

СВЕТОИНДУЦИРОВАННЫЙ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС В ГАЗАХ ЧЕРЕЗ КАПИЛЛЯР ПРИ НЕОДНОРОДНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИНТЕНСИВНОСТИ ПО СЕЧЕНИЮ СВЕТОВОГО ПУЧКА

В. Г. Черняк, А. Ф. Поликарпов***

*Уральский государственный университет им. А. М. Горького
620083, Екатеринбург, Россия*

Поступила в редакцию 20 апреля 2010 г.

Исследованы процессы теплопереноса и дрейфа однокомпонентного разреженного газа в капилляре, обусловленные поглощением оптического излучения атомами селективно по их скоростям. Рассматривается случай, когда интенсивность света имеет осесимметричное гауссово распределение по сечению пучка. На основе численного решения кинетических уравнений рассчитаны профили потоков и кинетические коэффициенты, определяющие поверхностный и столкновительный механизмы светоиндуцированных явлений переноса в зависимости от значений числа Кнудсена, отношения частоты радиационного распада возбужденного уровня атомов к частоте молекулярных столкновений, коэффициента аккомодации и отношения радиуса капилляра к радиусу светового пучка.

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что бегущая световая волна, распространяющаяся в однокомпонентном газе вдоль ограничивающей его поверхности, при определенных условиях стимулирует макроскопический поток газа вдоль этой поверхности — поверхностный светоиндуцированный дрейф (СИД). Одно из этих условий состоит в том, чтобы частота излучения была близка к частоте электронного для атомов или колебательно-вращательного перехода для молекул. Тогда вследствие эффекта Доплера излучение будет поглощаться лишь теми частицами газа, скорости \mathbf{v} которых имеют значения в узком интервале $\Delta \mathbf{v}$ порядка $\mathbf{k} \cdot \Delta \mathbf{v} \sim \Gamma$, где \mathbf{k} — волновой вектор, Γ — однородная ширина линии поглощения молекулярного перехода. Другое условие, использованное впервые в работе [1] для описания СИД в кнудсеновском газе, состоит в том, что возбужденные и невозбужденные частицы газа должны по-разному взаимодействовать со стенкой — аккомодационный механизм СИД.

В работе [2] предсказан так называемый столкновительный механизм СИД однокомпонентного газа вблизи граничной поверхности. Природа этого явления состоит в следующем. Сечения столкновений

возбужденных и невозбужденных частиц различны. Допустим, что у возбужденных атомов они больше, а значит, меньше средняя длина свободного пробега. Тогда эффективная толщина кнудсеновского слоя для макроскопического потока возбужденных частиц будет меньше, чем для противоположно направленного потока невозбужденных атомов газа. В результате эти потоки не компенсируют друг друга, как это происходит в безграничной среде. Вдоль граничной поверхности возникает поток газа как целого, направленный в сторону макроскопического движения невозбужденных частиц.

В неограниченной среде СИД однокомпонентного газа невозможен вследствие закона сохранения импульса. Светоиндуцированный теплоперенос (СИТ) имеет место и в неограниченном однокомпонентном газе.

Явление СИТ аналогично механокалорическому эффекту, т. е. определяется разностью между потоками энергии, переносимой движущимся газом (вектор Умова), и энтальпии.

Аккомодационный и столкновительный СИД однокомпонентного газа в капилляре изучался в работах [3, 4] во всем диапазоне чисел Кнудсена (Kn). В работе [3] использовался интегрально-моментный метод решения кинетического уравнения с модельным интегралом столкновений второго порядка [5].

*E-mail: vladimir.chernyak@usu.ru

**E-mail: alexey.polikarpov@usu.ru

В работе [4] представлены результаты расчета скорости СИД методом дискретных ординат на основе этого же кинетического уравнения. В работе [6] рассчитывался не только дрейф газа, но и светоиндуцированный тепловой поток. В отличие от работ [3, 4] использовались кинетические уравнения с модельными интегралами столкновений третьего порядка, которые корректно описывают процессы тепло- и массопереноса одновременно. Существенное ограничение результатов работы [6] связано с принятым предположением о том, что частота радиационного распада возбужденного уровня частиц Γ_m мала по сравнению с частотой молекулярных столкновений γ_i , т. е. частотный параметр $\Gamma_{mi} = \Gamma_m / \gamma_i \ll 1$. Очевидно, что такое предположение накладывает определенные ограничения на теорию при достаточно низких давлениях газа, когда частота столкновений становится малой. Кроме того, в работе [6] система интегральных уравнений для скорости дрейфа газа, напряжений и теплового потока решалась методом Бубнова–Галеркина, который позволяет получить достаточно точные результаты во всем диапазоне чисел Кнудсена для усредненных по сечению капилляра потоков, но не описывает их профили.

Во всех перечисленных выше работах интенсивность света считалась однородной по сечению капилляра. Излучение лазера, как правило, имеет гауссово осесимметричное распределение интенсивности по сечению пучка. Этот факт можно было бы игнорировать лишь при условии, что радиус r_0 светового пучка много больше радиуса капилляра R_0 ($a = R_0 / r_0 \ll 1$, a — параметр, характеризующий неоднородность распределения интенсивности излучения по сечению капилляра). Однако возможность экспериментальной реализации столь специфического условия представляется сомнительной.

Предел $a \rightarrow 0$ соответствует однородному распределению излучения по сечению капилляра. Это приближение принято почти во всех предыдущих теориях. При $a > 1$ световой луч заполняет только часть сечения капилляра, а пристеночная область газа остается неосвещенной. Кроме того, интенсивность света по сечению пучка также распределена неоднородно. Такая ситуация типична для эксперимента. Например, в работе [7], в которой представлены результаты экспериментального исследования светоиндуцированного разделения бинарной смеси паров натрия с инертными газами, параметр неоднородности равен $a = 2$.

Какие новые механизмы светоиндуцированных явлений переноса порождает неоднородность интенсивности светового пучка? Как изменяются про-

филь скорости дрейфа газа в капилляре и величины потоков в зависимости от значения параметра неоднородности? До настоящего времени опубликована, по-видимому, единственная работа [8], в которой сделана попытка ответить на эти вопросы. Рассматривался почти гидродинамический режим ($Kn \ll 1$) дрейфа газа в капилляре, когда определяющую роль играют столкновения между молекулами. Коэффициенты аккомодации возбужденных и невозбужденных частиц полагались одинаковыми. Интенсивность излучения максимальна на оси капилляра и уменьшается по мере приближения к его поверхности. Возбужденные молекулы имеют меньшую среднюю длину свободного пробега и, следовательно, налетают на стенку после последнего столкновения в относительно «темной» области. Напротив, частицы в основном состоянии имеют большую среднюю длину свободного пробега и, следовательно, налетают на стенку после последнего столкновения в относительно «светлой» области. В результате пик в распределении возбужденных молекул оказывается меньше, чем провал в распределении невозбужденных частиц. Это означает, что существует поток газа вдоль стенки. Показано, что скорость СИД в почти гидродинамическом режиме полностью определяется неоднородностью интенсивности света в поперечном сечении пучка.

Заметим, что главный вывод работы [8] противоречит результатам цитированных выше работ [3, 4, 6]. Более того, будет показано, что скорость СИД максимальна при однородном распределении интенсивности излучения по сечению капилляра. Чем больше неоднородность интенсивности, тем меньше скорость дрейфа газа. Конечно, это не ставит под сомнение физическую обоснованность и реалистичность предложенного в [8] механизма СИД. С нашей точки зрения, предложенная в [8] модель влияет на величину скорости дрейфа, но не является определяющей. Как показывает строгое решение кинетических уравнений, в режиме со скольжением ($Kn \ll 1$) основным является столкновительный механизм СИД.

В настоящей работе процессы СИД и СИТ однокомпонентного газа в капилляре исследуются при различных значениях числа Кнудсена, отношения частоты радиационного распада возбужденного уровня атомов к частоте межатомных столкновений, коэффициента аккомодации и параметра неоднородности распределения интенсивности излучения по сечению капилляра. На основе прямого решения модельных кинетических уравнений методом дискретных ординат рассчитываются средние

по сечению канала потока СИД и СИТ, а также их профили. Численные результаты для кинетических коэффициентов, полученные с заданной точностью, могут быть использованы для оценки различных приближенных теорий светоиндуцированных явлений переноса.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим однокомпонентный газ, заключенный в капилляре радиуса R_0 . Введем цилиндрическую систему координат r, φ, z . Вдоль оси z , совпадающей с осью капилляра, распространяется монохроматическое электромагнитное излучение, частота ω которого близка к частоте ω_{mn} перехода частиц газа из основного состояния n в возбужденное m (рис. 1).

Рассмотрим типичный для лазеров случай, когда излучение имеет гауссово распределение интенсивности по сечению пучка. Если радиус пучка r_0 , то выражение для амплитуды напряженности электрического поля имеет вид

$$E(r) = A \exp(-r^2/2r_0^2), \quad (1)$$

где A — амплитуда напряженности электрического поля на оси пучка, совпадающей с осью капилляра.

Вследствие эффекта Доплера излучение поглощается лишь теми частицами, компонента вектора скорости v_z которых близка к резонансному значению $v_{res} = \Omega/k$ ($\Omega = \omega - \omega_{mn} \ll \omega$ — расстройка частоты излучения относительно резонанса, k — волновое число). Поглотившие свет частицы изменяют свои кинетические сечения столкновений. Одновременно с вынужденными переходами происходит конкурирующий процесс — радиационный распад возбужденного уровня с частотой Γ_m . Таким образом, в двухуровневом приближении газовую среду можно рассматривать как бинарную смесь газов, молекулы которых имеют одинаковые массы m , но разные

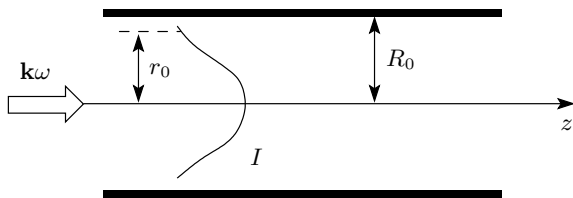


Рис. 1. Геометрия задачи: \mathbf{k} — волновой вектор; ω , I — частота и интенсивность излучения; R_0, r_0 — радиусы капилляра и светового пучка

сечения столкновений. При этом обмен частицами между компонентами происходит в результате радиационного распада возбужденного уровня и индуцированных переходов.

Состояние такой газовой смеси описывается функциями распределения возбужденных f_m и невозбужденных f_n молекул. В случае оптически тонкой среды или на сравнительно небольших расстояниях скорость дрейфа газа можно считать не зависящей от продольной координаты z . Тогда при стационарном состоянии газа эти функции удовлетворяют следующим кинетическим уравнениям [9]:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_\perp \frac{\partial f_n}{\partial \mathbf{r}} &= \frac{1}{2} \Gamma_m \chi(\mathbf{v}) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) (f_m - f_n) + \Gamma_m f_m + S_n, \\ \mathbf{v}_\perp \frac{\partial f_m}{\partial \mathbf{r}} &= -\frac{1}{2} \Gamma_m \chi(\mathbf{v}) \times \\ &\times \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) (f_m - f_n) - \Gamma_m f_m + S_m, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\chi(\mathbf{v}) = \frac{4|G_{mn}|^2 \Gamma}{\Gamma_m [\Gamma^2 + (\Omega - kv_z)^2]},$$

$$G_{mn} = \frac{Ad_{mn}}{2\hbar}, \quad v_\perp^2 = v_r^2 + v_\varphi^2.$$

Здесь \mathbf{v}_\perp и \mathbf{r} — соответственно двумерные скорость молекул и радиус-вектор, в поперечном сечении капилляра, Γ_m — постоянная распада возбужденного уровня, Γ — однородная полуширина линии поглощения на переходе $m-n$, S_n и S_m — интегралы столкновений молекул соответственно в основном и возбужденном состояниях, величина A определена в выражении (1), d_{mn} — дипольный момент перехода $m-n$, G_{mn} — частота Раби; параметр насыщения $\chi(\mathbf{v})$ характеризует вероятность индуцированных переходов в центре пучка.

В качестве граничных условий к уравнениям (2) используем модель зеркально-диффузного отражения частиц на поверхности капилляра. Согласно этой модели доля $1 - \varepsilon_i$ частиц i -го сорта отражается зеркально, а доля ε_i — рассеивается диффузно с максвелловским распределением по скоростям. Пренебрегая неупругими столкновениями частиц с поверхностью капилляра, имеем

$$f_i^+(\mathbf{v}) = \varepsilon_i f_i^s(\mathbf{v}) + (1 - \varepsilon_i) f_i^-(\mathbf{v} - 2(\mathbf{v} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}), \quad (3)$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} > 0,$$

$$f_i^s = \frac{n_i^s}{\pi^{3/2} \bar{v}^3} \exp\left(-\frac{v^2}{\bar{v}^2}\right),$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m_0}}, \quad i = m, n.$$

$$r' = \frac{r}{R_0}, \quad a = \frac{R_0}{r_0},$$

Здесь \mathbf{n} — внутренняя нормаль к поверхности капилляра, индексы «-», «+» и «s» относятся соответственно к частицам налетающим, отраженным зеркально и рассеянным диффузно, n_i^s — концентрация молекул i -го сорта, рассеянных диффузно, m_0 — масса частицы, k_B — постоянная Больцмана, T — средняя температура системы, \bar{v} — средняя скорость теплового движения частиц. Феноменологические коэффициенты ε_i для возбужденных и невозбужденных атомов в общем случае различны ($\varepsilon_m \neq \varepsilon_n$).

Если параметр насыщения в среднем мал ($|\chi(\mathbf{v})| \ll 1$), что выполняется при не слишком большой интенсивности излучения, то концентрация возбужденных частиц будет мала по сравнению с концентрацией невозбужденных частиц ($n_m \ll n_n$), а состояние каждого компонента газа будет слабонеравновесным. В этом случае функции распределения для частиц газа могут быть представлены в виде возмущенных максвелловских распределений

$$f_i(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = f_{i0}[1 + h_i(\mathbf{r}, \mathbf{v})], \quad (4)$$

где

$$f_{i0} = \frac{n_{i0}}{\pi^{3/2} \bar{v}^3} \exp\left(-\frac{v^2}{\bar{v}^2}\right),$$

n_{i0} — равновесная концентрация частиц в i -м состоянии, h_i — неизвестная функция возмущения.

Введем цилиндрические координаты в пространстве молекулярных скоростей v_\perp, θ, v_z . Рассмотрим только упругие столкновения между молекулами. Тогда с учетом принятых выше предположений кинетические уравнения (2), линейризованные относительно функций возмущения h_i и приведенные к безразмерному виду, с использованием аппроксимирующих интегралов столкновений третьего порядка [5] записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} c_\perp \left(\cos\theta \frac{\partial h_i}{\partial r'} - \frac{\sin\theta}{r'} \frac{\partial h_i}{\partial \theta} \right) + \\ + \delta_i (h_i - \beta_i \Gamma_{mi} h_m) = \\ = c_z \delta_i \psi_i + \beta_i \delta_i \Gamma_{mi} + \frac{1}{2} \delta_i \Gamma_{mi} \chi(\mathbf{v}) \times \\ \times \exp(-a^2 r'^2) \frac{n_j - n_i}{n_i}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$(i, j) = m, n, \quad i \neq j,$$

$$\beta_n = n_m/n_n, \quad \beta_m = -1,$$

где

$$\delta_i = \frac{R_0}{\bar{v}} (\gamma_{ii} + \gamma_{ij}), \quad \mathbf{c} = \frac{\mathbf{v}}{\bar{v}}, \quad \Gamma_{mi} = \frac{\Gamma_m}{\gamma_{ii} + \gamma_{ij}},$$

$$\begin{aligned} \psi_i = 2[u_i - \varphi_{ij}^{(1)}(u_i - u_j) - \varphi_{ij}^{(2)}(H_i - H_j)] + \\ + 4c_\perp \cos\theta [(1 - \varphi_{ii}^{(3)} + \varphi_{ii}^{(4)} - \varphi_{ij}^{(3)}) \Pi_{izr} + \varphi_{ij}^{(4)} \Pi_{jzr}] + \\ + \frac{4}{5} \left(c_\perp^2 - \frac{5}{2} \right) [(1 - \varphi_{ii}^{(5)} + \varphi_{ii}^{(6)} - \varphi_{ij}^{(5)}) H_i + \\ + \varphi_{ij}^{(6)} H_j - \frac{5}{2} (u_i - u_j) \varphi_{ij}^{(2)}], \end{aligned}$$

$$\varphi_{mn}^{(k)} = \frac{\nu_{mn}^{(k)}}{\gamma_{mm} + \gamma_{mn}}, \quad c_\perp^2 = c_r^2 + c_\varphi^2, \quad (6)$$

$$c_r = c_\perp \cos\theta, \quad c_\varphi = c_\perp \sin\theta,$$

$$u_i = \frac{U_i}{\bar{v}} = \pi^{-3/2} \int \exp(-c^2) c_z h_i d\mathbf{c},$$

$$\Pi_{izr} = \frac{P_{izr}}{2p_i} = \pi^{-3/2} \int \exp(-c^2) c_z c_r h_i d\mathbf{c},$$

$$H_i = \frac{q_i}{p_i \bar{v}} = \pi^{-3/2} \int \exp(-c^2) c_z (c^2 - 5/2) h_i d\mathbf{c}.$$

Здесь δ_i — параметр разреженности газа, обратно пропорциональный числу Кн; U_i, P_{izr}, q_i и p_i — соответственно макроскопическая скорость, касательное напряжение, плотность теплового потока и давление для i -го компонента смеси, γ_{ii} и γ_{ij} — эффективные частоты упругих столкновений частиц i -го сорта соответственно между собой и с частицами j -го сорта. Выражения для частот $\nu_{ij}^{(k)}$ через интегралы Чепмена – Каулинга приведены в Приложении. В дальнейшем для безразмерной координаты r' штрих будем опускать.

Граничные условия (3) с учетом линейризации (4) приобретают следующий вид:

$$h_i^+(r=1, \mathbf{c}) = (1 - \varepsilon_i) h_i^-(r=1, \mathbf{c}) + \varepsilon_i \frac{n_i^s - n_{i0}}{n_{i0}}, \quad (7)$$

$$i = m, n.$$

Второе слагаемое в правой части выражения (7), которое явилось результатом линейризации функции распределения f_i^s диффузно рассеянных молекул, не зависит от молекулярных скоростей и, следовательно, не дает вклад в макроскопическую скорость, тензор напряжений и поток тепла.

Экспериментально установлено [10, 11], что относительное различие эффективных диаметров возбужденных и невозбужденных частиц (соответственно σ_m и σ_n) составляет около 1%. Кроме того, коэффициенты зеркально-диффузного отражения также близки между собой. Тогда в теорию можно ввести два малых параметра:

$$\begin{aligned} \frac{|\Delta\sigma|}{\sigma_n} &\ll 1, \quad \Delta\sigma = \sigma_m - \sigma_n, \\ |\Delta\varepsilon| &= |\varepsilon_n - \varepsilon_m| \ll 1. \end{aligned} \quad (8)$$

Линеаризация задачи по малым параметрам (8) позволяет сократить количество варьируемых параметров и разделить аккомодационный и столкновительный механизмы светоиндуцированного тепломассопереноса. Общие выражения для локальной числовой плотности J потока газа и локальной плотности q теплового потока имеют вид

$$\begin{aligned} J &= n_n U_n + n_m U_m = \frac{n\Gamma_m R_0}{2\sqrt{\pi}} \left(G_1 \Delta\varepsilon + G_2 \frac{\Delta\sigma}{\sigma_n} \right), \\ q &= q_n + q_m = \frac{p\Gamma_m R_0}{2\sqrt{\pi}} \left(Q_1 \Delta\varepsilon + Q_2 \frac{\Delta\sigma}{\sigma_n} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $n = n_n + n_m$ и $p = nk_B T$ — соответственно концентрация и давление газа. Безразмерные кинетические коэффициенты G_1 , Q_1 и G_2 , Q_2 , которые характеризуют соответственно аккомодационный и столкновительный механизмы дрейфа газа и потока тепла, зависят от безразмерной радиальной координаты r , параметра разреженности газа $R \equiv \delta_n$, частотного параметра Γ_{mn} , параметра неоднородности распределения интенсивности излучения по сечению капилляра a и доли диффузно рассеянных поверхностью капилляра молекул в основном состоянии ε_n .

Плотности потоков частиц газа и теплоты, усредненные по поперечному сечению капилляра, определяются как

$$\begin{aligned} \langle J \rangle &= 2 \int_0^1 J r dr = \\ &= \frac{n\Gamma_m R_0}{2\sqrt{\pi}} \left(\langle G_1 \rangle \Delta\varepsilon + \langle G_2 \rangle \frac{\Delta\sigma}{\sigma_n} \right), \\ \langle q \rangle &= 2 \int_0^1 q r dr = \\ &= \frac{p\Gamma_m R_0}{2\sqrt{\pi}} \left(\langle Q_1 \rangle \Delta\varepsilon + \langle Q_2 \rangle \frac{\Delta\sigma}{\sigma_n} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

3. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Компонента c_z вектора безразмерной скорости молекул входит в кинетические уравнения (5) как параметр. Это позволяет проинтегрировать кинетические уравнения по компоненте скорости c_z с подходящими весовыми множителями и тем самым сократить количество независимых переменных функции

возмущения. Смысл данной операции в том, что существенно упрощается численное решение кинетических уравнений, так как расчетные сетки в пространстве скоростей необходимо строить уже не для трех, а только для двух переменных, θ и c_\perp .

Введем следующие усеченные функции возмущения:

$$\begin{aligned} \Phi_i(r, \theta, c_\perp) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} c_z h_i(r, \theta, c_\perp, c_z) \times \\ &\quad \times \exp(-c_z^2) dc_z, \\ F_i(r, \theta, c_\perp) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} c_z \left(c^2 - \frac{5}{2} \right) \times \\ &\quad \times h_i(r, \theta, c_\perp, c_z) \exp(-c_z^2) dc_z. \end{aligned} \quad (11)$$

Выражения (6) для парциальных безразмерных скоростей, напряжений и потоков тепла принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} u_i &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty c_\perp \exp(-c_\perp^2) dc_\perp \int_{-\pi}^\pi \Phi_i d\theta, \\ \Pi_{izr} &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty c_\perp^2 \exp(-c_\perp^2) dc_\perp \int_{-\pi}^\pi \Phi_i \cos \theta d\theta, \\ H_i &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty c_\perp \exp(-c_\perp^2) dc_\perp \int_{-\pi}^\pi F_i d\theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Умножая уравнение (5) последовательно на $(1/\sqrt{\pi})c_z \exp(-c_z^2)$ и $(1/\sqrt{\pi})c_z(c^2 - 5/2) \exp(-c_z^2)$ и интегрируя полученные выражения по dc_z , получим уравнения для усеченных функций возмущения:

$$\begin{aligned} c_\perp \left(\cos \theta \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial \Phi_i}{\partial \theta} \right) + \delta_i (\Phi_i - \beta_i \Gamma_{mi} \Phi_m) &= \\ = \delta_i \psi_i^{(1)} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \delta_i \Gamma_{mi} \chi_1 \exp(-a^2 r^2) \frac{n_j - n_i}{n_i}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} c_\perp \left(\cos \theta \frac{\partial F_i}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial F_i}{\partial \theta} \right) + \delta_i (F_i - \beta_i \Gamma_{mi} F_m) &= \\ = \delta_i \psi_i^{(2)} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \delta_i \Gamma_{mi} \left(\left(c_\perp^2 - \frac{5}{2} \right) \chi_1 + \chi_3 \right) \times \\ \times \exp(-a^2 r^2) \frac{n_j - n_i}{n_i}, \end{aligned} \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned}\psi_i^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} c_z^2 \exp(-c_z^2) \psi_i dc_z, \\ \psi_i^{(2)} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} c_z^2 \left(c^2 - \frac{5}{2}\right) \exp(-c_z^2) \psi_i dc_z, \\ \chi_\alpha &= \int_{-\infty}^{\infty} c_z^\alpha \exp(-c_z^2) \chi(c_z) dc_z, \quad \alpha = 1, 3.\end{aligned}\quad (15)$$

В случае неоднородного уширения линии поглощения ($\Gamma \ll k\bar{v}$), которое характерно для газов, параметр поглощения χ_k равен

$$\chi_\alpha = \frac{4\pi}{k\bar{v}} \left(\frac{\Omega}{k\bar{v}}\right)^\alpha \frac{|G_{mn}|^2}{\Gamma_m} \exp\left[-\left(\frac{\Omega}{k\bar{v}}\right)^2\right]. \quad (16)$$

При однородном уширении ($|\Omega|, \Gamma \gg k\bar{v}$) имеем

$$\chi_1 = \frac{4\sqrt{\pi}\Omega(k\bar{v})\Gamma}{\Gamma_m} \left(\frac{|G_{mn}|}{\Omega^2 + \Gamma^2}\right)^2, \quad \chi_3 = 1.5\chi_1. \quad (17)$$

Граничные условия (7) для функций Φ_i и F_i имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\Phi_i(r=1, \cos\theta < 0) &= \\ &= (1 - \varepsilon_i)\Phi_i(r=1, \cos\theta > 0), \\ F_i(r=1, \cos\theta < 0) &= \\ &= (1 - \varepsilon_i)F_i(r=1, \cos\theta > 0).\end{aligned}\quad (18)$$

Свободные члены линейных интегродифференциальных уравнений (13) и (14) представляют собой линейную комбинацию независимых величин χ_1 и χ_3 . Следовательно, общие решения этих уравнений должны иметь аналогичную структуру, т.е.

$$\Phi_i = \Phi_{i1}\chi_1 + \Phi_{i3}\chi_3, \quad F_i = F_{i1}\chi_1 + F_{i3}\chi_3. \quad (19)$$

Соответственно макроскопические величины (12) и кинетические коэффициенты в уравнениях (9) запишутся в виде

$$\begin{aligned}u_i &= u_{i1}\chi_1 + u_{i3}\chi_3, \quad \Pi_{ixz} = \Pi_{ixz1}\chi_1 + \Pi_{ixz3}\chi_3, \\ H_i &= H_{i1}\chi_1 + H_{i3}\chi_3, \quad G_i = G_{i1}\chi_1 + G_{i3}\chi_3, \\ Q_i &= Q_{i1}\chi_1 + Q_{i3}\chi_3, \quad i = 1, 2.\end{aligned}\quad (20)$$

Аналогично могут быть представлены и кинетические коэффициенты, усредненные по поперечному сечению капилляра:

$$\begin{aligned}\langle G_i \rangle &= \langle G_{i1} \rangle \chi_1 + \langle G_{i3} \rangle \chi_3, \\ \langle Q_i \rangle &= \langle Q_{i1} \rangle \chi_1 + \langle Q_{i3} \rangle \chi_3, \quad i = 1, 2.\end{aligned}\quad (21)$$

Подставляя выражения (19) и (20) в уравнения (13) и (14) и приравнивая члены при величинах χ_1 и χ_3 , получим следующие уравнения для функций Φ_{ik} и F_{ik} :

$$\begin{aligned}c_\perp \left(\cos\theta \frac{\partial \Phi_{i1}}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial \Phi_{i1}}{\partial \theta} \right) + \\ + \delta_i (\Phi_{i1} - \beta_i \Gamma_{mi} \Phi_{m1}) = \\ = \delta_i \psi_{i1}^{(1)} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \delta_i \Gamma_{mi} \exp(-a^2 r^2) \frac{n_j - n_i}{n_i}, \\ c_\perp \left(\cos\theta \frac{\partial \Phi_{i3}}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial \Phi_{i3}}{\partial \theta} \right) + \\ + \delta_i (\Phi_{i3} - \beta_i \Gamma_{mi} \Phi_{m3}) = \delta_i \psi_{i3}^{(1)},\end{aligned}\quad (22)$$

и

$$\begin{aligned}c_\perp \left(\cos\theta \frac{\partial F_{i1}}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial F_{i1}}{\partial \theta} \right) + \\ + \delta_i (F_{i1} - \beta_i \Gamma_{mi} F_{m1}) = \delta_i \psi_{i1}^{(2)} + \\ + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \delta_i \Gamma_{mi} \left(c_\perp^2 - \frac{5}{2}\right) \exp(-a^2 r^2) \frac{n_j - n_i}{n_i}, \\ c_\perp \left(\cos\theta \frac{\partial F_{i3}}{\partial r} - \frac{\sin\theta}{r} \frac{\partial F_{i3}}{\partial \theta} \right) + \\ + \delta_i (F_{i3} - \beta_i \Gamma_{mi} F_{m3}) = \\ = \delta_i \psi_{i3}^{(2)} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \delta_i \Gamma_{mi} \exp(-a^2 r^2) \frac{n_j - n_i}{n_i}.\end{aligned}\quad (23)$$

Здесь выражения для $\psi_{i\alpha}^{(1)}$ и $\psi_{i\alpha}^{(2)}$ следуют из выражений для $\psi_i^{(1)}$ и $\psi_i^{(2)}$ с заменой $u_i \rightarrow u_{i\alpha}$, $\Pi_{izr} \rightarrow \Pi_{izr\alpha}$, $H_i \rightarrow H_{i\alpha}$.

Граничные условия (7) для функций $\Phi_{i\alpha}$ и $F_{i\alpha}$ с учетом выражений (11) и (19) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\Phi_{i\alpha}(r=1, \cos\theta < 0) &= \\ &= (1 - \varepsilon_i)\Phi_{i\alpha}(r=1, \cos\theta > 0), \\ F_{i\alpha}(r=1, \cos\theta < 0) &= \\ &= (1 - \varepsilon_i)F_{i\alpha}(r=1, \cos\theta > 0), \quad \alpha = 1, 3.\end{aligned}\quad (24)$$

Эффективную частоту столкновений для частиц в основном состоянии, $\gamma_n = \gamma_{nn} + \gamma_{nm} \approx \gamma_{nn}$, выберем по аналогии с моделью Бхатнагара–Гросса–Крука [12] в виде $\gamma_n = p/\eta$ (p — давление газа, η — коэффициент динамической вязкости). Для модели твердых сферических молекул $\eta = \rho\bar{v}l/\sqrt{\pi}$, где ρ — плотность газа, l — средняя длина свободного пробега молекул. Тогда параметр разреженности газа связан с числом Kn следующим соотношением:

$$R \equiv \delta_n = \frac{\sqrt{\pi}}{2Kn}, \quad Kn = \frac{l}{r_0}.$$

Для численного решения уравнений (22) и (23) с граничными условиями (24) использовался метод дискретных ординат. Непрерывное фазовое пространство заменялось дискретным. В пространстве молекулярных скоростей для переменных c_{\perp} выбиралось N_c дискретных значений $c_{\perp i}$, а для переменных θ — N_{θ} распределенных на интервале $(-\pi, +\pi)$ значений θ_q . Координатное пространство представлялось узловыми точками r_k ($k = 1, \dots, N_r$), распределенными равномерно на интервале $(0, 1)$.

Производные в уравнениях (22) и (23) записывались в виде конечных разностей. Далее использовалась следующая итерационная схема.

1. Задавались начальные значения макроскопических величин $u_{i\alpha}$, $\Pi_{izr\alpha}$, $H_{i\alpha}$, и из уравнений (22) и (23), записанных в конечных разностях, вычислялись функции $\Phi_{i\alpha}$ и $F_{i\alpha}$.

2. Полученные функции $\Phi_{i\alpha}$ и $F_{i\alpha}$ использовались для вычисления новых значений $u_{i\alpha}$, $\Pi_{izr\alpha}$, $H_{i\alpha}$ по формулам (12).

3. Далее производился переход к шагу 1 и использовались новые значения $u_{i\alpha}$, $\Pi_{izr\alpha}$, $H_{i\alpha}$ для вычисления новых значений функций $\Phi_{i\alpha}$ и $F_{i\alpha}$.

В качестве начального приближения принималось равновесное состояние газа, когда

$$u_{i\alpha} = 0, \quad \Pi_{izr\alpha} = 0, \quad H_{i\alpha} = 0.$$

Итерационная процедура заканчивалась, когда относительное различие макроскопических величин в двух последовательных приближениях составляло менее 10^{-6} .

Значения физических величин в заданной точке координатного пространства вычислялись по формулам (12) с использованием квадратур Гаусса:

$$u_{i\alpha}^k = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{q=1}^{N_{\theta}} \Phi_{i\alpha}^{kj} W_j \Delta\theta,$$

$$\Pi_{izr\alpha}^k = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{q=1}^{N_{\theta}} \Phi_{i\alpha}^{kj} W_j \Delta\theta \cos \theta_q, \quad (25)$$

$$H_{i\alpha}^k = \frac{1}{\pi} \sum_{j=1}^{N_c} \sum_{q=1}^{N_{\theta}} F_{i\alpha}^{kj} W_j \Delta\theta,$$

где W_j — вес Гаусса для j -го узла скорости $c_{\perp j}$. Использовалось $N_c = 20$ узлов Гаусса, N_{θ} принималось равным 400, а N_r изменялось от 200 до 500 в зависимости от значения параметра R разреженности газа.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 2 представлены профили потоков в промежуточном режиме ($R = 1$) при различных значениях параметра неоднородности излучения. Видно, что чем больше неоднородность интенсивности излучения по сечению капилляра, тем меньше неоднородность профилей скорости дрейфа газа и потока тепла в поперечном сечении капилляра. Этот неожиданный результат получен для обоих механизмов — аккомодационного и столкновительного — и для всех режимов переноса — от почти гидродинамического ($R \gg 1$) до свободномолекулярного ($R = 0$).

Аккомодационный СИТ всегда направлен противоположно аккомодационному дрейфу газа, причем в промежуточном и почти гидродинамическом режимах (при $R > 0.7$) около стенки он больше, чем на оси капилляра, а при $R < 0.7$ картина прямо противоположная — величина аккомодационного теплового потока на стенке меньше, чем на оси. Столкновительная составляющая теплопереноса, характеризуемая величинами Q_{21} и Q_{23} , при $R > 0.1$ направлена в ту же сторону, что и столкновительный СИД на оси капилляра и противоположно СИД на его поверхности.

На рис. 3 представлены распределения поверхностной G_{11} и столкновительной G_{21} составляющих безразмерной скорости СИД по поперечному сечению капилляра в случае однородной интенсивности пучка ($a = 0$) при различных значениях параметра разреженности газа R . Заметим, что коэффициенты G_{11} , и G_{21} дают основные вклады соответственно в поверхностный и столкновительный СИД, в то время как вклады G_{13} и G_{23} в СИД существенно меньше.

Поверхностная составляющая дрейфа G_{11} при $R > 1$ практически не изменяется в поперечном сечении капилляра. Это дает основание полагать, что вязкость газа не оказывает существенного влияния на величину поверхностного СИД. Сложнее эволюция профиля столкновительной составляющей G_{21} скорости СИД при переходе от свободномолекулярного к гидродинамическому режиму. Пока параметр разреженности R мал, величина G_{21} слабо зависит от радиальной координаты r . При $R > 0.1$ структура столкновительного дрейфа усложняется. Вблизи оси капилляра формируется «ядро» потока, направленное в одну сторону, а в пристеночном слое газ движется в противоположном направлении. Наличие противотока связано с тем, что при промежуточных значениях R поток возбужденных частиц в пристеночной области больше, чем поток невозбу-

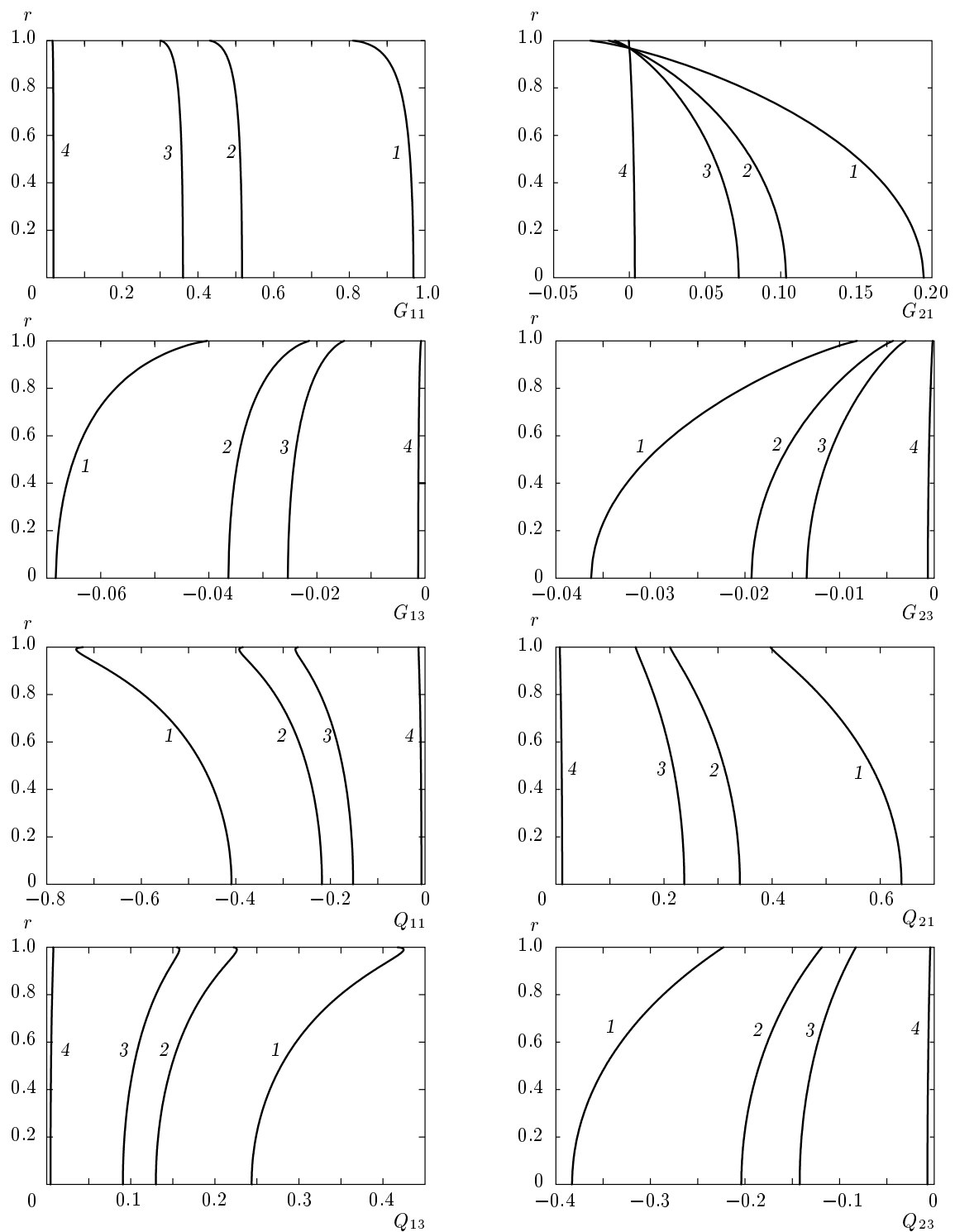


Рис. 2. Зависимости кинетических коэффициентов от радиальной координаты r при различных значениях параметра неоднородности излучения $\alpha = 0.1$ (1), 0.8 (2), 1 (3), 2 (4); параметр разреженности газа $R = 1$, частотный параметр $\Gamma_{mn} = 0.01$, доля диффузно рассеянных поверхностью капилляра молекул в основном состоянии $\varepsilon_n = 1$

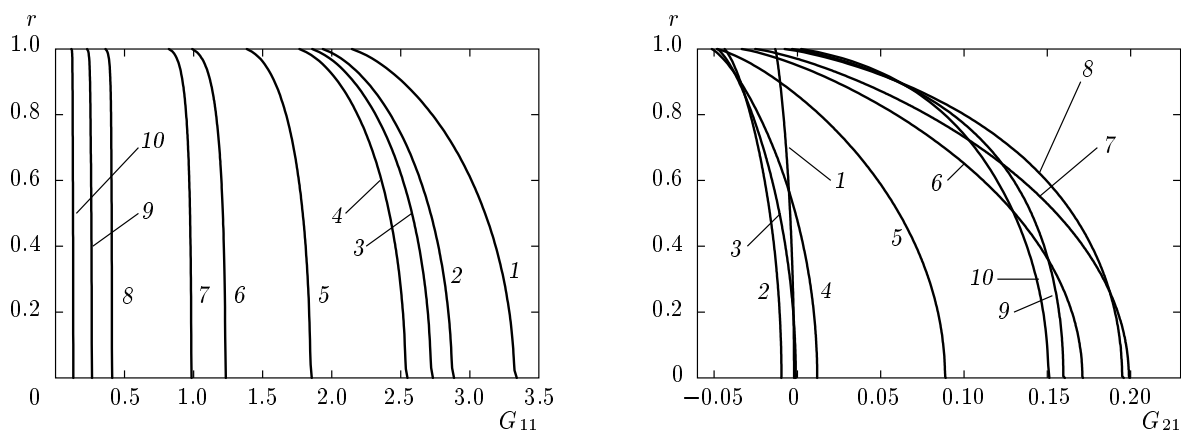


Рис. 3. Зависимости кинетических коэффициентов G_{11} и G_{21} от радиальной координаты r при значениях параметра разреженности газа $R = 0.01$ (1), 0.05 (2), 0.07 (3), 0.1 (4), 0.3 (5), 0.7 (6), 1 (7), 3 (8), 5 (9), 10 (10); параметр неоднородности излучения $a = 0$, частотный параметр $\Gamma_{mn} = 0.01$ и доля диффузно рассеянных поверхностью капилляра молекул в основном состоянии $\varepsilon_n = 1$

жденных частиц, а около оси капилляра наоборот. В почти свободномолекулярном режиме ($R \leq 0.1$) при положительной расстройке ($\Omega > 0$) столкновительная составляющая СИД, определяемая в основном кинетическим коэффициентом G_{21} , направлена противоположно волновому вектору \mathbf{k} . Причем в пристеночной области величина G_{21} больше, чем на оси капилляра (вогнутый профиль). В режиме со скольжением ($R \geq 10$) направление столкновительной составляющей дрейфа газа при $\Omega > 0$ совпадает с направлением волнового вектора \mathbf{k} и ее величина при удалении от поверхности капилляра возрастает (выпуклый профиль). Таким образом, в переходном режиме происходит изменение направления столкновительного дрейфа газа.

Зависимость усредненных по поперечному сечению капилляра кинетических коэффициентов от параметра неоднородности излучения при различных режимах переноса показана на рис. 4. Установлено, что если радиус пучка света составляет менее половины радиуса капилляра, точнее, если $a \geq 3$, то светоиндуцированный тепломассоперенос отсутствует. Эффект максимален при однородном распределении интенсивности света по сечению пучка ($a = 0$) для обоих механизмов и при любых режимах переноса. Этот результат не подтверждает предложенный в работе [8] механизм СИД в режиме со скольжением как эффект «оптической неоднородности». При одинаковых коэффициентах аккомодации возбужденных и невозбужденных молекул ($\Delta\varepsilon = 0$) основным является столкновительный механизм — газокинетический эффект кнудсеновского слоя, аналог диффузионного скольжения газовой смеси.

Сделаем численные оценки скорости дрейфа паров натрия в капилляре с внутренним диаметром 1 мм для типичных условий эксперимента. Температура и соответствующее ей давление насыщенного пара составляют 700 К и 300 Па; масса, эффективный диаметр и дипольный момент атома натрия соответственно равны $m_0 = 3.8 \cdot 10^{-26}$ кг, $\sigma_n = 3.0 \cdot 10^{-10}$ м, $d_{mn} \approx 1$ Д; частота радиационного распада возбужденного уровня $\Gamma_m = 6 \cdot 10^7$ Гц [13]. Этим данным соответствуют параметр разреженности газа $R \sim 1$ и частотный параметр $\Gamma_{mn} \sim 0.01$. Пусть в качестве источника света используется лазер на красителе с длиной волны около 600 нм и мощностью излучения примерно 10 мВт. При этом доплеровское уширение линии поглощения составляет $k\bar{v} \approx 10^{10}$ Гц. Параметры расстройки и уширения соответственно равны $\Omega/k\bar{v} = 1.0$ и $\Gamma/k\bar{v} = 0.01$. Различия в коэффициентах аккомодации и эффективных диаметрах возбужденных и невозбужденных частиц полагались равными $\Delta\varepsilon = \Delta\sigma/\sigma_n = 0.01$.

Оценка плотности мощности излучения, при которой справедлива линеаризация (4) функций распределения, для принятых значений определяющих параметров дает $I < 100$ Вт/см². Заметим, что в экспериментах по разделению бинарной смеси паров натрия с инертными газами плотность мощности лазерного излучения составляла около 30 Вт/см² [7].

Оценка величины средней по сечению капилляра скорости дрейфа газа $\langle U \rangle$ при различных значениях параметра неоднородности a приведена ниже:

a	0	0.8	1	2
$\langle U \rangle$, м/с	20	10	7	0.2

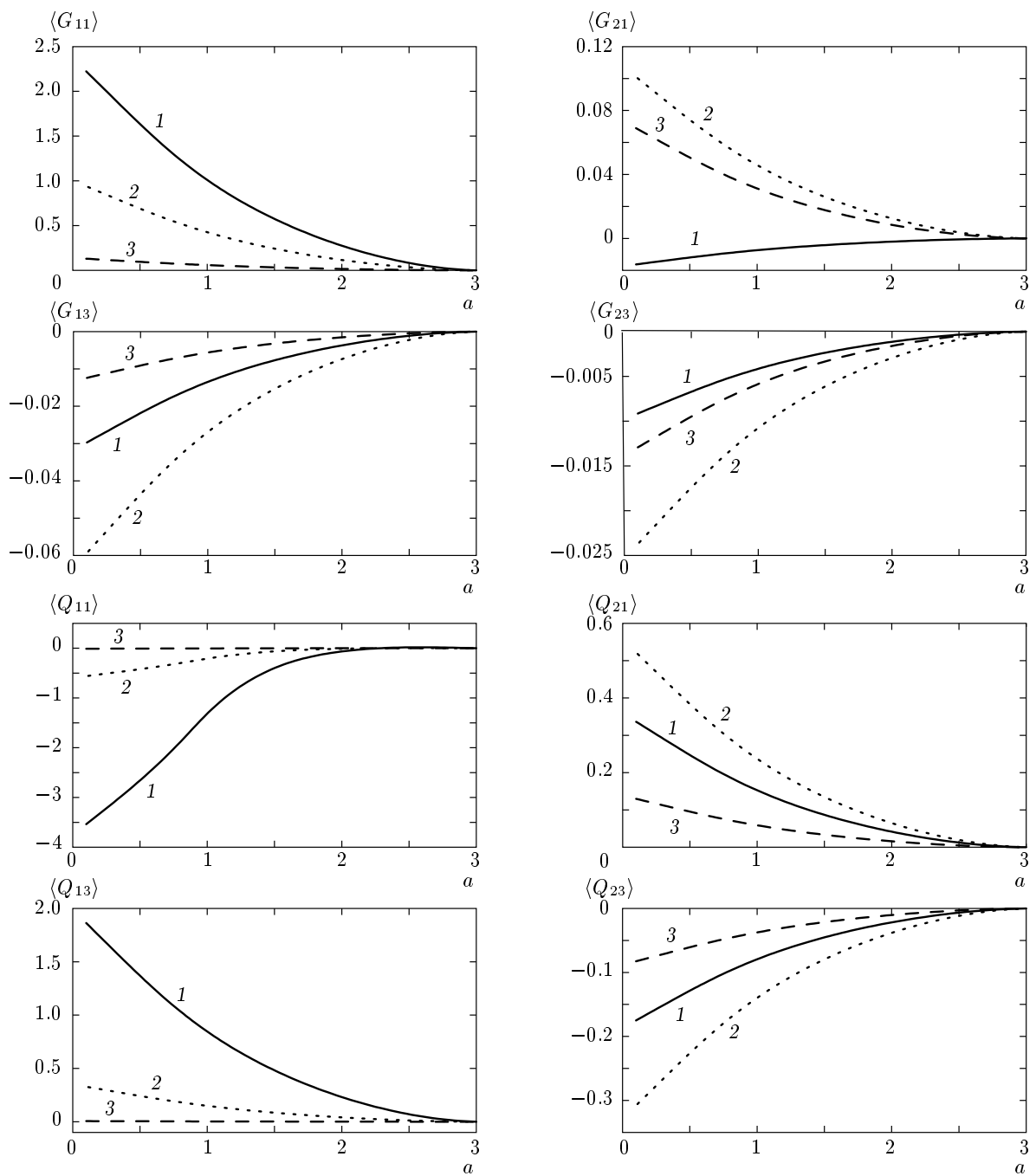


Рис. 4. Усредненные по сечению капилляра значения кинетических коэффициентов в зависимости от параметра неоднородности излучения a при значениях параметра разреженности газа $R = 0.1$ (1), 1 (2), 10 (3); частотный параметр $\Gamma_{mn} = 0.01$, доля диффузно рассеянных поверхностью капилляра молекул в основном состоянии $\varepsilon_n = 1$

Видно, что с увеличением параметра неоднородности распределения интенсивности излучения по сечению капилляра величина скорости движения газа уменьшается по экспоненциальному закону.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 09-01-00052).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражения для частот $\nu_{ij}^{(n)}$ в уравнениях (5) имеют вид [5]

$$\nu_{ij}^{(1)} = \frac{8}{3} n_j \Omega_{ij}^{11}, \quad \nu_{ij}^{(2)} = \frac{4}{3} n_j \left(\frac{2}{5} \Omega_{ij}^{12} - \Omega_{ij}^{11} \right),$$

$$\nu_{ij}^{(3)} = \frac{4}{5} n_j \left(\frac{10}{3} \Omega_{ij}^{11} + \Omega_{ij}^{22} \right),$$

$$\nu_{ij}^{(4)} = \frac{4}{5} n_j \left(\frac{10}{3} \Omega_{ij}^{11} - \Omega_{ij}^{22} \right),$$

$$\nu_{ij}^{(5)} = \frac{8}{15} n_j \left(\Omega_{ij}^{22} + \frac{55}{8} \Omega_{ij}^{11} - \frac{5}{2} \Omega_{ij}^{12} + \frac{1}{2} \Omega_{ij}^{13} \right),$$

$$\nu_{ij}^{(6)} = \frac{8}{15} n_j \left(-\Omega_{ij}^{22} + \frac{55}{8} \Omega_{ij}^{11} - \frac{5}{2} \Omega_{ij}^{12} + \frac{1}{2} \Omega_{ij}^{13} \right).$$

Значения интегралов Чепмена–Каулига Ω_{ij}^{sr} для молекулярной модели твердых сфер вычисляются по формуле [5]:

$$\Omega_{ij}^{sr} = \sqrt{\frac{\pi k_B T}{m}} \sigma_{ij}^2 \frac{1}{2} (r+1)! \left[1 - \frac{1 + (-1)^s}{2(s+1)} \right],$$

где $\sigma_{ij} = (\sigma_{ii} + \sigma_{jj})/2$ — эффективный радиус взаимодействия между молекулами i -го и j -го сортов. В рамках той же модели твердых сфер использованная в работе частота столкновений между частицами имеет вид

$$\gamma_{ij} = \frac{16}{5} n_j \sigma_{ij}^2 \left(\frac{\pi k_B T}{m} \right)^{1/2}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. A. V. Ghiner, M. I. Stockman, and M. A. Vaksman, *Phys. Lett. A* **96**, 79 (1983).
2. И. В. Чермянинов, В. Г. Черняк, *Инженерно-физический журнал* **55**, 906 (1988).
3. В. Г. Черняк, Е. А. Винтовкина, И. В. Чермянинов, *ЖЭТФ* **103**, 1571 (1993).
4. В. Г. Черняк, Е. А. Субботин, *ЖЭТФ* **108**, 227 (1995).
5. F. J. McCormack, *Phys. Fluids* **16**, 2095 (1973).
6. И. В. Чермянинов, В. Г. Черняк, Е. А. Вилисова, *ЖЭТФ* **132**, 579 (2007).
7. С. И. Атутова, И. М. Ермолаева, А. М. Шалагина, *ЖЭТФ* **92**, 1215 (1987).
8. R. W. M. Hoogeveen, G. J. van der Meer, L. J. F. Hermans, A. V. Ghiner, and I. Kuscer, *Phys. Rev. A* **39**, 5539 (1989).
9. Ф. Х. Гельмуханов, Л. В. Ильичев, *Химическая физика* **3**, 1544 (1984).
10. G. J. Van der Meer, R. W. M. Hoogeveen, L. J. F. Hermans, and P. L. Chapovsky, *Phys. Rev. A* **39**, 5237 (1989).
11. P. L. Chapovsky, G. J. Van der Meer, J. Smeets, and L. J. F. Hermans, *Phys. Rev. A* **45**, 8011 (1992).
12. P. L. Bhatnagar, E. P. Gross, and M. Krook, *Phys. Rev.* **94**, 511 (1954).
13. А. А. Радциг, Б. М. Смирнов, *Справочник по атомной и молекулярной физике*, Атомиздат, Москва (1980).