

О САМОФОКУСИРОВКЕ СВЕРХКОРОТКОГО РЕЛЯТИВИСТСКИ СИЛЬНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА В ПЛАЗМЕ

A. A. Балакин, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, С. А. Скобелев*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 5 июля 2010 г.

Проведено численное и аналитическое исследование развития пространственно-временной (филаментационной) неустойчивости лазерного импульса в условиях возбуждения плазменной волны. Показано, что сначала, как в среде с безынерционной кубичной нелинейностью, происходит филаментация излучения, затем филаменты притягиваются. Последующая эволюция слабо отличается от эволюции сглаженного волнового пучка в среде с инерцией нелинейного отклика.

1. ВВЕДЕНИЕ

Самофокусировка волновых пучков относится к числу наиболее важных нелинейных процессов. Превышение мощности электромагнитного излучения над критической мощностью P_{cr} приводит к заметному усилению взаимодействия поля с веществом и структурным разрушением [1]. Критическая мощность стационарной самофокусировки пучков электромагнитных волн в плазме, связанная с релятивистской зависимостью массы электронов от их колебательной энергии, была определена в работах [2, 3]. Соответствующее значение критической мощности было подтверждено при экспериментальном исследовании квазистационарной самофокусировки релятивистски сильных лазерных импульсов в плазме [4]. Фокусировка пучка до размеров, определяемых эффектами насыщения релятивистской нелинейности, и последующий захват мощности порядка критической в режиме самоканализации наблюдался в работах [5–7]. Численное моделирование динамики волновых пучков с мощностью, заметно превышающей критическую, показало развитие самофокусировочной неустойчивости, хорошо известной в случае керровской нелинейности [1], и разбиение широкого волнового пучка на набор пучков с мощностью порядка критической [8].

Развитие лазерной техники привело к созда-

нию компактных источников сверхкоротких фемтосекундных релятивистски сильных импульсов, удобных для практических приложений (ускорение частиц, преобразование спектра излучения и др.). Для таких импульсов принципиальную роль играет конкуренция между электрострикционной и релятивистской нелинейностями. При этом происходит возбуждение плазменной волны и ослабление суммарного нелинейного отклика вблизи переднего фронта импульса, что существенно изменяет характер самовоздействия излучения. Самофокусировка проявляется лишь в задней части импульса, а передняя часть распространяется, как в линейной среде, и дифракционным образом расплывается [9–11]. Исследование особенностей развития самофокусировочной неустойчивости при гидродинамическом описании нестационарного нелинейного отклика плазмы рассматривалось в работе [12]. Было показано, что эта неустойчивость в поле плоской квазимонохроматической волны, в отличие от соответствующего процесса в среде с кубичной нелинейностью, не имеет ярко выраженного поперечного масштаба, для которого инкремент филаментационной неустойчивости максимален. Такая ситуация является типичной для сред с инерцией нелинейного отклика [13–18]. Численное моделирование методом частиц в ячейках динамики самовоздействия релятивистски сильного лазерного импульса в плазме показывает на начальной стадии образование филаментов, которые потом сливаются [19].

*E-mail: balakin@appl.sci-nnov.ru

В данной работе представлены результаты теоретического исследования нелинейной стадии развития пространственно-временной неустойчивости расслоения лазерного излучения в плазме. Описание динамики самовоздействия релятивистски сильного импульса основано на волновом уравнении для поля в среде с инерцией нелинейного отклика, связанного с возбуждением кильватерной плазменной волны.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Динамика самовоздействия сверхкоротких релятивистских сильных лазерных импульсов сопровождается заметным преобразованием спектра излучения, связанным с возбуждением кильватерной волны. В этих условиях общепринятое приближение плавно меняющейся огибающей становится неприменимым. Для описания пространственно-временной эволюции лазерных импульсов воспользуемся волновым уравнением в безотражательном приближении. Такой подход обоснован в работах [20] и использован для исследования распространения волновых полей с шириной спектра порядка центральной частоты в линейных и нелинейных средах [21].

Самосогласованную нелинейную деформацию структуры сверхкороткого лазерного импульса в процессе нестационарного возбуждения кильватерного следа рассмотрим на основе следующей системы уравнений:

$$\frac{2}{c} \frac{\partial^2 a}{\partial z \partial \tau} + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{a}{1 + \Phi} - \Delta_{\perp} a = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = \omega_p^2 \frac{1 + a^2 - (1 + \Phi)^2}{2(1 + \Phi)^2}. \quad (2)$$

Она является обобщением на случай широкополосного излучения уравнений, которые обычно используются для исследования процессов в случае квазимохроматических полей [9–11]. Мы использовали следующие обозначения: $\tau = t - z/c$ — время в сопровождающей системе координат, $a = eA/mc^2$ — векторный потенциал циркулярно поляризованного поля A , нормированный на релятивистское значение, $\Phi = e\phi/mc^2$ — соответствующим образом нормированный скалярный потенциал плазменных колебаний. Описание динамики возбуждения кильватерной волны с помощью одномерного уравнения (2) оправдано для волновых полей с характерным поперечным масштабом L_{\perp} , много большим длины плазменной волны c/ω_p . Именно в этих условиях, в

первую очередь, можно ожидать проявления эффектов филаментационной неустойчивости. Для пучков с $L_{\perp} < c/\omega_p$ развитие неустойчивости, очевидно, будет ослаблено из-за нелокальности нелинейного отклика плазмы.

Система уравнений (1), (2) существенно более сложная и описывает большее число нелинейных эффектов, чем соответствующая ей система для квазимохроматического излучения [9], в которой отсутствуют дисперсионные эффекты:

$$i \frac{2\omega_0}{c} \frac{\partial A}{\partial z} + \Delta_{\perp} A + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{A\Phi}{1 + \Phi} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tau^2} = \omega_p^2 \frac{1 + |A|^2 - (1 + \Phi)^2}{2(1 + \Phi)^2}, \quad (4)$$

где A — медленно меняющаяся комплексная амплитуда векторного потенциала, ω_0 — начальная несущая частота лазерного импульса. При этом, как следует из уравнения (3), для векторного потенциала в процессе эволюции системы сохраняется полная энергия в лазерном импульсе:

$$W_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\mathbf{r}_{\perp}} |A|^2 dr_{\perp} d\tau, \quad (5)$$

т. е. не учитываются потери энергии на возбуждение плазменных колебаний. При качественном рассмотрении процессов мы будем обращаться к уравнениям (3), (4) и (5). Дело в том, что динамика самовоздействия квазимохроматического излучения довольно хорошо изучена. Эффекты (самофокусировочная неустойчивость, волновой коллапс, преобразование частоты и др.), исследованные в рамках (3), (4), проявляются независимо и их можно описать в ряде случаев количественно по отдельности. Этими результатами мы в дальнейшем воспользуемся как для задания оптимальных граничных условий при проведении численных расчетов, так и при обсуждении полученных данных.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Исследование неустойчивости плоской квазимохроматической волны на основе уравнений (3), (4) показывает [12], что развитие ее при возбуждении кильватерной волны существенным образом отличается от соответствующего процесса в среде с

кубичной нелинейностью. Эта неустойчивость носит пространственно-временной характер и не имеет ярко выделенного поперечного масштаба, при котором инкремент максимален. Численное исследование аналогичного процесса нестационарной самофокусировки волновых пучков в средах с различным способом установления кубичной нелинейности (релаксационным [14, 15], диффузионным [14], звуковым [16, 17] и др.) показывает формирование особенности, в которую уходит мощность, заметно превышающая критическую мощность самофокусировки. Самофокусировочная неустойчивость оказывается в значительной мере подавленной в нестационарном процессе самовоздействия. В случае самофокусировки импульсного излучения в среде с инерцией нелинейного отклика возникают новые особенности, связанные с тем, что передний фронт распространяется, как в линейной среде, и, следовательно, испытывает дифракционное расплывание. Очевидно, что этот процесс также приводит к стабилизации самофокусировочной неустойчивости в передней части импульса. Развитие расслоения следует ожидать в первую очередь вблизи заднего фронта импульса.

Численное моделирование расслоения релятивистски сильного импульса и обработки данных в рамках (3+1)-мерной модели (1), (2) представляет собой очень сложную задачу. Для исследования физических процессов мы поступили, как при исследовании самофокусировки в условиях недостатка вычислительных ресурсов [14, 18], — сохраняя скэйлинг уравнений уменьшили число пространственных переменных, но увеличили степень нелинейности. На этом основании численное моделирование динамики самофокусировки релятивистски сильного лазерного импульса было проведено с помощью следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial^2 a}{\partial \tilde{z} \partial \tilde{\tau}} + \frac{\beta a}{1 + \Phi} - \frac{\partial^2 a}{\partial \tilde{x}^2} = 0, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \tilde{\tau}^2} = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \frac{1 + a^4 - (1 + \Phi)^2}{2(1 + \Phi)^2}. \quad (6b)$$

Здесь введены новые переменные $\tilde{\tau}$, \tilde{x} , \tilde{z} : $\tau = \tilde{\tau}/\omega_0$, $x = \tilde{x}x_0$, $z = 2\tilde{z}\omega_0x_0^2/c$, где x_0 — начальная ширина пучка; $\beta = (\omega_p x_0/c)^2$. Далее по тексту знак тильда будет опущена. Мы использовали два типа граничных условий (7) и (10) (см. далее) для исследования пространственно-временной неустойчивости лазерного импульса при возбуждении плазменной волны. Традиционно принято задавать граничные распределения волнового поля в виде гауссовых функций. Поэтому в первой серии расчетов для исследования расслоения релятивистски сильного импульса

мы взяли граничное распределение векторного потенциала при $z = 0$ в следующей форме:

$$a(x, \tau) = \frac{f(x)}{f_{max}} \exp \left(-\ln(4) \frac{\tau^2}{\tau_p^2} + i\tau \right), \quad (7)$$

где τ_p — начальная длительность импульса, f_{max} — максимальное значение функции $f(x)$,

$$f(x) = \exp[-\ln(4)(x-x_0)^2] + \exp[-\ln(4)(x+x_0)^2] + \\ + \varepsilon_q \exp \left[-\ln(4) \left(\frac{x}{d} \right)^2 \right], \quad d = 2x_0. \quad (8)$$

Отметим, что, поскольку уравнение (6а) является эволюционным по координате z , граничные условия при $z = 0$ являются начальными условиями в смысле эволюционной координаты z (в смысле квазимохроматического уравнения (3)). Соответственно ниже термин «начальный» будет пониматься как «расположенный при малых $z \rightarrow 0$ ».

Следует отметить, что в условиях инерционной нелинейности в процессе эволюции формируются «несимметричные импульсы» (в продольном направлении), у которых поле на переднем фронте меньше, чем на заднем. Соответствующие структуры описываются автомодельными решениями системы уравнений (3), (4) [9]. В линейной фокальной области, когда поле на переднем фронте импульса практически не меняется, автомодельные решения для A и Φ имеют следующий вид:

$$A = \alpha u(\zeta) \exp(\alpha\tau + i\gamma z \exp(2\alpha\tau)), \quad (9) \\ \Phi = v(\zeta) \exp(2\alpha\tau),$$

где $\zeta = r \exp(\alpha\tau)$, α и γ — положительные константы. Здесь α определяется превышением мощности над критической мощностью самофокусировки. Эти решения описывают импульсы, имеющие форму рупора, раскрывающегося в направлении движения. Структура основной автомодельной моды характеризуется экспоненциальным убыванием по радиусу вектор-потенциала и степенным убыванием ($\sim \zeta^{-2}$) потенциала плазменной волны. Специальным образом приготовленные волновые структуры (подобные тем, что формируются при образовании автомодельной структуры типа горн [9, 15, 18]) могут распространяться, практически не меняя своей формы, на расстояния, заметно (более, чем на порядок) превышающие рэлеевскую длину.

В качестве граничных распределений второго типа мы выбрали импульсы треугольного вида ($\alpha = \ln 2/2\pi$):

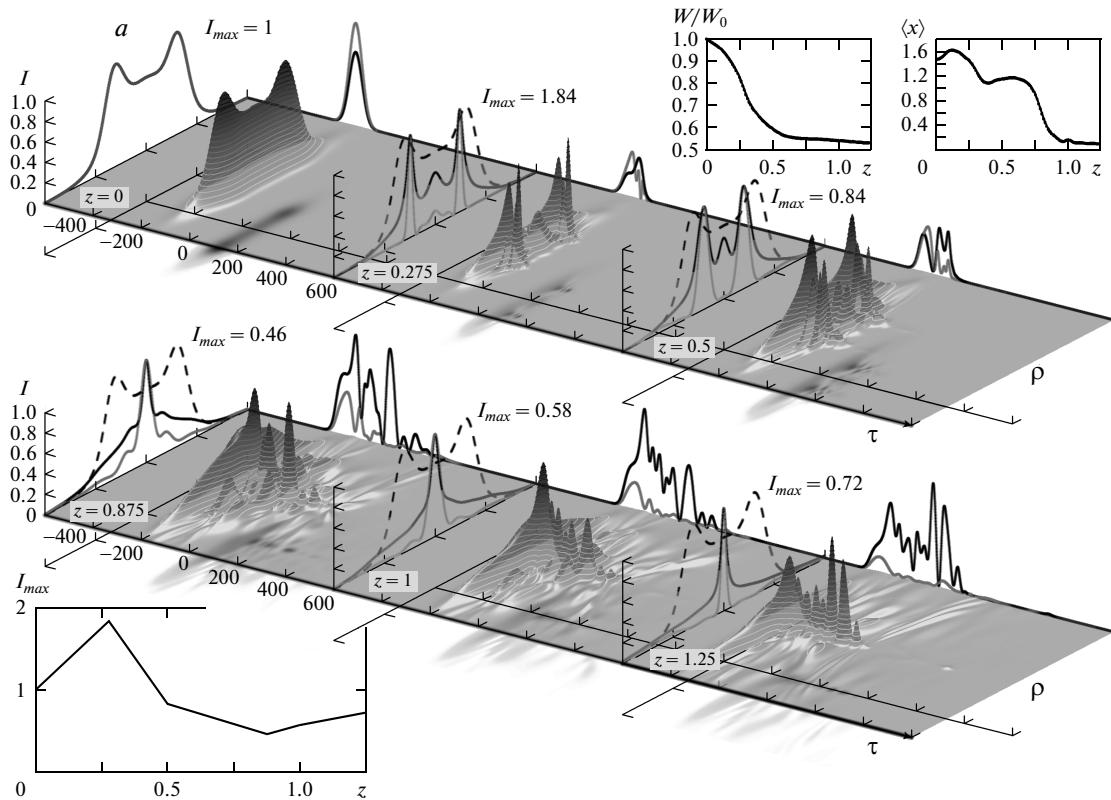


Рис. 1. Динамика интенсивности лазерного импульса $I(z, x, \tau) = |E(z, x, \tau)|^2$ ($E = -\partial a/\partial \tau$) с $\kappa = \tau_p \omega_p = 0.5\pi/\sqrt{2}$ для двух случаев: *a* — гауссов импульс (7) с $\tau_p = 20\pi$, $\varepsilon_q = 2.2$, $d = 4$, $\tau = -450 \dots 450$, $x = -6 \dots 6$; *б* — треугольный импульс (10) с $\tilde{\tau}_p = 64\pi$, $\varepsilon_q = 1.8$, $d = 3$, $\tau = -600 \dots 600$, $x = -5 \dots 5$. Линии вдоль оси ρ : черные штриховые — начальное распределение интенсивности поля по x , серые — распределение интенсивности по x в максимуме поля по τ , черные сплошные — усредненное распределение интенсивности по τ ($Q(x) = \int I d\tau$). Линии вдоль оси τ : черные — распределение интенсивности по времени при $x = 0$, серые — распределение интенсивности по τ при $x = x^*$, где $f(x = x^*) = f_{max}$. На верхних левых вставках — зависимости энергии в импульсе $W(z)$, где W_0 — начальная энергия в импульсе; на верхних правых — зависимости момента первого порядка $\langle x(z) \rangle$; на нижних левых — зависимости максимального значения интенсивности поля I_{max} от z

$$a(x, \tau) = \frac{f(x)}{f_{max}} \exp(i\tau) \times \\ \times \begin{cases} \tau/\tilde{\tau}_p, & 0 \leq \tau < \tilde{\tau}_p, \\ \exp(-\alpha(\tau - \tilde{\tau}_p)^2), & \tau \geq \tilde{\tau}_p, \end{cases} \quad (10)$$

для которых трасса перехода на автомодельный режим, очевидно, меньше, чем в случае гауссовой формы. При этом длительность $\tilde{\tau}_p$ треугольного лазерного импульса подбирали таким образом, чтобы начальная энергия в импульсе, содержащаяся в распределении (10), совпадала с начальной энергией в распределении (7), т. е. $\tilde{\tau}_p = 3\tau_p\sqrt{\pi/4\ln 2}$.

Численное моделирование показывает следующее. На рис. 1 представлена динамика интенсивно-

сти двухпучкового лазерного поля для двух разных временных форм импульса (7) и (10) с разными граничными условиями. Как следует из рис. 1, в эволюции поперечной структуры волнового поля можно выделить два этапа. Сначала происходит самоизоляция начальных возмущений в распределении поля ($z = 0.275$ (рис. 1*a*), $z = 0.15$ (рис. 1*b*)). Время этого процесса слабо зависит как от интенсивности возмущений, так и от расстояния между ними. Затем филаменты притягиваются и образуется практически та же самая структура волнового поля, как и при эволюции слаженного граничного распределения поля (см. рис. 1). Для подтверждения эффекта слипания нитей мы вычислили момент первого порядка

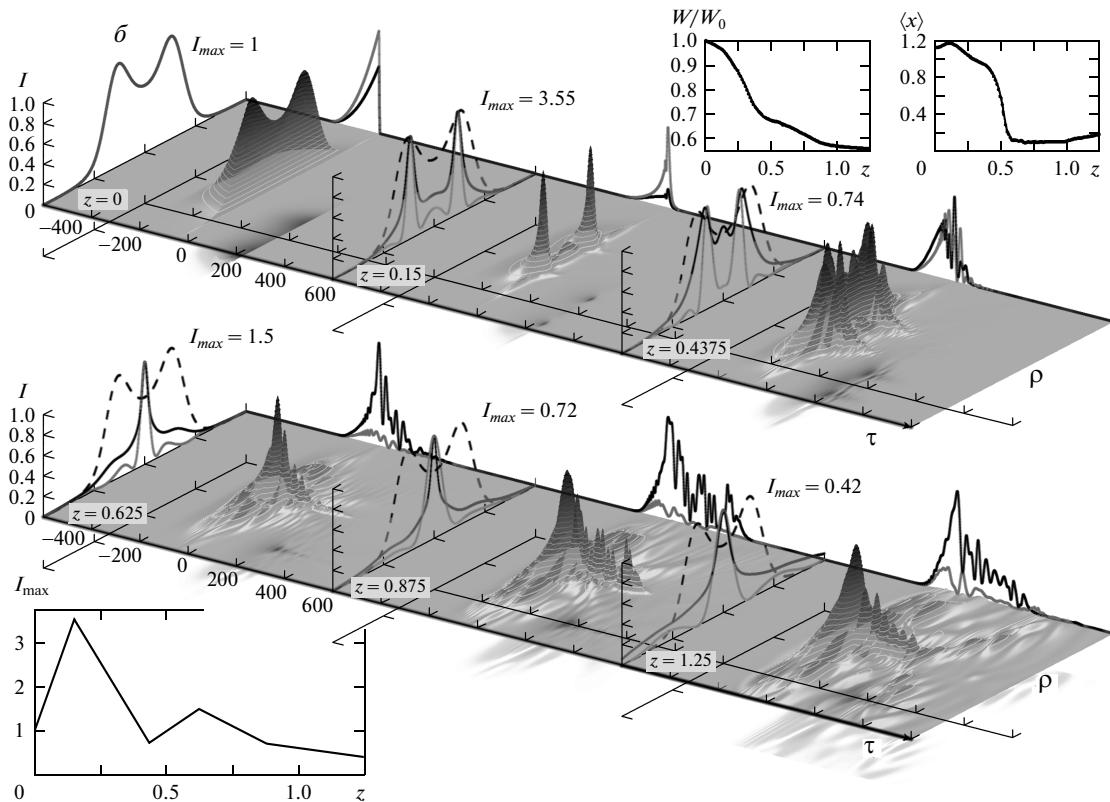


Рис. 1. Продолжение

$$\langle x \rangle = 2 \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} x |\partial a / \partial \tau|^2 d\tau dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |\partial a / \partial \tau|^2 d\tau dx}, \quad (11)$$

определяющий «центр масс» интенсивности лазерного поля, на основе данных, полученных в результате численного эксперимента. На рис. 1 момент первого порядка $\langle x \rangle$ представлен на верхних правых вставках. Видно, что данный момент монотонно уменьшается по мере распространения импульса в нелинейной среде. Кроме того, из графиков на верхних левых вставках рис. 1 следует, что энергия в лазерном импульсе W в процессе слипания неоднородностей уменьшилась приблизительно в два раза, поскольку часть энергии в импульсе тратится на возбуждение плазменной волны.

Остановимся теперь отдельно на структурных особенностях в динамике лазерных импульсов для этих двух типов граничных условий. Как следует из рис. 1б, на начальной стадии неустойчивости треугольного импульса ($z = 0.15$) имеет место возбу-

ждение автомодельной структуры (9) (см., например, [9]) в отличие от импульса гауссовой формы. Данное различие в поведении оптического импульса можно объяснить следующим образом. В связи с тем, что автомодельное решение найдено в отсутствие возможных эффектов линейной дисперсии невозмущенной плазмы, его можно возбудить из начального импульса только в том случае, если длина выхода на данную нелинейную структуру меньше длины дисперсионного расплывания. Очевидно, что длина выхода на автомодельное решение из треугольного импульса меньше, чем из гауссового профиля импульса. На рис. 2 приведена динамика интенсивности треугольного лазерного импульса с $d = 3$, $\varepsilon_q = 1.8$ на начальной стадии неустойчивости в интервале $z = 0 \dots 0.25$. Как следует из данного рисунка, треугольный импульс трансформируется в автомодельное решение на трассе $z \approx 0.1$. Однако на трассе $z \approx 0.25$ оно начинает разрушаться из-за наличия линейной дисперсии и насыщения нелинейности.

На рис. 3 приведены зависимости длины притяжения нитей z_* (длина, на которой $\langle x \rangle$ уменьшается

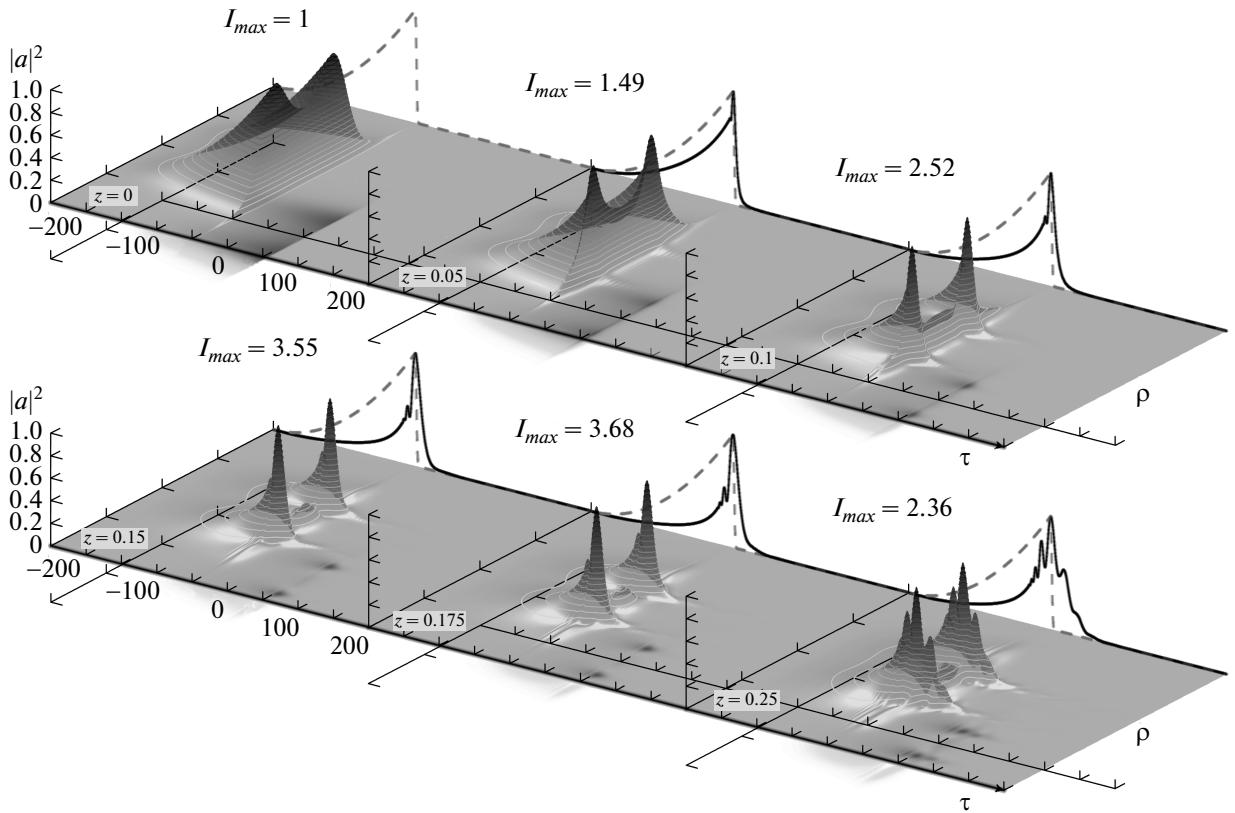


Рис. 2. Динамика интенсивности лазерного импульса $|a(\tau, x)|^2$ с $\tilde{\tau}_p = 64\pi$ и $\kappa = \tau_p \omega_p = 0.5\pi/\sqrt{2}$ для случая $\varepsilon_q = 1.8$, $d = 3$, $\tau = -250 \dots 200$, $x = -5 \dots 5$. Серые штриховые линии — начальное временное распределение интенсивности поля, сплошные черные линии — временное распределение интенсивности в максимуме поля по x

в два раза, т. е. $\langle x(z_*) \rangle = 0.5 \langle x \rangle_{max}$) от амплитуды возмущения ε_q для четырех разных случаев: а) для гауссова и треугольного импульсов с $d = 3, 4$. Как следует из данного рисунка, скорость притяжения нитей пропорциональна амплитуде возмущения ε_q .

Для иллюстрации притяжения филаментов обратимся к системе уравнений (3), (4). Будем описывать положение одного из симметричного расположенных одинаковых филаментов (например, $x \geq 0$) моментом

$$\langle x \rangle = \frac{1}{W_0} \int_0^\infty \int_0^\infty x |A|^2 dx dy. \quad (12)$$

Для этой величины на основе уравнений (3) и (4) нетрудно получить соотношение

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \langle x \rangle}{dz^2} &= \\ &= -\frac{2}{W_0} \int_0^\infty |A(x=0, y)|^2 \Phi(x=0, y) dy \leq 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Для упрощения записи считаем, что в области между симметричными филаментами $\Phi(x=0, y) \ll 1$. Отсюда, в силу положительности потенциала кильватерной волны в области лазерного импульса, как и в случае кубической нелинейности, имеет место эффект притяжения. Наша интерпретация процесса притяжения филаментов заметно отличается от предложенной в работе [19], в которой аналогичный эффект был обнаружен и исследован методом частиц в ячейках. В ней взаимодействие возникающих неоднородностей плазмы объясняется притяжением токов, возбуждаемых в среде. В нашем упрощенном описании динамики системы этот процесс не учитывается.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численное и аналитическое исследование пространственно-временной неустойчивости сверхкороткого (с длительностью, меньшей длины плазменной волны) релятивистски сильного лазерного импуль-

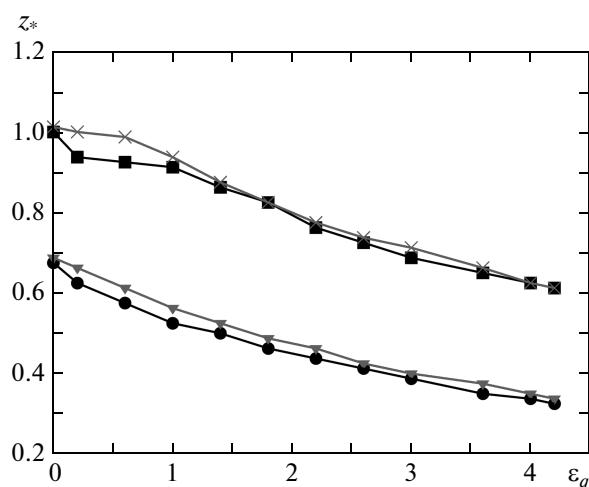


Рис. 3. Зависимости длины притяжения нитей z^* от амплитуды возмущений ε_q для четырех случаев: для гауссова импульса (чёрные линии) с $d = 3$ (•), 4 (■) и для треугольного импульса (серые линии) с $d = 3$ (▨), 4 (×)

са при возбуждении кильватерной волны показало, что в эволюции начальных возмущений поперечного распределения амплитуды поля можно выделить два этапа. Сначала происходит самоизоляция поперечных неоднородностей поля и формирование филаментов. Затем филаменты притягиваются и образуется фактически та же самая структура, что и при эволюции «сглаженного» распределения поля. Этот процесс удается пояснить на основе уравнения для «центров масс» интенсивностей возникающих неоднородностей. Вычисления показывают, что между двумя филаментами возникает сила притяжения, определяемая неоднородным показателем преломления среды (полем кильватерной волны). Это означает, что волновые пучки с мощностью, заметно превышающей критическую мощность релятивистской самофокусировки на промежуточном этапе, потенциально (при наличии соответствующих неоднородностей) могут разбиться на набор пучков. Однако затем в процессе установления произойдет формирование плавного поперечного распределения поля. Таким образом, понятие критической мощности имеет в случае инерционной нелинейности первоначальный смысл минимальной мощности, при превышении которой происходит самофокусировка излучения. Неучитывавшиеся ранее эффекты насыщения нелинейности и дисперсия плазмы приводят к стабилизации коллапса и увеличению длительности лазерного импульса по мере его распространения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-00541, 10-02-01400, 10-02-01241, 10-02-00982). Один из авторов (С. С.) также благодарен фонду «Династия» и Фонду содействия отечественной науке.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. Р. Шен, *Принципы нелинейной оптики*, Наука, Москва (1989); Topics Appl. Phys. **114**, ed. by R. W. Boyd, S. G. Lukishova, and Y. R. Shen, Springer (2009).
2. А. Г. Литvak, ЖЭТФ **57**, 629 (1969).
3. C. Max, J. Arons, and A. B. Langdon, Phys. Rev. Lett. **33**, 209 (1974).
4. P. E. Young and P. R. Bolton, Phys. Rev. Lett. **77**, 4556 (1996).
5. A. B. Borisov, A. V. Borovskiy, V. V. Korobkin et al., Phys. Rev. Lett. **68**, 2309 (1992).
6. P. Gibbon, F. Jakober, P. Monot et al., IEEE Trans. Plasma Sci. **24**, 343 (1996).
7. M. Borghesi, A. J. MacKinnon, L. Barringer et al., Phys. Rev. Lett. **78**, 879 (1996).
8. A. Chiron, G. Bonnaud, A. Dulieu et al., Phys. Plasmas **3**, 1373 (1996).
9. Л. А. Абрамян, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, А. М. Сергеев, ЖЭТФ **102**, 1816 (1992).
10. S. V. Bulanov, F. Pegoraro, and A. M. Pukhov, Phys. Rev. Lett. **74**, 710 (1995); Н. Е. Андреев, Л. М. Горбунов, В. И. Кирсанов, А. А. Погосова, Письма в ЖЭТФ **60**, 694 (1994).
11. P. Sprangle, E. Esarey, J. Krall et al., Phys. Rev. Lett. **69**, 2200 (1992).
12. N. E. Andreev, L. M. Gorbunov, P. Mora, and R. Ramazashvili, Phys. Plasmas **14**, 082311 (2007).
13. Л. М. Горбунов, А. С. Широков, КЭ **12**, 146 (1985); Е. В. Ванин, В. А. Миронов, Е. Л. Пянкина и др., Физика плазмы **17**, 821 (1991).
14. A. G. Litvak, A. M. Sergeev, and V. A. Mironov, in *Nonlinear Waves 3*, ed. by A. V. Gaponov-Grekhov, M. I. Rabinovich, and Enqelbrecht, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg (1990), p. 240.
15. В. А. Петрищев, В. И. Таланов, КЭ **6**, 35 (1971); F. Shimizu, IBM J. Res. Develop. **17**, 286 (1973).

16. Н. А. Жарова, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, ЖЭТФ **91**, 1070 (2000).
17. N. E. Andreev, L. M. Gorbunov, S. V. Tarakanov et al., Phys. Fluids B **5**, 1986 (1993); Н. Е. Андреев, Л. М. Горбунов, А. И. Зыков и др., ЖЭТФ **106**, 1676 (1994).
18. С. Н. Власов, В. И. Таланов, *Самофокусировка волн*, ИПФ РАН, Нижний Новгород (1997).
19. Г. А. Аскарьян, С. В. Буланов, Ф. Пегороро, А. С. Пухов, Физика плазмы **21**, 884 (1995).
20. Э. М. Беленов, А. В. Назаркин, Письма в ЖЭТФ **53**, 188 (1991); В. А. Миронов, ЖЭТФ **116**, 35 (1999); С. А. Козлов, С. В. Сазонов, ЖЭТФ **111**, 404 (1997).
21. А. А. Балакин, А. Г. Литвак, В. А. Миронов, С. А. Скобелев, ЖЭТФ **131**, 408 (2007); A. A. Balakin, A. G. Litvak, V. A. Mironov, and S. A. Skobelev, Phys. Rev. A **80**, 063807 (2009).