

О ТЕПЛОЕМОСТИ НАНОКЛАСТЕРОВ С ОБОЛОЧЕЧНОЙ СТРУКТУРОЙ

В. С. Батулин^{a}, В. В. Лосяков^{a,b**}*

^a *Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

^b *Институт теоретической и экспериментальной физики им. А. И. Алиханова
117218, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 7 апреля 2010 г.

Проведен анализ эффектов парных корреляций в нанокластерах с оболочечной структурой методом точной диагонализации. На основе полученного многочастичного спектра изучается особенность в поведении теплоемкости таких кластеров.

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к системам, изучаемым в данной работе, резко возрос после экспериментальных исследований Ральфа, Блэка и Тинкхама [1]. Основной вопрос, который там ставился — как изменяются сверхпроводящие свойства металла при переходе от объемного образца к маленьким частицам нанометровых размеров. Авторы поставили эксперимент по туннелированию электронов через единичные кластеры и идентифицировали сверхпроводимость как появление щели в спектре, которая значительно больше межуровневого расстояния и которая может быть сведена к нулю при приложении достаточно сильного магнитного поля.

После этого появилось большое количество теоретических работ по этой теме. Чаще всего спектр кластера считался эквидистантным с межуровневым расстоянием d . В самых ранних работах [2–4] использовали теорию Бардина, Купера и Шриффера (БКШ) в рамках большого канонического ансамбля. Из этого подхода следовало существование критического межуровневого расстояния d_c такого, что при $d > d_c$ парные корреляции исчезают. Этот вывод оказался ошибочным, так как позднее, при переходе к каноническому ансамблю с фиксированным числом частиц, выяснилось, что резкий кроссовер от объемного образца к кластеру — это артефакт

рассмотрения в рамках большого канонического ансамбля (см., например, работу [5]). В этом направлении одной из первых была статья [6], где описана точная диагонализация гамильтониана БКШ методом Ланцоша. В этой статье спектр также считался эквидистантным. Здесь еще стоит упомянуть, что большое внимание стало уделяться не только влиянию изменения d , но и эффектам четности (см., например, работу [2]), т. е. зависимости величин, характеризующих кластер, от того, четно или нечетно количество электронов в системе.

Косвенное свидетельство перехода в сверхпроводящее состояние было получено при изучении теплоемкости отдельных кластеров алюминия. В работе [7] проводились калориметрические исследования, которые показали, что у кластерных ионов Al_{45}^- и Al_{47}^- существует пик в теплоемкости при $T \approx 200$ К. Поскольку кластеры алюминия не являются магнитными системами и структурных изменений при указанной температуре не происходит, естественно предположить, что мы имеем дело с переходом в сверхпроводящее состояние. Если дело обстоит именно так, то этот результат примечателен не только тем, что критическая температура перехода намного выше таковой для объемных образцов, но и тем, что данное значение T_c является на сегодня рекордно высоким.

Основой для попыток объяснения такого сильного проявления сверхпроводящих свойств в кластерах стали особенности электронного спектра. В этом направлении ключевой является работа Найта

*E-mail: baturin@lpi.ru

**E-mail: losyakov@lpi.ru

и соавторов [8], где обнаружено, что электронные спектры в кластерах соответствуют наличию в них энергетических оболочек, подобных оболочкам атомов или ядер. Каждая оболочка в случае сферически-симметричного кластера сильно вырождена. Можно предположить, что в спаривании участвуют только две оболочки — верхняя заполненная и нижняя незаполненная [9]. Качественно появление сверхпроводимости в такой системе можно объяснить так. Высокая кратность вырождения верхней заполненной оболочки аналогична повышению плотности состояний на уровне Ферми в объемном образце, что ведет к увеличению T_c .

2. МЕТОД ТОЧНОЙ ДИАГОНАЛИЗАЦИИ ГАМИЛЬТониАНА

В настоящей работе мы использовали метод точной диагонализации, следуя работе [9] и моделируя кластер двумя указанными выше оболочками.

Остановимся кратко на описании метода. Основной для практически любого теоретического исследования сверхпроводимости является гамильтониан БКШ

$$H = H_0 + H_{int}, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} H_0 &= \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}, \\ H_{int} &= - \sum_{\alpha\beta} V_{\alpha,\beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{-\alpha}^{\dagger} a_{-\beta} a_{\beta}. \end{aligned} \quad (2)$$

В этом гамильтониане операторы рождения a_{α}^{\dagger} и уничтожения a_{α} электрона в состоянии α подчиняются каноническим антикоммутиационным соотношениям. Состояния α устроены таким образом, что для каждого состояния α существует состояние $-\alpha$, обращенное по времени. Состояние электронов в кластере с оболочечной структурой характеризуется главным квантовым числом $n = 1, 2, 3, \dots$, орбитальным моментом $l = 0, 1, \dots$, проекцией момента на выделенную ось $m_l = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l$ и проекцией спина на эту же ось $m_s = \pm 1/2$, т.е. $\alpha = \{n, l, m_l, m_s\}$; при этом $-\alpha = \{n, l, -m_l, -m_s\}$.

В дальнейшем будем также считать, что спектр ε_{α} одночастичных возбуждений невозмущенной взаимодействием системы и матричный элемент $V_{\alpha\beta}$ удовлетворяют соотношениям

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha} &= \varepsilon_{-\alpha}, \\ V_{\alpha,\beta} &= -V_{-\alpha,\beta} = -V_{\alpha,-\beta}. \end{aligned} \quad (3)$$

Рассмотрим N -частичное состояние. Пусть задано множество \mathcal{S} из N неповторяющихся занятых одночастичных состояний,

$$\mathcal{S} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_N\}. \quad (4)$$

Все состояния, как уже отмечалось, разбиты на пары α и $-\alpha$. Поэтому среди занятых состояний есть такие, в которых оба парных состояния, заняты и такие, в которых одно состояние занято, а парное ему — свободно. Это разделение существенно, так как в гамильтониане БКШ учитывается взаимодействие лишь парных состояний. Формально указанное разделение можно провести следующим образом. Определим «положительные» состояния $\alpha > 0$ как состояния, в которых проекция спина на выделенную ось положительна. Тогда можно определить подмножество \mathcal{E} положительных состояний из множества \mathcal{S} , у которых есть пара в \mathcal{S} , т.е.

$$\mathcal{E} = \{\alpha > 0, -\alpha \in \mathcal{S}\}. \quad (5)$$

Обозначим такие состояния $\mathcal{E} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_K\}$, причем $2K \leq N$. Определим также подмножество \mathcal{O} неспаренных состояний из множества \mathcal{S} , т.е.

$$\mathcal{O} = \{\alpha \in \mathcal{S}, -\alpha \notin \mathcal{S}\}. \quad (6)$$

Число таких состояний равно $N - 2K$. Теперь базисное N -частичное состояние можно записать в виде

$$|\mathcal{S}\rangle = |\mathcal{O}\rangle \otimes |\mathcal{E}\rangle, \quad (7)$$

где

$$|\mathcal{O}\rangle = \prod_{\alpha \in \mathcal{O}} a_{\alpha}^{\dagger} |0\rangle, \quad |\mathcal{E}\rangle = \prod_{\alpha \in \mathcal{E}} a_{\alpha}^{\dagger} a_{-\alpha}^{\dagger} |0\rangle, \quad (8)$$

что соответствует описанному выше разбиению на спаренные и неспаренные состояния. В этих выражениях $|0\rangle$ — вакуумное состояние, т.е. $a_{\alpha} |0\rangle = 0$ для всех α . Коммутатор $[H_{int}, a_{\alpha}^{\dagger}]$ имеет вид

$$[H_{int}, a_{\alpha}^{\dagger}] = -2 \sum_{\beta} V_{\beta,\alpha} a_{\beta}^{\dagger} a_{-\beta}^{\dagger} a_{-\alpha}, \quad (9)$$

из чего следует, что $H_{int} |\mathcal{O}\rangle = 0$ (так как на вакуумное состояние действует оператор уничтожения) и

$$H |\mathcal{O}\rangle = \sum_{\alpha \in \mathcal{O}} \varepsilon_{\alpha} |\mathcal{O}\rangle. \quad (10)$$

Это соотношение явно иллюстрирует хорошо известное утверждение из модели БКШ: если начальное состояние содержит неспаренные электроны ($\alpha \in \mathcal{O}$), то они эволюционируют свободным образом, не участвуя во взаимодействии.

Исследуем, как действует гамильтониан на состояние $|\mathcal{E}\rangle$. Для этого вычислим коммутатор

$$\begin{aligned} [H_{int}, a_{\alpha}^{\dagger} a_{-\alpha}^{\dagger}] &= \\ &= -2 \sum_{\beta} V_{\beta, \alpha} a_{\beta}^{\dagger} a_{-\beta}^{\dagger} (1 - a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} - a_{-\alpha}^{\dagger} a_{-\alpha}). \end{aligned} \quad (11)$$

Используя это соотношение, получим

$$H|\mathcal{E}\rangle = \sum_{\mathcal{E}'} H_{\mathcal{E}\mathcal{E}'} |\mathcal{E}'\rangle, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} H_{\mathcal{E}\mathcal{E}'} &= 2 \sum_{k=1}^K \left(\prod_{i=1}^{k-1} \delta_{\alpha_i, \beta_i} \right) \times \\ &\times (\varepsilon_{\alpha_k} \delta_{\alpha_k, \beta_k} - 2V_{\alpha_k, \beta_k}) \left(\prod_{i=k+1}^K \delta_{\alpha_i, \beta_i} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Процедура получения спектра нашей N -частичной системы состоит из следующих действий. Каждое одночастичное состояние α порождает пространство состояний h_{α} , состоящее из двух векторов, $|0\rangle_{\alpha}$ и $a_{\alpha}^{\dagger}|0\rangle_{\alpha}$ ($a_{\alpha}|0\rangle_{\alpha} = 0$). Пусть число состояний α равно $2M$. Полное фокковское пространство исследуемой системы можно определить как

$$\mathcal{H} = \otimes_{\alpha} h_{\alpha}, \quad (14)$$

полное число базисных состояний в этом пространстве равно 2^{2M} , число же N -частичных состояний находится вычислением биномиального коэффициента

$$C_{2M}^N = \frac{(2M)!}{N!(2M-N)!}.$$

На первом шаге фиксируем количество парных операторов $a_{\alpha}^{\dagger} a_{-\alpha}^{\dagger}$ в собственном состоянии гамильтониана многочастичной системы, равное K . Это корректная процедура, так как действие гамильтониана на такие состояния не меняет заданного количества пар. Тем самым мы фиксируем и количество неспаренных электронов, равное $N - 2K$. Число K для четного значения N пробегает значения

$$K = 0, 1, \dots, N/2, \quad (15)$$

а для нечетного значения N —

$$K = 0, 1, \dots, (N-1)/2. \quad (16)$$

Строго говоря, если число состояний больше числа электронов, то минимальное число пар больше нуля; однако такая ситуация представляется нам нефизичной.

Второй шаг. Заданное количество неспаренных электронов $N - 2K$ можно «разбросать» по всем одночастичным состояниям α разными способами, число которых равно

$$q_{max} = 2^{N-2K} C_M^{N-2K}.$$

Каждый такой способ фиксирует некий набор одночастичных состояний \mathcal{O}_q , которые мы пронумеруем индексом $q = 1, \dots, q_{max}$. Отметим, что вид подмножества \mathcal{O}_q определяется и числом K ; это обстоятельство мы будем обозначать зависимостью $q(K)$. Многочастичное состояние неспаренных электронов, представляющее собой часть собственного состояния гамильтониана БКШ, имеет вид первого выражения в (8), а его вклад в энергию следует из (10).

Третий шаг. Определим подпространство пространства \mathcal{H} , в котором происходит взаимодействие пар. Для заданного $q(K)$ из прямого произведения (14) нужно исключить те h_{α} , которые соответствуют одночастичным состояниям $\alpha \in \mathcal{O}_{q(K)}$, а также парные им состояния $-\alpha, \alpha \in \mathcal{O}_{q(K)}$, так как они также недоступны при взаимодействии пар. В полученном таким образом пространстве число парных состояний вида $a_{\alpha}^{\dagger} a_{-\alpha}^{\dagger}|0\rangle$ равно $M - N + 2K$. Подпространство этого пространства, в котором рассеиваются ровно K пар, обозначим $\mathcal{H}_{\mathcal{E}}$. Его размерность $p_{max} = C_{M-N+2K}^K$. Введем в $\mathcal{H}_{\mathcal{E}}$ базис $|\mathcal{E}_p\rangle, p = 1, \dots, p_{max}$, который имеет вид второго выражения в (8). По построению очевидно, что базис $|\mathcal{E}_p\rangle$ зависит от выбора $q(K)$. Этот факт опять-таки будет обозначаться зависимостью $p(q(K))$. Теперь нужно диагонализировать матрицу (13) $H_{\mathcal{E}_p, \mathcal{E}'_p} \equiv H_{p, p'}$. Пусть собственные значения этой матрицы равны $E_{p(q(K))}, p = 1, \dots, p_{max}$.

Теперь можно сделать еще один шаг и найти собственные значения энергии нашей многочастичной системы:

$$E_n \equiv E_{K, q(K), p(q(K))} = \sum_{\alpha \in \mathcal{O}_q(K)} \varepsilon_{\alpha} + E_{p(q(K))}, \quad (17)$$

$$K = 0, \dots, \frac{N}{2} \left(\text{или} \frac{N-1}{2} \right),$$

$$q = 1, \dots, 2^{N-2K} C_M^{N-2K}, \quad p = 1, \dots, C_{M-N+2K}^K.$$

Полное число уровней энергии равно

$$\sum_{K=0}^{N/2} 2^{N-2K} C_M^{N-2K} C_{M-N+2K}^K = C_{2M}^N. \quad (18)$$

Итак, для вычисления спектра нам необходима следующая информация:

- 1) одночастичный спектр ε_α , $\alpha = 0, 1, \dots, n$;
- 2) кратность вырождения g_α каждого уровня спектра ($\alpha = 0, 1, \dots, n$);
- 3) Матричные элементы взаимодействия $V_{\alpha,\beta} = \overline{V_{\beta,\alpha}}$ ($\alpha, \beta = 0, 1, \dots, n$);
- 4) Число частиц N .

Зная многочастичный энергетический спектр, можно найти зависимость теплоемкости нашей физической системы от температуры, используя следующие формулы¹⁾:

$$C_V = \frac{1}{T^2} \left(\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 \right), \quad (19)$$

$$\langle E^2 \rangle = \frac{1}{Z} \sum_n E_n^2 \exp\left(-\frac{E_n}{T}\right), \quad (20)$$

$$\langle E \rangle = \frac{1}{Z} \sum_n E_n \exp\left(-\frac{E_n}{T}\right), \quad (21)$$

$$Z = \sum_n \exp\left(-\frac{E_n}{T}\right),$$

где T — температура.

Была написана программа, реализующая описанную процедуру. Программа позволяет получить

- 1) энергетический спектр N -частичной системы;
- 2) гистограмму плотности многочастичных энергетических состояний;
- 3) зависимость теплоемкости исследуемой системы от температуры, $C_V(T)$.

Программа быстро и эффективно работает на стандартном РС, если

$$C_M^{N/2} \lesssim 3000, \text{ при этом } M = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^n g_\alpha. \quad (22)$$

Из перечисленных возможностей нас в данном случае будет интересовать третий пункт — теплоемкость.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ МОДЕЛЬНОГО КЛАСТЕРА

Для тестирования программы была вычислена зависимость теплоемкости от температуры для системы, содержащей $N = 10$ частиц на десяти двукратно вырожденных эквидистантных одночастичных уровнях. Матричный элемент брался не зависящим от индексов уровней и равным $V = 0.224d$, где

¹⁾ Используется система измерений физических величин, в которой постоянная Больцмана $k_B = 1$.

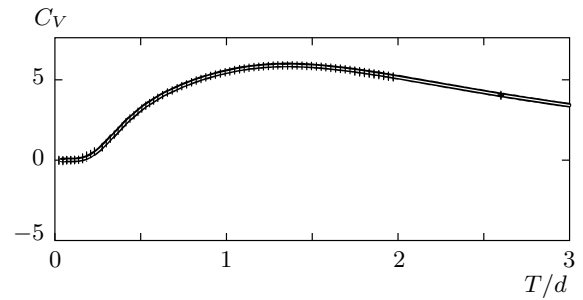


Рис. 1. Теплоемкость эквидистантной системы, состоящей из десяти частиц на десяти двукратно вырожденных уровнях (половинное заполнение). Сравнение результатов точного расчета (сплошная кривая) и расчетов методом Монте-Карло (вертикальные штрихи)

d — расстояние между уровнями. Эта задача была решена ранее [10] методом Монте-Карло. Сравнение результатов приведено на рис. 1. Видим, что результаты расчетов полностью совпадают.

Подход, основанный на вычислении многочастичного энергетического спектра, был нами применен для качественного анализа экспериментальных данных по изучению кластеров Al_{45}^- и Al_{47}^- [7].

Итак, будем рассматривать кластер Al_{45}^- как двухуровневую систему, соответствующую двум оболочкам — верхней заполненной ($3p$, кратность вырождения $g = 6$, количество электронов, заполняющих оболочку, $N = 4$) и нижней незаполненной ($1j$, кратность вырождения 30). Расстояние между уровнями $d = 40$ мэВ. Приведенные параметры взяты из работы [7]. Учет только двух оболочек ограничивает наш анализ невысокими температурами (около 80 К в нашем случае), поскольку при более высоких температурах происходит насыщение верхней оболочки и нельзя не принимать во внимание другие оболочки кластера. Зависимостью матричных элементов взаимодействия от состояний мы пренебрежем, т. е. $V_{\alpha,\beta} = V$ для всех α и β , а величину V будем считать свободным параметром, варьируя который, мы можем проследить за изменением свойств нашей системы.

На рис. 2 представлены зависимости теплоемкости от температуры, вычисленные для различных значений парного потенциала. Вид приведенных зависимостей говорит о существенном влиянии парных корреляций на термодинамические свойства кластеров, которое проявляется в возникновении пика на зависимости теплоемкости от температуры, как и в объемных сверхпроводниках. Проведав вы-

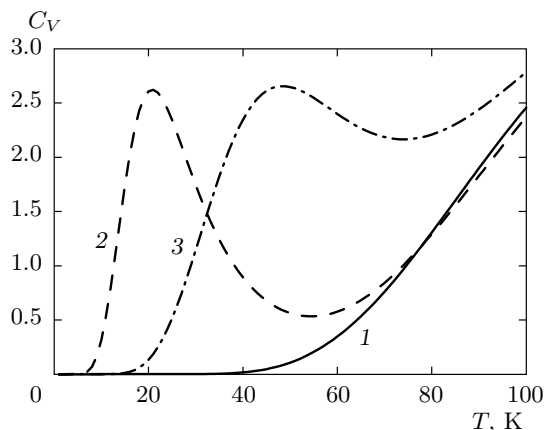


Рис. 2. Теплоемкость системы в модели двух оболочек с числом электронов $N = 4$ при разных константах связи V : 1 — 0; 2 — 2 мэВ; 3 — 4 мэВ

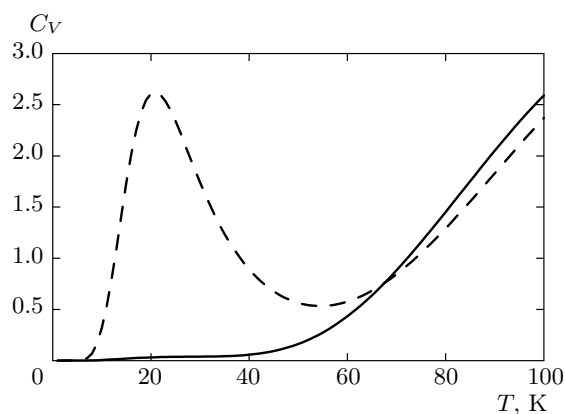


Рис. 4. Теплоемкость системы в модели двух оболочек для потенциалов отталкивания ($V = -2$ мэВ, сплошная кривая) и притяжения ($V = 2$ мэВ, штриховая кривая)

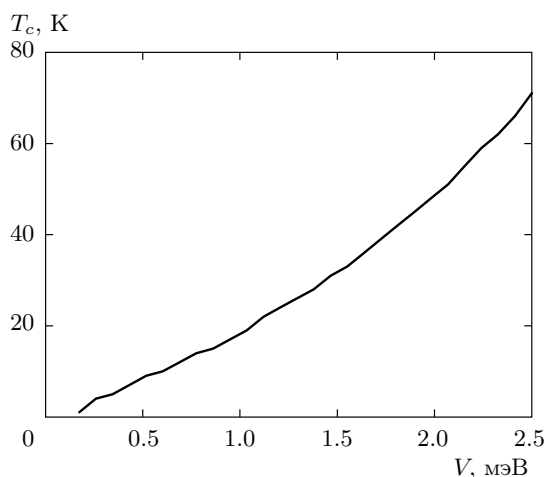


Рис. 3. Зависимость температуры, отвечающей пику теплоемкости, от константы связи V

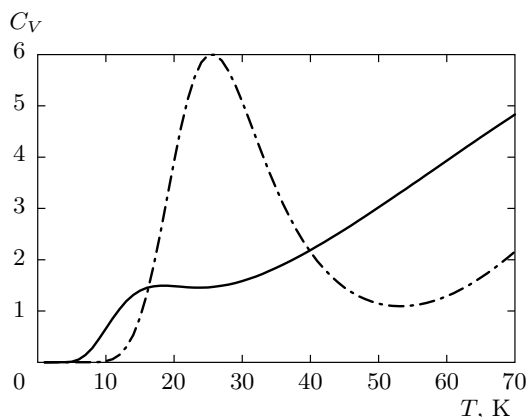


Рис. 5. Сравнение поведения теплоемкостей оболочечной (штрихпунктирная кривая) и эквидистантной (сплошная кривая) структур с одинаковым числом состояний

числения для различных значений параметра V , можно построить зависимость положения пика теплоемкости от величины парного потенциала (рис. 3). Для объемного сверхпроводника положение этого пика соответствует температуре перехода в сверхпроводящее состояние. Как и следовало ожидать, увеличение потенциала притяжения приводит к росту температуры, отвечающей пику теплоемкости.

Теперь проиллюстрируем утверждение, что именно взаимодействие притяжения (как и в объемных сверхпроводниках) приводит к рассматриваемому эффекту, а не просто взаимодействие между электронами, изменяющее структуру оболочечного энергетического спектра кластера.

На рис. 4 приведены зависимости теплоемкости кластера от температуры для случая потенциала притяжения ($V = 2$ мэВ) и отталкивания ($V = -2$ мэВ). Знаки здесь согласованы с записью гамильтониана (2). Как видно из рисунка, пик на температурной зависимости теплоемкости пропадает, если взаимодействие между электронами имеет характер отталкивания, что опять-таки подчеркивает роль характерных для сверхпроводников парных корреляций в рассматриваемых системах.

Для того чтобы прояснить тот факт [9], что оболочечная структура кластера существенно усиливает роль парных корреляций, рассмотрим модельный кластер с сильновырожденной верхней заполненной

оболочкой ($g_1 = 14, g_2 = 10, \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 40$ мэВ), содержащей $N = 12$ частиц. Далее расщепим оболочечную структуру энергетического спектра в эквидистантную с сохранением «центра тяжести» мультиплетов (расстояние между уровнями 11 мэВ, кратность вырождения $g_1 = g_5 = 2$, для остальных уровней $g = 4$). На рис. 5 сравнивается поведение теплоемкостей в этих случаях ($V = 1.5$ мэВ). Из приведенных зависимостей ясно видно, что оболочечная энергетическая структура кластера существенно усиливает влияние парных корреляций на особенность поведения его теплоемкости.

В нашей двухуровневой модели кластера верхний заполненный уровень заполнен не полностью (степень этого «незаполнения» должна быть минимально возможной, так как в противном случае эффект Яна–Теллера может сильно исказить оболочечную структуру [9]). Это открывает возможность парного взаимодействия с электронами, находящимися на более низком, полностью заполненном уровне. Для выяснения вопроса, насколько существенно указанное влияние, мы рассмотрели модель кластера (число электронов $N = 14$) с тремя оболочками: полностью заполненной нижней ($\varepsilon_1 = 0, g_1 = 10$), почти заполненной нижней ($\varepsilon_2 = 30$ мэВ, $g_2 = 6$) и незаполненной верхней ($\varepsilon_3 = 70$ мэВ, $g_3 = 10$), и посчитали зависимость теплоемкости от температуры. С другой стороны, мы нашли ту же зависимость так же, как мы это делали раньше, исключив нижнюю полностью заполненную оболочку, т. е. учитывая лишь два уровня с $\varepsilon_2 = 30$ мэВ, $g_2 = 6, \varepsilon_3 = 70$ мэВ, $g_3 = 10$ и числом электронов $N = 4$. Из рис. 6 видно, что в пределах нашего качественного рассмотрения влияние полностью заполненной оболочки не существенно.

В экспериментах исследуются кластеры с разным количеством электронов. Поэтому мы также изучили зависимость особенности поведения теплоемкости в рассматриваемой модели кластера ($\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 40$ мэВ, $g_1 = 14, g_2 = 10$) от количества электронов на верхней заполненной оболочке. На рис. 7 приведены зависимости теплоемкости от температуры при числе электронов $N = 3, 4, 5, 6$. Простой анализ этих графиков позволяет сделать следующие выводы. Для кластера с полностью заполненной верхней оболочкой (в нашем случае это $N = 6$, что соответствует магическому кластеру Al_{46} [9]) пик в поведении теплоемкости отсутствует. Это напрямую соотносится с результатами экспериментальной работы [7]. Сравнение кривых с $N = 3, 4, 5$ позволяет говорить об эффекте четности в нашей модели: пик при $N = 3$ подавлен по

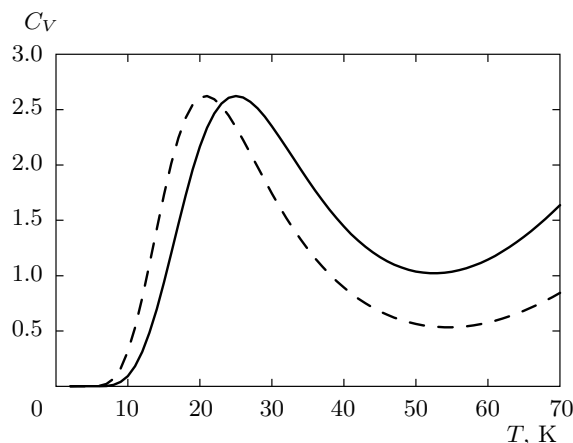


Рис. 6. Влияние нижней полностью заполненной оболочки на теплоемкость ($V = 2$ мэВ): сплошная кривая — теплоемкость с учетом полностью заполненной оболочки; штриховая — без ее учета

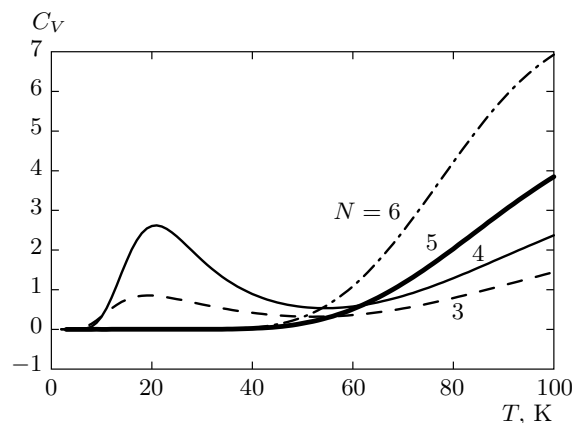


Рис. 7. Теплоемкость для различного числа частиц в нижней частично заполненной оболочке ($V = 2$ мэВ)

сравнению со случаем $N = 4$; случай $N = 5$ фактически соответствует полностью заполненной оболочке, так как одно свободное одночастичное состояние не участвует во взаимодействии пар в нашей модели.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Здесь следует обратить внимание на то, что полученные результаты носят качественный характер. Как уже отмечалось, температура, при которой проявляются особенности в поведении теплоемкости этих кластеров ($T_c \approx 200$ К), достаточно высока для того, чтобы ограничиться только верхней заполнен-

ной и нижней незаполненной оболочками при рассмотрении вопроса о влиянии сверхпроводящих корреляций на такое поведение. Это требует введения большого числа одночастичных состояний и детального знания оболочечной структуры кластера, которыми мы не располагаем. Кроме того, вопрос о величине матричного элемента взаимодействия $V_{\alpha,\beta}$ в кластерах, на наш взгляд, еще далек от полного разрешения.

Итак, наши вычисления, основанные на получении энергетического спектра точных многочастичных состояний, показывают, что парные корреляции типа БКШ могут приводить к появлению пика на зависимости теплоемкости кластера от температуры, причем оболочечная структура энергетического спектра кластера способствует усилению этого эффекта.

Хотелось бы поблагодарить Е. Г. Максимова за мотивацию работы и постоянный интерес к ней, П. И. Арсеева за ценные замечания и участников руководимого им семинара за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке научных программ Президиума РАН и Отделения физических наук РАН, РФФИ (грант № 08-02-00757) и гранта Президента РФ № МК-89.2009.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. T. Black, D. C. Ralph, and M. Tinkham, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 688 (1996).
2. J. von Delft, A. D. Zaikin, D. S. Golubev, and W. Tichy, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3189 (1996).
3. F. Braun, J. von Delft, D. C. Ralph, and M. Tinkham, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 921 (1997).
4. F. Braun, J. von Delft et al., *Phys. Rev. B* **59**, 9527 (1999).
5. К. А. Матвеев, А. И. Ларкин, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3749 (1997).
6. A. Mastellone, G. Falci, and R. Fazio, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4542 (1998).
7. B. Cao, C. M. Neal, A. K. Starace et al., *J. Supercond. Nov. Magn.* **21**, 163 (2008).
8. W. D. Knight, K. Clemenger, W. A. de Heer et al., *Phys. Rev. Lett.* **52**, 2141 (1984).
9. В. З. Кресин, Ю. Н. Овчинников, *УФН* **178**, 449 (2008).
10. K. Van Houcke, S. M. A. Rombouts, and L. Pollet, *Phys. Rev. B* **73**, 132509 (2006).