

# УПРАВЛЕНИЕ СПЕКТРОМ БИФОТОННОГО ПОЛЯ

*К. Г. Катамадзе\*, С. П. Кулик\*\**

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова  
119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 11 июня 2010 г.

Обсуждаются основные способы управления бифотонным полем, а также задачи, для которых ширина и форма спектра бифотонного поля имеют решающее значение. Исследован метод управления спектром спонтанного параметрического рассеяния света, основанный на пространственной модуляции показателей преломления нелинейного кристалла, в котором происходит генерация бифотонов. Модуляция происходит за счет термооптического и электрооптического эффектов.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных задач экспериментальной квантовой оптики и квантовой связи (quantum communication) является приготовление света в заданном квантовом состоянии, когда параметры состояния известны заранее и/или могут контролироваться в процессе эксперимента.

Состояние бифотонного поля задается пространственными, спектральными и поляризационными параметрами. В настоящей работе исследуются методы приготовления бифотонных полей с различными частотными свойствами. С учетом спектрально-разложения состояния двухфотонного света имеет вид [1, 2]

$$|\Psi\rangle = |vac\rangle + \zeta \iint d\omega_s d\omega_i \times \\ \times F(\omega_s, \omega_i) a_s^\dagger(\omega_s) a_i^\dagger(\omega_i) |vac\rangle, \quad (1)$$

где  $\omega_s$  и  $\omega_i$  отвечают частотам сигнального и холостого фотонов, а  $a_s^\dagger$  и  $a_i^\dagger$  — операторы рождения фотонов в фиксированных сигнальной и холостой пространственно-поляризационных модах. Как правило, такое поле получают с помощью спонтанного параметрического рассеяния (СПР) [3]. В случае уз-

кополосной накачки<sup>1)</sup> частоты  $\omega_s$  и  $\omega_i$  связаны условием  $\omega_s + \omega_i = \omega_p$ , где  $\omega_p$  — частота накачки. Тогда частоты удобно представить в виде расстроек

$$\omega_s = \omega_{s0} + \Omega, \quad \omega_i = \omega_{i0} - \Omega, \quad (2)$$

где  $\omega_{s0}$  и  $\omega_{i0}$  — центральные частоты в спектрах соответственно сигнальных и холостых полей ( $\omega_{s0} + \omega_{i0} = \omega_p$ ), и записать формулу (1) как

$$|\Psi\rangle = |vac\rangle + \\ + \zeta \int d\Omega F(\Omega) a_s^\dagger(\omega_{s0} + \Omega) a_i^\dagger(\omega_{i0} - \Omega) |vac\rangle. \quad (3)$$

Здесь, в общем случае комплексная, функция  $F(\Omega)$ , обычно называемая спектральной амплитудой бифотона, описывает спектр частот бифотонного поля.

В дальнейшем под спектром бифотонного поля мы будем понимать в первую очередь его спектральную амплитуду, а под его шириной  $\Delta\Omega$  — ширину распределения функции  $|F(\Omega)|^2$ . Заметим, что в ряде работ [5, 6] под спектральной шириной бифотона в случае коллинеарного вырожденного синхронизма типа I понимается длина области локализации амплитуды  $F(\omega_s, \omega_i)$  в направлении оси  $\omega_s - \omega_i = 0$ ,

<sup>1)</sup> Здесь и далее рассматривается случай фурье-ограниченной накачки, для которой спектральная ширина  $\Delta\omega_p$  и длительность импульса  $\Delta\tau$  связаны соотношением  $\Delta\omega_p \sim \sim 1/\Delta\tau$ . При этом накачку можно считать узкополосной (т. е. аппроксимировать ее дельта-функцией) при условии  $2(v_g^{(p)} - v_g^{(s,i)})\Delta\tau/L > 1$  [4], где  $v_g^{(p)}$  и  $v_g^{(s,i)}$  — групповые скорости соответственно накачки и параметрического излучения, а  $L$  — длина нелинейного кристалла.

---

\*E-mail: katamadze@inbox.ru

\*\*E-mail: Sergei.Kulik@gmail.com

которая отличается только множителем  $\sqrt{2}$  от спектральной ширины сигнального и холостого фотонов  $\Delta\Omega$ .

Работа состоит из двух частей. Первая часть (разд. 2–4) посвящена обзору основных целей и методов управления спектром бифотонного поля. Во второй части (разд. 5–7) подробно описан метод управления спектром при помощи пространственной модуляции показателей преломления нелинейного кристалла. Здесь же приводятся новые экспериментальные результаты и сравнение исследуемого метода с методами, описанными в первой части.

## 2. СВЯЗЬ СПЕКТРА БИФОТОННОГО ПОЛЯ С КОРРЕЛЯЦИОННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

В большинстве задач, где используется бифотонное поле, наиболее важным свойством являются его корреляционные характеристики. Поэтому задача управления спектром бифотонного поля интересна в контексте связи спектра с корреляционными функциями (КФ) первого и второго порядков. Отметим, что функция  $F(\Omega)$  непосредственно не измеряется в эксперименте. Однако можно измерять спектральную интенсивность поля в сигнальной и холостой модах:

$$S_s \propto |F(\Omega = \omega - \omega_{s0})|^2, \quad S_i \propto |F(\Omega = \omega - \omega_{i0})|^2. \quad (4)$$

КФ первого порядка для сигнальной и/или холостой мод (т. е. для однофотонного поля) по теореме Виннера – Хинчина определяются выражением

$$G^{(1)}(\tau) \propto \int |F(\Omega)|^2 \cos(\Omega\tau) d\Omega. \quad (5)$$

Суммарная спектральная интенсивность поля  $S = S_s + S_i$  при выполнении условий

$$F(-\Omega) = F(\Omega), \quad \omega_{s0} = \omega_{i0} = \omega_p/2 \quad (6)$$

определяется выражением

$$S(\omega) \propto |F(\Omega = \omega - \omega_p/2)|^2, \quad (7)$$

и в этом случае КФ двухфотонного поля выражается так же, как и однофотонная КФ (5) [1]. Подчеркнем, что ширина спектра  $S(\omega)$ , связанная только с модулем амплитуды  $|F(\Omega)|$ , полностью определяет ширину КФ  $G^{(1)}(\tau)$ :

$$\Delta^{(1)}\tau \sim 1/\Delta\omega = 1/\Delta\Omega. \quad (8)$$

Состояние бифотона можно описывать не только спектральной, но и временной амплитудой

$$\tilde{F}(\tau) = \int d\Omega e^{i\Omega\tau} F(\Omega), \quad (9)$$

квадрат модуля которой дает КФ второго порядка [1]:

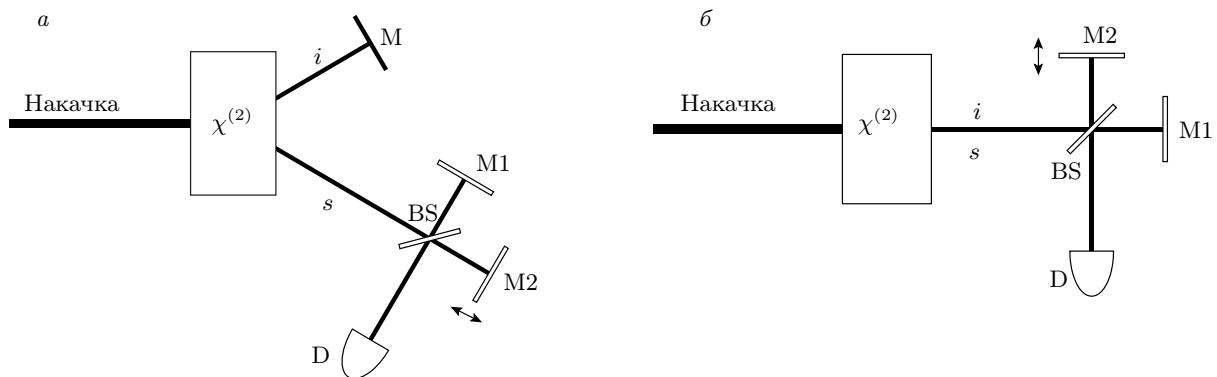
$$G^{(2)}(\tau) \propto \left| \int F(\Omega) \cos(\Omega\tau) d\Omega \right|^2, \quad (10)$$

причем это выражение не требует выполнения условия (6). Важным отличием соотношения (10) от (5) является то, что ширина КФ второго порядка  $\Delta^{(2)}\tau$  определяется не только модулем, но и фазой амплитуды  $F(\Omega)$ . Соотношение  $\Delta_{min}^{(2)}\tau \sim 1/\Delta\omega = 1/\Delta\Omega$  выполняется лишь для минимально возможного значения ширины  $\Delta^{(2)}\tau$ , которое достигается в случае, когда фаза  $F(\Omega)$  слабо зависит от частоты. При этом широкий спектр бифотонного поля является необходимым, но не достаточным условием малого времени  $\Delta^{(2)}\tau$ . В то же время бифотонное поле с узким спектром всегда имеет широкую КФ второго порядка.

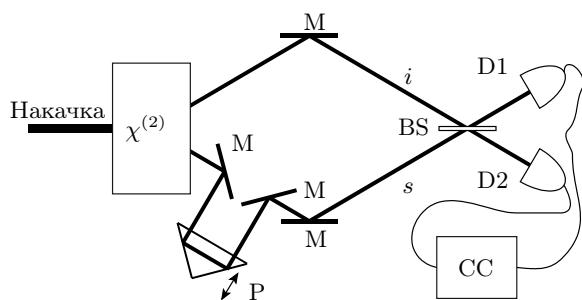
КФ  $G^{(1)}(\tau)$  и  $G^{(2)}(\tau)$ , как и спектральную интенсивность, тоже можно измерять в эксперименте. КФ первого порядка проявляется в интерференционных экспериментах. Например, если сигнальный и холостой фотоны находятся в разных пространственных модах, то КФ  $G^{(1)}(\tau)$  можно измерить при помощи интерферометра Майкельсона, установленного либо в сигнальной, либо в холостой моде (рис. 1a). В случае коллинеарного вырожденного режима и одинаковых поляризационных состояний фотонов, используя тот же интерферометр, можно измерить и КФ двухфотонного поля  $G^{(1)}(\tau)$  (рис. 1б) [7].

Одним из самых ярких эффектов, в котором проявляются квантовые свойства бифотонного поля, является так называемый «провал» Манделя (Mandel dip). Он состоит в том, что если на оба входа 50 %-го светоделителя одновременно приходит по одному фотону пары, то на выходе они оба окажутся в одном плече при условии их абсолютной неразличимости. Такая неразличимость включает в себя и неразличимость во времени. В процессе СПР генерируются фотоны, коррелированные по времени рождения и, чтобы они оставались коррелированными к моменту прихода на светоделитель, необходимо, чтобы длина их оптических путей совпадала с точностью до обратной ширины спектра<sup>2)</sup>. Экспериментально эффект наблюдается в совпадениях фотоотсчетов детекторов, установленных в выходные моды

<sup>2)</sup> Заметим, что в квантовой оптике известна группа работ по так называемой «отложенной компенсации» (postponed compensation), при которой проявление двухфотонной интерференции в схеме Хонг – Оу – Манделя (Hong–Ou–Mandel) не связано с одновременным приходом двух фотонов на светоделитель [8].



**Рис.1.** Измерение КФ первого порядка при помощи интерферометра Майкельсона. Извлечение, генерируемое в кристалле с нелинейной восприимчивостью  $\chi^{(2)}$ , направляется в интерферометр, состоящий из светоделителя BS и двух зеркал M1 и M2, после чего его интенсивность измеряется детектором D. Перемещая зеркало M2, можно наблюдать явление интерференции. По изменению видности интерференционной картины можно судить о ширине функции  $G^{(1)}(\tau)$ . *a* — Измерение КФ  $G_s^1(\tau)$  в сигнальной моде, *б* — измерение КФ  $G^1(\tau)$  в обеих модах



**Рис.2.** Измерение КФ первого порядка при помощи измерения «провала» Манделя. Бифотонное излучение генерируется в кристалле с нелинейной восприимчивостью  $\chi^{(2)}$  в неколлинеарном вырожденном по частоте и поляризации режиме. С помощью зеркал M сигнальная (s) и холостая (i) моды смешиваются на 50 %-м светоделителе BS. Далее излучение направляется на два детектора D1 и D2, которые связаны схемой совпадений CC. Перемещая призму P, можно изменять длину сигнального канала. При совпадении оптических путей сигнального и холостого фотонов они с вероятностью 100 % распределяются на один из двух выходов светоделителя, и в совпадениях фотоотсчетов будет наблюдаться провал, ширина которого соответствует половине ширины КФ  $G^{(1)}(\tau)$  (12)

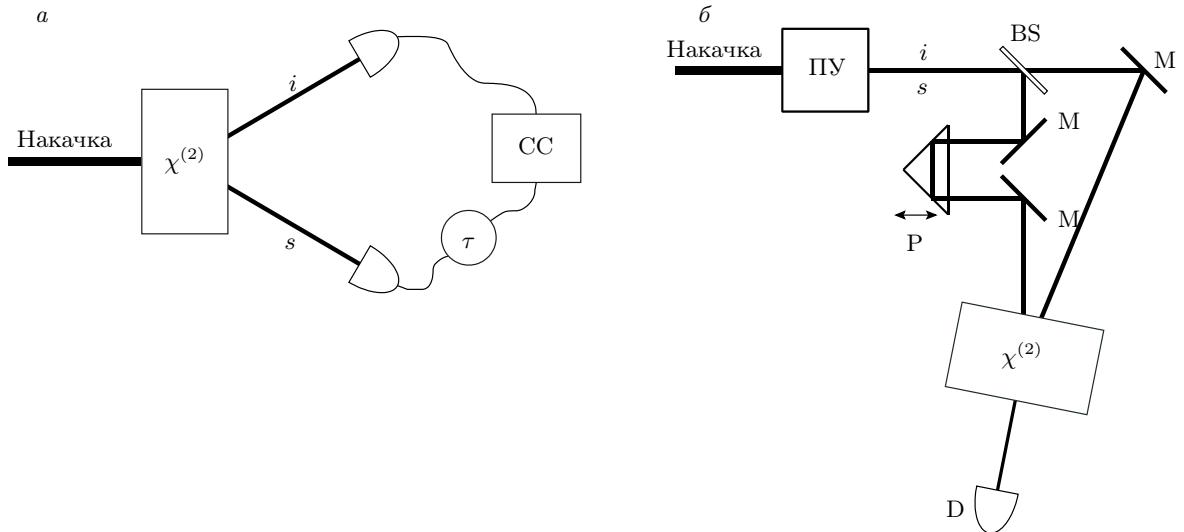
светоделителя (рис. 2). Длина одного из оптических путей изменяется, и при их равенстве в совпадениях наблюдается «провал», связанный с тем, что оба фотона всегда направляются на один детектор. Известно, что при достаточно широком окне схемы совпадений форма и ширина этого «провала» связаны

с КФ первого порядка соотношением [9, 10]

$$R_c^{(2)}\tau \sim 1 - g^{(1)}(2\tau), \quad (11)$$

где функция  $R_c(\tau)$  описывает зависимость скорости счета совпадений от временной задержки, вносимой для одного из фотонов, а  $g^{(1)}(\tau)$  — нормированная КФ первого порядка для пары фотонов.

КФ второго порядка проявляется в корреляции отсчетов детекторов, регистрирующих фотоны в сигнальной и холостой модах. В случае, когда окно схемы совпадений многое меньше  $\Delta^{(2)}\tau$ , функцию  $G^{(2)}(\tau)$  можно измерять при помощи интерферометра Хенбери Брауна–Твисса (рис. 3а), варьируя время задержки  $\tau$  импульсов, идущих на схему совпадений, и измеряя скорость счета совпадений fotoотсчетов  $R_c(\tau) \sim G^{(2)}(\tau)$ . Однако в большинстве случаев  $\Delta^{(2)}\tau$  многое меньше окна схемы совпадений и тогда такие измерения становятся невозможными. Функция  $G^{(2)}(\tau)$  проявляется также в двухфотонных взаимодействиях с веществом, а также в параметрических процессах, например, при генерации излучения суммарной частоты. Вероятность такого процесса пропорциональна КФ второго порядка. В работе [11] рассматривается эксперимент (рис. 3б), в котором свет от параметрического усилителя, работающего в коллинеарном вырожденном режиме, разделялся светоделителем на два канала, после чего в один из каналов вносились управляемые задержки, и пучки сводились на нелинейном кристалле, в котором в неколлинеарном режиме происходила генерация второй гармоники. Измерялась зависимость интенсивности излучения на удвоенной частоте от задержки  $I_{2\omega}(\tau) \sim G^{(2)}(\tau)$ .



**Рис. 3.** Измерение КФ второго порядка. *а)* Измерение корреляционной функции  $G^{(2)}(\tau)$  в интерферометре Хэнбери–Брауна–Твисса. Сигнальный  $s$  и холостой  $i$  фотонами, полученные в нелинейном кристалле в результате процесса СПР, направляются в разные пространственные моды и регистрируются детекторами. Изменяя задержку сигналов одного из детекторов  $\tau$ , идущих к схеме совпадений СС, можно измерять функцию  $G^{(2)}(\tau)$  (в случае, если окно схемы совпадений много меньше ширины  $\Delta^{(2)}\tau$ ). *б)* Измерение корреляционной функции  $G^{(2)}(\tau)$  за счет генерации суммарной частоты. Излучение от параметрического усилителя ПУ разделяется на два канала светоделителем BS, после чего зеркалами М оба пучка направляются на нелинейный кристалл, в котором в неколлинеарном режиме происходит генерация второй гармоники. Излучение на удвоенной частоте регистрируется детектором D. Изменяя длину одного из оптических путей перемещением призмы Р, можно измерять КФ второго порядка. В этом случае нелинейный кристалл играет роль прецизионной схемы совпадений

### 3. ЗАДАЧИ, В КОТОРЫХ ВАЖЕН УЧЕТ СПЕКТРА БИФОТОННОГО ПОЛЯ

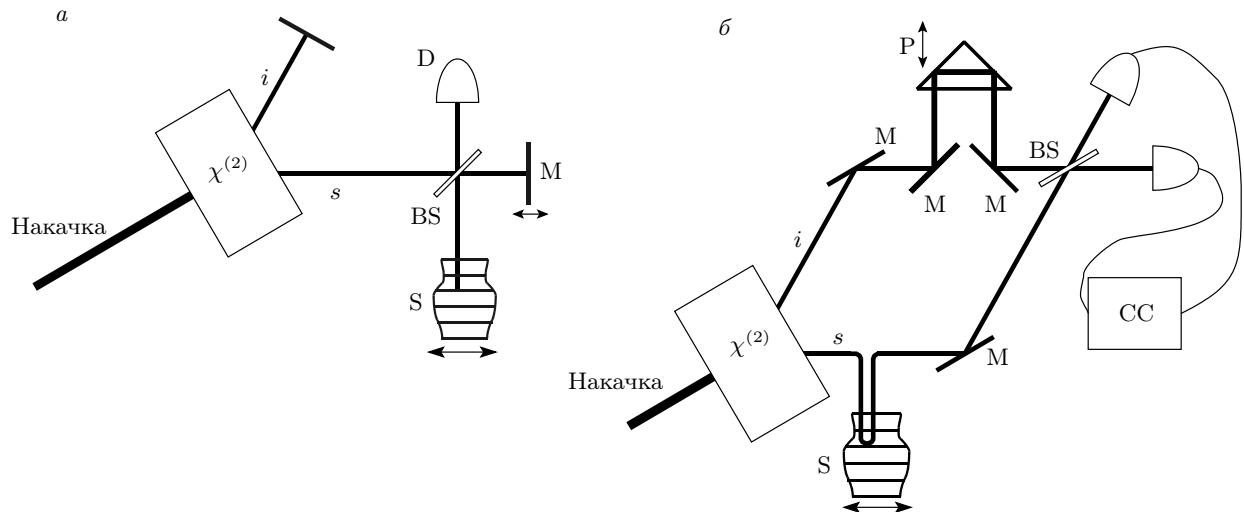
В ряде приложений требуется источник бифотонного поля с узким спектром. Во-первых, для повышения эффективности однофотонных взаимодействий света с одиночными атомами и для реализации квантовой памяти [12, 13] необходимо, чтобы частоты фотонов попадали в резонанс с энергетическими уровнями. Поскольку одним из базовых элементов схемы по генерации однофотонных состояний является именно бифотонное поле (heralded scheme) [14–17], типичная ширина его спектра для этих задач не должна превышать 1–10 МГц<sup>3)</sup>. Во-вторых, для передачи квантовой информации по оптическим волокнам из-за хроматической дисперсии время прихода однофотонных пакетов «размазывается», поэтому нужно уменьшить до минимума их спектральный состав [18]. Кроме того, бифотонное поле с узким спектром (а следовательно, и с большим временем корреляции  $\Delta^{(2)}\tau$ ) необходимо

при измерении временных характеристик однофотонных детекторов [19], которые можно определить в схеме Хэнбери–Брауна–Твисса (рис. 3а).

В другой группе приложений используется бифотонное поле с широким спектром. Здесь, в первую очередь, выделим задачу увеличения степени перепутывания двухфотонного поля, являющуюся актуальной для кодирования квантовой информации. Физически, рост степени перепутывания сопровождается увеличением эффективной размерности гильбертова пространства сильно коррелированных оптических состояний — перспективного объекта квантовой криптографии [20–23] и проверки фундаментальных основ квантовой теории [24–27].

В случае, когда бифотонное поле находится в чистом состоянии вида (3), для количественного анализа степени перепутывания чрезвычайно удобным оказывается введенный М. В. Федоровым параметр  $R$  [4, 28], определяемый как отношение ширины спектра единичных фотонов (безусловное распределение) к ширине спектра совпадений фотоотсчетов (условное распределение) [29]. Поскольку в процессе СПР для узкополосной накачки ширина спектра

<sup>3)</sup> Здесь и далее числовые значения приводятся для частоты светового поля  $\nu$ , а не для угловой частоты  $\omega$ .



**Рис. 4.** Виды оптической томографии. *а)* Оптическая когерентная томография. Иллюстрация вводится в интерферометр Майкельсона, состоящий из светоделителя BS и зеркала M. В одном из плечей интерферометра расположен образец S. На выходе интерферометра свет регистрируется детектором D. Изменяя положение зеркала, можно сканировать образец на разной глубине. *б)* Квантовая оптическая когерентная томография. В нелинейном кристалле рождается пара фотонов. В сигнальной моде s расположен образец S, а длина пути холостого i фотона изменяется призмой P. Сбивая фотони на светоделителе BS, можно, используя эффект «провала» Манделя, получать изображения разных слоев образца. Перемещая призму, можно изменять глубину сканирования

совпадений определяется шириной спектра накачки, ширина спектра единичных отсчетов фактически совпадает с шириной функции  $|F(\Omega)|^2$ . Таким образом, при заданной накачке степень частотного перепутывания можно увеличить лишь за счет уширения спектра бифотонного поля.

Как было отмечено выше, увеличение ширины спектра бифотонного поля приводит к уменьшению времени корреляции  $\Delta_{s,i}^{(1)}\tau$  фотонов в каждой из мод, что можно использовать в оптической когерентной томографии (ОКТ) (рис. 4*a*). В ОКТ в одну из мод двухфотонного поля помещается интерферометр, в плече которого установлен исследуемый объект. Изменяя длину второго плеча интерферометра, можно проводить сканирование объекта на разной глубине. Разрешение ОКТ определяется длиной когерентности излучения  $l_{res} = c/\Delta_{s,i}^{(1)}\tau$ . Альтернативой ОКТ является квантовая оптическая когерентная томография (КОКТ) [30], в которой используется эффект «провала» Манделя. Перед светоделителем в один из каналов помещается исследуемый объект (рис. 4*b*), а оптическая длина другого канала изменяется. Разрешение такой схемы, в соответствии с формулой (11), определяется удвоенным временем когерентности  $l_{res} = c/2\Delta^{(1)}\tau$ . Заметим, что для КОКТ требуется источник бифотонного поля,

удовлетворяющий условиям (6), сигнальная и холостая моды которого различаются по пространственным или по поляризационным параметрам.

Кроме того, бифотонное поле с широким спектром необходимо для задач, требующих эффективного двухфотонного взаимодействия света с веществом. В случае коротких времен  $\Delta^{(2)}\tau$  бифотон ведет себя как единый объект с эффективной длиной волны [31]

$$\lambda_{eff} = \frac{2\pi c}{E/\hbar} = \frac{2\pi c}{2\hbar\omega/\hbar} = \frac{1}{2} \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{1}{2} \lambda, \quad (12)$$

где  $E$  — энергия бифотона, а  $\omega$  — угловая частота составляющих его фотонов (в вырожденном по частоте случае). Этот факт используется при увеличении разрешения нелинейной микроскопии [32] и квантовой интерференционной оптической литографии [33]. На двухфотонном поглощении основан метод спектроскопии виртуальных состояний с использованием перепутанных фотонов [34].

Отметим проблему синхронизации часов, для решения которой предложено использовать пары фотонов с малым временем когерентности  $\Delta^{(2)}\tau$  [35], когда пара фотонов разделяется на две пространственные моды, после чего фотоны отправляются на детекторы, запускающие часы, которые нужно синхронизировать.

Обращаем внимание, что в большей части упомянутых приложений предъявляются требования только к ширине спектра бифотонного поля, но не к его форме. Всюду предполагается, что форма спектра близка к гауссовой или к прямоугольной, что не всегда соответствует действительности. В этой связи представляется интересной задача управления не только шириной, но и формой спектра бифотонов.

#### 4. СПОСОБЫ УПРАВЛЕНИЯ СПЕКТРОМ БИФОТОННОГО ПОЛЯ

Как правило, двухфотонный свет генерируется за счет СПР. Как было отмечено выше, в случае узкополосной накачки состояние поля на выходе из нелинейного кристалла можно представить в виде (3), при этом спектральная амплитуда  $F(\Omega)$  определяется выражением [2]

$$F(\Omega) \propto \int_0^L dz \exp[i\Delta k(\Omega)z], \quad (13)$$

где  $z$  — координата по оси, направленной вдоль распространения накачки,  $L$  — длина кристалла, в котором происходит генерация, а  $\Delta k = k_p - k_s - k_i$  — фазовая расстройка. В случае однородного кристалла  $\Delta k$  не зависит от  $z$  и выражение (13) упрощается:

$$F(\Omega) \propto L \exp\left(-i\frac{\Delta k(\Omega)L}{2}\right) \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k(\Omega)L}{2}\right). \quad (14)$$

Из выражения (14) видно, что спектр бифотонного поля определяется зависимостью фазовой расстройки от частоты  $\Delta k(\Omega)$ , а его ширина — условием

$$-\frac{2\pi}{L} \leq \Delta k(\Omega) \leq \frac{2\pi}{L}. \quad (15)$$

Таким образом, для того чтобы получить бифотонное поле с узким спектром, можно выбрать достаточно длинный кристалл и для дополнительной частотной селекции установить его в резонатор. При этом можно получить спектр, ширина которого составляет менее 3.0 МГц [36].

Задача получения бифотонного поля с широким спектром представляется более сложной. Тривиальным решением, как следует из соотношения (15), было бы использование короткого кристалла. Так, в работе [37] с использованием кристалла ВВО толщиной 0.1 мм в ортогональных поляризационных модах в вырожденном режиме на длине волны 702 нм было получено поле с шириной спектра 174 нм

(106 ТГц<sup>4)</sup>). Однако в случае тонкого кристалла уменьшается интенсивность излучения, пропорциональная квадрату длины кристалла (14). Интегральная интенсивность линейно убывает с уменьшением  $L$  [38].

Другой способ получения широкого спектра бифотонного поля заключается в подборе условий синхронизма таким образом, чтобы функция расстройки  $\Delta k(\Omega)$  слабо зависела от  $\Omega$  на некотором интервале вблизи точного синхронизма ( $\Delta k = 0$ ). По определению  $\Delta k(\Omega) = k_p - k_s - k_i$  или в представлении (2)

$$\begin{aligned} \Delta k(\Omega) &= k_p - k_s(\omega_{s0} + \Omega) - k_i(\omega_{i0} - \Omega) = \\ &= k_p - k_{s0}(\Omega) - k_{i0}(-\Omega), \end{aligned} \quad (16)$$

где

$$k_{s,i0}(\Omega) = k_{s,i}(\omega_{s,i0} + \Omega). \quad (17)$$

Раскладывая  $\Delta k(\Omega)$  в ряд Тейлора, получим

$$\begin{aligned} \Delta k(\Omega) &= [k_p - k_{s0} - k_{i0}] - \\ &- [k'_{s0} - k'_{i0}]\Omega - \frac{1}{2}[k''_{s0} + k''_{i0}]\Omega^2 - \dots, \end{aligned} \quad (18)$$

где значения всех производных функций  $k_{s,i0}(\Omega)$  берутся в нуле. Отсюда следует, что для обеспечения широкополосного синхронизма необходимо выполнение условий

$$k_p - k_{s0} - k_{i0} = 0, \quad (19)$$

$$k'_{s0} - k'_{i0} = 0, \quad (20)$$

$$k''_{s0} + k''_{i0} = 0. \quad (21)$$

Первое условие определяет точное выполнение условия фазового синхронизма для центральных частот сигнального и холостого фотонов, второе — равенство их групповых скоростей, а третье — отсутствие дисперсии групповых скоростей.

Заметим, что при вырожденном синхронизме типа I, когда поляризации сигнального и холостого фотонов одинаковы, условия (19) и (20) выполняются автоматически, так как в этом случае функции  $k_{s0}(\Omega)$  и  $k_{i0}(\Omega)$  тождественны и  $\Delta k_I \propto \Omega^2$ . В случае же невырожденного синхронизма или синхронизма типа II, когда поляризации сигнального и холостого фотонов ортогональны,  $\Delta k_{II} \propto \Omega$ . Однако при выполнении условия (21) для вырожденного синхронизма типа I  $\Delta k_I \propto \Omega^4$ , а при выполнении условия (20) для синхронизма типа II  $\Delta k_{II} \propto \Omega^2$ .

<sup>4)</sup> В качестве характеристики ширины спектра бифотонного поля выбрана ширина диапазона  $\Delta\nu$ , поскольку она однозначно связана с временами корреляции  $\Delta^{(1)}\tau$  и  $\Delta_{min}^{(2)}\tau$ , а именно, малое время корреляции определяет «ценность» широкого спектра в большинстве приложений.

Подобрать среду таким образом, чтобы в ней одновременно выполнялись все условия (19)–(21), т. е. добиться локального ослабления зависимости  $\Delta k(\Omega)$  вблизи точного выполнения условия фазового синхронизма, очень сложно, хотя и возможно. Так, в работе [39] показано, что для кристалла ВВО толщиной 14 мм и накачки на длине волны 728 нм ширина коллинеарного вырожденного синхронизма типа I составляет приблизительно 750 нм (106 ТГц).

Чтобы упростить задачу одновременного выполнения условий (19)–(21), было предложено использовать периодически поляризованные кристаллы, в которых условие фазового синхронизма выполняется с учетом вектора обратной сверхрешетки  $\mathbf{k}_g$ :

$$\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_p - \mathbf{k}_s - \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_g, \quad (22)$$

где  $k_g = 2\pi/\Lambda$ , а  $\Lambda$  — период поляризации квадратичной восприимчивости кристалла. Тогда условие (19) преобразуется к виду

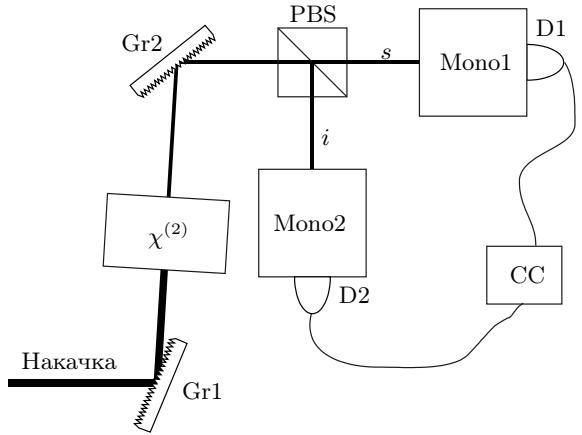
$$k_p - k_{s0} - k_{i0} - k_g = 0, \quad (23)$$

что позволяет выполнять условия (20) и (21) за счет выбора дисперсии кристалла и длины волны накачки, а условие (23) — выбором периода наведенной поляризации. В работе [40] показано, что в периодически поляризованном кристалле ниобата лития ( $\text{LiNbO}_3$ ) толщиной 1 см с периодом  $\Lambda = 27.4$  мкм при коллинеарном, вырожденном на длине волны 1885 нм синхронизме типа I можно добиться генерации бифотонного поля с шириной спектра 1080 нм (91 ТГц).

Еще один способ локального ослабления зависимости  $\Delta k(\Omega)$  продемонстрирован в работе [5]. Особенностью предложенной схемы является использование элементов, вносящих угловую дисперсию (рис. 5). В работах [41–43] показано, что при прохождении через систему из двух дифракционных решеток (или призм), между которыми расположена среда, в которой присутствует эффект сноса, световой импульс преобразуется так же, как если бы он распространялся через среду с измененными производными дисперсионной функции  $k'(\omega)$  и  $k''(\omega)$ :

$$\begin{aligned} \tilde{k}' &= k' + \alpha \rho, & \tilde{k}'' &= k'' - \frac{\alpha^2}{k}, \\ \rho &= \operatorname{tg} \theta, & \alpha &= \frac{\operatorname{tg} \varphi}{c}, \end{aligned} \quad (24)$$

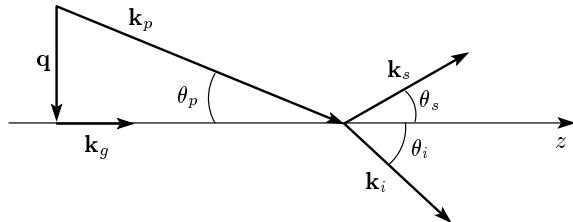
где  $\varphi$  — угол между волновым вектором и вектором Пойнтинга (угол сноса),  $\theta$  — угол наклона импульсного фронта [44], возникающего после первого диспергирующего элемента и компенсирующегося вторым,  $c$  — скорость света в вакууме. Угол  $\theta$  зависит от параметров диспергирующего элемента и от



**Рис. 5.** Локальное ослабление зависимости  $\Delta k(\Omega)$  из-за угловой дисперсии. Генерация СПР в синхронизме типа II происходит в нелинейном кристалле, расположенном между двумя дифракционными решетками. Решетка Gr1 создает наклон импульсного фронта для накачки, который сохраняется для импульсного фронта СПР и компенсируется решеткой Gr2. В результате условия фазового синхронизма модифицируются (25). Поляризационный светоделитель PBS разделяет сигнальный и холостой фотоны по двум пространственным модам, после чего они регистрируются детекторами D1 и D2. Для определения спектра бифотонного поля используются монохроматоры Mono1 и Mono2

центральной длины волны импульса. Используя соотношения (24), можно подобрать диспергирующие элементы таким образом, чтобы обеспечить выполнение условий (20) и (21) [5]. Так для вырожденного на длине волны 810 нм коллинеарного синхронизма типа II в кристалле ВВО толщиной 2 мм экспериментально удалось увеличить ширину спектра с 5.2 нм (2.4 ТГц) до 41 нм (19 ТГц). Для вырожденного синхронизма типа I для той же длины волны теоретически предсказано уширение спектра с 96 нм (44 ТГц) до 465 нм (213 ТГц). Однако корректность приближений (24), используемых для столь широкого спектрального диапазона, вызывает сомнение из-за исходного ограничения для ширины спектра.

Дополнительные возможности изменения функции  $\Delta k(\Omega)$  появляются в случае неколлинеарного синхронизма. Рассмотрим процесс генерации СПР в периодически поляризованном кристалле под действием монохроматической накачки, имеющей некоторое угловое распределение  $f(q)$  с шириной  $\Delta q$ , где  $q$  — поперечная составляющая волнового вектора (рис. 6) [45]. Фазовую расстройку  $\Delta k$  удобно представить в виде суммы двух компонент:  $\Delta k_{\perp}$  и  $\Delta k_{\parallel}$  —



**Рис. 6.** Ориентация волновых векторов при неколлинеарном синхронизме СПР в периодически поляризованном образце

соответственно ортогональной и параллельной оси  $z$  (ось  $z$  совпадает с осью распространения накачки). При этом условия фазового синхронизма принимают следующий вид:

$$\Delta k_{\perp} = 0, \quad -\frac{2\pi}{L} \leq \Delta k_{\parallel} \leq \frac{2\pi}{L}. \quad (25)$$

В приближении узкого углового спектра накачки

$$q \equiv k_{p\perp} = k_p \sin \theta_p \approx k_p \theta_p, \quad k_{p\parallel} = k_p \cos \theta_p \approx k_p.$$

Тогда  $\Delta k_{\perp}$  и  $\Delta k_{\parallel}$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Delta k_{\perp} &= q + k_s \sin \theta_s - k_i \sin \theta_i, \\ \Delta k_{\parallel} &= k_p - k_s \cos \theta_s - k_i \cos \theta_i - k_g. \end{aligned} \quad (26)$$

Учитывая представление (16), разложим выражение (26) в ряд Тейлора по степеням  $\Omega$  аналогично (18):

$$\begin{aligned} \Delta k_{\perp}(\Omega) &= q + [k_{s0} \sin \theta_s - k_{i0} \sin \theta_i] + \\ &\quad + [k'_{s0} \sin \theta_s + k'_{i0} \sin \theta_i] \Omega + \\ &\quad + \frac{1}{2} [k''_{s0} \sin \theta_s - k''_{i0} \sin \theta_i] \Omega^2 + \dots, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \Delta k_{\parallel}(\Omega) &= [k_p - k_g - k_{s0} \cos \theta_s - k_{i0} \cos \theta_i] - \\ &\quad - [k'_{s0} \cos \theta_s - k'_{i0} \cos \theta_i] \Omega - \\ &\quad - \frac{1}{2} [k''_{s0} \cos \theta_s + k''_{i0} \cos \theta_i] \Omega^2 + \dots \end{aligned} \quad (28)$$

Из формулы (28) видно, что зависимость  $\Delta k_{\parallel}(\Omega)$  ослабляется при увеличении углов  $\theta_s$  и  $\theta_i$ . С другой стороны, условие  $\Delta k_{\perp} = 0$  совместно с выражением (27) накладывают ограничение на ширину спектра, связанное с шириной углового распределения накачки  $\Delta q$ , которое усиливается с ростом углов  $\theta_s$  и  $\theta_i$ . Рассмотрим случай вырожденного синхронизма типа I, когда сигнальная и холостая моды имеют обычновенную поляризацию. Тогда  $k_{s0} = k_{i0} = k_0$ ,  $\theta_s = \theta_i = \theta_0$  и при условии точного синхронизма

$$k_p - k_g - k_{s0} \cos \theta_s - k_{i0} \cos \theta_i = 0 \quad (29)$$

выражения (27) и (28) принимают вид

$$\Delta k_{\perp} = q + 2k'_0 \sin \theta_0 \Omega + \dots, \quad (30)$$

$$\Delta k_{\parallel} = -2k''_0 \cos \theta_0 \Omega^2 + \dots \quad (31)$$

Условие  $\Delta k_{\perp} = 0$  накладывает ограничение на ширину спектра:

$$\Omega \leq \frac{1}{2k'_0 \sin \theta_0} \Delta q, \quad (32)$$

а условие  $\Delta k_{\parallel} \leq 2\pi/L$  дает

$$\Omega \leq \sqrt{\frac{2\pi}{Lk''_0 \cos \theta_0}}. \quad (33)$$

Таким образом, для сильно сфокусированного излучения накачки можно добиться значительного уширения спектра. Так, для вырожденного синхронизма типа I на длине волны 812 нм было экспериментально продемонстрировано [46] увеличение ширины спектра за счет фокусировки накачки с 6.2 нм (2.8 ТГц) до 148 нм (67 ТГц). Заметим, что этот метод приводит к угловому уширению, что является прямым следствием выполнения условий синхронизма.

Обратим внимание, что для случая поперечного синхронизма ( $\theta_s = \theta_i = 90^\circ$ ) условия синхронизма вырождаются и принимают вид

$$\Omega = \frac{1}{2k'_0} q, \quad (34)$$

т. е. при замкнутом синхронизме форма частотного спектра бифотонного поля полностью соответствует угловому спектру накачки. Это дает возможность управления формой частотного спектра.

Увеличение спектра бифотонного поля можно получить за счет уширения не только углового, но и частотного спектра накачки. При этом, конечно, ослабляется условие частотной антикорреляции ( $\omega_s + \omega_i \approx \text{const}$ ), но при определенных условиях можно добиться того, что слабое уширение частотного спектра накачки приводит к сильному уширению спектра бифотонов. С учетом ширины спектра накачки выражение (2) переписывается в виде

$$\omega_p = \omega_{p0} + \Omega_p, \quad \omega_s = \omega_{s0} + \Omega_s, \quad \omega_i = \omega_{i0} - \Omega_i, \quad (35)$$

где условие частотного синхронизма выполняется как для центральных частот  $\omega_{p0} = \omega_{s0} + \omega_{i0}$ , так и для расстроек  $\Omega_p = \Omega_s - \Omega_i$ . Разложим  $\Delta k$  в ряд

по степеням  $\Omega_p$ ,  $\Omega_s$ ,  $\Omega_i$ . Здесь и далее будем ограничиваться первой степенью  $\Omega_p$ , предполагая ширину спектра накачки много меньшей ширины спектра бифотонов:

$$\Delta k = [k_{p0} - k_{s0} - k_{i0}]_0 + [k'_{p0}\Omega_p - k'_{s0}\Omega_s + k'_{i0}\Omega_i]_1 - \frac{1}{2} [k''_{s0}\Omega_s^2 + k''_{i0}\Omega_i^2]_2 - \dots \quad (36)$$

Рассмотрим случай вырожденного синхронизма типа I ( $k_{s0} = k_{i0} = k_0$ ). Учитывая, что при точном выполнении фазового синхронизма для центральных частот выражение  $[\dots]_0$  обращается в нуль, получим

$$\Delta k = (k'_{p0} - k'_0)\Omega_p - k''_{s0}[\Omega_s^2 - \Omega_p\Omega_s]_2. \quad (37)$$

Условие  $\Delta k = 0$  дает квадратное уравнение относительно  $\Omega_s$ , решая которое имеем [4, 6]

$$\Omega = \frac{\Omega_p}{2} \pm \sqrt{\gamma\Omega_p} \approx \sqrt{\gamma\Omega_p}, \quad \text{где } \gamma = \frac{k'_{p0} - k'_0}{k''_{s0}}. \quad (38)$$

Заметим, что в случае нормальной дисперсии коэффициент  $\gamma$  не отрицателен. Таким образом, для фиксированной ширины спектра накачки  $\Delta\Omega_p$  ширина спектра бифотонного поля оказывается равной  $\Delta\Omega = \sqrt{\gamma\Delta\Omega_p}$ .

В работе [47] было экспериментально продемонстрировано уширение спектра до 197 нм (84 ТГц) на центральной длине волн 840 нм. При этом ширина спектра накачки составляла 7.7 ТГц, а в качестве нелинейного кристалла использовался йодат лития ( $\text{LiIO}_3$ ). Аналогично было продемонстрировано уширение спектра в невырожденном режиме [48]. При этом ширина спектра достигала приблизительно 30 ТГц на длинах волн 741 и 909 нм, что значительно больше по сравнению с типичной шириной спектра СПР в невырожденном режиме, которая составляет единицы ТГц. В качестве нелинейного кристалла в работе использовался кристалл ВВО длиной 3 мм, а ширина спектра накачки была равной 6.5 ТГц.

Подчеркнем, что все рассмотренные выше способы уширения спектра бифотонного поля сводятся к локальному ослаблению зависимости  $\Delta k(\Omega)$ , что обеспечивает выполнение условий синхронизма в большем диапазоне длин волн. С одной стороны, это приводит к уширению модуля спектральной амплитуды, а с другой — к слабой зависимости фазы спектральной амплитуды от частоты. Это позволяет сузить КФ не только первого, но и второго порядка. Очевидно, что такой способ уширения спектра СПР,

тем не менее, сильно ограничен дисперсионными соотношениями в среде и пригоден лишь для случая сравнительно небольших частотных расстроек  $\Omega$ , когда в разложении Тейлора еще можно ограничиваться первыми членами. Кроме того, этот способ неприменим в случае невырожденного режима.

Напомним, что выражение для спектральной амплитуды (14) получено в предположении, что кристалл, в котором происходит процесс СПР, пространственно однороден и фазовая расстройка  $\Delta k$  не зависит от  $z$ . Использование пространственно-неоднородных структур дает возможность одновременно выполнить условия синхронизма для разночастотных пар в различных областях кристалла. В результате спонтанное параметрическое рассеяние, возникшее в разных частях кристалла, складывается с учетом фаз и на выходе получается широкий спектр сложной формы (что является следствием интерференции) с нетривиальной зависимостью фазы спектральной амплитуды от частоты:

$$F(\Omega) \propto \int_0^L dz \exp[i\Delta k(\Omega, z)z]. \quad (39)$$

Таким образом, полученное излучение может не быть фурье-ограниченным, и для уменьшения  $\Delta^{(2)}\tau$  нужно дополнительно использовать методы компрессии [49–51].

Для реализации пространственной зависимости  $\Delta k(z)$  можно использовать периодически поляризованные кристаллы, период поляризации которых возрастает [52], так чтобы обеспечить линейный рост ( chirp ) вектора обратной сверхрешетки (рис. 7a):

$$k_g(z) = k_{g0} + \alpha z. \quad (40)$$

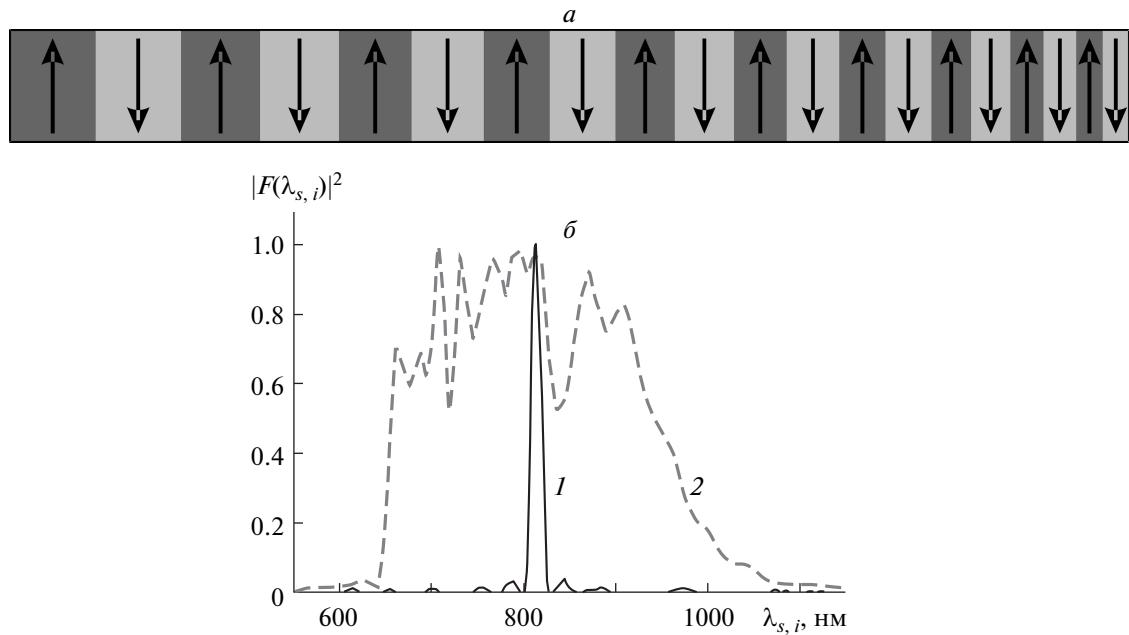
При этом расстройка приобретает следующий вид:

$$\Delta k(\Omega, z) = k_p - k_{s0}(\Omega) - k_{i0}(-\Omega) - k_g(z). \quad (41)$$

Ширину спектра полученного излучения можно оценить как разность

$$\tilde{\Omega}(z=0) - \tilde{\Omega}(z=L), \quad (42)$$

где  $\tilde{\Omega}(z)$  — решение уравнения  $\Delta k(\Omega, z) = 0$ . Так, при изменении параметра роста  $\alpha$  в кристалле стехиометрического tantalата лития (SLT) длиной 18 мм от  $0.2 \cdot 10^{-7}$  до  $9.7 \cdot 10^{-6}$  мкм было получено параметрическое излучение на вырожденной длине волн 812 нм с шириной спектра от 17 нм (7.7 ТГц) до 300 нм (136 ТГц) [53]. При этом форма спектра



**Рис. 7.** Уширение спектра в периодически поляризованных структурах с линейным чирпом. *а)* Периодически поляризованный кристалл, с линейным изменением периода поляризации в направлении распространения излучения. Направления поляризации в разных частях кристалла обозначены стрелками. *б)* Зависимости спектральной интенсивности бифотонного поля от длины волны при  $\alpha = 0.2 \cdot 10^{-7}$  (1),  $9.7 \cdot 10^{-6}$  (2)  $\text{мкм}^{-2}$

имела сложный вид и состояла из нескольких пиков (рис. 7б).

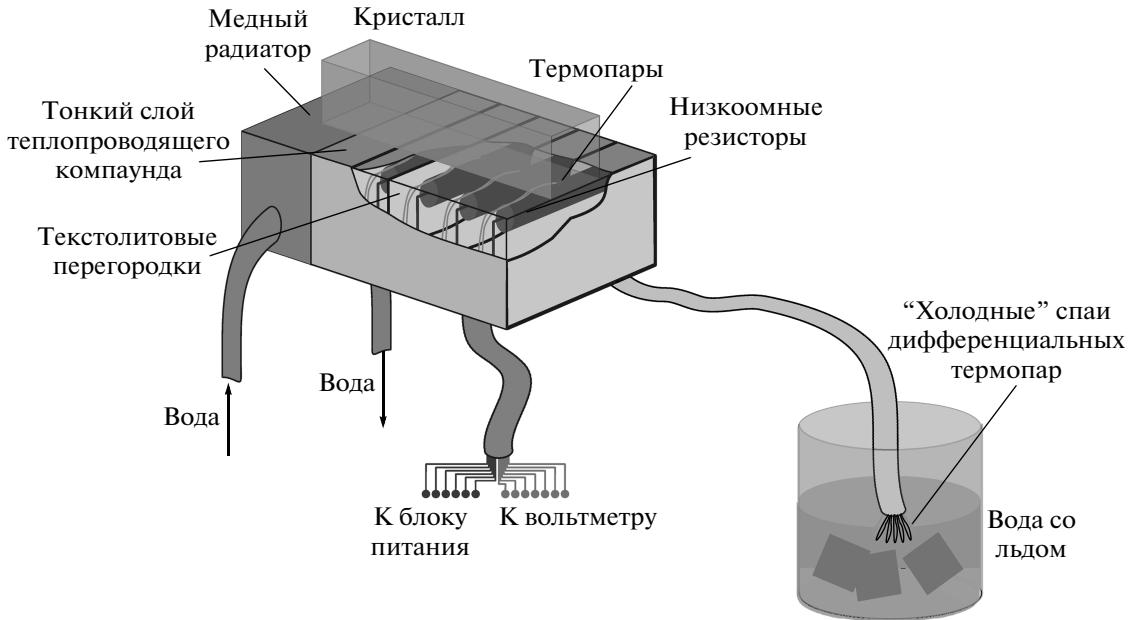
В качестве альтернативного источника бифотонного поля с широким спектром можно использовать излучение, получаемое в процессе гиперпараметрического рассеяния [35]. Поскольку эффект гиперпараметрического рассеяния основан на нелинейной восприимчивости третьего порядка  $\chi^{(3)}$ , он может наблюдаться в средах, обладающих центром инверсии, например, в оптическом волокне. Малость величины  $\chi^{(3)}$  можно компенсировать длиной волокна. Такой способ получения бифотонного поля обладает определенными преимуществами по сравнению с предложенными выше, так как излучение, полученное в волокне, можно сопрягать в другими устройствами волоконной оптики. Излучение СПР, полученное в кристалле, не является дифракционно-ограниченным, и завести его в волокно с малыми потерями сложно. Кроме того, в случае гипергеометрического рассеяния условия синхронизма гораздо слабее и ширина синхронизма значительно больше. Проблема же заключается в том, что гиперпараметрическое рассеяние практически сложно детектировать в вырожденном режиме, так как излучение происходит на частоте накачки. Кроме того, за-

счет нелинейности  $\chi^{(3)}$  наблюдается ряд побочных эффектов, сравнимых по интенсивности с гиперпараметрическим рассеянием, самым сильным из которых является эффект комбинационного рассеяния. Выделяя излучение гиперпараметрического рассеяния из «суперконтигуума», можно получить спектр шириной до 10 ТГц при отстройке 25 ТГц от вырожденного режима на длине волны 741 нм [54].

## 5. НЕОДНОРОДНОЕ УШИРЕНИЕ СПЕКТРА ЗА СЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ МОДУЛЯЦИИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ВДОЛЬ НЕЛИНЕЙНОГО КРИСТАЛЛА

Еще один способ создания зависимости  $\Delta k$  от  $z$  предложен в работе [52]. Он состоит в том, чтобы изменять показатели преломления  $n_p$ ,  $n_s$  и  $n_i$  посредством их зависимости от внешних параметров, таких как температура [55], электростатическое поле, давление и т. п. Этот способ экспериментально и теоретически рассматривается в настоящей работе.

**1.** Рассмотрим управление спектром за счет температурной модуляции показателя преломления. Наведенное вдоль кристалла распределение темпе-



**Рис. 8.** Пятисекционный нагреватель, обеспечивающий неоднородный нагрев кристалла. В каждой секции располагаются нагревательные элементы — резисторы номиналом 15 Ом и медь-константановые термопары. «Холодные» спаи дифференциальных термопар выводятся наружу и погружаются в смесь воды и льда, чтобы их температура была зафиксирована при 0 °С. Схема питания позволяет независимо менять напряжение/мощность на каждом резисторе

ратуры  $T(z)$  приводит к пространственной зависимости  $\Delta k(T(z))$ , поэтому спектральная амплитуда будет определяться интегралом

$$F(\Omega) \propto \int_0^L dz \exp [i\Delta k(\Omega, T(z)) z]. \quad (43)$$

Зависимость фазовой расстройки  $\Delta k$  от температуры описывается следующим образом. Пусть показатели преломления линейно зависят от температуры:

$$n_j = n_{j0} + \eta_j T, \quad j = p, s, i. \quad (44)$$

Предположим для простоты, что  $\eta_s \approx \eta_i \equiv \eta$ , это справедливо вблизи вырожденного режима. Тогда волновая расстройка приобретает вид

$$\Delta k = \Delta k_0 + \frac{\omega_p}{c} (\eta_p - \eta) T. \quad (45)$$

В случае линейной зависимости температуры образца от продольной координаты,

$$T(z) = T_0 + \gamma z,$$

зависимость  $\Delta k(z)$  выглядит как

$$\Delta k(z) = \Delta k_0 + \delta z, \quad \delta = \frac{\omega_p}{c} \gamma. \quad (46)$$

Таким образом, расстройка зависит не только от параметров кристалла и накачки, но и от внешнего управляющего параметра  $\gamma$ .

Для оценки ширины спектра можно использовать модифицированное выражение (42):

$$\tilde{\Omega}(T(z=0)) - \tilde{\Omega}(T(z=L)), \quad (47)$$

где  $\tilde{\Omega}(T)$  — решение уравнения  $\Delta k(\Omega, T) = 0$ . Для определения зависимости  $\Delta k(\Omega, T)$  можно использовать формулы Селлмейера [56].

Для приложения заданного градиента температур вдоль кристалла был создан пятисекционный нагреватель (рис. 8). Для того чтобы добиться максимального перепада температур, на одной из сторон нагревателя располагался медный радиатор с проточным водяным охлаждением. В качестве нагревательных элементов использовались низкоомные резисторы. Для контроля за температурой в каждой секции нагревателя и в радиаторе вблизи поверхности, на которой помещался кристалл, располагались термопары. Напряжения на всех резисторах можно было контролировать независимо, таким образом можно было управлять распределением температур  $T(z)$  вдоль кристалла. Для обеспечения теплового контакта объем каждой секции был заполнен теплопроводящим компаундом, а для их разде-

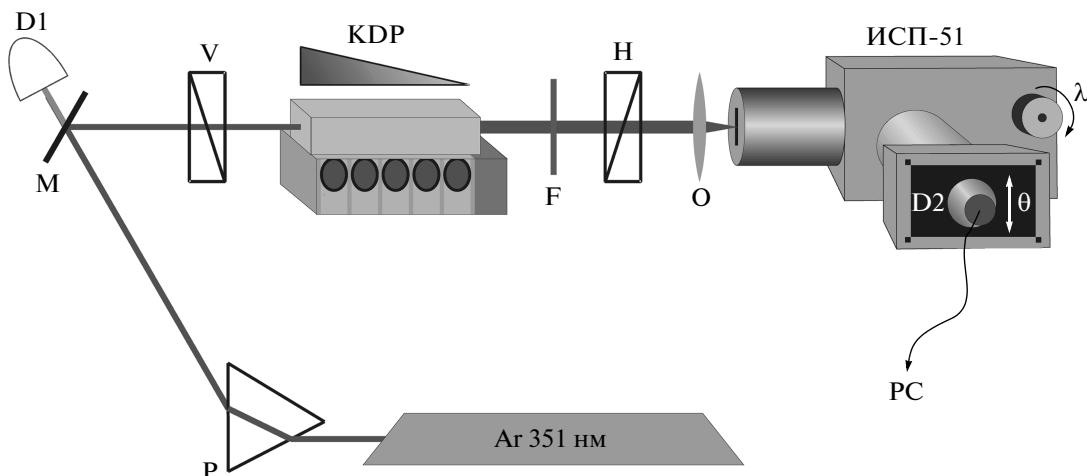


Рис. 9. Схема экспериментальной установки

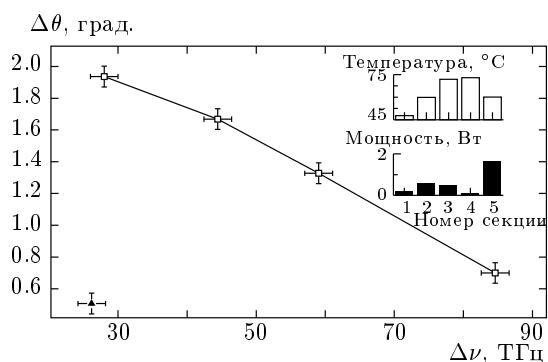


Рис. 10. Связь ширин частотного  $\Delta\nu$  и углового  $\Delta\theta$  спектров бифотонов при изменении ориентации кристалла и неизменном распределении температур  $T(z)$ . Квадраты — экспериментальные точки, соответствующие неоднородно нагретому кристаллу. Треугольник — точка, соответствующая кристаллу при комнатной температуре. На гистограммах показаны мощности и температуры секций нагревателя (секция с номером 0 соответствует радиатору)

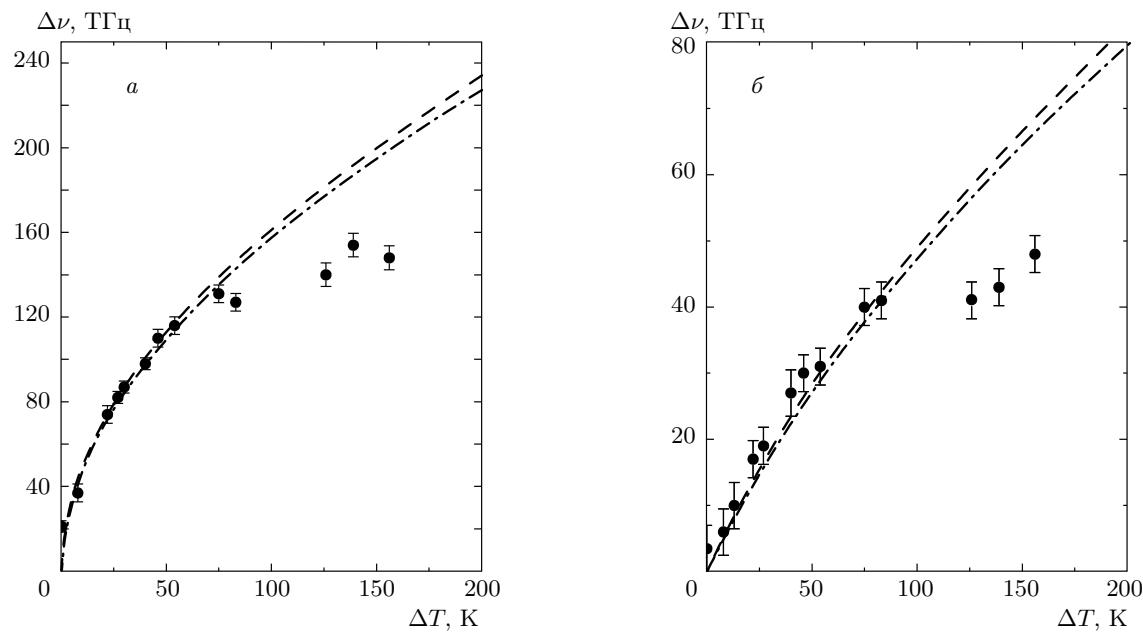
ления использовались текстолитовые пластинки толщиной 1.2 мм.

Отметим, что одним из недостатков данного метода является невозможность контролировать температуру непосредственно внутри кристалла. Даже если максимально приблизить пучок накачки к поверхности нагревателя, то и тогда при температурах выше 100 °C температура внутри кристалла и на его поверхности может быть существенно различна.

Экспериментальная установка представлена на рис. 9. Источником накачки служит аргоновый лазер, работающий в непрерывном режиме на длине

волны 351.1 нм, с угловой расходимостью около 0.2 мрад. При помощи призмы P, выделяющей необходимую спектральную моду, и зеркала M пучок направляется в оптическую систему. Часть света, прошедшая сквозь зеркало, регистрируется фототранзистором D1 для контроля мощности накачки. После прохождения через вертикально ориентированную поляризационную призму V излучение лазера попадает на кристалл дигидрофосфата калия (KDP), вырезанный под углом 50° к оптической оси, так чтобы обеспечить условие коллинеарного вырожденного синхронизма. Размеры кристалла 20 × 7 × 7 мм<sup>3</sup>. Кристалл расположен на нагревателе и, подавая напряжение на разные секции, вдоль него можно создавать распределение температур  $T(z)$ . Фильтр F и горизонтально ориентированная поляризационная призма H отсекают паразитное излучение накачки и люминесценцию и пропускают излучение СПР. Далее располагается объектив O, фокусирующий излучение на входной щели спектрографа ИСП-51. За спектрографом располагался детектор D2 — кремниевый лавинный фотодиод Perkin Elmer C3090E, работающий в режиме счета фотонов. Поскольку щель спектрографа находится в фокальной плоскости объектива, объектив осуществляет преобразование из угла в координату, следовательно, передвигая детектор по вертикали, можно проводить сканирование по углу. Сканирование по длине волны осуществляется поворотом ручки, вращающей призму спектрографа. Частотное и угловое сканирование выполняется шаговыми двигателями через контроллеры от PC.

Было проведено три серии экспериментов.



**Рис. 11.** Зависимость ширины спектра  $\Delta\nu$  от разности максимальной и минимальной температур на кристалле  $\Delta T$ . Представлены теоретические оценки (47) для случаев, когда минимальная температура составляет  $24^{\circ}\text{C}$  (штрих-пунктирная линия) и  $100^{\circ}\text{C}$  (штриховая). Точки — экспериментальные данные

В первой серии определялось, как изменяется ширина углового и частотного спектров бифотонного поля, генерируемого в неоднородно нагретом кристалле, при малом изменении угла между его оптической осью и направлением распространения накачки. При этом угловой спектр снимался в частотно-вырожденном режиме, частотный спектр — в коллинеарном, а распределение температур вдоль кристалла оставалось неизменным. Результаты представлены на рис. 10. Из графика видно, что, изменив ориентацию кристалла, можно переводить уширение по частоте в уширение по углу. При максимальном уширении по частоте ширина углового спектра близка к ширине углового спектра холодного кристалла, а при максимальном уширении углового спектра уширение по частоте пропадает. Таким образом, эти эксперименты показали, что уширение спектра СПР по частоте и по углу можно разделить, правильно выбирая ориентацию кристалла.

Во второй серии определялась зависимость ширины частотного спектра в коллинеарном режиме от разности минимальной и максимальной температур на кристалле. Из-за того, что длина нагревателя была больше длины кристалла, его тепловой контакт с радиатором не обеспечивался, поэтому при вычислении этой разности температура радиатора не учитывалась. Частотный спектр регистрировался для двух случаев.

а) Вырожденный режим генерации СПР. При этом кристалл ориентировался таким образом, чтобы обеспечить максимальную ширину спектра.

б) Частотно-невырожденный режим СПР, когда разность между ближайшими к вырожденному случаю частотами составляла 84 ТГц.

Результаты представлены соответственно на рис. 11 *a,b*. Линиями на графиках показаны теоретические оценки снизу, выполненные по формуле (47). Поскольку, несмотря на водяное охлаждение, минимальная температура кристалла медленно возрастала, оценки проводились для двух случаев: когда минимальная температура составляет  $24^{\circ}\text{C}$  и  $100^{\circ}\text{C}$ . Экспериментальные данные хорошо согласуются с теоретическими до тех пор, пока перепад температур не превышает  $75^{\circ}\text{C}$ . После этого значения экспериментальная ширина спектра не достигает теоретической. Это связано с тем, что при высоких температурах ( $200^{\circ}\text{C}$  и выше) распределение температур внутри кристалла может существенно отличаться от того, которое регистрируют термопары, расположенные в нагревателе вблизи его поверхности. В результате, за счет неоднородного нагрева кристалла удалось увеличить ширину спектра с 21 ТГц до 154 ТГц в вырожденном режиме и с 3.5 ТГц до 48 ТГц в невырожденном режиме. Заметим, что до настоящего момента максимальная ширина экспериментально

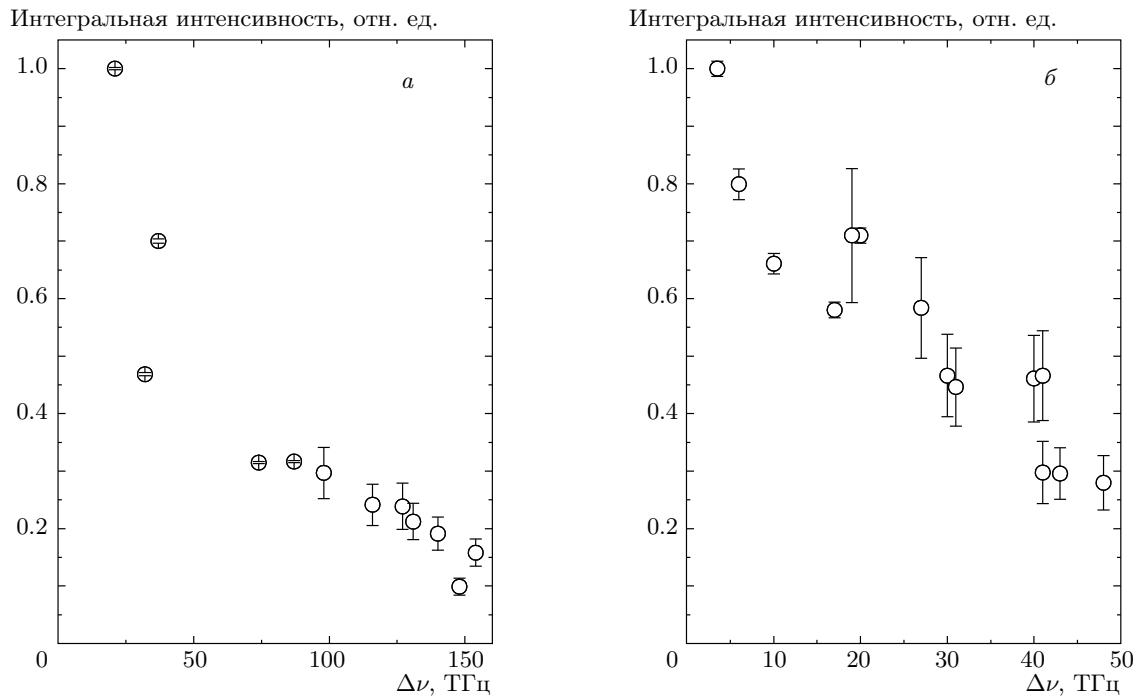


Рис. 12. Зависимости интегральной интенсивности от ширины спектра  $\Delta\nu$  в вырожденном (а) и невырожденном (б) режимах

полученного спектра бифотонного поля составляла 136 ТГц (рис. 7) [40].

Кроме того, как для вырожденного, так и для невырожденного случая определялась зависимость интегральной интенсивности (т. е. площади, ограниченной огибающей частотного спектра) от ширины спектра. При этом скорость счета фотонов нормировалась на мощность накачки. Результат представлен на рис. 12. Большая погрешность в определении интенсивности связана с нестабильностью работы лазера и со сложностью в учете фоновой засветки, идущей как от внешних источников, так и от люминесценции оптических элементов установки. На графиках видно, что интегральная интенсивность уменьшается. Так, для случая максимального уширения спектра до 154 ТГц в вырожденном режиме и 48 ТГц в невырожденном режиме интегральная интенсивность убывает соответственно на 84 % и на 72 %. Скорее всего, это связано с попутным уширением углового спектра при переходе в существенно невырожденный режим.

В третьей серии экспериментов исследовалась зависимость формы спектра от распределения температур вдоль кристалла. Поскольку вблизи вырожденного режима форма спектра сильно зависит

от ориентации кристалла, спектр снимался в невырожденном режиме, для центральной длины волн одного из максимумов около 644 нм (при вырожденной длине волны 702.2 нм). На рис. 13 представлены три спектра, полученные при разных температурных распределениях. В случае (а) была включена только крайняя секция нагревателя, поэтому большая часть кристалла не прогревалась и максимум спектра расположен ближе к вырожденному режиму. В случае (б) задействованы еще три секции нагревателя, кристалл прогревается лучше и форма спектра близка к прямоугольной. В случае (в) две секции поддерживают высокую температуру на одной половине кристалла, в то время как вторая половина не прогревается, и в спектре наблюдаются два максимума на ближнем и дальнем от вырожденного режима краях спектра.

Примеры экспериментально полученных графиков частотного и углового спектров показаны на рис. 14, 15. Следует отметить, что полученные значения ширины спектра не являются максимально возможными. Во-первых, при лучшем техническом осуществлении неоднородного нагрева (или охлаждения) кристалла можно добиться большей ширины спектра. Во-вторых, лучший результат можно

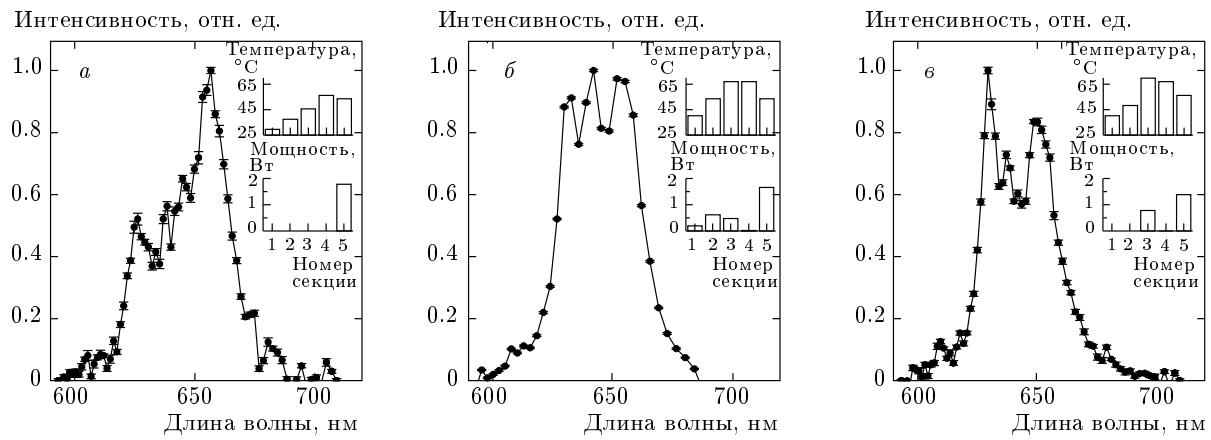


Рис. 13. Управление формой спектра. На гистограммах показаны мощности и температуры секций нагревателя (секция с номером 0 — радиатор)

получить, используя другие кристаллы. Основной характеристикой кристалла, необходимой для такого способа уширения спектра, является параметр  $\Delta\eta \equiv \eta(\omega_p) - \eta(\omega_s)$ , введенный в выражениях (44) и (45). Физически он определяется температурной зависимостью дисперсии показателя преломления на частотах  $\omega_p$  и  $\omega_s \approx \omega_i \approx \omega_p/2$ . В кристалле KDP для вырожденного режима и  $\lambda_p = 351$  нм этот параметр составляет  $\Delta\eta = -5.5 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}$  [56]. Однако при выборе среды с большим параметром  $\Delta\eta$  можно получить существенно большее уширение спектра. Например, для кристалла ниобата лития ( $\lambda_p = 750$  нм,  $\lambda_s \approx \lambda_i = 1500$  нм) он оказывается на порядок больше:  $\Delta\eta = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$  [57].

2. Рассмотрим возможность управления спектром бифотонного поля за счет модуляции показателей преломления с помощью электрооптического эффекта. Аналогично предыдущему случаю, спектральная амплитуда выражается интегралом

$$F(\Omega) \propto \int_0^L dz \exp[i\Delta k(\Omega, E(z))z], \quad (48)$$

а оценка для ширины спектра имеет вид

$$\tilde{\Omega}(E(z=0)) - \tilde{\Omega}(E(z=L)). \quad (49)$$

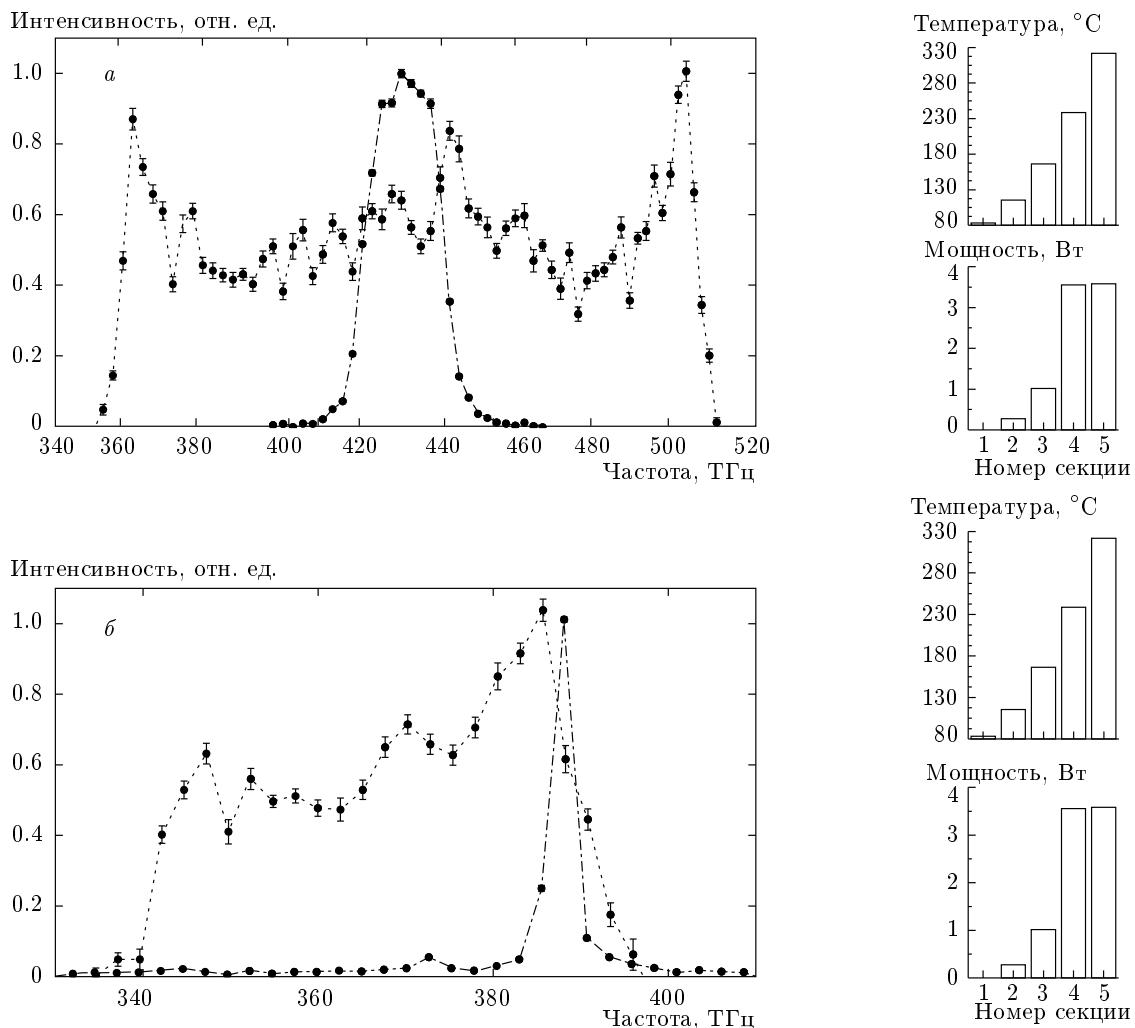
Из выражения (48) видно, что в основе метода лежит зависимость  $\Delta k(E)$ , поэтому для доказательства возможности управления шириной спектра ограничимся демонстрацией заметного изменения спектра при приложении к кристаллу однородного электростатического поля. Для этого на грани кристалла наносились электроды (рис. 16) и регистрировался спектр СПР при разном напряжении

между электродами. Схема экспериментальной установки аналогична изображенной на рис. 9 с единственной разницей, что вместо неоднородно нагретого кристалла помещался кристалл, к которому прикладывается однородное электростатическое поле.

Зависимости спектров от приложенного поля показаны на рис. 17. Асимметрия спектров относительно вырожденной длины волны 702 нм связана с частотной зависимостью потерь в оптическом тракте. Видно, что при наложении поля вблизи вырожденного режима вырождение снимается, а в невырожденном режиме ведет к увеличению расстояния между пиками. Оценки показывают, что при наложении пространственно-неоднородного статического поля, изменяющегося вдоль распространения накачки от 0 до 15 кВ/см, ширина спектра в вырожденном режиме увеличится от 41 нм (25 ТГц) до 71 нм (43 ТГц), а в невырожденном — от 6.9 ТГц до 10 ТГц. Такое неоднородное распределение поля можно, например, осуществить путем секционирования электродов.

## 6. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Метод управления спектром за счет пространственной модуляции показателя преломления обладает всеми преимуществами и недостатками методов, основанных на использовании пространственно-неоднородных структур, по сравнению с методами локального ослабления зависимости фазовойстройки от частоты. Спектр бифотонного поля не является фурье-ограниченным, что затрудняет использование этого метода для получения полей с ма-

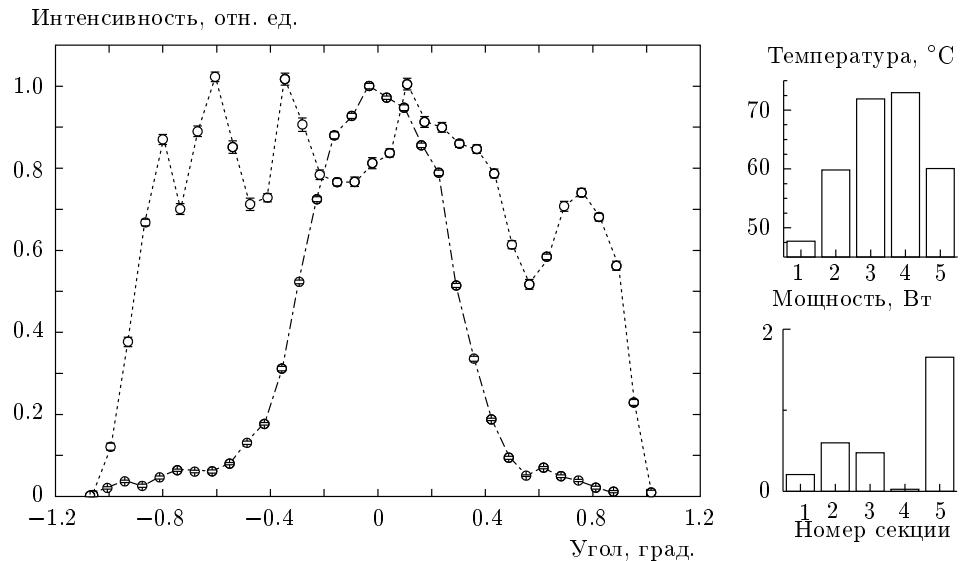


**Рис. 14.** Примеры уширения частотного спектра бифотонного поля. Пунктирные линии — спектры неоднородно нагретого кристалла ( $\Delta T = 239$  К). На гистограммах показаны мощности и температуры секций нагревателя (секция с номером 0 — радиатор). Штрихпунктирные линии — спектры кристалла при комнатной температуре

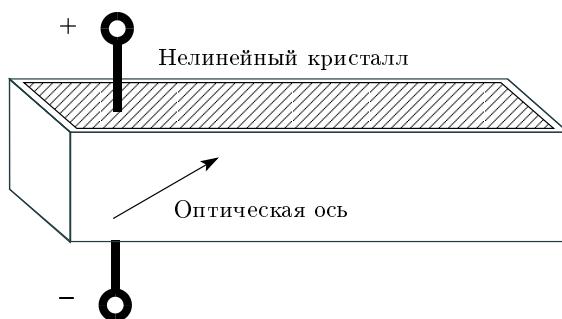
лым временем корреляции второго порядка (необходимы методы компрессии). В то же время он позволяет добиться существенно большего уширения спектров и применим даже в невырожденном режиме. Поскольку ширина спектра в этом случае уже не определяется дисперсионными характеристиками кристалла, возникает вопрос о физических ограничениях для максимально достижимой в эксперименте ширины спектра бифотонного поля. Представляется, что, с одной стороны, она ограничена либо техническими возможностями изменения периода модуляции, либо диапазоном перепада температуры/поля вдоль образца. С другой стороны, как было отмечено выше, уширение спектра сопровождается

ся уменьшением интегральной интенсивности, что затрудняет его регистрацию. Этот вопрос требует дополнительного исследования, выходящего за рамки данной работы. Отметим также, что все известные методы управления частотным спектром бифотонного поля также применимы для управления его угловым спектром, поэтому имеет смысл рассматривать задачи управления частотным и угловым спектром в совокупности.

В заключение хотелось бы отметить ряд технических преимуществ и недостатков методов управления спектром, основанных на использовании пространственно-неоднородных структур. Применение чирпированных структур связано со сложным тех-



**Рис. 15.** Пример уширения углового спектра бифотонного поля. Пунктирная линия — спектр неоднородно нагретого кристалла ( $\Delta T = 25$  К). На гистограммах показаны мощности и температуры секций нагревателя (секция с номером 0 — радиатор). Штрихпунктирная линия — спектр кристалла при комнатной температуре



**Рис. 16.** Приложение однородного электростатического поля к кристаллу KDP длиной 20 мм. На грани кристалла наносятся электроды и в зависимости от напряжения между ними изменяется поле внутри кристалла

нологическим процессом их изготовления. После завершения цикла переполяризации пространственная структура образца, задающая спектр, в дальнейшем остается неизменной. В этом контексте применение к кристаллу градиента температур представляется более эффективным решением проблемы. Кроме того, варьируя мощность секций нагревателя, можно управлять не только шириной, но и формой спектра. В то же время, очевидны и недостатки этого метода, связанные со сложностью определения реальной температуры внутри кристалла и

создания произвольного (заранее заданного) распределения температур.

Метод уширения спектра за счет неоднородного электростатического поля, хотя и не был в полной мере реализован экспериментально, представляется предпочтительным в связи с простотой реализации.

## 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проанализированы известные способы управления спектром бифотонного поля при спонтанном параметрическом рассеянии света. Рассмотрен и реализован относительно простой метод управления спектром бифотонного поля за счет создания продольного температурного градиента в нелинейном кристалле, а также рассмотрены его недостатки и достоинства по сравнению с другими методами. Обсуждаемый в работе метод дает возможность контролировать форму спектральных распределений, а также позволяет достичь рекордного уширения спектра, которое составило 253 нм при центральной длине волны 702 нм или 154 ТГц, при разности температур крайних секций нагревателя  $\Delta T = 156$  К. Продемонстрировано уширение частотного спектра в невырожденном режиме и связь уширений частотного и углового спектров.

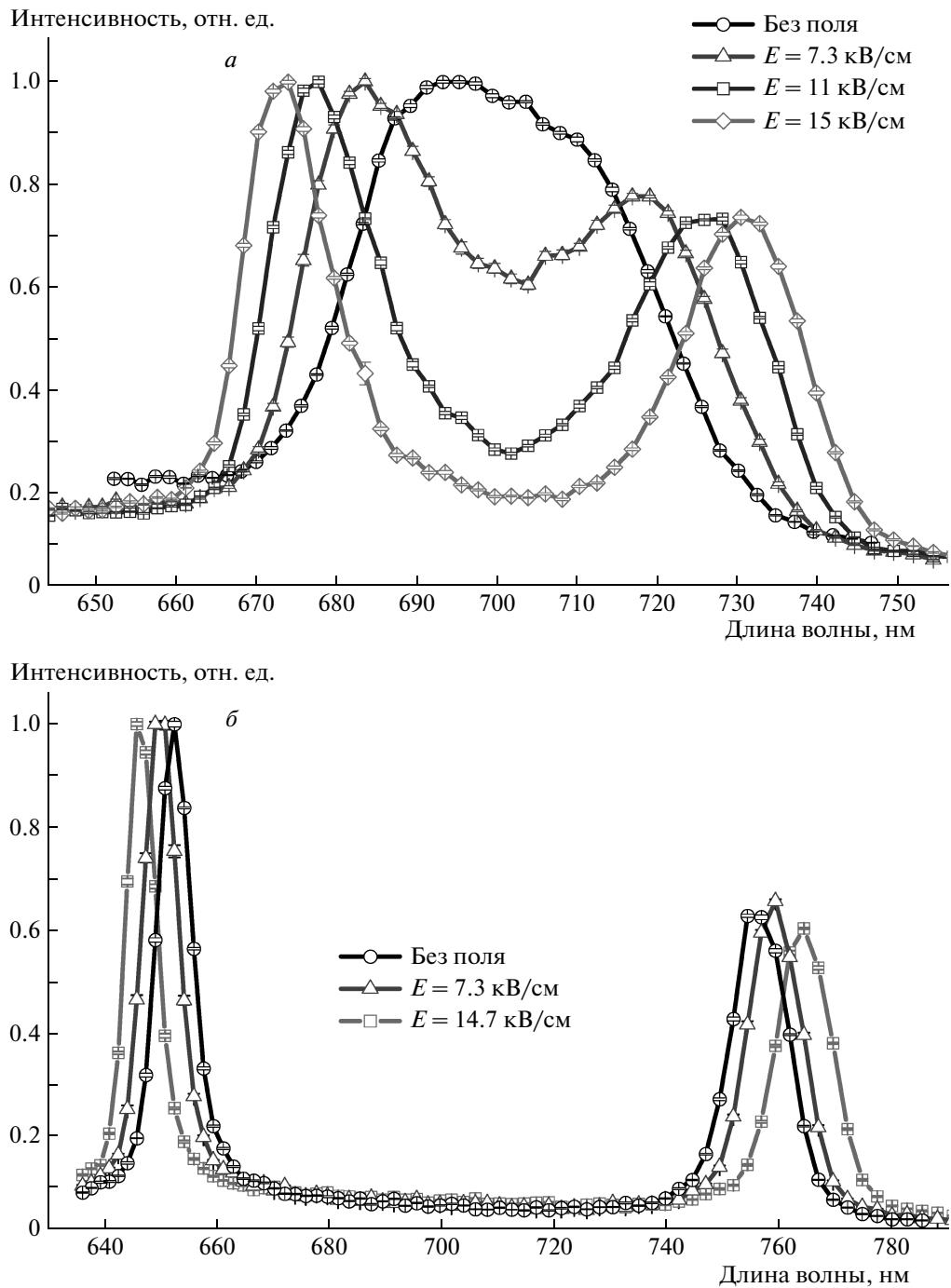


Рис. 17. Зависимости спектра СПР от однородного электростатического поля вблизи вырожденного (а) и в невырожденном (б) режимах

Кроме того, показана принципиальная возможность управления спектром посредством электрооптического эффекта.

Авторы выражают глубокую благодарность

Е. Г. Якимовой и А. В. Королеву за помощь в проведении экспериментов с электростатическим полем.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 10-02-00204-а, 08-02-00741-а).

## ЛИТЕРАТУРА

1. М. В. Чехова, Письма в ЖЭТФ **75**, 271 (2002).
2. A. V. Belinsky and D. N. Klyshko, Las. Phys. **4**, 663 (1994).
3. Д. Н. Клышко, *Физические основы квантовой электроники*, Наука, Москва (1986).
4. Y. M. Mikhailova, P. A. Volkov, and M. V. Fedorov, Phys. Rev. A **78**, 062327 (2008).
5. M. Hendrych, A. V. X. Shi, and J. P. Torres, Phys. Rev. A **79**, 023817 (2009).
6. M. V. Fedorov, Y. M. Mikhailova, and P. A. Volkov, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **42**, 175503 (2009).
7. D. V. Strekalov, Y. H. Kim, and Y. Shih, Phys. Rev. A **60**, 2685 (1999).
8. T. B. Pittman, D. V. Strekalov, A. Migdall, M. H. Rubin, A. V. Sergienko, and Y. H. Shih, Phys. Rev. Lett. **77**, 1917 (1996).
9. C. K. Hong, Z. Y. Ou, and L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **59**, 2044 (1987).
10. A. V. Burlakov, M. V. Chekhova, O. A. Karabutova, and S. P. Kulik, Phys. Rev. A **64**, 041803(R) (2001).
11. I. Abram, R. K. Raj, J. L. Oudar, and G. Dolique, Phys. Rev. Lett. **57**, 2516 (1986).
12. K. S. Choi, H. Deng, J. Laurat, and H. J. Kimble, Nature Lett. **452**, 67 (2008).
13. L. M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac, and P. Zoller, Nature **414**, 413 (2001).
14. Д. Н. Клышко, КЭ **4**, 1056 (1982).
15. Д. Н. Клышко, А. Н. Пенин, УФН **152**, 653 (1987).
16. J. G. Rarity, P. R. Tapster, and E. Jakeman, Opt. Comm. **62**, 201 (1987).
17. T. Aichele, A. I. Lvovsky, and S. Schiller, Eur. Phys. J. D **18**, 237 (2002).
18. N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, and H. Zbinden, Rev. Mod. Phys. **74**, 145 (2002).
19. Z. Y. Ou and Y. J. Lu, Phys. Rev. Lett. **83**, 2556 (1999).
20. H. Bechmann-Pasquinucci and A. Peres, Phys. Rev. Lett. **85**, 3313 (2000).
21. M. Bourennane, A. Karlsson, and G. Björk, Phys. Rev. A **64**, 012306 (2001).
22. D. Bruss and C. Machiavello, Phys. Rev. Lett. **88**, 127901 (2002).
23. F. Caruso, H. Bechmann-Pasquinucci, and C. Macchiavello, Phys. Rev. A **72**, 032340 (2005).
24. D. Kaszlikowski, D. K. L. Oi, M. Christandl, K. Chang, A. Ekert, L. C. Kwek, and C. H. Oh, Phys. Rev. A **67**, 012310 (2003).
25. P. G. D. Kaszlikowski, M. Zukowski, W. Miklaszewski, and A. Zeilinger, Phys. Rev. Lett. **85**, 4418 (2000).
26. T. Durt, N. J. Cerf, N. Gisin, and M. Zukowski, Phys. Rev. A **67**, 012311 (2003).
27. D. Collins, N. Gisin, N. Linden, S. Massar, and S. Popescu, Phys. Rev. Lett. **88**, 040404 (2002).
28. M. V. Fedorov, M. A. Efremov, P. A. Volkov, and J. H. Eberly, J. Phys. **39**, S467 (2006).
29. G. Brida, V. Caricato, M. V. Fedorov, M. Genovese, M. Gramegna, and S. P. Kulik, Euro Phys. Lett. **87**, 64003 (2009).
30. M. B. Nasr, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, and M. C. Teich, Phys. Rev. Lett. **91**, 083601 (2003).
31. V. Giovannetti, S. Lloyd, and L. Maccone, Science **306**, 1330 (2004).
32. J. Squier and M. Müller, Rev. Sc. Instr. **72**, 2855 (2001).
33. A. N. Boto, P. Kok, D. S. Abrams, S. L. Braunstein, C. P. Williams, and J. P. Dowling, Phys. Rev. Lett. **85**, 2733 (2000).
34. B. E. A. Saleh, B. M. Jost, H. Fei, and M. C. Teich, Phys. Rev. Lett. **80**, 3483 (1998).
35. A. Valencia, G. Scarcelli, and Y. Shih, Appl. Phys. Lett. **85**, 2655 (2004).
36. M. Scholz, L. Koch, and O. Benson, Phys. Rev. Lett. **102**, 063603 (2009).
37. E. Dauler, G. Jaeger, A. Muller, A. Sergienko, and A. Migdall, J. Res. Natl. Inst. Stand. Tech. **104**, 1 (1999).
38. Д. Н. Клышко, *Фотоны и нелинейная оптика*, Наука, Москва (1980).
39. A. Pe'er, Y. Silberberg, B. Dayan, and A. A. Friesem, Phys. Rev. A **74**, 053805 (2006).
40. K. A. O'Donnell and A. B. U'Ren, Opt. Lett. **32**, 817 (2007).
41. C. R. Menyuk, J. Opt. Soc. Amer. B **11**, 2434 (1994).

- 42.** J. P. Torres, S. Carrasco, E. W. VanStryland, and L. Torner, Opt. Lett. **25**, 1735 (2000).
- 43.** M. Hendrych, M. Mičuda, and J. P. Torres, Opt. Lett. **32**, 2339 (2007).
- 44.** J. Hebling, Opt. Quant. El. **28**, 1759 (1996).
- 45.** S. Carrasco, J. P. Torres, L. Torner, A. Sergienko, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, Phys. Rev. A **70**, 043817 (2004).
- 46.** S. Carrasco, M. B. Nasr, A. V. Sergienko, B. E. A. Saleh, M. C. Teich, J. P. Torres, and L. Torner, Opt. Lett. **31**, 253 (2006).
- 47.** M. B. Nasr, G. D. Giuseppe, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, and M. C. Teich, Opt. Comm. **246**, 521 (2005).
- 48.** S.-Y. Baek and Y.-H. Kim, Phys. Rev. A **80**, 033814 (2009).
- 49.** S. E. Harris, Phys. Rev. Lett. **98**, 063602 (2007).
- 50.** Г. Х. Китаева, М. В. Чехова, О. А. Шумилкина, Письма в ЖЭТФ **90**, 190 (2009).
- 51.** G. M. Brida, M. V. Chekhova, I. P. Degiovanni, M. Genovese, G. K. Kitaeva, A. Meda, and O. A. Shumilkina, Phys. Rev. Lett. **103**, 193602 (2009).
- 52.** S. Carrasco, J. P. Torres, L. Torner, A. Sergienko, B. E. A. Saleh, and M. C. Teich, Opt. Lett. **29**, 2429 (2004).
- 53.** M. B. Nasr, S. Carrasco, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko, M. C. Teich, J. P. Torres, L. Torner, D. S. Hum, and M. M. Fejer, Phys. Rev. Lett. **100**, 183601 (2008).
- 54.** J. Fan and A. Migdall, Opt. Exp. **15**, 2915 (2007).
- 55.** Д. А. Каляников, К. Г. Катамадзе, С. П. Кулик, Письма в ЖЭТФ **89**, 264 (2009).
- 56.** G. C. Ghosh and G. C. Bhar, Quant. El. Lett. **QE-18**, 143 (1982).
- 57.** Г. Г. Гудзорян, В. Г. Дмитриев, Д. Н. Никогосян, *Нелинейно-оптические материалы*, Радио и связь, Москва (1991).