

ОДНОВРЕМЕННАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ГЕНЕРАЦИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЧАСТОТ ВВЕРХ ПЕРЕПУТАННЫХ ОПТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*М. Ю. Сайгин**, *А. С. Чиркин***

*Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
119992, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 30 ноября 2009 г.

Развита квантовая теория параметрического усиления и преобразования частоты оптического изображения в связанных нелинейно-оптических процессах, включающих один процесс параметрического усиления при высокочастотной накачке и два процесса преобразования частоты вверх в поле той же накачки. Для получения квантовых уравнений, связанных с пространственной динамикой изображений при взаимодействии, использован оператор импульса поля, учитывающий явление дифракции и групповые скорости волн. Рассмотрена оптическая схема для усиления и преобразования близко расположенного изображения. В приближении заданного поля накачки рассчитаны средние значения плотности числа фотонов и отношения сигнал/шум для изображений на различных частотах. Установлено, что отношение сигнал/шум в усиленном изображении уменьшается с ростом длины взаимодействия, а в изображениях на генерируемых частотах растет, стремясь к асимптотическим значениям для всех взаимодействующих волн. Проведены расчеты дисперсии разности чисел фотонов для различных пар частот. Показано, что формируемая в поле высокочастотной накачки квантовая перепутанность оптических изображений преобразуется на более высокие частоты при генерации суммарных частот. В рассмотренном процессе создаются таким образом две пары перепутанных оптических изображений.

1. ВВЕДЕНИЕ

Первые предложения и реализации параметрических процессов в оптике относятся к началу 1960-х гг. [1–5] (см. также обзор [6]). Несколько позже появился интерес к исследованию квантовых флуктуаций при параметрическом преобразовании частоты (см. [7]) и к процессу генерации суммарных частот как нелинейному преобразованию ИК-изображения. Здесь укажем на первые работы [8–11] по преобразованию ИК-изображения методами нелинейной оптики (см. также обзор [12] и книгу [13]). Эти исследования были стимулированы созданием новых типов ИК-приемников, основанных на нелинейно-оптическом взаимодействии интенсивной волны накачки со слабым ИК-сигналом. Проблема регистрации ИК-изображения сводилась, таким образом, к приему и обработке изображения в видимом диапазоне. В 1970-х годах были подробно исследо-

дованы различные характеристики «нелинейных» ИК-приемников, такие как чувствительность, пространственное разрешение, шумы, корреляционные свойства и т. п. [12, 13].

В последнее десятилетие интенсивно развивается область исследований оптического изображения, называемая квантовой обработкой изображений (quantum imaging [14]), в основе которой лежит процесс оптического параметрического усиления (ОПУ) при высокочастотной накачке. В таком процессе фотон накачки распадается на два фотона — с сигнальной и холостой частотами — в отличие от процесса генерации суммарной частоты, где фотон накачки складывается с сигнальным фотоном. При ОПУ таким образом рождаются коррелированные между собой фотоны с частотами ниже частоты накачки. Началом исследований, относящихся к квантовой обработке изображений, явились работы Колобова и Соколова [15] (см. обзор [16]), которые показали возможность подавления квантовых флуктуаций в пространстве (в плоскости, поперечной направлению распространения волны накачки) в тра-

*E-mail: mihasyu@gmail.com

**E-mail: aschirkin@rambler.ru

диционном процессе ОПУ. Авторы работы [15] использовали подход, впервые развитый в работах Ахманова и сотрудников [17, 18], для описания генерации сжатых состояний при параметрическом взаимодействии дифрагирующих световых пучков.

Для эффективного энергообмена между взаимодействующими волнами необходимо, как известно, выполнение условия синхронизма, которое для однородных нелинейных кристаллов можно интерпретировать как условие сохранения импульса. Вместе с тем расширение диапазона применения нелинейно-оптических процессов привело к необходимости включения в ассортимент нелинейной оптики кристаллов с пространственной модуляцией нелинейной восприимчивости [19–21]. Это так называемые нелинейные фотонные кристаллы (НФК), в которых эффективное взаимодействие между волнами происходит при выполнении условия квазисинхронизма.

Примечательно то, что квазисинхронные взаимодействия позволяют не только использовать наибольшую нелинейную восприимчивость кристалла, но и реализовать связанные параметрические взаимодействия. В частности, в аперриодических НФК (АНФК) можно осуществить квазисинхронный процесс ОПУ при высокочастотной накачке, который сопровождается процессами преобразования частот вверх в поле той же самой волны накачки. В таком связанном пятиволновом нелинейно-оптическом взаимодействии реализуется невырожденное параметрическое усиление при низкочастотной накачке [22].

В периодических НФК удастся осуществить только «вырожденное» ОПУ при низкочастотной накачке, когда параметрически может нарастать только одна волна с частотой выше частоты накачки. Квантовые расчеты этого четырехволнового взаимодействия для параметрического усиления оптического изображения при низкочастотной накачке и параметрического преобразования частоты изображения выполнены в работах [23, 24]. В таком связанном нелинейно-оптическом взаимодействии при наличии на входе кристалла оптического изображения на одной частоте получаем на выходе изображения на трех различных частотах. Заметим, что нелинейно-оптическое взаимодействие с одновременным преобразованием и усилением оптического изображения наблюдалось в эксперименте [25] в геометрии неколлинеарного взаимодействия волн в однородном нелинейном кристалле.

В предлагаемой работе развивается квантовая теория дифракции при пятиволновом связанном взаимодействии, которая применена для анализа одно-

временной генерации и преобразования частот вверх перепутанных оптических изображений. Следует отметить, что к настоящему времени теоретические и экспериментальные исследования пространственного перепутывания изображений выполнены при усилении в поле высокочастотной накачки [26]. Поэтому основная цель нашей работы состоит в изучении квантовой перепутанности изображений на частотах выше частоты накачки.

Структура работы такова. В разд. 2 дано описание рассматриваемой оптической схемы параметрического усиления и преобразования оптического изображения в случае близко расположенного объекта. В разд. 3 рассмотрен оператор импульса взаимодействующих полей, лежащий в основе описания пространственной эволюции медленно меняющихся бозе-операторов, связанных с изображениями на взаимодействующих частотах. Здесь же приведены уравнения динамики этих операторов, учитывающие эффект дифракции и групповую скорость взаимодействующих волн. Решение связанных операторных уравнений приведено в разд. 4 в терминах коэффициентов передачи, зависящих от поперечного волнового числа и отстройки от несущей частоты. Среднее число фотонов и его отношение к дисперсии числа фотонов (отношение сигнал/шум) на взаимодействующих частотах рассмотрено в разд. 5. Наконец, в разд. 6 изучена квантовая перепутанность оптических изображений между различными парами частот взаимодействующих волн. В заключении кратко обсуждаются основные результаты работы.

2. ОПТИЧЕСКАЯ СХЕМА УСИЛЕНИЯ И ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ

В данной работе мы рассмотрим оптическую схему с так называемым близко расположенным объектом (рис. 1). Слабое оптическое изображение расположено в объектной плоскости P_1 , которое проецируется на кристалл с помощью двух линз L_1 и L_2 . В АНФК происходит усиление и генерация изображения на новых частотах в связанных нелинейно-оптических процессах (см. разд. 4). Затем изображение с выхода кристалла проецируется на плоскость изображений линзами L_3 и L_4 . Расстояния между объектной плоскостью и линзой L_1 , между линзой L_2 и плоскостью P_2 , между плоскостью P_3 и линзой L_3 , а также между линзой L_4 и плоскостью изображений P_4 равны фокусному расстоянию f этих линз. Расстояние между линзами L_1 и L_2 , а

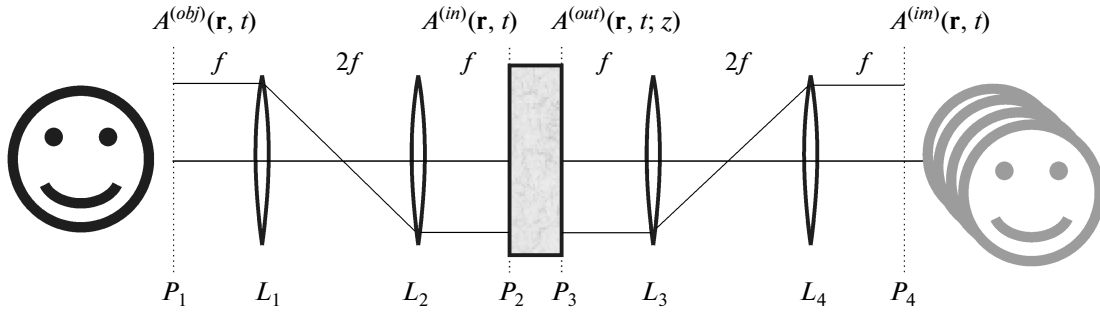


Рис. 1. Схема параметрической генерации и преобразования частот вверх перепутанных оптических изображений в случае близкого расположения объекта

также между L_3 и L_4 равно двум фокусным расстояниям.

Обозначим бозе-операторы полей в объектной плоскости и плоскости изображения соответственно как $\hat{A}_j^{(obj)}(\mathbf{r}, t; z)$ и $\hat{A}_j^{(im)}(\mathbf{r}, t; z)$, а на выходе и входе нелинейного кристалла — как $\hat{A}_j^{(in)}(\mathbf{r}, t; z)$ и $\hat{A}_j^{(out)}(\mathbf{r}, t; z)$, где \mathbf{r} — радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной направлению распространения z , а нижний индекс относится к соответствующей несущей частоте.

Нетрудно показать, что для оптической системы (рис. 1) справедливы следующие соотношения для операторов:

$$\hat{A}_j^{(in)}(\mathbf{r}, t; z) = \hat{A}_j^{(obj)}(-\mathbf{r}, t; z), \quad (1)$$

$$\hat{A}_j^{(im)}(\mathbf{r}, t; z) = \hat{A}_j^{(out)}(-\mathbf{r}, t; z). \quad (2)$$

В аргументах операторов мы пренебрегаем временным запаздыванием, которое несущественно для изучаемых далее вопросов.

Рассматриваемые операторы подчиняются коммутационным соотношениям

$$[\hat{A}_m(\mathbf{r}, t; z), \hat{A}_n^\dagger(\mathbf{r}', t'; z)] = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')\delta(t - t')\delta_{mn}, \quad (3)$$

где δ_{mn} — символ Кронекера, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака.

Величина $\langle \hat{n}_j(\mathbf{r}, t; z) \rangle = \langle \hat{A}_j^\dagger(\mathbf{r}, t; z)\hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z) \rangle$ определяет среднюю плотность потока фотонов в сечении среды z .

Следует отметить, что коммутационные соотношения (3) должны содержать, вообще говоря, слагаемые, связанные с вакуумными флуктуациями вне апертуры зрачка, но при расчете выражений с нормально упорядоченными операторами они не дают вклада и поэтому ими можно пренебречь [16]. Для

нахождения связи между операторами на входе и выходе АНФК следует обратиться к анализу нелинейно-оптического взаимодействия.

3. ОПЕРАТОР ИМПУЛЬСА ПОЛЯ И СВЯЗАННЫЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ; КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ

Рассматриваемое пятиволновое связанное нелинейно-оптическое взаимодействие состоит из одного ОПУ при высокочастотной накачке и двух процессов смешения оптических частот, протекающих в поле волны накачки с частотой ω_p :

$$\begin{aligned} \omega_p &= \omega_1 + \omega_2, \\ \omega_p + \omega_1 &= \omega_3, \\ \omega_p + \omega_2 &= \omega_4, \end{aligned} \quad (4)$$

где ω_j — частоты взаимодействующих волн ($j = 1, \dots, 4$).

Возможность реализации процессов (4) в АНФК в режиме экспоненциального роста интенсивностей волн показана в работе [22]; это взаимодействие подробно исследовано для кристалла LiNbO_3 в случае, когда все взаимодействующие волны имели необыкновенную поляризацию. Нами установлено, что в кристалле LiNbO_3 существует альтернативная возможность осуществления взаимодействия (4) при вырождении по частотам и снятия вырождения по поляризации, т.е. могут выполняться равенства $\omega_1 = \omega_2$ и $\omega_3 = \omega_4$, при этом волны с одинаковыми частотами имеют разную поляризацию. Квантовая теория процессов (4) для случая плоских монохроматических волн развита в работе [27]. Применение обсуждаемого взаимодействия для одновременного усиления и преобразования частот оптического изображения требует учета явления дифракции.

При строгом квантовом описании дифракционных эффектов следует исходить из оператора импульса взаимодействующих полей [24], с которым связана пространственная динамика медленно меняющихся бозе-операторов. Оператор импульса поля, включающий рассматриваемые нелинейные процессы, дифракцию и частотную дисперсию среды, имеет следующий вид (ср. с [24]):

$$\begin{aligned} \hat{G}_{int} = & \hbar \iint \left[\beta \hat{A}_1^\dagger(\boldsymbol{\rho}, \tau; z) \hat{A}_2^\dagger(\boldsymbol{\rho}, \tau; z) + \right. \\ & + \gamma_1 \hat{A}_3^\dagger(\boldsymbol{\rho}, \tau; z) \hat{A}_1(\boldsymbol{\rho}, \tau; z) + \\ & \left. + \gamma_2 \hat{A}_4^\dagger(\boldsymbol{\rho}, \tau; z) \hat{A}_2(\boldsymbol{\rho}, \tau; z) \right] d\tau d\boldsymbol{\rho} + \text{H.c.} + \\ & + \sum_{j=1}^4 \iint \left[\frac{\hbar}{2u_j} \left(i \hat{A}_j^\dagger(\boldsymbol{\rho}, \tau; z) \frac{\partial \hat{A}_j(\boldsymbol{\rho}, \tau; z)}{\partial \tau} + \text{H.c.} \right) - \right. \\ & \left. - \frac{\hbar}{2k_j} \frac{\partial \hat{A}_j^\dagger(\boldsymbol{\rho}, \tau; z)}{\partial \boldsymbol{\rho}} \frac{\partial \hat{A}_j(\boldsymbol{\rho}, \tau; z)}{\partial \boldsymbol{\rho}} \right] d\tau d\boldsymbol{\rho}. \quad (5) \end{aligned}$$

Первые три слагаемых в правой части (5) ответственны за нелинейные взаимодействия волн (4) (β , γ_1 и γ_2 — нелинейные коэффициенты связи), первое слагаемое под знаком суммы учитывает распространение волн с групповой скоростью (u_j — групповая скорость волны на частоте ω_j), а второе — явление дифракции ($k_j = n(\omega_j)\omega_j/c$ — волновое число).

Оператор (5) записан в приближении заданного поля плоской волны накачки. При этом фигурирующие в нем постоянные нелинейные коэффициенты связи являются эффективными значениями таковых при выполнении условия фазового квазисинхронизма в АНФК. Эта фактическая замена аперiodически неоднородного нелинейного кристалла однородным нелинейным справедлива при условии, что характерная нелинейная длина взаимодействия волн значительно превосходит наибольший масштаб неоднородности [22]. Существенную роль при этом может играть нескомпенсированная фазовая расстройка.

Эволюция бозе-операторов в пространстве подчиняется уравнению [28]

$$i\hbar \frac{\partial \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z)}{\partial z} = [\hat{G}_{int}, \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z)]. \quad (6)$$

Подстановка (5) в (6) при учете коммутационных соотношений (3) дает следующую систему связанных операторных уравнений:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_1} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{i}{2k_1} \Delta_\perp \right) \hat{A}_1(\mathbf{r}, t; z) = & \\ = i\beta \hat{A}_2^\dagger(\mathbf{r}, t; z) + i\gamma_1^* \hat{A}_3(\mathbf{r}, t; z), & \\ \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_2} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{i}{2k_2} \Delta_\perp \right) \hat{A}_2(\mathbf{r}, t; z) = & \\ = i\beta \hat{A}_1^\dagger(\mathbf{r}, t; z) + i\gamma_2^* \hat{A}_4(\mathbf{r}, t; z), & \quad (7) \\ \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_3} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{i}{2k_3} \Delta_\perp \right) \hat{A}_3(\mathbf{r}, t; z) = & \\ = i\gamma_1 \hat{A}_1(\mathbf{r}, t; z), & \\ \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_4} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{i}{2k_4} \Delta_\perp \right) \hat{A}_4(\mathbf{r}, t; z) = & \\ = i\gamma_2 \hat{A}_2(\mathbf{r}, t; z). & \end{aligned}$$

Здесь $\Delta_\perp = \Delta_\perp(x, y)$ — поперечный лапласиан. Уравнения (7) необходимо дополнить эрмитово-сопряженными уравнениями, т.е. уравнениями для операторов \hat{A}_j^\dagger . Заметим, что при замене в (7) бозе-операторов на комплексные амплитуды взаимодействующих полей уравнения переходят в классические для рассматриваемого процесса.

4. РЕШЕНИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ, КОЭФФИЦИЕНТЫ ПЕРЕДАЧИ

Система уравнений (7) решалась с помощью преобразования Фурье:

$$\begin{aligned} \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z) = & \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{a}_j(\mathbf{q}, \Omega; z) e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} - \Omega t)} d\mathbf{q} d\Omega, \\ \hat{a}_j(\mathbf{q}, \Omega; z) = & \frac{1}{(2\pi)^3} \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{A}_j(\mathbf{r}, t; z) e^{-i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} - \Omega t)} d\mathbf{r} dt. \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнения для фурье-компонент операторов имеют вид

$$\begin{cases} \frac{d\hat{a}_1}{d\zeta} = -i\delta_1 \hat{a}_1 + i\hat{a}_2^\dagger + i\xi_1 \hat{a}_3, \\ \frac{d\hat{a}_2^\dagger}{d\zeta} = -i\hat{a}_1 + i\delta_2 \hat{a}_2^\dagger - i\xi_2 \hat{a}_4^\dagger, \\ \frac{d\hat{a}_3}{d\zeta} = i\xi_1 \hat{a}_1 - i\delta_3 \hat{a}_3, \\ \frac{d\hat{a}_4^\dagger}{d\zeta} = -i\xi_2 \hat{a}_2^\dagger + i\delta_4 \hat{a}_4^\dagger. \end{cases} \quad (9)$$

Оператор $\hat{a}_j = \hat{a}_j(\mathbf{q}, \Omega; z)$ ($\hat{a}_j^\dagger = \hat{a}_j^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega; z)$) имеет смысл оператора уничтожения (рождения) фотона с частотой $\omega_j + \Omega$ и поперечным волновым числом \mathbf{q} , $\zeta = \beta z$ — приведенная длина взаимодействия,

$\delta_j = (q^2/2k_j - \Omega/u_j)/\beta$ — фазовый набег на нелинейной длине $(1/\beta)$ для фурье-компоненты, обусловленный дифракцией и отличием частоты от несущей, $\xi_{1,2} = \gamma_{1,2}/\beta$ — нормированные нелинейные коэффициенты, отвечающие за процесс смешения частот.

Формально решение системы уравнений (9) можно представить в виде

$$\mathbf{A} = Q\mathbf{A}_0, \quad Q = \exp(iMz),$$

где матрица

$$M = i \begin{pmatrix} -\delta_1 & 1 & \xi_1 & 0 \\ -1 & \delta_2 & 0 & -\xi_2 \\ \xi_1 & 0 & -\delta_3 & 0 \\ 0 & -\xi_2 & 0 & \delta_4 \end{pmatrix},$$

$\mathbf{A} = (\hat{a}_1, \hat{a}_2^\dagger, \hat{a}_3, \hat{a}_4^\dagger)^T$ — столбец операторов рождения и уничтожения фотонов на соответствующих частотах и с соответствующими поперечными волновыми числами, на входе кристалла $\mathbf{A}_0 = \mathbf{A}(z = 0)$. Символ T означает транспонирование.

Элементы $Q_{mn}(\mathbf{q}, \Omega; z)$ 4×4 -матрицы Q имеют следующий физический смысл. В случае $n = m$ элементы Q_{mn} связаны с «самопреобразованием» и описывают изменение оператора на частоте ω_n . При $n \neq m$ функция Q_{mn} описывает преобразование с несущей частоты ω_m на частоту ω_n . В общем случае характеристическое уравнение, соответствующее системе уравнений (9), имеет четыре различных корня. Однако при этом функции $Q_{nm}(\mathbf{q}, \Omega; z)$ имеют довольно громоздкую структуру. Вместе с тем возможны их некоторые физически обоснованные упрощения.

Конструирование АНФК позволяет создать структуры с нелинейными коэффициентами $\gamma_1 = \gamma_2$ [22], т. е. можно считать, что $\xi_1 = \xi_2 = \xi$. Кроме того, нетрудно показать, что разность фазовых набегов, например, между волнами на частотах ниже частоты накачки, равная

$$\begin{aligned} \Delta\delta_{12} &= \delta_1 - \delta_2 = \\ &= \beta^{-1} \left[\frac{(k_2 - k_1)q^2}{2k_1k_2} + \Omega \left(\frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_1} \right) \right], \end{aligned} \quad (10)$$

в рамках используемых квазиоптического приближения (квазиплоских пучков) и первого приближения теории дисперсии гораздо меньше единицы ($\Delta\delta_{12} \ll 1$). Первое слагаемое в правой части (10) будет меньше, чем величина $q^2/2\beta k_1$, которая имеет значение около 0.2 для $k_1 \approx 6 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$, $\beta = 10 \text{ см}^{-1}$, $q = 0.5 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$ (см. ниже). Второе слагаемое в (10)

можно оценить как 10^{-2} при $\Omega = 10^{10} \text{ Гц}$ для групповой расстройки $(1/u_2 - 1/u_1) \approx 10^{-11} \text{ с/см}$. Подобные оценки можно сделать для частот, превышающих частоту накачки. Таким образом мы можем пренебречь различием дифракционных эффектов и групповых скоростей для волн с частотами, лежащими ниже частоты накачки, и для волн с частотами, лежащими выше частоты накачки. Поэтому далее полагаем $\delta_1 = \delta_2 = \epsilon_1$ и $\delta_3 = \delta_4 = \epsilon_2$. Для этого случая в Приложении приведены выражения для коэффициентов передачи Q_{nm} . Заметим, что важную роль в нелинейных взаимодействиях играет фактор усиления, который определяет темп нарастания амплитуд взаимодействующих волн. В рассматриваемых приближениях существует два значения фактора усиления:

$$\begin{aligned} \Gamma_{1,2} &= \frac{1}{2} \left[\left((1 - 2\xi^2 - \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sqrt{(\xi^2 - \epsilon_1\epsilon_2)^2 - \epsilon_2^2} \right)^{1/2} \pm \right. \\ &\quad \left. \pm \left((1 - 2\xi^2 - \epsilon_1^2 - \epsilon_2^2) - \sqrt{(\xi^2 - \epsilon_1\epsilon_2)^2 - \epsilon_2^2} \right)^{1/2} \right]. \end{aligned}$$

Наиболее интересным для практических целей является такое значение параметра ξ , когда оба подкоренных выражения больше нуля. Именно в этом случае реализуется режим монотонного экспоненциального роста интенсивностей взаимодействующих волн.

На рис. 2 представлены графики абсолютных значений коэффициентов передачи Q_{mn} в зависимости от приведенной длины взаимодействия $\zeta = \beta z$ и поперечного волнового вектора q . Из графиков видно, что при рассматриваемых условиях области пространственных спектров, в которых возможны эффективное усиление и преобразование изображений (полосы параметрического усиления), составляют порядка $q_0 = 500 \text{ см}^{-1}$. Детали изображения с характерными размерами, превышающими $\delta x \sim 1/q_0 = 20 \text{ мкм}$, будут усиливаться и преобразовываться практически без искажений, в то время как информация о более «мелких» деталях изображения будет искажаться.

5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ; ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ШУМ

Мы рассматриваем схему, такую что исходное изображение проецируется на вход кристалла, в ко-

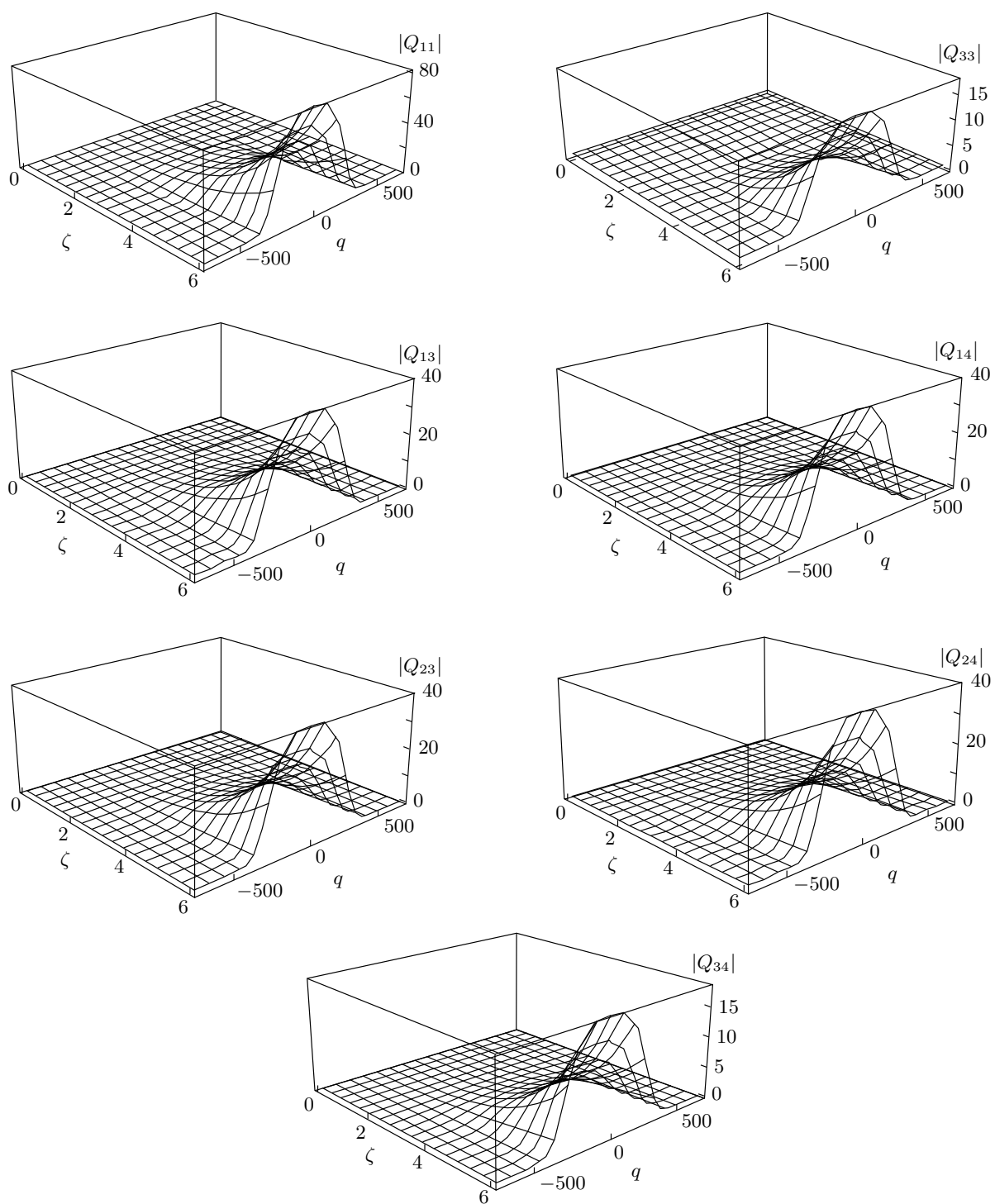


Рис. 2. Модули коэффициентов передачи Q_{nm} в зависимости от приведенной длины взаимодействия $\zeta = \beta z$ и поперечного волнового вектора q для $\Omega = 0$

тором происходит его нелинейное преобразование (процессы (7)). На рис. 1 показано, как это можно осуществить с помощью системы линз с одинаковыми фокусными расстояниями. Пусть в плоскости объекта P_1 расположен объект, подсвечиваемый когерентной волной с центральной частотой ω_1 :

$$\hat{A}_1^{(obj)}(\mathbf{r}, \Omega)|\alpha_{10}(\mathbf{r}, \Omega)\rangle = \alpha_{10}(\mathbf{r}, \Omega)|\alpha_{10}(\mathbf{r}, \Omega)\rangle.$$

Полагая эту волну монохроматической, имеем

$$\alpha_{10}(\mathbf{r}, \Omega) = \delta(\Omega)\alpha_{10}(\mathbf{r}),$$

$$\hat{A}_1^{(obj)}(\mathbf{r})|\alpha_{10}(\mathbf{r})\rangle = \alpha_{10}(\mathbf{r})|\alpha_{10}(\mathbf{r})\rangle,$$

где $\alpha_{10}(\mathbf{r})$ имеет смысл амплитуды изображения в плоскости объекта, в точке с радиус-вектором \mathbf{r} . Помимо изображения на частоте ω_1 на вход кристалла подается плоская интенсивная волна накачки с частотой ω_p , рассматриваемая классически. Остальные моды на входе нелинейного кристалла находятся в вакуумном состоянии.

Из-за наличия вакуумных флуктуаций мод пространственно-временной спектр флуктуаций изображений на выходе АНФК определяется усиливаемыми полосами частотного и пространственного спектров. Для уменьшения влияния усиленного шума необходимо использовать частотные фильтры. Следует заметить, что роль частотного фильтра в другой схеме по квантовым изображениям — в схеме с далеко расположенным объектом — может выполнять диафрагма. Обозначим через $F_j(\Omega)$ частотную функцию пропускания фильтра с центральной частотой пропускания ω_j . Для простоты можно считать все функции пропускания фильтров одинаковыми: $F_j(\Omega) = F(\Omega)$. Тогда после прохождения фильтров для фурье-компонент операторов поля справедливы следующие соотношения:

$$\hat{b}_j(\mathbf{q}, \Omega; z) = F(\Omega)\hat{a}_j^{(im)}(\mathbf{q}, \Omega; z),$$

а соответствующие выражения для операторов амплитуд имеют вид

$$\hat{B}_j(\mathbf{r}, t; z) = \iint_{-\infty}^{\infty} \hat{b}_j(\mathbf{q}, \Omega; z)e^{i(\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}-\Omega t)}d\mathbf{q}d\Omega.$$

Средние значения операторов величин, измеряемых фотодетекторами, определяются выражением

$$\langle \hat{N}_j(\mathbf{r}, t) \rangle = \int_{t-T_0/2}^{t+T_0/2} dt' \int_{S_p} d\mathbf{r}' \langle \hat{B}_j^\dagger(\mathbf{r}', t')\hat{B}_j(\mathbf{r}', t') \rangle,$$

где интегрирование проводится по площади пиксела S_p в окрестности точки \mathbf{r} и по времени регистрации детектора T_0 в окрестности момента времени t (детекторы считаем идеальными). Приведенные ниже результаты получены в предположении, что пространственные полосы коэффициентов передачи намного шире пространственного спектра входного изображения. В этом случае для средней плотности потока фотонов $\langle \hat{n}_1(\mathbf{r}, t) \rangle = \langle \hat{N}_j(\mathbf{r}, t) \rangle / S_p T_0$ на выходе оптической системы (в плоскости изображения P_4) на рассматриваемых частотах имеем

$$\begin{aligned} \langle \hat{n}_1(\mathbf{r}) \rangle &= |Q_{11}(0, 0; \zeta)|^2 \langle n_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \iint |F(\Omega)|^2 (|Q_{12}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2 + \\ &+ |Q_{14}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2) d\mathbf{q} d\Omega, \\ \langle \hat{n}_2(\mathbf{r}) \rangle &= |Q_{12}(0, 0; \zeta)|^2 \langle n_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \iint |F(\Omega)|^2 (|Q_{12}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2 + \\ &+ |Q_{14}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2) d\mathbf{q} d\Omega, \\ \langle \hat{n}_3(\mathbf{r}) \rangle &= |Q_{13}(0, 0; \zeta)|^2 \langle n_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \iint |F(\Omega)|^2 (|Q_{14}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2 + \\ &+ |Q_{34}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2) d\mathbf{q} d\Omega, \\ \langle \hat{n}_4(\mathbf{r}) \rangle &= |Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2 \langle n_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \\ &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \iint |F(\Omega)|^2 (|Q_{14}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2 + \\ &+ |Q_{34}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2) d\mathbf{q} d\Omega. \end{aligned} \tag{11}$$

Из выражений (11) видно, что средняя плотность числа фотонов на каждой частоте состоит из двух вкладов: вклада от усиленного или преобразованного когерентного сигнального изображения (первые слагаемые) и вклада, обусловленного вакуумными флуктуациями, который существует в отсутствие когерентного сигнала и который таким образом создает фон $\langle \hat{n}_j^{(b)}(\mathbf{r}) \rangle$.

Расчет дисперсии плотности числа фотонов $\sigma_j^2(\mathbf{r}) = \langle \hat{n}_j^2(\mathbf{r}) \rangle - \langle \hat{n}_j(\mathbf{r}) \rangle^2$ приводит к выражениям:

$$\begin{aligned}
 \sigma_1^2(\mathbf{r}) &= \langle \hat{n}_1(\mathbf{r}) \rangle + 2|Q_{11}(0, 0; \zeta)|^2 \times \\
 &\times (|Q_{12}(0, 0; \zeta)|^2 + |Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2) \langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \\
 &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \iint |F(\Omega)|^4 (|Q_{12}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2 + \\
 &\quad + |Q_{14}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2)^2 d\mathbf{q} d\Omega, \\
 \sigma_2^2(\mathbf{r}) &= \langle \hat{n}_2(\mathbf{r}) \rangle + 2|Q_{12}(0, 0; \zeta)|^2 (|Q_{12}(0, 0; \zeta)|^2 + \\
 &\quad + |Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2) \langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \\
 &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \iint |F(\Omega)|^4 (|Q_{12}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2 + \\
 &\quad + |Q_{14}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2)^2 d\mathbf{q} d\Omega, \\
 \sigma_3^2(\mathbf{r}) &= \langle \hat{n}_3(\mathbf{r}) \rangle + 2|Q_{13}(0, 0; \zeta)|^2 (|Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2 + \\
 &\quad + |Q_{34}(0, 0; \zeta)|^2) \langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \\
 &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \iint |F(\Omega)|^4 (|Q_{14}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2 + \\
 &\quad + |Q_{34}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2)^2 d\mathbf{q} d\Omega, \\
 \sigma_4^2(\mathbf{r}) &= \langle \hat{n}_4(\mathbf{r}) \rangle + 2|Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2 (|Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2 + \\
 &\quad + |Q_{34}(0, 0; \zeta)|^2) \langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \\
 &+ \frac{1}{(2\pi)^3} \iint |F(\Omega)|^4 (|Q_{14}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2 + \\
 &\quad + |Q_{34}(\mathbf{q}, \Omega; \zeta)|^2)^2 d\mathbf{q} d\Omega.
 \end{aligned} \tag{12}$$

В этих выражениях, как и в (11), есть слагаемые, связанные с входным изображением, а также определяемые интегралами слагаемые, связанные с вакуумными флуктуациями, которые обозначим через $\sigma_j^{(b)2}(\mathbf{r})$. Величины $\langle \hat{n}_j^{(b)}(\mathbf{r}) \rangle$ и $\sigma_j^{(b)2}(\mathbf{r})$ можно измерить до поступления изображения на нелинейный кристалл. Поэтому в соответствии с формулами (11) и (12) полезное среднее число фотонов, связанное с когерентным изображением, и соответствующую ему дисперсию на каждой из несущих изображением частот определим как

$$\begin{aligned}
 \langle \hat{n}_j^{(u)}(\mathbf{r}) \rangle &= \langle \hat{n}_j(\mathbf{r}) \rangle - \langle \hat{n}_j^{(b)}(\mathbf{r}) \rangle, \\
 \sigma_j^{(u)2}(\mathbf{r}) &= \sigma_j^2(\mathbf{r}) - \sigma_j^{(b)2}(\mathbf{r}).
 \end{aligned} \tag{13}$$

В теории квантового изображения отношение сигнала к шуму определяют следующим образом:

$$\left(\frac{S}{N} \right)_j^{(out)} = \frac{\langle \hat{n}_j^{(u)}(\mathbf{r}) \rangle^2}{\sigma_j^{(u)2}(\mathbf{r})}.$$

Для параметра $(S/N)_j^{(out)}$, используя формулы (11) и (12), получаем выражения

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{S}{N} \right)_1^{(out)} &= \frac{|Q_{11}(0, 0; \zeta)|^2}{1 + 2(|Q_{12}(0, 0; \zeta)|^2 + |Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2)}, \\
 \left(\frac{S}{N} \right)_2^{(out)} &= \frac{|Q_{12}(0, 0; \zeta)|^2}{1 + 2(|Q_{12}(0, 0; \zeta)|^2 + |Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2)},
 \end{aligned}$$

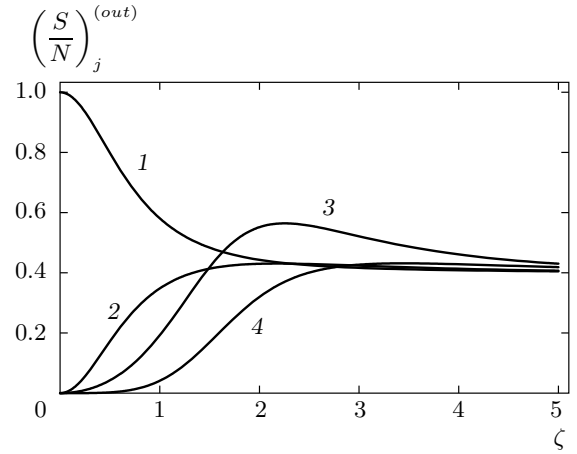


Рис. 3. Отношения сигнал/шум в зависимости от приведенной длины взаимодействия ζ при $\xi = \gamma/\beta = 0.4$; кривая с j -м номером соответствует изображению с несущей частотой ω_j

$$\left(\frac{S}{N} \right)_3^{(out)} = \frac{|Q_{13}(0, 0; \zeta)|^2}{1 + 2(|Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2 + |Q_{34}(0, 0; \zeta)|^2)},$$

$$\left(\frac{S}{N} \right)_4^{(out)} = \frac{|Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2}{1 + 2(|Q_{14}(0, 0; \zeta)|^2 + |Q_{34}(0, 0; \zeta)|^2)}.$$

На рис. 3 представлены графики зависимостей отношения сигнал/шум для полей на генерируемых частотах в зависимости от длины взаимодействия ζ . Видно, что при усилении входного изображения отношение сигнал/шум для него уменьшается, тогда как для изображений на генерируемых частотах, наряду с ростом среднего числа фотонов, имеет место рост отношения сигнал/шум. Однако уже на нескольких нелинейных длинах отношение сигнал/шум достигает асимптотического значения. Анализ показал, что асимптотические значения зависят от отношения нелинейных коэффициентов связи волн.

6. КОРРЕЛЯЦИЯ И ПЕРЕПУТАННОСТЬ ОПТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Как отмечалось выше, рассматриваемый связанный процесс в приближении плоских волн изучен в работе [27], где в терминах квадратурных компонент (непрерывных квантовых переменных) показано, что перепутанными оказываются квадратуры не только на частотах ω_1 и ω_2 , но и на частотах ω_3 и ω_4 . При анализе оптического изображения дело имеет с числом фотонов (дискретными квантовыми переменными). При этом следует иметь в виду, что

квадратурные компоненты зависят от фазы поля, а число фотонов нет.

Будем характеризовать связь между изображениями на различных частотах нормированной дисперсией разности чисел фотонов:

$$V_{jk} = \frac{\langle (\hat{n}_j - \hat{n}_k)^2 \rangle - \langle \hat{n}_j - \hat{n}_k \rangle^2}{\langle \hat{n}_j \rangle + \langle \hat{n}_k \rangle} = \frac{\sigma_j^2 + \sigma_k^2 - 2R_{jk}}{\langle \hat{n}_j \rangle + \langle \hat{n}_k \rangle}, \quad (14)$$

где R_{jk} — коэффициент корреляции чисел фотонов:

$$R_{jk} = \langle \hat{n}_j \hat{n}_k \rangle - \langle \hat{n}_j \rangle \langle \hat{n}_k \rangle. \quad (15)$$

По значению величины V_{jk} можно судить о статистике разности чисел фотонов на частотах ω_j и ω_k . Для изображений, находящихся в когерентном состоянии, $\sigma_j^2 = \langle \hat{n}_j \rangle$, $\sigma_k^2 = \langle \hat{n}_k \rangle$ и $R_{jk} = 0$, так что $V_{jk} = 1$. Для статистически независимых полей с гауссовой статистикой

$$V_{jk} = 1 + \frac{\langle \hat{n}_j \rangle^2 + \langle \hat{n}_k \rangle^2}{\langle \hat{n}_j \rangle + \langle \hat{n}_k \rangle}, \quad (16)$$

т. е. значение $V_{jk} > 1$. Если $V_{jk} < 1$, то статистика разности чисел фотонов $(\hat{n}_j - \hat{n}_k)$ субпуассоновская и флуктуации ниже уровня стандартного квантового предела, равного $\langle \hat{n}_j + \hat{n}_k \rangle$. Субпуассоновская статистика свидетельствует о квантовой перепутанности состояний.

Для анализа параметра V_{jk} в рассматриваемой нами ситуации необходимо знать величины R_{jk} (15). Расчеты приводят к следующим выражениям:

$$\begin{aligned} R_{12} &= (2|Q_{11}|^2|Q_{12}|^2 + Q_{11}Q_{14}Q_{13}^*Q_{12}^* + \\ &+ Q_{11}^*Q_{14}^*Q_{13}Q_{12})\langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}t) \rangle + \frac{1}{(2\pi)^6} \times \\ &\times \iint |F(\Omega)|^4 (|Q_{11}|^2|Q_{12}|^2 + |Q_{13}|^2|Q_{14}|^2 + \\ &+ Q_{11}Q_{14}Q_{13}^*Q_{12}^* + Q_{11}^*Q_{14}^*Q_{13}Q_{12}) d\mathbf{q} d\Omega, \\ R_{34} &= (2|Q_{13}|^2|Q_{14}|^2 + Q_{13}Q_{43}Q_{33}^*Q_{41}^* + \\ &+ Q_{13}^*Q_{43}^*Q_{33}Q_{41})\langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \frac{1}{(2\pi)^6} \times \\ &\times \iint |F(\Omega)|^4 (|Q_{13}|^2|Q_{14}|^2 + |Q_{33}|^2|Q_{34}|^2 + \\ &+ Q_{13}Q_{43}Q_{33}^*Q_{41}^* + Q_{13}^*Q_{43}^*Q_{33}Q_{41}) d\mathbf{q} d\Omega, \\ R_{13} &= (Q_{11}Q_{13}^*(Q_{12}^*Q_{32} + Q_{14}^*Q_{34}) + \\ &+ Q_{11}^*Q_{13}(Q_{12}Q_{32}^* + Q_{14}Q_{34}^*))\langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}) \rangle + \frac{1}{(2\pi)^6} \times \\ &\times \iint |F(\Omega)|^4 (|Q_{12}|^2|Q_{14}|^2 + |Q_{14}|^2|Q_{34}|^2 + \\ &+ Q_{12}Q_{34}Q_{14}^*Q_{32}^* + Q_{12}^*Q_{34}^*Q_{14}Q_{32}) d\mathbf{q} d\Omega. \end{aligned} \quad (17)$$

В выражениях (17) для упрощения записи опущены аргументы функции Q_{nm} ; при этом подынтегральные функции Q_{nm} зависят от параметров \mathbf{q} , Ω и ζ , а для множителей перед $\langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}) \rangle$ значения $\mathbf{q} = 0$ и $\Omega = 0$.

Интегральные выражения в (17), как и в (11) и (12), определяют «фоновое» значение корреляции фотонов $R_{jk}^{(b)}$ в отсутствие входного изображения. Полезные корреляции фотонов $R_{jk}^{(u)}$ связаны со средним числом фотонов входного изображения $\langle \hat{n}_{10}(\mathbf{r}) \rangle$.

На рис. 4 представлены графики дисперсии V_{jk} для различных пар частот изображения в зависимости от длины взаимодействия $\zeta = \beta z$ и параметра $\xi = \gamma/\beta$, рассчитанные при подстановке в соотношение (14) значений $\langle \hat{n}_j^{(u)}(\mathbf{r}) \rangle$, $\sigma_j^{(u)2}(\mathbf{r})$ и $R_{jk}^{(u)}$. Из рис. 4 следует, что между изображениями на частотах ω_1 и ω_2 и изображениями на частотах ω_3 и ω_4 имеются квантовые корреляции ($V_{12}, V_{34} < 1$), т. е. изображения на этих парах частот оказываются перепутанными. Перепутанность изображений на других возможных парах частот отсутствует; $V_{13}, V_{14} > 1$, а также $V_{23}, V_{24} > 1$.

Полученные результаты можно интерпретировать таким образом. Рождающийся флуктуационный поток фотонов на сигнальной частоте ω_1 при параметрическом усилении в поле высокочастотной накачки связан с начальным изображением и он иницирует коррелированный поток фотонов на частоте ω_2 благодаря распаду фотонов накачки на фотоны с указанными частотами (рождаются так называемые ЭПР-пары, пары Эйнштейна–Подольского–Розена). В идеальном случае значение $V_{12} = 0$. Фотоны изображений на частотах ω_3 и ω_4 появляются в результате независимых актов слияния фотонов накачки с фотонами частот ω_1 и ω_2 . При этом из низкочастотных изображений по отношению к частоте накачки удаляются перепутанные пары фотонов, вследствие чего высокочастотные изображения также оказываются перепутанными, $V_{34} < 1$. Однако степень этой перепутанности меньше, чем на низких частотах. Поля между низкочастотными и высокочастотными (по отношению к накачке) изображениями некоррелированы ($V_{13}, V_{14} > 1$) в силу указанной выше причины — удаления коррелированных фотонов при преобразовании их частоты вверх. Таким образом в рассмотренных связанных параметрических процессах генерируемые перепутанные низкочастотные изображения преобразуются в перепутанные изображения с более высокой частотой. Иначе говоря, в рассмотренном типе нелинейно-оптического взаимодействия в поле одной вол-

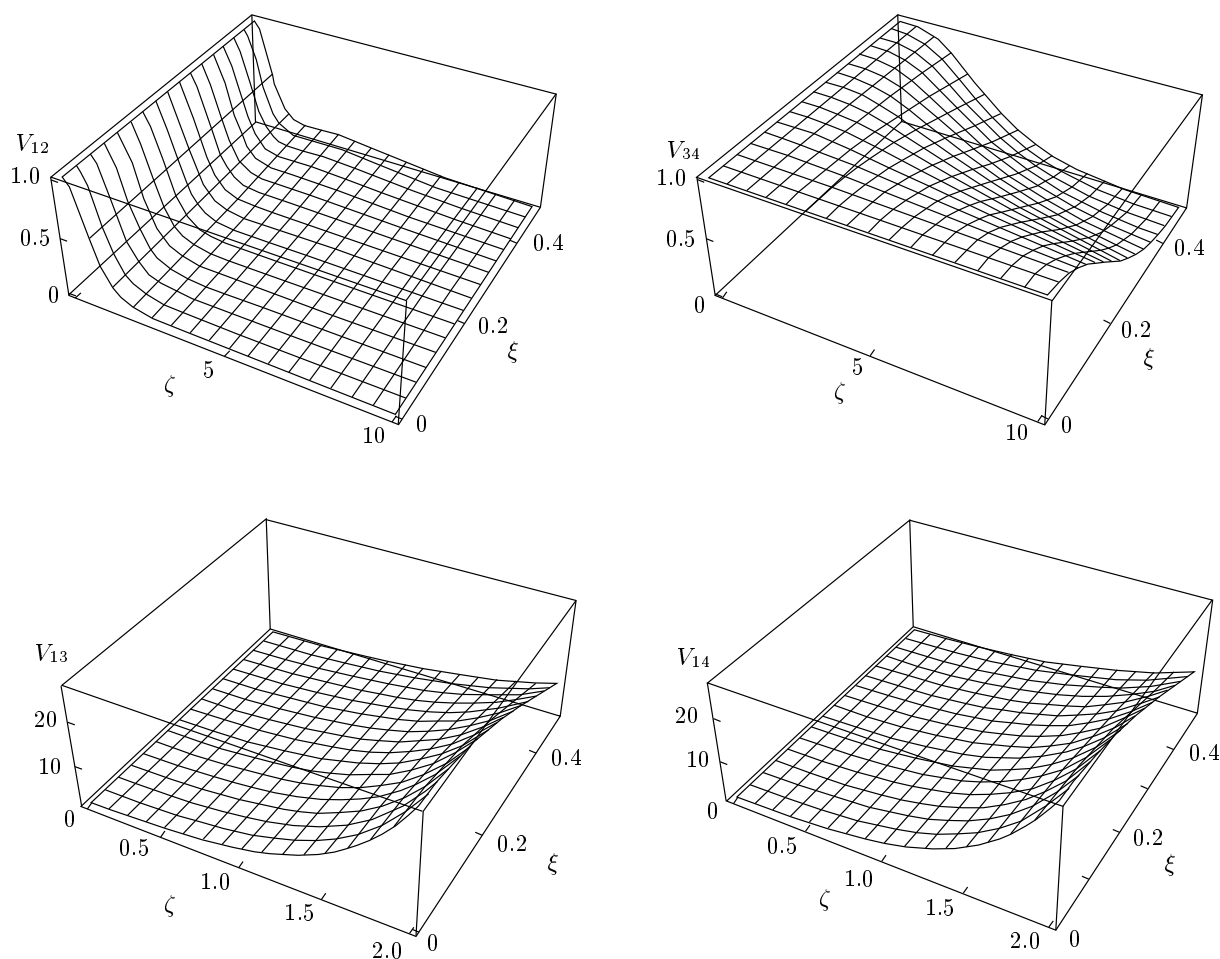


Рис. 4. Нормированная дисперсия V_{jk} разности чисел фотонов в зависимости от приведенной длины взаимодействия $\zeta = \beta z$ и от параметра $\xi = \gamma/\beta$

ны накачки формируются две пары перепутанных оптических изображений.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе впервые исследовано одновременное параметрическое усиление и преобразование частоты вверх оптического изображения в связанном пятичастотном процессе, протекающем в поле одной частоты накачки и включающем традиционный трехчастотный параметрический процесс и два процесса генерации суммарных частот. В результате при поступлении на вход оптической схемы изображения на одной частоте на ее выходе имеем четыре изображения. Такие процессы можно осуществить при квазисинхронном взаимодействии в аперидических нелинейных фотонных кристал-

лах [22]. В работе рассмотрен случай входного оптического изображения с частотой ниже частоты накачки в геометрии близко расположенного объекта. Квантовая теория рассмотренного процесса развита с учетом эффекта дифракции и групповых скоростей взаимодействующих волн. Рассчитано отношение среднего числа фотонов к дисперсии числа фотонов изображения (отношение сигнал/шум) за вычетом фоновых значений этих параметров в отсутствие входного изображения. Установлено, что отношение сигнал/шум при усилении входного изображения уменьшается, тогда как отношения сигнал/шум для изображений на генерируемых частотах увеличиваются с ростом коэффициента усиления (с ростом длины взаимодействия), достигая при этом асимптотического значения в области больших коэффициентов усиления. Проведенное рассмотрение генерируемых полей на наличие квантовых кор-

реляций между числами фотонов изображений показало, что существуют сугубо квантовые корреляции (перепутывание) в состояниях изображений на частотах ω_1 и ω_2 и на частотах ω_3 и ω_4 .

Полученные в настоящей работе результаты могут быть использованы для анализа квантовой телепортации перепутанных оптических изображений в схеме, рассмотренной в работе [29]. Кроме того, изученный нелинейно-оптический процесс может представить интерес для голографической телепортации оптического изображения с преобразованием несущей частоты [30].

Авторы благодарят за обсуждение результатов работы О. В. Беляеву и М. И. Колобова.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-02-00128) и Федерального агентства по науке и инновациям (Роснаука), госконтракт 02.740.11.0223. М. Ю. Сайгин благодарит также за поддержку фонд «Династия».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Коэффициенты передачи Q_{mn}

Элементы $Q_{mn}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2)$ матрицы Q не являются независимыми. Коммутационные соотношения для операторов $\hat{a}_j(\mathbf{q}, \Omega; z)$, $\hat{a}_j^\dagger(-\mathbf{q}, -\Omega; z)$:

$$[\hat{a}_m(\mathbf{q}', \Omega'; z), \hat{a}_n^\dagger(-\mathbf{q}'', -\Omega''; z)] = \frac{\delta_{mn} \delta(\mathbf{q}' + \mathbf{q}'') \delta(\Omega' + \Omega'')}{(2\pi)^3}, \quad (18)$$

требуют выполнения следующих соотношений для $Q_{mn}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2)$:

$$\sum_{k=1}^4 (-1)^{m+n} Q_{mk}^*(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) Q_{nk}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) = \delta_{mn}.$$

При равенстве нелинейных коэффициентов, отвечающих за преобразование частоты вверх ($\gamma_1 = \gamma_2$), число независимых коэффициентов передачи уменьшается. Имеем такие соотношения:

$$Q_{22} = Q_{11}^*, \quad Q_{44} = Q_{33}^*, \quad Q_{21} = Q_{12}^*, \quad Q_{43} = Q_{34}^*,$$

$$Q_{31} = Q_{13}, \quad Q_{42} = Q_{24}, \quad Q_{41} = -Q_{14}, \quad Q_{14} = Q_{23}.$$

Выражения для коэффициентов Q_{mn} в базисе гиперболических функций: $C_1 = \text{ch}(\Gamma_1 \zeta)$, $C_2 = \text{ch}(\Gamma_2 \zeta)$, $S_1 = \text{sh}(\Gamma_1 \zeta)$, $S_2 = \text{sh}(\Gamma_2 \zeta)$, отвечающих режиму монотонного роста, имеют вид

$$Q_{11}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) = \mu \left[(\Gamma_1^2 + \xi^2 + \delta_1^2 - 1) C_2 - (\Gamma_2^2 + \xi^2 + \delta_1^2 - 1) C_1 + i(\delta_1(\Gamma_2^2 + \delta_1^2 + 2\xi^2 - 1) + \delta_2 \xi^2) \frac{S_1}{\Gamma_1} - (\delta_1(\Gamma_1^2 + \delta_1^2 + 2\xi^2 - 1) + \delta_2 \xi^2) \frac{S_2}{\Gamma_2} \right],$$

$$Q_{12}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) = i\mu \left[(\Gamma_1^2 + \delta_1^2 + 2\xi^2 - 1) \frac{S_2}{\Gamma_2} - (\Gamma_2^2 + \delta_1^2 + 2\xi^2 - 1) \frac{S_1}{\Gamma_1} \right],$$

$$Q_{13}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) = \mu\xi \left[(\delta_1 + \delta_2)(C_1 - C_2) + i \left((\Gamma_1^2 + \xi^2 + \delta_2^2 + \delta_1 \delta_2 + \delta_1^2 - 1) \frac{S_2}{\Gamma_2} - (\Gamma_2^2 + \xi^2 + \delta_2^2 + \delta_1 \delta_2 + \delta_1^2 - 1) \frac{S_1}{\Gamma_1} \right) \right],$$

$$Q_{14}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) = \mu\xi \left[(C_1 - C_2) + i\delta_2 \left(\frac{S_1}{\Gamma_1} - \frac{S_2}{\Gamma_2} \right) \right],$$

$$Q_{24}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) = \mu\xi \left[(\delta_1 + \delta_2)(C_1 - C_2) - i \left((\Gamma_1^2 + \xi^2 + \delta_2^2 + \delta_1 \delta_2 + \delta_1^2 - 1) \frac{S_2}{\Gamma_2} - (\Gamma_2^2 + \xi^2 + \delta_2^2 + \delta_1 \delta_2 + \delta_1^2 - 1) \frac{S_1}{\Gamma_1} \right) \right],$$

$$Q_{33}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) = \mu \left[(\Gamma_1^2 + \xi^2 + \delta_2^2) C_2 - (\Gamma_2^2 + \xi^2 + \delta_2^2) C_1 - i(\delta_1 \xi^2 + \delta_2(\Gamma_1^2 + 2\xi^2 + \delta_2^2)) \frac{S_2}{\Gamma_2} + i(\delta_1 \xi^2 + \delta_2(\Gamma_2^2 + 2\xi^2 + \delta_2^2)) \frac{S_1}{\Gamma_1} \right],$$

$$Q_{34}(\zeta, \xi, \delta_1, \delta_2) = i\mu\xi^2 \left(\frac{S_1}{\Gamma_1} - \frac{S_2}{\Gamma_2} \right),$$

где $\mu = (\Gamma_1^2 - \Gamma_2^2)^{-1}$.

Приведенные выражения использованы при анализе характеристик изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, ЖЭТФ **43**, 351 (1962).
2. R. Kingston, Proc. IRE **50**, 472 (1962).

3. Н. Кролл, Phys. Rev. **127**, 1207 (1962).
4. С. А. Ахманов, А. И. Ковригин, А. С. Пискаркас, Р. В. Хохлов, В. В. Фадеев, Письма в ЖЭТФ **2**, 302 (1965).
5. J. Giordmaine and R. Miller, Phys. Rev. Lett. **14**, 973 (1965).
6. С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов, УФН **88**, 439 (1966).
7. Д. Н. Клышко, *Фотоны и нелинейная оптика*, Наука, Москва (1980).
8. J. E. Midwinter, Appl. Phys. Lett. **12**, 128 (1969).
9. J. Warner, Appl. Phys. Lett. **13**, 360 (1968).
10. Э. С. Воронин, М. И. Дивликеев, Ю. А. Ильинский и др., Письма в ЖЭТФ **10**, 172 (1969); ЖЭТФ **58**, 51 (1970).
11. R. A. Andrews, IEEE J. Quant. Electron. **QE-5**, 548 (1969); **QE-6**, 68 (1970).
12. В. Л. Стрижевский, Э. С. Воронин, УФН **127**, 99 (1979).
13. А. В. Гайнер, *Нелинейно-оптические преобразователи инфракрасного излучения*, Наука, Новосибирск (1990).
14. *Quantum Imaging*, ed. by M. Kolobov, Springer (2007).
15. М. И. Колобов, И. В. Соколов, ЖЭТФ **69**, 1097 (1989); Phys. Lett. A **140**, 101 (1989); Europhys. Lett. **15**, 271 (1991).
16. М. И. Колобов, Rev. Mod. Phys. **71**, 1539 (1999).
17. С. А. Ахманов, А. В. Белинский, А. С. Чиркин, КЭ **15**, 873 (1988).
18. А. В. Белинский, А. С. Чиркин, КЭ **16**, 2551 (1988); Вестник МГУ, сер. физика и астроном. **30**, № 3, 38 (1989).
19. В. Г. Дмитриев, Л. В. Тарасов, *Прикладная нелинейная оптика*, Физматлит, Москва (2004).
20. S. Saltiel, A. A. Sukhorukov, and Yu. S. Kivshar, Progr. Opt. **47**, 1 (2005).
21. Yu. S. Kivshar, Opt. Express **16**, 22126 (2008).
22. А. С. Чиркин, И. В. Шутов, Письма в ЖЭТФ **86**, 803 (2007); ЖЭТФ **135**, 639 (2009).
23. A. S. Chirkin and E. V. Makeev, J. Mod. Opt. **53**, 821 (2006); J. Opt. B: Quantum Semiclass. **7**, S500 (2005).
24. E. V. Makeev and A. S. Chirkin, J. Rus. Laser Res. **27**, 466 (2006).
25. A. Allevi, A. Andreoni, M. Bondani et al., J. Mod. Opt. **51**, 1031 (2004).
26. E. Brambilla, A. Gatti, M. Bache, and L. Lugiato, Phys. Rev. A **69**, 023802 (2004); см. также A. Gatti et al. в [14], p. 17.
27. A. S. Chirkin, M. Yu. Saigin, and I. V. Shutov, J. Rus. Laser Res. **29**, 4 (2008).
28. B. Huttner, S. Serulnik, and Y. Ben-Aryeh, Phys. Rev. A **42**, 5594 (1990).
29. A. S. Chirkin and M. Yu. Saigin, Phys. Scripta **T135**, 0140129 (2009).
30. А. В. Магденко, И. В. Соколов, М. И. Колобов, Опт. и спектр. **103**, 67 (2007).