); *b* — в режиме модулированной стоячей волны ($Gr_v = 600$)

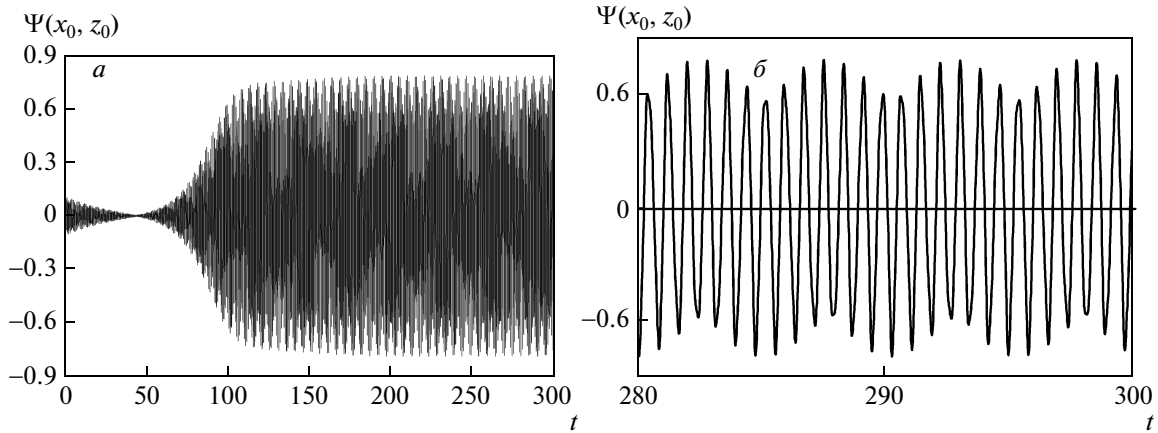


Рис. 4. Эволюция во времени значений функции тока в фиксированной точке конвективной ячейки при $Gr_v = 600$, $\omega = 22.79$: *a* — процесс установления; *b* — диссипативная структура

при $\nu \pm \nu_{SW}$. Штриховая линия со стрелкой соответствует внешней частоте, которая не проявляется явно в данном спектре.

Рост вибрационного числа Грасгофа приводит к увеличению частоты стоячей волны и вклада комбинационных гармоник: их амплитуда растет. Такая структура фурье-спектра объясняется квадратичным характером нелинейных слагаемых в уравнениях (7). В отсутствие модуляции система генерирует стоячие волны с частотой ν_{SW}^0 , которая проявляется в полях переменных φ, Ψ, T, C , определяющих характер течения бинарной смеси. С одной стороны, вибрации слегка модифицируют эту частоту: $\nu_{SW}^0 \rightarrow \nu_{SW}$. С другой — эволюционное уравнение для завихренности содержит слагаемое

$$Gr_v \frac{\partial(T + C)}{\partial x} \sin(2\pi\nu t),$$

характеризующее плавучесть в модулированном поле, и именно это слагаемое отвечает за генерацию в поле завихренности новых гармоник с частотами $\nu \pm \nu_{SW}$. Дальнейшее нелинейное взаимодействие двух гармоник с частотами $\nu \pm \nu_{SW}$ и ν снова воспроизводит частоту ν_{SW} стоячих волн. Следовательно, рождение гармоники, имеющей наибольшую амплитуду в фурье-спектре, обусловлено действием двух указанных механизмов.

На рис. 4 представлена эволюция из начального состояния функции тока $\Psi(x_0, z_0, t)$ модулированной стоячей волны в фиксированной точке конвективной ячейки. Достаточно длительный временной промежуток позволяет проследить переходный процесс и установившийся режим, при котором функция $\Psi(x_0, z_0, t)$ по-прежнему осциллирует около нулевого среднего значения.

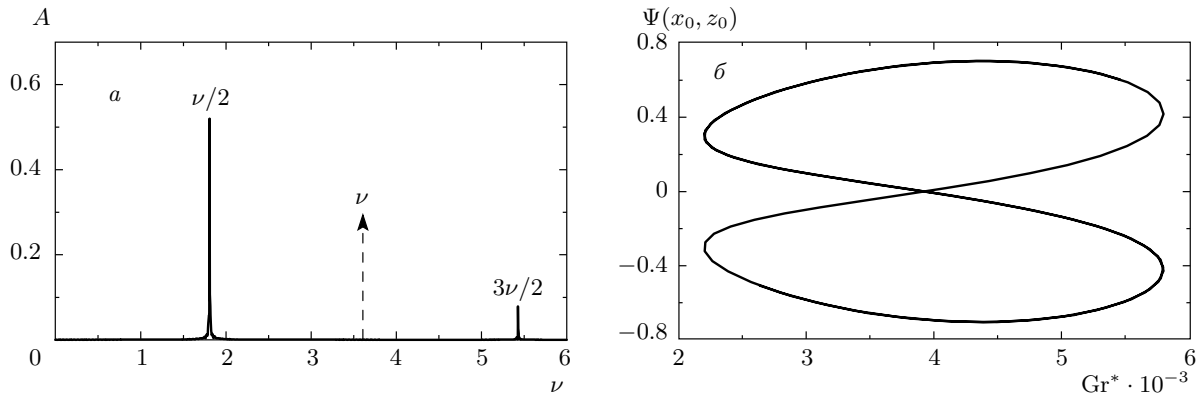


Рис. 5. Характер субгармонических колебаний при $Gr_v = 1700$: a — фурье-спектр; b — зависимость значения функции тока от модулированного числа Грасгофа

Увеличение амплитуды вибраций Gr_v приводит к уменьшению амплитуды колебаний. При значении параметра $Gr_v^* = 1290$ модулированная стоячая волна теряет устойчивость и система скачком переходит в состояние механического равновесия. Полученный порог стабилизации равновесия отличается от результата, полученного с помощью линейной теории ($Gr_v^* = 977$). Таким образом, в области неустойчивости, вызванной квазипериодическими возмущениями, в системе происходят гистерезисные переходы между конвективными движениями и состоянием механического равновесия.

Второй тип диссипативных надкритических структур существует при больших значениях вибрационного числа Грасгофа и характеризуется пространственным периодом $k = 3.65$. Эволюция во времени полей всех переменных модели соответствует субгармоническим колебаниям. Основная частота колебаний в фурье-спектрах (рис. 5а) равна половине частоты модуляции поля тяжести $\nu_{sw} = \nu/2$ при всех значениях амплитуды вибрации из исследуемого диапазона $Gr_v < 3000$. На рис. 5б приведена зависимость функции тока $\Psi(x_0, z_0, t)$ в фиксированной точке конвективной ячейки от модулированного числа Грасгофа $Gr^* = Gr + Gr_v \sin \omega t$. Динамика функции тока подчиняется следующей закономерности относительно сдвига по времени: $\Psi(t + 2\pi/\nu) = -\Psi(t)$. При этом конвективная структура представляет собой стоячую волну — поля функции тока, температуры и концентрации в каждой точке пространства пульсируют около некоторых средних значений. Координата максимального значения функции тока изменяет свое положение через половину периода. Полученное решение обладает следующей симметрией:

$$\Psi(x, z, t) = \Psi(x + L/2, z, t + T/2). \quad (9)$$

Режиму субгармонических колебаний присуще явление захвата частоты: конвективная система совершает колебания с частотой, навязанной внешним полем $\nu_{sw} = \nu/2$, теряя информацию о частоте собственных колебаний.

На рис. 6 представлена карта изолиний концентрации. В отличие от случая жидкостной бинарной смеси, поле концентрации в рассматриваемом случае не содержит ярко выраженных пограничных слоев. При амплитудах модуляции $Gr_v < 2000$, когда скорость конвекции как в режиме квазипериодических колебаний, так и в режиме субгармонических колебаний невелика ($\Psi_{max} < 1$), поле концентрации изменяется в пространстве практически гармоническим образом (рис. 6а). Для субгармонического режима при больших значениях амплитуды вибрации и соответствующей скорости течения для профилей концентрации наблюдается пространственный ангармонизм (рис. 6б).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные результаты описывают возникновение и нелинейную эволюцию пространственных структур в горизонтальном слое неоднородно нагретой бинарной смеси с аномальной термодиффузией. Обнаруженные эффекты являются следствием развития конвективных неустойчивостей или их стабилизации в поле поперечных вибраций произвольной частоты.

Проведенный анализ бифуркаций свидетельствует об образовании двух различных типов стоячих

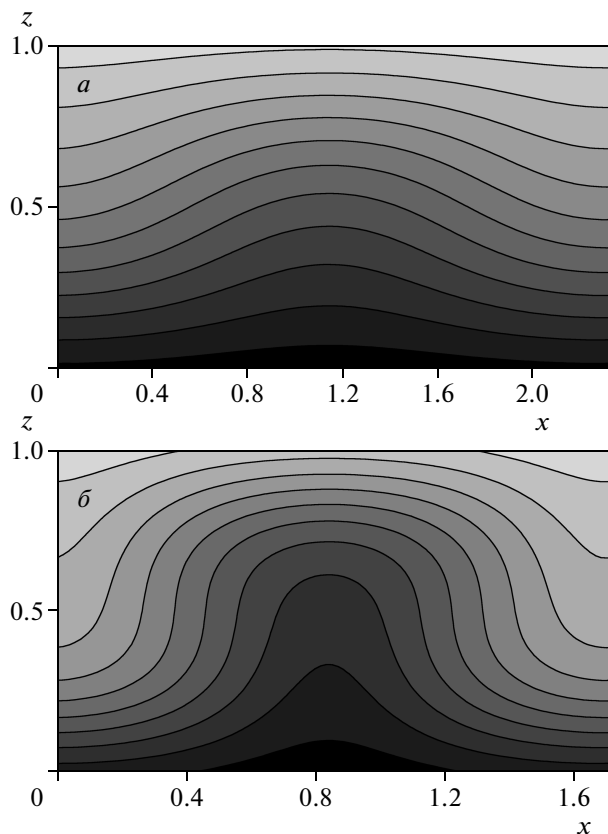


Рис. 6. Структура полей концентрации: *a* — в режиме квазипериодических колебаний ($Gr_v = 600$); *б* — в режиме субгармонических колебаний ($Gr_v = 3000$)

волн, определяемых квазипериодическими или субгармоническими колебаниями характеристик смеси.

Информация о свойствах нелинейных конвективных структур в области неустойчивости механического равновесия системы, полученная с помощью спектрального анализа временных реализаций, позволяет утверждать, что надкритический режим течения, соответствующий устойчивым стоячим волнам в форме субгармонических колебаний, зарождается мягко; пороговые значения параметров соответствуют результатам линейной теории устойчивости. Режим модулированных стоячих волн при увеличении амплитуды модуляции жестко переходит в состояние равновесия, а граница его исчезновения отличается от результата линейной теории.

Найден интервал значений амплитуды вибрационного воздействия, в пределах которого удается подавить конвективные движения бинарной смеси.

Результаты, представленные в данной статье, получены при частичной поддержке АБЦП РНП (грант № 2.1.1/4463) и РФФИ (грант № 09-01-92471-МНКС).

ЛИТЕРАТУРА

1. R. W. Walden, P. Kolodner, A. Passner, and C. M. Surko, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 496 (1985).
2. E. Moses and V. Steinberg, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 1373 (1986).
3. P. Kolodner, *Phys. Rev. A* **46**, 1739 (1992).
4. O. Batiste and E. Knobloch, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 244501 (2005).
5. D. Jung and M. Lücke, *Europhys. Lett.* **80**, 14002 (2007).
6. E. Knobloch, *Phys. Rev. A* **34**, 1538 (1986).
7. O. Batiste, M. Net, I. Mercader, and E. Knobloch, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 2309 (2001).
8. P. Matura, D. Jung, and M. Lücke, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 54501 (2004).
9. M. I. Shliomis and B. L. Smorodin, *Phys. Rev. E* **71**, 036312 (2005).
10. M. Lücke, W. Barten, P. Büchel et al., *Lecture Notes in Phys.* **55**, 127 (1998).
11. П. Л. Капица, *ЖЭТФ* **21**, 588 (1951).
12. G. Ahlers, P. C. Hohenberg, and M. Lücke, *Phys. Rev. A* **32**, 3493 (1985).
13. B. L. Smorodin and M. Lücke, *Phys. Rev. E* **79**, 026315 (2009).
14. Б. И. Мызникова, Б. Л. Смородин, *ЖЭТФ* **128**, 1299 (2005).
15. B. L. Smorodin, B. I. Myznikova, and J. C. Legros, *Phys. Fluids* **20**, 094102 (2008).
16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика*, Наука, Москва (1986).
17. E. A. Coddington and N. Levinson, *Theory of Ordinary Differential Equations*, McGraw-Hill, New York (1955).