

САМОВОЗДЕЙСТВИЕ СВЕТОВОГО ПУЧКА В НЕМАТИЧЕСКИХ ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ В ПРИСУТСТВИИ ПОСТОЯННОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

И. А. Будаговский^a, А. С. Золотко^{a}, М. П. Смаев^a, М. И. Барник^b*

*^a Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук
119991, Москва, Россия*

*^b Институт кристаллографии им. А. В. Шубникова Российской академии наук
119333, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 24 ноября 2009 г.

Представлены результаты экспериментального исследования самовоздействия светового пучка в нематических жидких кристаллах, находящихся под воздействием постоянного электрического поля, и построена теория этого эффекта. Показано, что самовоздействие света в нематических жидких кристаллах приводит к возникновению каустики типа «кошелек». Результаты расчета распределения интенсивности и каустик в дальней зоне дифракции светового пучка хорошо описывают экспериментальные данные.

1. ВВЕДЕНИЕ

Внешние поля легко изменяют ориентационную структуру (поле директора) нематических жидких кристаллов (НЖК) [1, 2]. Переориентация директора НЖК низкочастотным электрическим полем лежит в основе применений НЖК в устройствах отображения информации. Поворот директора световым полем приводит к гигантской ориентационной оптической нелинейности, на девять порядков превышающей керровскую нелинейность обычных жидкостей [3]. Ориентационная нелинейность, индуцированная поглощающими добавками [4, 5], еще на два порядка больше. При взаимодействии светового пучка с НЖК наблюдается эффективное самовоздействие (самофокусировка [3, 6–14] или самодефокусировка [5, 14, 15]). Если гауссов световой пучок проходит через ориентированный слой НЖК толщиной порядка 100 мкм, то распределение интенсивности в его поперечном сечении в дальней зоне дифракции качественно изменяется. Это распределение (абберационная картина) имеет вид концентрических колец [6–8, 11, 14] и отвечает колоколообразному поперечному профилю показателя преломления. Кольцевая абберационная картина также характерна для самовоздействия в жидкостях [16, 17] и других средах.

Абберационная картина несет весьма подробную информацию о взаимодействии света с НЖК. Она позволяет определить знак самовоздействия [14], угол поворота директора в объеме НЖК и динамику его изменения [7, 18–20], оценить отношение упругих постоянных [9] и с помощью эффекта нелинейного вращения плоскости поляризации [21] найти угол ориентации директора на стенках НЖК.

Переменное электрическое поле подавляет или усиливает оптическую нелинейность [22, 23] и может приводить к разным видам оптической бистабильности [24–27]. При этом кольцевая форма абберационной картины сохраняется.

Если же на НЖК воздействует постоянное электрическое поле, то самовоздействие света приобретает качественно иной характер [28, 29]. Абберационная картина в дальней зоне дифракции становится сильноасимметричной, кольцевая структура исчезает, на границе картины наблюдается излом. Постоянное напряжение около 2 В, приложенное к НЖК, увеличивает нелинейность на два порядка, т. е. в такой же степени, как поглощающие свет добавки.

В настоящей работе представлены основные экспериментальные результаты исследования взаимодействия светового пучка с НЖК в постоянном электрическом поле и развита теория этого явления.

*E-mail: zolotko@sci.lebedev.ru

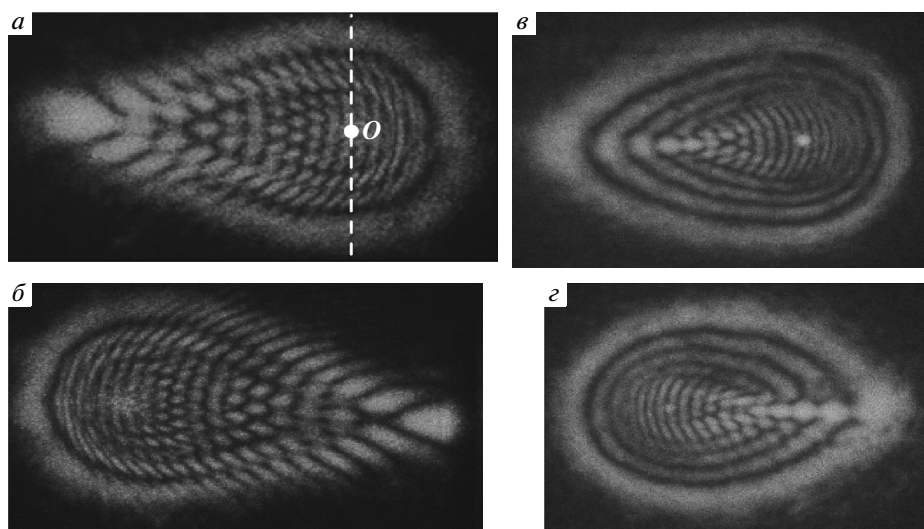


Рис. 1. Аберрационные картины для наклонно падающего светового пучка ($\lambda = 515$ нм), прошедшего через планарно-ориентированные НЖК: *a, б* — ЖКМ-1277, $P = 20$ мВт, $\alpha = -40^\circ$, необыкновенная волна, приложенное постоянное напряжение $U = +3$ В (*a*), $U = -3$ В (*б*); *в, з* — ЖКМ-1277+0.1% метиловый красный, $P = 5$ мВт, обыкновенная волна, $U = +2$ В, $\alpha = -60^\circ$ (*в*), $\alpha = +60^\circ$ (*з*)

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Излучение непрерывных аргонового ($\lambda = 515$ нм) или твердотельного ($\lambda = 473$ нм) лазеров (нижняя гауссова мода) фокусировалось линзой с фокусным расстоянием 16 см (диаметр светового пучка в перетяжке примерно 100 мкм) в планарно-ориентированный образец нематической матрицы ЖКМ-1277 [5] толщиной 100 мкм. Постоянное электрическое напряжение прикладывалось к образцу с помощью полупроводниковых (окиси индия и олова) электродов, напыленных на стеклянные подложки. Планарная ориентация достигалась с помощью натирания слоев полиимида, нанесенных на электроды методом центрифугирования и полимеризованных при высокой температуре.

Жидкокристаллическая ячейка могла поворачиваться на угол α вокруг вертикальной оси (в данной работе угол α считается положительным при повороте НЖК по часовой стрелке), директор НЖК располагался в горизонтальной плоскости. Угол φ , образованный направлением линейной поляризации светового пучка и плоскостью падения (горизонтальной плоскостью), мог изменяться от 0 (необыкновенная волна) до 90° (обыкновенная волна). Поляризация приложенного постоянного напряжения условно считается положительной, когда входная, относительно пучка, подложка является анодом.

Стационарная аберрационная картина, возникающая при прохождении наклонно падающего ($\alpha = -40^\circ$) светового пучка необыкновенной поляризации через планарно-ориентированный НЖК, представлена на рис. 1*a*. Время ее формирования составляет десятки секунд, что соответствует характерному времени переориентации директора. Картина асимметрична относительно вертикали. Она вытянута влево, с этой же стороны граница картины содержит излом (в виде острого угла).

Изменение знака угла α падения света или поляризации приложенного постоянного напряжения U (рис. 1*б*) «отражает» аберрационную картину относительно вертикальной линии (штриховая линия на рис. 1*a*), проходящей через точку O (центр светового пучка до развития самовоздействия).

Отличительной чертой аберрационной картины в НЖК в присутствии постоянного электрического поля (по сравнению с кольцевой картиной) является характер ее зависимости от поляризации света. Поворот плоскости поляризации от горизонтальной уменьшает интенсивность картины, не изменяя распределение интенсивности (за исключением центральной точки, в которой появляется яркое пятно). Поляризация картины остается горизонтальной (необыкновенная волна), а поляризация пятна в центре вертикальна (обыкновенная волна).

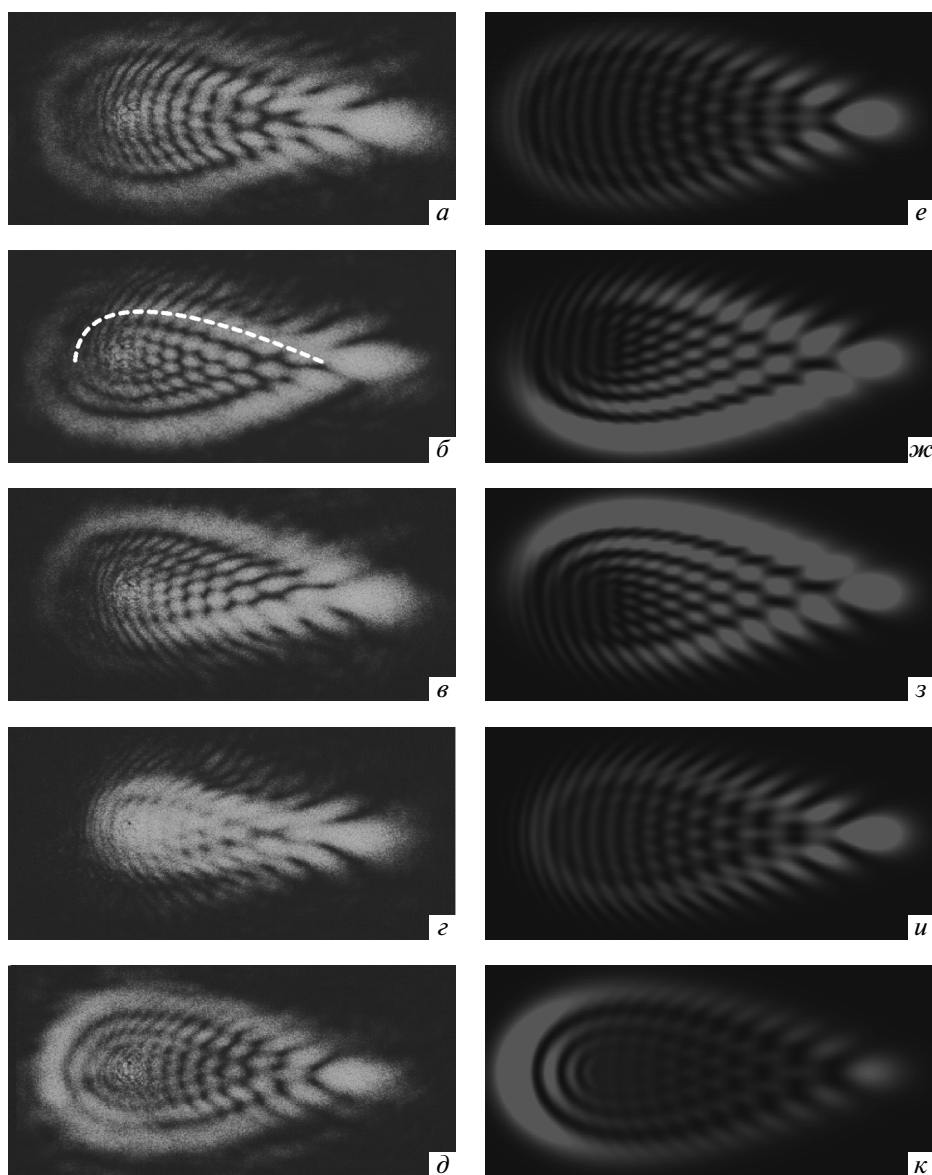


Рис. 2. *a-d*) Аберрационные картины, наблюдаемые в дальней зоне дифракции при освещении ячейки с НЖК ЖКМ-1277 наклонно падающим ($\alpha = +40^\circ$) пучком лазера ($\lambda = 515$ нм, $P = 10$ мВт) при дополнительном внешнем постоянном напряжении $U = +2$ В. *e-k*) Результаты численного расчета при перетяжке $w_0 = 70$ мкм, $\Delta n = 0.2$, $\gamma_A^2 = 0.6$, $\gamma_C = 0$, $\eta = 0$, $\beta = +30^\circ$, $l_A = 150$ мкм. Кристалл сдвигается относительно пучка вверх (*б, жс*), вниз (*в, з*), влево (*з, и*), вправо (*д, к*). При расчете картин *жс-к* сдвиг кристалла относительно пучка полагался равным $0.5w_0$. Горизонтальный и вертикальный размеры всех картин соответственно 0.1 и 0.05 рад

Характер зависимости аберрационной картины от поляризации света означает, что поляризация не влияет на деформацию поля директора. Поскольку прямое воздействие светового поля существенно зависит от поляризации (например, для планарных образцов светоиндуцированная переориентация под действием обыкновенной волны практически не возникает [30]), переориентацию директора в рассмат-

риваемом случае следует связать с поверхностным фоторефрактивным эффектом, т. е. с воздействием постоянного поля. Роль света при этом заключается в снятии экранировки внешнего электрического поля поверхностными зарядами, которые могут быть локализованы на границах НЖК–полиимид и полиимид–электрод. Наличие экранировки постоянно электрического поля экспериментально подтвер-

ждается четырехкратным различием величин порогов перехода Фредерикса в переменном (0.95 В для 3 кГц) и постоянном (3.8 В) полях.

Качественные различия между асимметричной и кольцевой картинами наблюдаются и в трансформации распределения интенсивности при быстром (менее 1 с) сдвиге НЖК относительно светового пучка. В этом случае поле директора не успевает перестроиться и световой пучок фактически является зондирующим. В случае обычной кольцевой абберационной картины самодифракции при сдвиге НЖК вверх «подсвечивается» нижняя часть картины, а интенсивность верхней уменьшается; при самофокусировке подсвечивается верхняя часть картины, а интенсивность нижней уменьшается [14]. При сдвиге НЖК в любом другом направлении характер трансформации легко определяется с учетом аксиальной симметрии поля директора. В случае же изучаемой нами асимметричной абберационной картины при сдвиге НЖК вверх подсвечивается нижняя граница картины и ослабляется интенсивность верхней границы (рис. 2б). Однако при этом подсвечивается и определенная область верхней части картины (показана на рис. 2б штриховой линией). При сдвиге кристалла влево (рис. 2г) подсвечивается центральная часть картины (а первоначальная граница практически не видна); при сдвиге вправо интенсивность центральной части несколько ослабляется. Такой сложный характер трансформации интенсивности указывает на качественное отличие фазового фронта и формирующего его поля директора от соответствующих характеристик в случае обычного самовоздействия.

Перейдем теперь к построению количественной модели самовоздействия света в НЖК в присутствии постоянного поля.

3. РАСЧЕТ АБЕРРАЦИОННОЙ КАРТИНЫ САМОВОЗДЕЙСТВИЯ СВЕТОВОГО ПУЧКА И СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Проходя через слой жидкого кристалла, световой пучок с необыкновенной поляризацией, распространяющийся вдоль оси y (рис. 3), приобретает дополнительный набег фазы $S_{NL}(x, z)$, связанный с нелинейностью НЖК — изменением показателя преломления при повороте директора, вызванном действием светового поля. При этом первоначально плоский волновой фронт приобретает вид

$$y = -S_{NL}(x, z)/k + \text{const}, \quad k = 2\pi/\lambda.$$

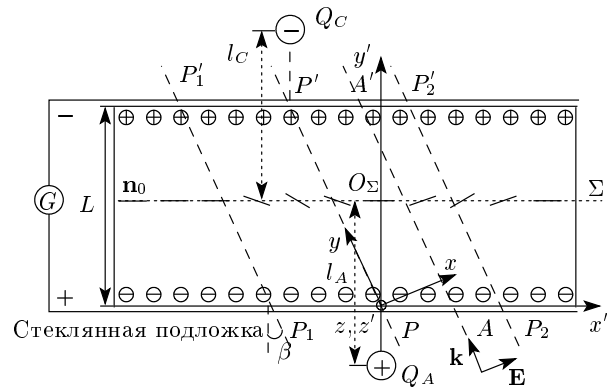


Рис. 3. Светоиндуцированная переориентация директора в НЖК в присутствии постоянного электрического поля: PP' — осевой луч светового пучка; P_1P_1' и P_2P_2' — периферийные лучи (условная граница светового пучка); AA' — произвольный луч светового пучка; Q_A и Q_C — точечные заряды, моделирующие снятие экранировки световым полем; палочки в плоскости Σ , равноудаленной от границ НЖК, показывают ориентацию директора (для случая $Q_C = 0$); l_A, l_C — расстояния от зарядов до плоскости Σ ; L — толщина жидкокристаллического слоя; \mathbf{k} и \mathbf{E} — волновой вектор и электрическое поле световой волны; β — угол преломления (изменение направления распространения лучей на границе стеклянная подложка — НЖК на рисунке не показано)

Углы θ_x и θ_z горизонтального и вертикального отклонений луча, характеризующегося координатами x и z , равны

$$\theta_x = \frac{1}{k} \frac{\partial S_{NL}}{\partial x}, \quad \theta_z = \frac{1}{k} \frac{\partial S_{NL}}{\partial z}. \quad (1)$$

Распределение интенсивности в абберационной картине определяется с помощью формулы Кирхгофа

$$I(\theta_x, \theta_z) = \frac{k^2}{4\pi^2 y^2} \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_0(x, z) \times \exp[-ik(\theta_x x + \theta_z z) + iS_{NL}(x, z)] dx dz \right|^2, \quad (2)$$

где $I_0(x, z)$ — распределение интенсивности в плоскости xz . Соотношения (1) определяют отображение плоскости xz на плоскость $\theta_x \theta_z$. Критические точки этого отображения, т. е. точки, в которых обращается в нуль якобиан преобразования,

$$\frac{D(\theta_x, \theta_z)}{D(x, z)} = 0, \quad (3)$$

соответствуют каустикам в дальней зоне дифракции. Согласно теории особенностей гладких отображений [31–36], называемой также теорией катастроф, функция $S_{NL}(x, z)$ в окрестности критических точек может быть приведена к одной из нормальных форм, каждая из которых соответствует определенному типу особенности («элементарной катастрофы»).

Для вычисления распределения интенсивности светового пучка в дальней зоне дифракции, определения каустик и выяснения характера их особенностей требуется рассчитать нелинейный набег фазы в поперечном сечении светового пучка. Необходимым этапом такого расчета является определение деформированного поля директора.

3.1. Светоиндуцированная переориентация директора НЖК в постоянном электрическом поле

Расчет деформированного поля директора $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ будем проводить в одноконстантном приближении, т.е. будем считать все три упругие постоянные Франка равными. Это широко используемое приближение качественно правильно описывает поле директора [1, 2, 37]. Исходим из плотности F свободной энергии НЖК, помещенного в электрическое поле \mathbf{G} :

$$F = \frac{K}{2}(\text{div}^2 \mathbf{n} + \text{rot}^2 \mathbf{n}) - \frac{\Delta \varepsilon_{dc}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G})^2}{8\pi}, \quad (4)$$

где K — упругая постоянная Франка, $\Delta \varepsilon_{dc}$ — анизотропия диэлектрической проницаемости для постоянного поля. При записи плотности свободной энергии в виде (4) мы пренебрегаем членом, описывающим взаимодействие директора НЖК со световым полем. Тем самым мы не учитываем прямого ориентационного воздействия света на НЖК. Варьируя (4) с учетом условия $\mathbf{n}^2 = 1$, получаем

$$\Delta \mathbf{n} + \frac{\Delta \varepsilon_{dc}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{G})\mathbf{G}}{4\pi K} = -\frac{\lambda(\mathbf{r})}{K} \mathbf{n}, \quad (5)$$

где $\lambda(\mathbf{r})$ — множитель Лагранжа, который можно исключить, домножая выражение (5) векторно на \mathbf{n} :

$$\Delta \mathbf{n} \times \mathbf{n} + \frac{\Delta \varepsilon_{dc}}{4\pi K} (\mathbf{G} \cdot \mathbf{n})\mathbf{G} \times \mathbf{n} = 0. \quad (6)$$

Будем искать деформированное поле директора с помощью метода возмущений, полагая $\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 + \delta \mathbf{n}$, где \mathbf{n}_0 — невозмущенный директор, а $\delta \mathbf{n}$ — искомая векторная функция, удовлетворяющая условию

$\mathbf{n}_0 \cdot \delta \mathbf{n} = 0$. Из соотношения (6) получаем линейное уравнение для $\delta \mathbf{n}$:

$$\Delta \delta \mathbf{n} + \frac{\Delta \varepsilon_{dc}}{4\pi K} (\mathbf{G} \cdot \mathbf{n}_0)[\mathbf{n}_0 \times \mathbf{G}] \times \mathbf{n}_0 = 0. \quad (7)$$

Аналитическое решение уравнения (7) возможно только после некоторых упрощений. Введем декартову систему координат, ось x' которой лежит в горизонтальной плоскости и параллельна стенкам НЖК, ось y' перпендикулярна стенкам, а ось z' вертикальна (см. рис. 3). Прежде всего пренебрежем в уравнении (7) вторыми производными по поперечным координатам x' и z' . При этом исключаются упругие силы, стремящиеся сгладить поперечную неоднородность поля директора. В результате ориентация директора на линии, соединяющей точки $(x', 0, z')$ и (x', L, z') будет зависеть только от электрического поля на этой линии. Строго говоря, такое упрощение справедливо, только если ширина светового пучка значительно больше толщины НЖК. Тем не менее решение уравнения (7) и после пренебрежения поперечными упругими силами должно адекватно передавать характер поперечной зависимости поля директора (определяемый поперечным профилем электрического поля). Далее, произведем продольное сглаживание электрического поля. Будем считать, что электрическое поле не зависит от поперечной координаты y ; положим его равным значению при $y' = L/2$ (т.е. в точках плоскости Σ , равноудаленной от границ НЖК): $G(x', y', z') = G(x', L/2, z') = G_c(x', z')$. В результате приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению

$$\frac{d^2 \delta \mathbf{n}}{d^2 y'} + \frac{\Delta \varepsilon_{dc}}{4\pi K} (\mathbf{G}_c \cdot \mathbf{n}_0)[\mathbf{n}_0 \times \mathbf{G}_c] \times \mathbf{n}_0 = 0. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) будем искать методом Галеркина, полагая

$$\delta \mathbf{n}(x', y', z') = \delta \mathbf{n}_m(x', z') \sin \pi y' / L \quad (9)$$

(координаты x' и z' являются теперь параметрами). Соотношение (9) соответствует жестким граничным условиям (поверхностные силы велики и устанавливают направление на границе кристалла, не зависящее от деформированного поля директора [38]) и совпадает с точным решением задачи о переориентации директора в однородном поле при малых углах поворота директора. Подставляя решение (9) в уравнение (8), домножая полученное выражение на $\sin(\pi y' / L)$ и усредняя по объему НЖК, находим выражение для деформации поля директора в однородном поле:

$$\delta \mathbf{n}_m = \frac{\Delta \varepsilon_{dc} L^2}{\pi^4 K} (\mathbf{G}_c \cdot \mathbf{n}_0) [\mathbf{n}_0 \times \mathbf{G}_c] \times \mathbf{n}_0. \quad (10)$$

Внешнее электрическое поле, приложенное к НЖК, экранируется поверхностными зарядами (см. рис. 3). Действие света приводит к частичному снятию экранировки. Этот эффект будем моделировать полем двух точечных зарядов (положительного Q_A и отрицательного Q_C), отстоящих на расстояния l_A и l_C от плоскости Σ (индексы «A» и «C» соответствуют аноду и катоду). Заряды расположены на линиях, перпендикулярных подложкам кристалла и проходящих через точки входа в НЖК и выхода из него осевого луча светового пучка (что соответствует наибольшей степени снятия экранировки на оси пучка). Соответствующее выражение для электрического поля внутри жидкокристаллического слоя имеет вид

$$\mathbf{G}_c = \frac{Q_A (\mathbf{i}x' + \mathbf{j}l_A + \mathbf{k}z')}{\varepsilon_{dc} (x'^2 + l_A^2 + z'^2)^{3/2}} + \frac{Q_C [\mathbf{i}(x' + L \operatorname{tg} \beta) + \mathbf{j}l_C + \mathbf{k}z']}{\varepsilon_{dc} [(x' + L \operatorname{tg} \beta)^2 + l_C^2 + z'^2]^{3/2}} + \mathbf{j}\eta G_0, \quad (11)$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — единичные векторы вдоль осей x', y', z' , $G_0 = U/L$, β — угол преломления светового пучка на границе стеклянная подложка–НЖК, связанный с углом α падения света на образец простым соотношением $\sin \alpha / \sin \beta = n_e$ (n_e — показатель преломления необыкновенной волны в НЖК), η — параметр, характеризующий степень экранировки внешнего поля поверхностными зарядами в отсутствие светового облучения ($\eta = 0$ соответствует полной экранировке). Подставляя выражение (11) в (10), окончательно находим

$$\delta \mathbf{n}_m = \frac{4}{\pi} \left\{ \gamma_A \frac{l_A^2 x'}{(x'^2 + l_A^2 + z'^2)^{3/2}} + \gamma_C \frac{l_C^2 (x' + L \operatorname{tg} \beta)}{[(x' + L \operatorname{tg} \beta)^2 + l_C^2 + z'^2]^{3/2}} \right\} \times \left\{ \gamma_A \frac{l_A^2 (\mathbf{j}l_A + \mathbf{k}z')}{(x'^2 + l_A^2 + z'^2)^{3/2}} + \gamma_C \frac{l_C^2 (\mathbf{j}l_C + \mathbf{k}z')}{[(x' + L \operatorname{tg} \beta)^2 + l_C^2 + z'^2]^{3/2}} + \mathbf{j}\gamma_G \right\}, \quad (12)$$

где

$$\gamma_A = \frac{Q_A}{Q_{A,th}}, \quad \gamma_C = \frac{Q_C}{Q_{C,th}},$$

$$\gamma_G = \frac{\eta G_0}{G_{th}}, \quad G_{th} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{4\pi K}{\Delta \varepsilon_{dc}}},$$

G_{th} — пороговое поле перехода Фредерикса в постоянном поле,

$$Q_{A,th} = l_A^2 \varepsilon_{dc} G_{th}, \quad Q_{C,th} = l_C^2 \varepsilon_{dc} G_{th}.$$

3.2. Нелинейный набег фазы для светового пучка

Показатель преломления необыкновенной волны в одноосной анизотропной среде равен

$$n_e = \frac{\sqrt{\varepsilon_{\perp} \varepsilon_{\parallel}}}{\sqrt{\varepsilon_{\perp} + \Delta \varepsilon (\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{m})^2}}, \quad (13)$$

где ε_{\parallel} и ε_{\perp} — главные значения тензора диэлектрической проницаемости на световой частоте, $\Delta \varepsilon = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$, $\boldsymbol{\kappa} = \mathbf{k}/k$, \mathbf{k} — волновой вектор светового пучка, \mathbf{m} — единичный вектор, направленный вдоль оптической оси. Учитывая малость параметра $\delta n_e = \varepsilon_{\parallel}^{1/2} \Delta \varepsilon / 2\varepsilon_{\perp}$ и используя соотношение $\mathbf{m} = (\mathbf{n}_0 + \delta \mathbf{n}) / |\mathbf{n}_0 + \delta \mathbf{n}|$, показатель преломления, соответствующий деформированному полю директора, можно представить в виде разложения по степеням $\delta \mathbf{n}$:

$$n_e = n_e^{(0)} + n_e^{(1)} + n_e^{(2)}, \quad (14)$$

где

$$n_e^{(0)} = \sqrt{\varepsilon_{\parallel}} - \delta n_e (\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{n}_0)^2,$$

$$n_e^{(1)} = -2\delta n_e (\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{n}_0) (\boldsymbol{\kappa} \cdot \delta \mathbf{n}),$$

$$n_e^{(2)} = \delta n_e [(\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{n}_0)^2 \delta \mathbf{n}^2 - (\boldsymbol{\kappa} \cdot \delta \mathbf{n})^2].$$

Нелинейный набег фазы $S_{NL}(x', z')$ для произвольного луча AA' , входящего в жидкокристаллический слой в точке A с координатами $(x', 0, z')$ и выходящего в точке A' ($x'_1 = x' - L \operatorname{tg} \beta, L, z'$) (см. рис. 3), представляется в виде интеграла:

$$S_{NL} = \frac{2\pi}{\lambda} \times \int_A^{A'} [n_e^{(1)}(x', y', z') + n_e^{(2)}(x', y', z')] ds'. \quad (15)$$

Разлагая подынтегральное выражение по координате x относительно точки $(x' + x'_1)/2$ и ограничиваясь постоянными и линейными членами, находим

$$S_{NL} = S_{NL}^{(1)} + S_{NL}^{(2)}, \quad (16)$$

где

$$S_{NL}^{(1)} = 2S_0 g h \sin \beta, \quad (17)$$

$$S_{NL}^{(2)} = \frac{S_0 g^2}{\cos \beta} (-h^2 \cos 2\beta + r^2 \sin^2 \beta) \quad (18)$$

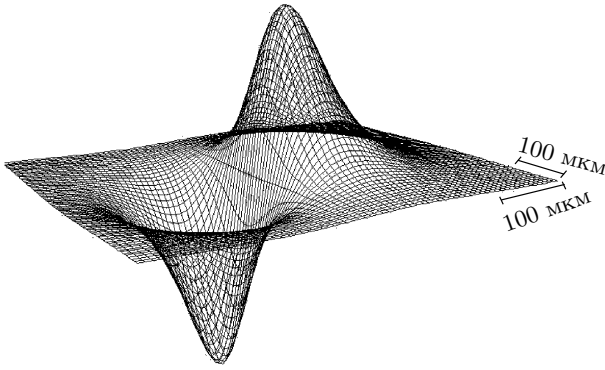


Рис. 4. Фазовый набег (16) светового пучка, прошедшего через НЖК ($L = 100$ мкм, $\gamma_A^2 = 0.6$, $\gamma_C = 0$, $\eta = 0$, $\Delta n = 0.2$, $\beta = +30^\circ$, $\lambda = 515$ нм). Амплитуда левого «колокола» составляет -36 , правого — $+30$

— вклады в нелинейный набег фазы, пропорциональные первой и второй степеням деформации поля директора $\delta \mathbf{n}$,

$$g = \frac{\gamma_A u}{(1 + u^2 + v^2)^{3/2}} + \frac{\gamma_C (pu + s)}{[1 + (pu + s)^2 + p^2 v^2]^{3/2}}, \quad (19)$$

$$h = \frac{\gamma_A}{(1 + u^2 + v^2)^{3/2}} - \frac{\gamma_C}{[1 + (pu + s)^2 + p^2 v^2]^{3/2}} + \gamma_G, \quad (20)$$

$$r = \frac{\gamma_A v}{(1 + u^2 + v^2)^{3/2}} - \frac{\gamma_C v}{[1 + (pu + s)^2 + p^2 v^2]^{3/2}}, \quad (21)$$

а

$$S_0 = 16 \delta n_e L / \pi \lambda, \quad p = l_A / l_C, \quad s = L \operatorname{tg} \beta / l_C,$$

$$u = (x' - L \operatorname{tg} \beta / 2) / l_A, \quad v = z' / l_A$$

— безразмерные координаты.

3.3. Численный расчет абберационной картины и каустик

Абберационная картина для гауссова светового пучка $I_0(x, z) \propto \exp[-(x^2 + z^2)/w_0^2]$ с перетяжкой w_0 , рассчитанная по формулам (2) и (16) с учетом соотношения $x = x' / \cos \beta$ для параметров $\gamma_A^2 = 0.6$, $\gamma_C = 0$, $\eta = 0$, $\Delta n = 0.2$, $\beta = +30^\circ$, представлена выше на рис. 2e. Соответствующий фазовый набег (16), включающий линейный (17) и квадратичный (18) вклады, показан на рис. 4.

Рассчитанная абберационная картина хорошо согласуется с картиной, полученной в эксперименте

(см. рис. 2a). При расчете подгоночным параметром являлся γ_A . Этот параметр в нашей модели определяет максимальный угол поворота директора. Параметр l_A полагался равным 150 мкм (т. е. расстояние от заряда Q_A до жидкокристаллического слоя было равно толщине слоя L). Параметр l_A определяет поперечный размер области деформации директора и влияет на расходимость пучка. Из рис. 4 видно, что фазовый набег можно, в определенном приближении, рассматривать как сумму двух колоколообразных поверхностей разных знаков. Вогнутый «колокол» соответствует уменьшению показателя преломления (самодефокусировке соответствующей части пучка), а выпуклый колокол — увеличению показателя преломления (самофокусировке). Такую форму фазового набег легко понять из рис. 3. Действительно, для лучей, пересекающих плоскость Σ правее точки O_Σ (например, для луча AA'), директор поворачивается параллельно световому полю \mathbf{E} , увеличивая тем самым показатель преломления необыкновенной волны. Для лучей, проходящих левее точки O_Σ , ситуация обратная, и показатель преломления уменьшается.

Множество критических точек, полученное путем численного решения уравнения (3), и соответствующие каустики, рассчитанные с помощью соотношений (1), представлены на рис. 5a1 и 5a2. При расчете использовались те же параметры, что и для картины на рис. 2e. Сама картина воспроизведена на рис. 5a3 (распределение интенсивности в этой картине несколько отличается от рис. 2e, так как при расчете использовалось большее значение перетяжки $w_0 = 100$ мкм вместо 70 мкм; размеры картины, определяемые исключительно фазовым профилем, от перетяжки не зависят). Как видно из рис. 5a1 и 5a2, множество критических точек и каустики состоят из двух замкнутых кривых. Левая и правая кривые на рис. 5a1 соответствуют внешней и внутренней кривым на рис. 5a2, а также левому и правому колоколам на рис. 4.

Экспериментально наблюдаемое перераспределение интенсивности при сдвиге НЖК вверх (подсветка нижней границы абберационной картины и ослабление интенсивности верхней границы, рис. 2б) как раз соответствует отрицательному знаку самодействия (самодефокусировке) для внешней каустической линии (рис. 5a2). Подсветка области в верхней части картины (пунктирная линия на рис. 2б) соответствует визуализации внутренней каустической линии. Аналогичным образом объясняется трансформация абберационной картины при сдвиге кристалла вниз. Если кристалл сдвинут вле-

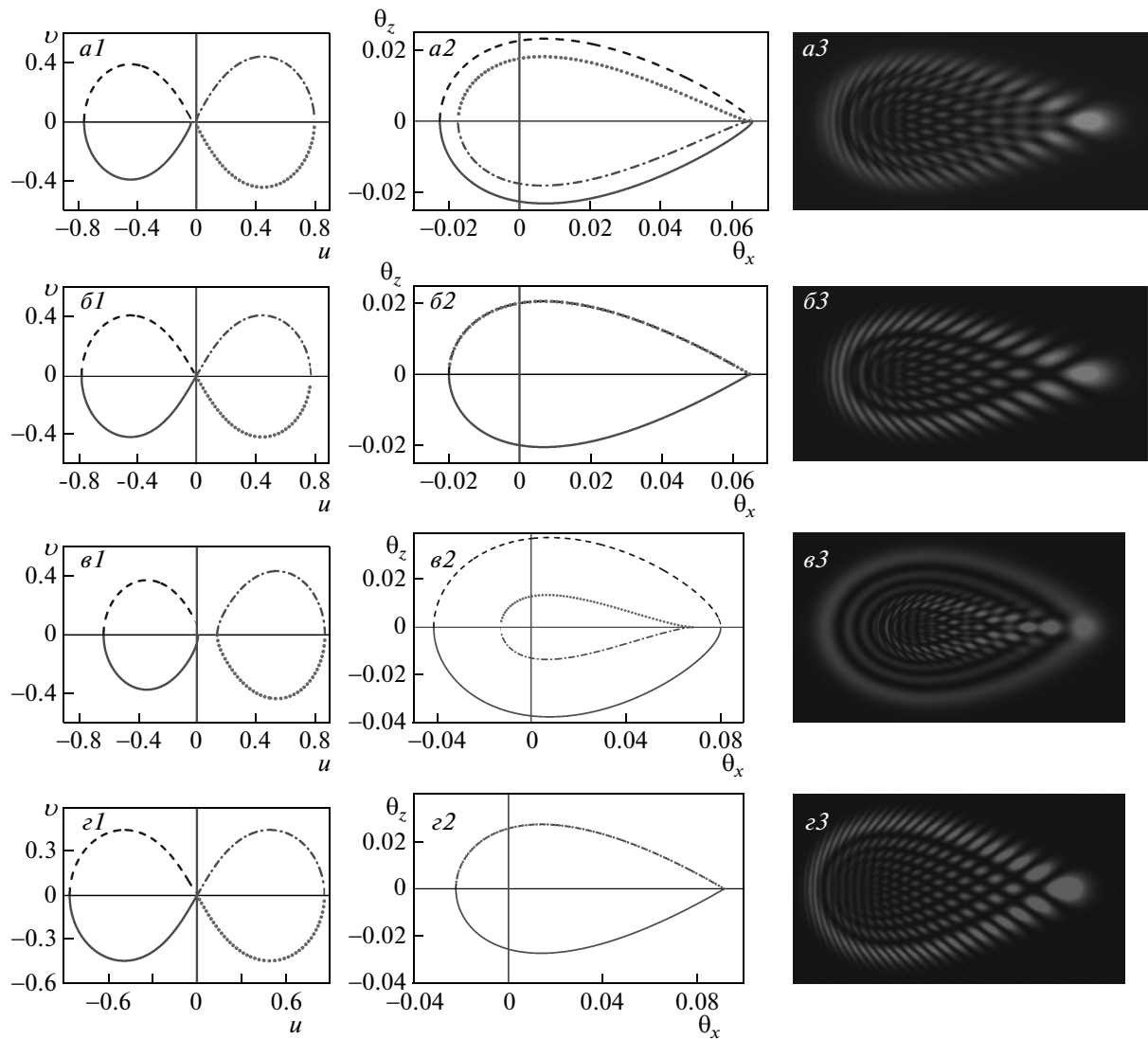


Рис. 5. Рассчитанные критические точки ($a1-z1$) отображения $(u, v) \rightarrow (\theta_x, \theta_z)$, каустики ($a2-z2$) и абберационные картины ($a3-z3$) ($\lambda = 515$ нм, $\Delta n = 0.2$, $L = 100$ мкм, $\beta = 30^\circ$, $l_A = l_C = 150$ мкм, $w_0 = 100$ мкм, $\gamma_A = \sqrt{0.6}$): $a1-a3 - \gamma_C = 0$, $\eta = 0$, фазовый набег S_{NL} включает члены, квадратичные по углу поворота директора; $b1-b3 - \gamma_C = 0$, $\eta = 0$, фазовый набег S_{NL} не включает члены, квадратичные по ψ ; $в1-в3 - \gamma_C = -\sqrt{0.1}$, $\eta = 0$, с учетом членов, квадратичных по ψ ; $z1-z3 - \gamma_C = 0$, $\eta = \sqrt{0.1}$, без учета членов, квадратичных по ψ . Сплошные, штриховые, пунктирные и штрихпунктирные участки кривых в первом и втором столбцах рисунка соответствуют друг другу

во, то фазовый профиль в большей степени определяется правым колоколом самофокусировки с меньшей расходимостью (внутренняя каустическая линия). При сдвиге вправо видимого уменьшения расходимости пучка не происходит.

3.4. Аналитический расчет фазового набега и каустик

При $\gamma_C = 0$ (экранировка снимается только на аноде) наибольшее отклонение в горизонтальном на-

правлении испытывают лучи, проходящие вблизи точки O_Σ (т. е. лучи с координатами, близкими к точке $u = v = 0$). Именно эти лучи формируют излом на границе абберационной картины. Проведем аналитическое исследование этой части абберационной картины. Для этого, полагая для простоты $\gamma_G = 0$ (высокая степень экранировки внешнего электрического поля), разложим фазовые набег (17) и (18) вблизи точки $u = v = 0$:

$$S_{NL}^{(1)} = 2S_0\gamma_A^2 \sin \beta [u - 3u(u^2 + v^2)], \quad (22)$$

$$S_{NL}^{(2)} = -\frac{S_0 \cos 2\beta}{\cos \beta} \gamma_A^4 u^2. \quad (23)$$

Их сумму удобно представить в виде

$$S_{NL} = S_0 \{P [u - 3u(u^2 + v^2)] - Qu^2\}, \quad (24)$$

где

$$P = 2\gamma_A^2 \sin \beta, \quad Q = \frac{\cos 2\beta}{\cos \beta} \gamma_A^4.$$

Выражение (24), полученное нами с помощью разложения фазового набег в ряд Тейлора, соответствует особенностям (катастрофе) типа «кошелек» (или гиперболическая омбилика).

Подставляя соотношение (24) в выражения (1) и (3), получаем

$$\theta_x = \theta_{0x} P (1 - 9u^2 - 3v^2 - 36\Delta u), \quad (25)$$

$$\theta_z = -6\theta_{0z} P uv, \quad (26)$$

$$(u + \Delta)^2 - v^2/3 = \Delta^2, \quad (27)$$

где

$$\theta_{0x} = \frac{8\delta n_e L}{\pi^2 l_A \cos \beta}, \quad \theta_{0z} = \theta_{0x} \cos \beta, \quad \Delta = \frac{Q}{18P}.$$

Решение уравнения (27) есть гипербола, параметрические уравнения которой имеют вид

$$u_{L,R} = -\Delta + \gamma_{L,R} \Delta \operatorname{ch} \tau, \quad v_{L,R} = \sqrt{3} \Delta \operatorname{sh} \tau. \quad (28)$$

Значения $\gamma_L = -1$ и $\gamma_R = +1$ соответствуют левой и правой ветвям (см. рис. 6а и 6б). Подставляя уравнения (28) в (25) и (26), получаем параметрические уравнения каустик:

$$(\theta_x)_{L,R} = \theta_{0x} P \left[1 + 18\Delta^2 \left(1 - \gamma - \operatorname{sh}^2 \tau - 2\gamma \operatorname{sh}^2 \frac{\tau}{2} \right) \right], \quad (29)$$

$$(\theta_z)_{L,R} = 6\sqrt{3} \theta_{0z} P \Delta^2 \operatorname{sh} \tau \left(1 - \gamma - 2\gamma \operatorname{sh}^2 \frac{\tau}{2} \right). \quad (30)$$

Зависимости (29), (30) графически представлены на рис. 6б и 6г. Из рис. 6 видно, что аналитические решения (29), (30), полученные на основе элементарной катастрофы (24), хорошо соответствуют точным решениям, полученным численно для фазового набег (16), в окрестности точек $u = 0$, $v = 0$ и $\theta_x = \theta_{0x}$, $\theta_z = 0$.

При малых значениях τ параметрические уравнения для каустик, соответствующих левой и правой ветвям, имеют вид

$$\begin{aligned} (\theta_x)_L &= \theta_{0x} P (1 + 36\Delta^2 - 9\Delta^2 \tau^2), \\ (\theta_z)_L &= 12\sqrt{3} \theta_{0z} P \Delta^2 \tau, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} (\theta_x)_R &= \theta_{0x} P (1 - 27\Delta^2 \tau^2), \\ (\theta_z)_R &= 3\sqrt{3} \theta_{0z} P \Delta^2 \tau^3. \end{aligned} \quad (32)$$

Как следует из этих соотношений, угловое расстояние между каустиками по оси x равно $\delta\theta_x = 36\theta_{0x} P \Delta^2$. Эта величина для параметров, использованных при расчетах, результаты которых представлены на рис. 2а и 5а, равна $8.5 \cdot 10^{-4}$ рад и составляет менее 1% общей расходимости картины.

Если в соотношении (16) пренебречь слагаемыми $S_{NL}^{(2)}$, то следует положить $Q = 0$ в уравнении (24) и $\Delta = 0$ в уравнениях (25)–(27). Тогда множество критических точек состоит из двух прямых

$$v^{(\pm)} = \pm\sqrt{3} u^{(\pm)}. \quad (33)$$

Параметрические уравнения соответствующих каустик имеют вид

$$\theta_x^{(\pm)} = \theta_0 P (1 - 18\tau^2), \quad \theta_z^{(\pm)} = \mp 6\sqrt{3} \theta_0 P \tau^2. \quad (34)$$

Зависимости (33) и (34) представлены на рис. 6д–з. Из рис. 6 видно, что аналитические решения, как и в рассмотренном ранее случае $\Delta \neq 0$, хорошо соответствуют точным решениям.

Параметр Δ определяет характер критического множества и каустик. Обращение этого параметра в нуль происходит, как было указано выше, при пренебрежении квадратичным членом в разложении (14). В этом приближении нелинейный фазовый набег антисимметричен (меняет знак) при замене $u \rightarrow -u$, что, в свою очередь, отражает антисимметрию x -компоненты поля директора (см. рис. 3). В результате две каустические кривые полностью сливаются (см. рис. 5б2, 6е, 6з). При этом точка $u = 0$, $v = 0$, $S_{NL}(0, 0) = 0$ поверхности нелинейного набег фазы становится омбилической, т. е. такой точкой, в которой все нормальные сечения имеют одинаковую (в данном случае нулевую) кривизну.

Упомянутая выше антисимметрия поля директора нарушается также, если $\gamma_C \neq 0$ (светоиндуцированное снятие экранировки происходит не только на аноде, но и на катоде). Результаты расчета множества критических точек, каустик и абберрационных картин для $\gamma_C = -\sqrt{0.1}$ представлены выше на рис. 5в. Из рисунка видно, что возможное снятие экранировки на катоде приводит к значительному увеличению различия между двумя каустическими кривыми.

В эксперименте такая ситуация, по-видимому, имеет место в случае НЖК, легированных красителем метиловый красный [29] и дендримерами [39]. Соответствующие абберрационные картины

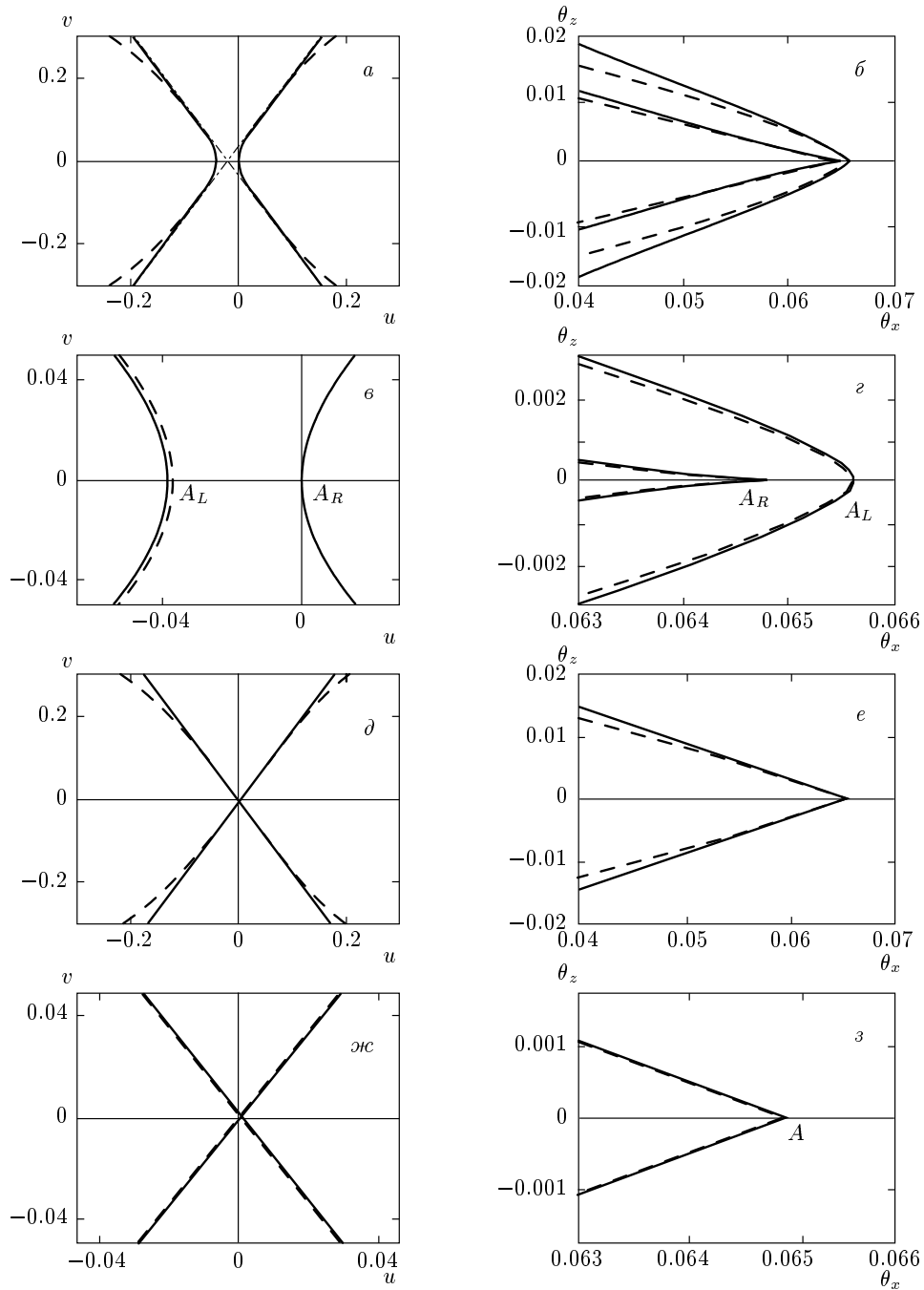


Рис. 6. *a, б, д, жс*) Критические точки отображения $(u, v) \rightarrow (\theta_x, \theta_z)$ вблизи точки $(u = 0, v = 0)$. *б, з, е, з*) Каустики абберационной картины ($\lambda = 515$ нм, $\Delta n = 0.2$, $L = 100$ мкм, $\beta = 30^\circ$, $l_A = 150$ мкм, $\gamma_A = \sqrt{0.6}$), рассчитанные для фазового набега с учетом (*a-з*) и без учета (*д-з*) членов, квадратичных по углу поворота директора, и представленные в разных масштабах. Сплошные линии построены согласно соотношениям (28) — *a, в*, (33) — *д, жс*, (29), (30) — *б, з*, (31), (32) — *е, з*; штриховые линии — численные решения уравнения (3) и их образы (1); штрихпунктирные прямые на рис. *б a* — асимптоты гиперболы (33)

представлены выше на рис. 1в и 1г. Физической причиной различия поведения чистых и легированных красителями образцов может быть осаждение красителей на стенках жидкокристаллической ячейки [40, 41].

Однородное поле, проникающее в объем НЖК ($\gamma_G \neq 0$), увеличивает расхожимость абберационной картины (как видно из сравнения рис. 5г и 5а). Однако оно не нарушает антисимметрию поля директора и, в отсутствие квадратичного члена в фазовом набеге, не приводит к разделению каустик.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены основные свойства самовоздействия светового пучка в НЖК, находящихся под воздействием постоянного электрического поля.

На основе предложенного ранее механизма поверхностного фоторефрактивного эффекта, заключающегося в переориентации директора под действием постоянного электрического поля, возникающего в результате светоиндуцированного снятия экранировки, построена теория самовоздействия световых пучков в НЖК. Влияние света моделировалось полем точечных зарядов.

Показано, что самовоздействие света в НЖК приводит к возникновению особенности типа «кошелек» (или катастрофы «гиперболическая омбелика»). Рассчитана абберационная картина и проанализированы каустики светового поля. Результаты расчетов хорошо описывают экспериментальные данные.

Отметим, что в нелинейной оптике самовоздействие световых пучков обычно приводит к кольцевой картине, соответствующей простейшей особенности типа сборки. В работе [42] сообщалось о возникновении особенности типа складки при тепловом самовоздействии светового пучка, не являющегося аксиально-симметричным. Особенность типа «кошелек» наблюдалась ранее на ориентационных нелинейностях НЖК при взаимодействии двух световых пучков [43], а также, в частном случае такой геометрии [44] при отражении светового пучка от границы НЖК и повторном прохождении через жидкокристаллический слой (при этом слабый отраженный пучок не влиял на ориентацию директора). Возникновение этой особенности при однократном прохождении аксиально-симметричного светового пучка через нелинейную среду, по-видимому, наблюдалось впервые в рассмотренном нами случае взаимодей-

ствия света с НЖК в постоянном электрическом поле.

Обращаясь к примерам в линейной оптике, заметим, что наблюдаемая нами асимметричная картина в дальней зоне дифракции схожа с распределением интенсивности в изображении точечного источника линзой с абберацией кома [45] (подобно тому, как обычная кольцевая картина аналогична сферической абберации линз). Упомянем также реализацию особенности типа «кошелек» при рассеянии света на каплях [46, 47].

Отметим, что полученные в данной работе аналитические выражения для нелинейного фазового набегга могут быть использованы для описания интенсивности света на каустиках абберационной картины.

Авторы благодарны В. Н. Очкину за интерес к работе и полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 08-02-01382, 09-02-12216-офи_м), гранта Президента РФ (МК-699.2009.2), Программы поддержки молодых ученых Президиума РАН (И. А. Б. и М. П. С.), Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (Госконтракт № 02.740.11.0447) и Фонда содействия отечественной науке (М. П. С.).

ЛИТЕРАТУРА

1. П. де Жен, *Физика жидких кристаллов*, Мир, Москва (1977).
2. Л. М. Блинов, *Электро- и магнитооптика жидких кристаллов*, Наука, Москва (1978).
3. Б. Я. Зельдович, Н. Ф. Пилипецкий, А. В. Сухов, Н. В. Табириян, Письма в ЖЭТФ **31**, 287 (1980).
4. I. Janossy, L. Csillag, and A. D. Lloyd, *Phys. Rev. A* **44**, 8410 (1991).
5. И. А. Будаговский, А. С. Золотько, В. Н. Очкин и др., ЖЭТФ **133**, 204 (2008).
6. А. С. Золотько, В. Ф. Китаева, Н. Кроо и др., Письма в ЖЭТФ **32**, 170 (1980).
7. А. С. Золотько, В. Ф. Китаева, Н. Н. Соболев, А. П. Сухоруков, ЖЭТФ **81**, 933 (1981).
8. S. D. Durbin, S. M. Arakelian, and Y. R. Shen, *Opt. Lett.* **6**, 411 (1981).
9. А. С. Золотько, В. Ф. Китаева, Н. Кроо и др., ЖЭТФ **83**, 1368 (1982).

10. I. C. Khoo, S. L. Zhuang, and S. Shepard, *Appl. Phys. Lett.* **39**, 937 (1981).
11. E. Santamato and Y. R. Shen, *Opt. Lett.* **9**, 564 (1984).
12. C. Conti, M. Peccianti, and G. Assanto, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 113902 (2004).
13. J. F. Henninot, J. F. Blach, and M. Warengem, *J. Opt. A* **10**, 085104 (2008).
14. V. F. Kitaeva, A. S. Zolot'ko, and M. I. Barnik, *Mol. Materials* **12**, 271 (2000).
15. I. Janossy and T. Kosa, *Opt. Lett.* **17**, 1183 (1992).
16. С. А. Ахманов, Ю. А. Горохов, Д. П. Криндач и др., *ЖЭТФ* **57**, 16 (1969).
17. F. W. Dabby, T. K. Gustafson, J. R. Whinnery, and Y. Kohanzadeh, *Appl. Phys. Lett.* **16**, 362 (1970).
18. А. С. Золотько, В. Ф. Китаева, В. А. Куюмчян и др., *Письма в ЖЭТФ* **36**, 66 (1982).
19. G. Ciprarrone, D. Duca, C. Umeton, and N. V. Tabiryan, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3955 (1993).
20. А. С. Золотько, В. Ф. Китаева, Н. Кроо и др., *ЖЭТФ* **87**, 859 (1984).
21. А. С. Золотько, В. Ф. Китаева, *ЖЭТФ* **91**, 131 (1986).
22. L. Csillag, N. Eber, I. Janossy et al., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **89**, 287 (1982).
23. M. I. Barnik, S. A. Kharchenko, V. F. Kitaeva, and A. S. Zolot'ko, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **375**, 363 (2002).
24. S.-H. Chen and J. J. Wu, *Appl. Phys. Lett.* **52**, 1998 (1988).
25. J. J. Wu, G.-S. Ong, and S.-H. Chen, *Appl. Phys. Lett.* **53**, 1999 (1988).
26. J. J. Wu and S.-H. Chen, *J. Appl. Phys.* **66**, 1065 (1989).
27. А. С. Золотько, М. П. Смаев, В. Ф. Китаева, М. И. Барник, *КЭ* **34**, 1151 (2004).
28. И. А. Будаговский, А. С. Золотько, В. Ф. Китаева и др., *Кратк. сообщ. по физике ФИАН № 3*, 24 (2006).
29. A. S. Zolot'ko, I. A. Budagovsky, V. F. Kitaeva et al., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **454**, 407 (2006).
30. L. Csillag, I. Janossy, N. Kroo et al., *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **78**, 173 (1981).
31. В. И. Арнольд, *УФН* **141**, 569 (1983).
32. Ю. А. Кравцов, Ю. И. Орлов, *УФН* **141**, 591 (1983).
33. Р. Гилмор, *Прикладная теория катастроф*, т. 1, Мир, Москва (1984).
34. Т. Постон, И. Стюарт, *Теория катастроф и ее приложения*, Мир, Москва (1980).
35. M. V. Berry and C. Upstill, in *Progress in Optics*, Vol. XVIII, ed. by E. Wolf, North Holland, Amsterdam (1980), p. 257.
36. M. V. Berry, *Adv. Phys.* **25**, 1 (1976).
37. W. Stewart, *The Static and Dynamic Continuum Theory of Liquid Crystals*, Taylor & Francis, London, New York (2004), p. 79.
38. Л. Д. Ландау, *Теория упругости*, Наука, Москва (1987), с. 192.
39. I. A. Budagovsky, V. N. Ochkin, M. P. Smayev et al., *Liq. Cryst.* **36**, 101 (2009).
40. E. Ouskova, Yu. Reznikov, S. V. Shiyonovskii et al., *Phys. Rev. E* **64**, 051709 (2001).
41. M. I. Barnik, V. F. Kitaeva, and A. S. Zolot'ko, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **391**, 111 (2003).
42. A. M. Deykoon, M. S. Soskin, and G. A. Swartzlander, Jr., *Opt. Lett.* **24**, 1224 (1999).
43. N. V. Tabiryan, B. Ya. Zel'dovich, M. Kreuzer, and T. Vogeler, *J. Opt. Soc. Amer. B* **13**, 1426 (1996).
44. I. A. Budagovsky, A. S. Zolot'ko, V. F. Kitaeva, and M. P. Smayev, *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **453**, 71 (2006).
45. М. Борн, Э. Вольф, *Основы оптики*, Наука, Москва (1973).
46. J. F. Nye, *Nature* **312**, 531 (1984).
47. G. Kaduchak and P. L. Marston, *Appl. Opt.* **33**, 4697 (1994).