

ПОДАВЛЕНИЕ ШУМА В АТОМНОЙ СИСТЕМЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОЛЯ В СЖАТОМ КОГЕРЕНТНОМ СОСТОЯНИИ

*А. И. Гельман**, *В. А. Миронов*

*Институт прикладной физики Российской академии наук
603950, Нижний Новгород, Россия*

Поступила в редакцию 17 апреля 2009 г.

Численно квантовым методом Монте-Карло и аналитически методом Гейзенберга – Ланжевена исследовано взаимодействие квантованного электромагнитного поля в сжатом когерентном состоянии с трехуровневым Λ -атомом в режиме электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Подробно рассмотрена возможность подавления шумов в атомной системе за счет квантовых свойств сжатого света, найдены характеристики атомной системы, отвечающие за процессы релаксации и шум в полосе ЭИП. Обсуждено дальнейшее применение метода Монте-Карло и разработанного численного кода к исследованию более сложных систем.

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема релаксации является ключевой во многих задачах квантовой оптики [1–3]. В общем случае релаксация в системе обусловлена взаимодействием рассматриваемой малой системы с окружением — системой с большим числом степеней свободы, например вакуумным или тепловым резервуаром. Процессы диссипации вызывают флуктуации параметров системы и квантовый шум [1], что может существенно повлиять на динамику системы. Эта проблема возникает, например, на пути создания квантовых компьютеров [4], систем обработки и хранения квантовой информации [5, 6].

Наиболее распространенные методы описания процессов релаксации в квантовых системах, такие как методы оператора плотности и Гейзенберга – Ланжевена, предполагают наличие ансамбля систем и дают усредненное (в квантовомеханическом смысле) описание динамики системы [1–3]. Однако за последние десятилетия достигнут существенный прогресс в исследовании и управлении отдельными квантовыми системами, как, например, ион в магнитной ловушке [7]. Метод квантовых траекторий, квантовых скачков или Монте-Карло расчета волновой функции [8–14] для описания динамики одиночной квантовой системы и единичных реализаций процессов в системе появился в начале

90-х годов. Разработанный изначально для аналитического описания диссипативной динамики одиночных квантовых систем метод стал мощным способом численного расчета квантового кинетического уравнения как в форме Линдблада [15] — наиболее общем виде уравнения для матрицы плотности в марковском приближении, — так и для немарковских систем [16–26].

К преимуществам метода относится принцип расчета динамики системы на основе волновой функции размерности N , тогда как расчет матрицы плотности требует N^2 уравнений. Точность вычислений при этом достигается числом итераций метода Монте-Карло, которые могут быть эффективно распараллелены в сети компьютеров. Метод позволяет моделировать единичные реализации процессов в квантовых системах, что дает возможность применять его при численном моделировании из первых принципов многих экспериментов квантовой оптики, учитывая взаимодействие с резервуаром, квантовый шум, особенности статистики сжатого света, процессы гомодинного детектирования [8, 27], что востребовано сейчас в свете интенсивных исследований в физике квантовой информации.

За последние годы этим методом были исследованы задачи, начиная от лазерного охлаждения [10] до взаимодействия света в сжатом когерентном состоянии с двухуровневыми системами [28], исследования устойчивости квантовых протоколов [29–31] и

*E-mail: sasha.utk@yandex.ru

динамики бозе-конденсата [32] в зашумленной среде, многих других [33–37].

Взаимодействие квантованного электромагнитного поля со средой трехуровневых Λ -атомов достаточно хорошо изучено за последние несколько лет [38–41]. Эффект электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП) (см., например, [42, 43]) существует в такой среде при сколь угодно малой, вплоть до нескольких фотонов, интенсивности пробной волны, что позволяет реализовать квантовую память [43] в системе и перспективно при создании квантовых алгоритмов обработки информации. Однако при учете конкретных квантово-статистических особенностей неклассического света во всех работах рассматривается поле в сжатом вакуумном состоянии. Сжатое когерентное состояние поля также является идеально сжатым состоянием [1, 2, 44], однако содержит дополнительно когерентную составляющую и представляет собой общий случай сжатия, который до настоящего времени не рассматривался в таких задачах.

В настоящей работе исследовано взаимодействие квантованного электромагнитного поля в сжатом когерентном состоянии со средой трехуровневых Λ -атомов в режиме ЭИП. Первый эксперимент со светом в сжатом вакуумном состоянии, послуживший толчком для нашей работы, был проведен еще в 2004 г. [45]. Недавние экспериментальные работы подтверждают возрастающий интерес в этом направлении [46–48]. В этих и других [38, 39] работах исследуется изменение статистических свойств сжатого света на выходе из среды относительно начального состояния поля. В нашей работе подробно изучается другой вопрос: как поле при прохождении через среду влияет на эту среду, поскольку изменение состояния света на выходе связано именно с взаимодействием со средой и обратным воздействием среды на поле. Знание о поведении среды при прохождении квантованного поля является принципиальным для реализации квантовой памяти, квантовых компьютеров и других алгоритмов. В разд. 2 проведено предварительное исследование задачи методом Гейзенберга – Ланжевена. Рассмотрено влияние квантово-статистических свойств света на среду с точки зрения возможности снижения шумов параметров атомной системы, непосредственно влияющих на процессы хранения и передачи квантовой информации, и получены аналитические зависимости. В разд. 3 та же задача решена численно методом Монте-Карло. Результаты численного моделирования сопоставляются с аналитическим расчетом методом Гейзенберга – Ланжевена, где найдено хоро-

шее соответствие. Кроме того, нашей целью является тестирование программы численного расчета при переходе к исследованию более сложных систем.

2. РАССМОТРЕНИЕ МЕТОДОМ ГЕЙЗЕНБЕРГА – ЛАНЖЕВЕНА

В рассматриваемой задаче (рис. 1) на переход $|a\rangle \rightarrow |c\rangle$ атома действует классическое сильное лазерное поле накачки E_p с частотой ω_p . На переход $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ действует слабое квантованное поле \hat{E}_s (сигнальное)

$$\hat{E}_s = \varepsilon(\omega_s)\hat{a}(t)e^{-i\omega_s t} + \text{H.c.}, \quad (1)$$

где \hat{a} , \hat{a}^\dagger — операторы уничтожения и рождения, подчиняющиеся бозонным коммутационным соотношениям, $\varepsilon(\omega) = \sqrt{2\pi\hbar\omega/V}$ — константа, зависящая от частоты, V — объем квантования, для простоты выбранный как объем системы, $\Delta = \omega_{ab} - \omega_s$ — отстройка от резонанса.

Гамильтониан такой системы имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_f + \hat{V}, \quad (2)$$

где $\hat{H}_f = \hbar\omega_s\hat{a}^\dagger\hat{a}$ — гамильтониан невзаимодействующего электромагнитного поля сигнальной волны, $\hat{H}_0 = -\hbar\omega_{ab}\hat{\sigma}_{bb} - \hbar\omega_{ac}\hat{\sigma}_{cc}$ — собственный гамильтониан атома, $\hat{\sigma}_{ij}$ — операторы атомных переходов, \hat{V} — гамильтониан взаимодействия в резонансном приближении,

$$\hat{V} = -\hbar(g\hat{\sigma}_{ab}\hat{a}(t)e^{-i\omega_s t} + \text{H.c.}) - \hbar(\hat{\sigma}_{ac}\Omega(t)e^{-i\omega_p t} + \text{H.c.}). \quad (3)$$

В формуле (3) $\Omega = 2E_p\mu_{ac}/\hbar$ — частота Раби поля накачки, μ_{ij} — матричный элемент оператора дипольного момента, $g = \mu_{ab}\sqrt{2\pi\omega_s/\hbar V}$ — константа связи.

Принципиальное отличие от классического подхода состоит в том, что в выражение для гамильтониана взаимодействия явно входит оператор поля \hat{E}_s , что позволяет учесть неклассические квантовые свойства света в анализе. Временная эволюция

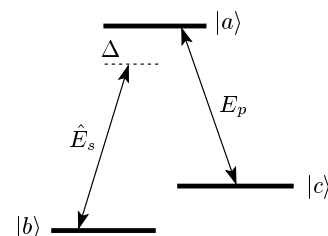


Рис. 1. Λ -схема энергетических уровней

операторов $\hat{\sigma}_{ij}$ определяется уравнением Гейзенберга – Ланжевена [1, 2]:

$$\frac{\partial \hat{\sigma}_{ij}}{\partial t} = -\gamma_{ij} \hat{\sigma}_{ij} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\sigma}_{ij}] + \hat{F}_{ij}, \quad (4)$$

где γ_{ij} — скорости релаксации, \hat{F}_{ij} — дельта-коррелированные операторы шума Ланжевена со следующими корреляционными функциями:

$$\begin{aligned} \langle \hat{F}_{ij}(t) \hat{F}_{ij}^+(t') \rangle &= D_{ij} \delta(t - t'), \\ \langle \hat{F}_{ij}(t) \hat{F}_{ij}(t') \rangle &= \langle \hat{F}_{ij}^+(t) \hat{F}_{ij}^+(t') \rangle = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Первый член в правой части (4) отражает возможность спонтанного излучения в атоме. Наличие в уравнении (4) шумового члена вместе с релаксационным является проявлением флуктуационно-диссипационной теоремы: диссипация всегда сопровождается флуктуациями.

Переходя к медленно меняющимся переменным заменами

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{ab} &= \tilde{\sigma}_{ab}(t) \exp(i\omega_s t - ik_s t), \\ \hat{\sigma}_{ac} &= \tilde{\sigma}_{ac}(t) \exp(i\omega_p t - ik_p t), \\ \hat{\sigma}_{bc} &= \tilde{\sigma}_{bc}(t) \exp\{i(\omega_{bc} + \Delta)t + ik_s t - ik_p t\}, \end{aligned} \quad (6)$$

получаем систему уравнений для операторов атомных переходов (волна опущена):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\sigma}}_{aa} &= -\gamma_{aa} \hat{\sigma}_{aa} - ig(\hat{a}^+ \hat{\sigma}_{ba} - \text{c.c.}) - \\ &\quad - i(\Omega^* \hat{\sigma}_{ca} - \text{c.c.}) + \hat{F}_{aa}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_{bb} &= \gamma_{bb} \hat{\sigma}_{aa} + ig(\hat{a}^+ \hat{\sigma}_{ba} - \text{c.c.}) + \hat{F}_{bb}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_{cc} &= \gamma_{cc} \hat{\sigma}_{aa} + i(\Omega^* \hat{\sigma}_{ca} - \text{c.c.}) + \hat{F}_{cc}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_{ba} &= -(\gamma + i\Delta) \hat{\sigma}_{ba} + ig\hat{a}(\hat{\sigma}_{bb} - \hat{\sigma}_{aa}) + \\ &\quad + i\Omega \hat{\sigma}_{bc} + \hat{F}_{ba}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_{ca} &= -\gamma_{ca} \hat{\sigma}_{ca} + ig\hat{a} \hat{\sigma}_{cb} + i\Omega(\hat{\sigma}_{cc} - \hat{\sigma}_{aa}) + \hat{F}_{ca}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_{bc} &= -(\Gamma + i\Delta) \hat{\sigma}_{bc} - ig\hat{a} \hat{\sigma}_{ac} + i\Omega^* \hat{\sigma}_{ba} + \hat{F}_{bc}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\gamma = \gamma_{ba}$, $\Gamma = \gamma_{bc}$.

В условиях задачи частота Раби квантованного поля много меньше Ω , поэтому можно ввести малый параметр $\hat{\varepsilon} = g\hat{a}/\Omega$ и решать систему (7) методом возмущений по $\hat{\varepsilon}$. Кроме того, в начальный момент времени заселен только нижний уровень $|b\rangle$, поэтому в нулевом порядке по $\hat{\varepsilon}$ можно считать, что $\hat{\sigma}_{bb}^0 = 1$, $\hat{\sigma}_{aa}^0 = \hat{\sigma}_{cc}^0 = \hat{\sigma}_{ac}^0 = 0$. В первом порядке теории возмущений получаем отделившуюся систему уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\sigma}}_{ba} &= -(\gamma + i\Delta) \hat{\sigma}_{ba} + ig\hat{a} + i\Omega \hat{\sigma}_{bc} + \hat{F}_{ba}, \\ \dot{\hat{\sigma}}_{bc} &= -(\Gamma + i\Delta) \hat{\sigma}_{bc} + i\Omega^* \hat{\sigma}_{ba} + \hat{F}_{bc}. \end{aligned} \quad (8)$$

Рассмотрим случай, когда частота Раби волны накачки Ω поддерживается постоянной при прохождении сигнального поля через среду. Теперь учитываем квантовый характер поля. Если на вход подается пробное поле в когерентном состоянии, $\langle \hat{a} \rangle_{coh} = \langle \psi | \hat{a} | \psi \rangle = \alpha$, где α пропорциональна амплитуде электромагнитного поля, $|\psi\rangle$ — волновая функция поля, то, переходя к усредненным величинам в уравнениях (8), получаем

$$\begin{aligned} \dot{\langle \hat{\sigma}_{ba} \rangle} &= -(\gamma + i\Delta) \langle \hat{\sigma}_{ba} \rangle + ig\alpha + i\Omega \langle \hat{\sigma}_{bc} \rangle, \\ \dot{\langle \hat{\sigma}_{bc} \rangle} &= -(\Gamma + i\Delta) \langle \hat{\sigma}_{bc} \rangle + i\Omega^* \langle \hat{\sigma}_{ba} \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

Стационарное решение для поляризации на переходе $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ запишется в виде

$$\langle \hat{\sigma}_{ba} \rangle = \frac{ig\alpha(\Gamma + i\Delta)}{(\gamma + i\Delta)(\Gamma + i\Delta) + |\Omega|^2}. \quad (10)$$

Этот результат, полученный нами из полностью квантового рассмотрения, соответствует классическому анализу эффекта ЭИП (см., например, [42, 43]).

Рассмотрим случай, когда сигнальное поле подается в сжатом состоянии, наиболее интересном с точки зрения приложений. Для среднего значения операторов результат будет аналогичен (10). Но для описания поведения системы нам недостаточно знать средние значения амплитуды поля и поляризаций на переходах, необходимо также исследовать флуктуации — отклонения рассматриваемых параметров от среднего. Для этого введем операторы

$$\begin{aligned} \delta \hat{\sigma}_{ba} &= \hat{\sigma}_{ba} - \langle \hat{\sigma}_{ba} \rangle, \quad \delta \hat{\sigma}_{bc} = \hat{\sigma}_{bc} - \langle \hat{\sigma}_{bc} \rangle, \\ \delta \hat{a} &= \hat{a} - \langle \hat{a} \rangle. \end{aligned} \quad (11)$$

Вычтем из системы уравнений (8) выражения (9), тогда получим

$$\begin{aligned} \delta \dot{\hat{\sigma}}_{ba} &= -(\gamma + i\Delta) \delta \hat{\sigma}_{ba} + ig\delta \hat{a} + i\Omega \delta \hat{\sigma}_{bc} + \hat{F}_{ba}, \\ \delta \dot{\hat{\sigma}}_{bc} &= -(\Gamma + i\Delta) \delta \hat{\sigma}_{bc} + i\Omega^* \delta \hat{\sigma}_{ba} + \hat{F}_{bc}. \end{aligned} \quad (12)$$

Используя преобразование Фурье

$$\hat{a}(t) = \int_S d\omega \hat{a}(\omega) e^{-i\omega t}, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \delta \hat{\sigma}_{ba}(t) &= \int_S d\omega \delta \hat{\sigma}_{ba}(\omega) e^{-i\omega t}, \\ \delta \hat{\sigma}_{bc}(t) &= \int_S d\omega \delta \hat{\sigma}_{bc}(\omega) e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad (14)$$

получаем

$$\begin{aligned} \delta\hat{\sigma}_{ba}(\omega) &= \\ &= \frac{(\Gamma + i\bar{\Delta}) (ig\delta\hat{a}(\omega) + \hat{F}_{ba}(\omega)) + i\Omega\hat{F}_{bc}(\omega)}{(\gamma + i\bar{\Delta})(\Gamma + i\bar{\Delta}) + |\Omega|^2}, \\ \delta\hat{\sigma}_{bc}(\omega) &= \\ &= \frac{i\Omega^* (ig\delta\hat{a}(\omega) + \hat{F}_{ba}(\omega)) + (\gamma + i\bar{\Delta})\hat{F}_{bc}(\omega)}{(\gamma + i\bar{\Delta})(\Gamma + i\bar{\Delta}) + |\Omega|^2}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $\bar{\Delta} = \Delta - \omega$. Для оператора \hat{a} выполняется нормировка: оператор $\hat{a}(t)$ — безразмерный,

$$[\hat{a}(t), \hat{a}^+(t')] = \frac{L}{c} \delta(t - t'),$$

где L — длина квантования ($V = LA$, A — поперечный масштаб квантования). Поскольку в уравнениях (12) входят медленно меняющиеся переменные, интегрирование в (13), (14) ведется по физически значимой полосе частот $S \ll \omega_s$.

Таким образом, можно определить, как изменяется не только среднее значение поляризации на переходе $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$, но и ее флуктуация. Существуют два основных вклада в $\delta\hat{\sigma}_{ba}$: поля, причем зависимость от параметров системы имеет вид, аналогичный (10), и шума — добавляются члены, определяемые ланжевеновскими операторами, связанными с диссипативными процессами в системе. Вклад в величину $\delta\hat{\sigma}_{bc}$ определяется также полем и шумом.

Следует отметить, что в данном рассмотрении мы не учитывали изменение статистики сигнального поля при прохождении через среду.

Для описания процессов в системе удобно использовать следующие операторы:

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_1 &= \frac{\hat{\sigma}_{ba} + \hat{\sigma}_{ba}^+}{2}, & \hat{\sigma}_2 &= \frac{\hat{\sigma}_{ba} - \hat{\sigma}_{ba}^+}{2i}, \\ \hat{\sigma}_3 &= \frac{\hat{\sigma}_{bc} + \hat{\sigma}_{bc}^+}{2}, & \hat{\sigma}_4 &= \frac{\hat{\sigma}_{bc} - \hat{\sigma}_{bc}^+}{2i}. \end{aligned} \quad (16)$$

Их среднеквадратичные отклонения $\langle(\delta\hat{\sigma}_1)^2\rangle$, $\langle(\delta\hat{\sigma}_2)^2\rangle$, $\langle(\delta\hat{\sigma}_3)^2\rangle$, $\langle(\delta\hat{\sigma}_4)^2\rangle$ получим, пользуясь флуктуационно-диссипационной теоремой [2] (Приложение), например:

$$\begin{aligned} \langle(\delta\hat{\sigma}_3)^2\rangle &= \frac{g^2\Omega^2}{|\det|^4} \left\{ \langle(\delta\hat{X})^2\rangle (|\Omega^2| - \Delta^2 + \gamma\Gamma)^2 + \right. \\ &+ \langle(\delta\hat{Y})^2\rangle \Delta^2(\Gamma + \gamma)^2 + \\ &+ \left. \langle\delta\hat{X}\delta\hat{Y} + \delta\hat{Y}\delta\hat{X}\rangle (|\Omega^2| - \Delta^2 + \gamma\Gamma) \Delta(\Gamma + \gamma) \right\} + \\ &+ \frac{(\Delta^2 + \gamma^2)\Gamma + \gamma|\Omega^2|}{2|\det|^2}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \langle(\delta\hat{\sigma}_4)^2\rangle &= \frac{g^2\Omega^2}{|\det|^4} \left\{ \langle(\delta\hat{Y})^2\rangle (|\Omega^2| - \Delta^2 + \gamma\Gamma)^2 + \right. \\ &+ \langle(\delta\hat{X})^2\rangle \Delta^2(\Gamma + \gamma)^2 + \\ &+ \left. \langle\delta\hat{X}\delta\hat{Y} + \delta\hat{Y}\delta\hat{X}\rangle (|\Omega^2| - \Delta^2 + \gamma\Gamma) \Delta(\Gamma + \gamma) \right\} + \\ &+ \frac{(\Delta^2 + \gamma^2)\Gamma + \gamma|\Omega^2|}{2|\det|^2}, \end{aligned} \quad (18)$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} |\det|^2 &= (\gamma\Gamma - \Delta^2 + |\Omega|^2)^2 + \Delta^2(\Gamma + \gamma)^2, \\ \hat{X} &= \frac{\hat{a} + \hat{a}^+}{2}, & \hat{Y} &= \frac{\hat{a} - \hat{a}^+}{2i}, \\ \delta\hat{X} &= \hat{X} - \langle\hat{X}\rangle, & \delta\hat{Y} &= \hat{Y} - \langle\hat{Y}\rangle. \end{aligned} \quad (19)$$

При выводе мы считали, что флуктуации операторов шума и поля не коррелированы.

Можно заметить, что первые члены в выражениях (17) и (18) определяются флуктуациями поля, вторые — вакуумными флуктуациями (шумом). При выводе мы рассмотрели случай $\omega = 0$, так как частота ω фактически играет роль дополнительной отстройки от резонанса в Λ -схеме: $\bar{\Delta} = \Delta - \omega$.

Далее вычисления проводим для света в сжатом когерентном состоянии, для которого справедливы следующие выражения для флуктуаций квадратур (без учета нормировки):

$$\begin{aligned} \langle(\delta\hat{X})^2\rangle_{sqz} &= \frac{1}{4} e^{-2r}, & \langle(\delta\hat{Y})^2\rangle_{sqz} &= \frac{1}{4} e^{2r}, \\ \langle\delta\hat{X}\delta\hat{Y} + \delta\hat{Y}\delta\hat{X}\rangle_{sqz} &= 0, \end{aligned} \quad (20)$$

где считаем параметр сжатия $\xi = r e^{i\theta}$ действительным ($\theta = 0$ для определенности).

Из выражений (20) видно основную особенность этого состояния поля. Дисперсия оператора \hat{X} в сжатом когерентном состоянии может быть много меньше, чем в когерентном состоянии,

$$\langle(\delta\hat{X})^2\rangle_{sqz} \ll \langle(\delta\hat{X})^2\rangle_{coh} = \frac{1}{4},$$

в зависимости от степени сжатия r . Следует отметить, что в соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга не коммутирующий с \hat{X} оператор \hat{Y} при этом имеет значительно большую неопределенность. Оказывается, этим свойством света можно воспользоваться и уменьшить флуктуации параметров атомной системы. Из соотношений (17), (18) и аналогичных получим с учетом (20) и нормировки:

$$\begin{aligned} \langle (\delta\hat{\sigma}_2)^2 \rangle &= \frac{Lg^2}{4c|\det|^4} \times \\ &\times \left[e^{-2r} (\Delta^2\gamma + \Gamma|\Omega^2| + \gamma\Gamma^2)^2 + \right. \\ &+ e^{2r} \Delta^2 (\Gamma^2 + \Delta^2 - |\Omega^2|) \left. \right] + \\ &+ \frac{\Delta^2\gamma + \Gamma^2\gamma + \Gamma|\Omega^2|}{2|\det|^2}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \langle (\delta\hat{\sigma}_1)^2 \rangle &= \frac{Lg^2}{4c|\det|^4} \times \\ &\times \left[e^{2r} (\Delta^2\gamma + \Gamma|\Omega^2| + \gamma\Gamma^2)^2 + \right. \\ &+ e^{-2r} \Delta^2 (\Gamma^2 + \Delta^2 - |\Omega^2|) \left. \right] + \\ &+ \frac{\Delta^2\gamma + \Gamma^2\gamma + \Gamma|\Omega^2|}{2|\det|^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle (\delta\hat{\sigma}_3)^2 \rangle &= \frac{Lg^2\Omega^2}{4c|\det|^4} \times \\ &\times \left[e^{-2r} (|\Omega^2| - \Delta^2 + \gamma\Gamma)^2 + e^{2r} \Delta^2 (\Gamma + \gamma)^2 \right] + \\ &+ \frac{(\Delta^2 + \gamma^2)\Gamma + \gamma|\Omega^2|}{2|\det|^2}, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \langle (\delta\hat{\sigma}_4)^2 \rangle &= \frac{Lg^2\Omega^2}{4c|\det|^4} \times \\ &\times \left[e^{2r} (|\Omega^2| - \Delta^2 + \gamma\Gamma)^2 + e^{-2r} \Delta^2 (\Gamma + \gamma)^2 \right] + \\ &+ \frac{(\Delta^2 + \gamma^2)\Gamma + \gamma|\Omega^2|}{2|\det|^2}, \end{aligned}$$

где c — скорость света. Из формул (21), (22) следует, что при достаточно большой степени сжатия r вклады поля в среднеквадратичное отклонение $\langle (\delta\hat{\sigma}_2)^2 \rangle$, а также $\langle (\delta\hat{\sigma}_3)^2 \rangle$ могут быть уменьшены в окрестности окна прозрачности до нуля. В соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга среднеквадратичные отклонения $\langle (\delta\hat{\sigma}_1)^2 \rangle$, $\langle (\delta\hat{\sigma}_4)^2 \rangle$ при этом увеличиваются. Однако шумовой член, второй в (21), уменьшить за счет свойств поля при данном рассмотрении оказывается невозможным.

Рассмотрим переход $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ более подробно. Он представляет особый интерес, так как время жизни $1/\Gamma$ у низкочастотной когерентности, характеризуемой оператором $\hat{\sigma}_{bc}$, может быть достаточно большим, и информация на этом переходе может быть сохранена долго, что важно в связи с исследованием методов переноса квантовой информации на среду в настоящее время, квантовой памяти [43]. Из формулы (22) и (рис. 2а) видно, что в окне прозрачности эффекта ЭИП флуктуация $\langle (\delta\hat{\sigma}_3)^2 \rangle$ уменьшается при увеличении параметра сжатия r по сравнению с ситуацией, когда поле находится в когерентном со-

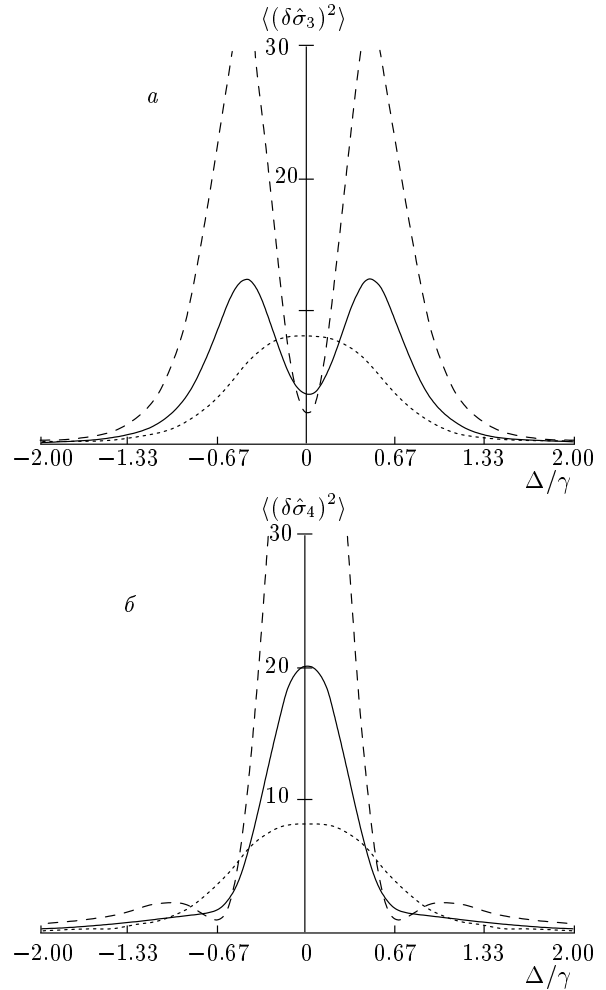


Рис. 2. Дисперсия операторов σ_3 (а) и σ_4 (б) в зависимости от нормированной расстройки Δ/γ . Пробное поле в когерентном состоянии $r = 0$ (пунктирные линии), сжатом состоянии $r = 0.5$ (сплошные линии) и $r = 1.5$ (штриховые линии). Параметры $\Gamma = 10^{-3}\gamma$, $\Omega = 2/3\gamma$, $C = 50$

стоянии. Этот факт можно рассматривать как передачу квантовых характеристик поля атому. В соответствии с принципом неопределенности Гейзенберга дисперсия сопряженного оператора $\hat{\sigma}_4$ ведет себя прямо противоположно (рис. 2б). Из рис. 2 также видно, что при отсутствии сжатия ($r = 0$) зависимость дисперсии операторов $\hat{\sigma}_3$ и $\hat{\sigma}_4$ от расстройки имеет одинаковый вид, как и должно быть.

Введем коэффициент сжатия η ,

$$\eta_{\hat{\sigma}} = \frac{\langle (\delta\hat{\sigma})^2 \rangle_{r=0}}{\langle (\delta\hat{\sigma})^2 \rangle_r},$$

характеризующий изменение шума в атоме. При $\eta > 1$ наблюдается уменьшение дисперсии операторов

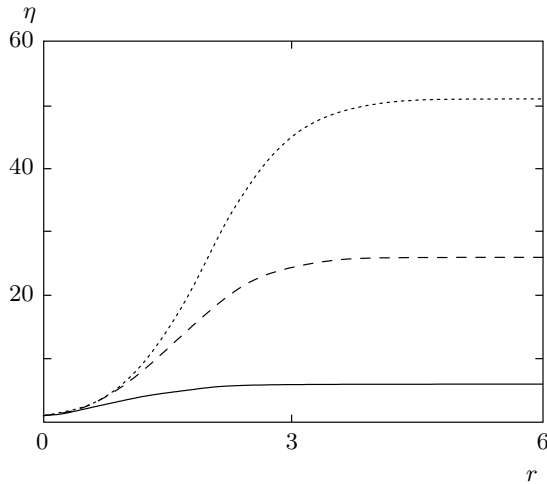


Рис. 3. Зависимости коэффициента сжатия η от параметра сжатия r в условиях точного резонанса $\Delta = 0$. Параметры $C = 10$ (сплошная линия), 50 (штриховая), 100 (пунктирная)

ра атомных переходов, при $\eta < 1$ — уменьшение. Для наиболее интересного случая точного резонанса при $\Delta = 0$ получим для изменения дисперсии оператора $\hat{\sigma}_3$:

$$\eta_{\hat{\sigma}_3} \approx \frac{1 + C/2}{1 + (C/2)e^{-2r}}, \quad (23)$$

где $C = Lg^2/c\gamma$ и мы учли характерные параметры эффекта ЭИП: $\Omega^2 \gg \Gamma\gamma$, $\gamma \gg \Gamma$. При увеличении уровня сжатия поля коэффициент сжатия стремится к $\eta_{lim} = 1 + C/2$. Параметр C принимает значения порядка $10^1 - 10^4$ (с учетом распространения поля в среде и большого количества атомов [38, 39]). Таким образом, уменьшение шума оператора $\hat{\sigma}_3$ в атомной системе имеет достаточно резкую зависимость от параметра сжатия поля r и может быть существенным (рис. 3).

Рассмотрение данного вопроса стимулировано результатами анализа аналогичных систем в резонаторе [38], которые показали, что существует возможность полного переноса сжатия на флуктуирующие параметры среды — эффект спинового сжатия (spin squeezing) [49]. В таких процессах принципиальную роль играют параметры (21) и (22), полученные нами аналитически, несмотря на то что напрямую они не измеримы.

3. РАССМОТРЕНИЕ МЕТОДОМ МОНТЕ-КАРЛО

Рассмотрим задачу взаимодействия квантованного электромагнитного поля с системой Λ -типа (см. рис. 1) численно квантовым методом Монте-Карло расчета волновой функции. Для этого необходимо избавиться от явной зависимости от времени в гамильтониане, что можно сделать с помощью унитарного преобразования:

$$\hat{H} = \hat{U}^{-1} \tilde{H} \hat{U} - i\hbar \hat{U}^{-1} \frac{d\hat{U}}{dt},$$

$$\hat{U} = \exp[(i\omega_s \sigma_{ab} + i\omega_p \sigma_{ac})t],$$

где \tilde{H} — гамильтониан (2). Тогда новый гамильтониан запишется в виде

$$\hat{H} = \hbar\Delta \hat{\sigma}_{cc} + \hbar\Delta \hat{\sigma}_{aa} - \hbar g (\hat{\sigma}_{ab} \hat{a} + \text{H.c.}) - \hbar (\hat{\sigma}_{ac} \Omega_p + \text{H.c.}). \quad (24)$$

С учетом релаксационных членов уравнение для оператора плотности в форме Линдблада [15] примет вид

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \rho] + \hat{L}_{ab}\rho + \hat{L}_{ac}\rho + \hat{L}_{cb}\rho. \quad (25)$$

Операторы \hat{L}_{ab} , \hat{L}_{ac} , \hat{L}_{cb} действуют следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{L}_{ab}\rho &= \frac{\gamma_{ab}}{2} (2\sigma_{ba}\rho\sigma_{ab} - \sigma_{aa}\rho - \rho\sigma_{aa}), \\ \hat{L}_{ac}\rho &= \frac{\gamma_{ac}}{2} (2\sigma_{ca}\rho\sigma_{ac} - \sigma_{aa}\rho - \rho\sigma_{aa}), \\ \hat{L}_{cb}\rho &= -\Gamma(\sigma_{cc}\rho\sigma_{bb} + \sigma_{bb}\rho\sigma_{cc}) = \\ &= \frac{1}{4}\Gamma (-(\sigma_{cc} - \sigma_{bb})^2\rho - \rho(\sigma_{cc} - \sigma_{bb})^2 + \\ &\quad + 2\Gamma(\sigma_{cc} - \sigma_{bb})\rho(\sigma_{cc} - \sigma_{bb})). \end{aligned} \quad (26)$$

Члены $\hat{L}_{ab}\rho$, $\hat{L}_{ac}\rho$ отражают процесс спонтанной релаксации соответственно на переходах $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$ со скоростью γ_{ab} и $|a\rangle \rightarrow |c\rangle$ со скоростью γ_{ac} . Последний член $\hat{L}_{cb}\rho$ отвечает за затухание недиагонального элемента матрицы плотности ρ_{bc} (когерентности) между уровнями $|c\rangle$, $|b\rangle$ со скоростью Γ и переписан в виде, удовлетворяющем форме Линдблада.

Для дальнейшего решения методом Монте-Карло уравнение (25) должно быть переписано в следующем виде [14]:

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} (\hat{H}_{eff}\rho - \rho\hat{H}_{eff}^+) + \sum_{j=1}^3 \hat{J}_j\rho, \quad (27)$$

где введены операторы \hat{H}_{eff} — эффективный неэрмитов гамильтониан, \hat{J}_j — оператор скачка, которые имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{H}_{eff} &= \hat{H} - \frac{i\hbar}{2} \left(\gamma_{ab} + \gamma_{ac} - \frac{\Gamma}{2} \right) \hat{\sigma}_{aa}, \\ \hat{J}_j \rho &= \gamma_j \hat{c}_j \rho \hat{c}_j^\dagger, \quad j = 1-3, \\ \hat{c}_1 &= \hat{\sigma}_{ba}, \quad \gamma_1 = \gamma_{ab}, \\ \hat{c}_2 &= \hat{\sigma}_{ca}, \quad \gamma_2 = \gamma_{ac}, \\ \hat{c}_3 &= \hat{\sigma}_{cc} - \sigma_{bb}, \quad \gamma_3 = \Gamma/2. \end{aligned} \tag{28}$$

В методе предполагается, что над исследуемой системой проводятся измерения, позволяющие учесть процессы спонтанного излучения (например, с помощью фотодетектора). Изменение наших знаний о поле излучения при регистрации фотона либо при отсутствии фотоотсчета непосредственно приводит к изменению волновой функции системы. В итоге динамика квантовой системы представляется как непрерывное изменение векторов состояния в отсутствии фотоотсчетов под действием неэрмитового гамильтониана \hat{H}_{eff} ,

$$\frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} \hat{H}_{eff} |\psi(t)\rangle, \tag{29}$$

которое прерывается скачками, переводящими волновую функцию в определенное состояние при регистрации фотоотсчета:

$$|\psi(t + \Delta t)\rangle = \lambda \hat{c}_j |\psi(t)\rangle, \tag{30}$$

где λ — нормировочная константа.

Операторы \hat{c}_j отвечают за взаимодействие системы с резервуаром. Операторы \hat{c}_1, \hat{c}_2 отвечают за спонтанную релаксацию атома с уровня $|a\rangle$, переводя волновую функцию системы в состояния соответственно $|b\rangle$ и $|c\rangle$ при скачке. Оператор \hat{c}_3 отвечает за дефазировку на низкочастотном переходе $|c\rangle \rightarrow |b\rangle$ и не меняет населенности уровней при скачке.

Вероятности скачков P_j под действием операторов \hat{c}_j зависят от времени и могут быть вычислены [1, 14],

$$P_j(t) = \gamma_j \Delta t \langle \psi(t) | \hat{c}_j^\dagger \hat{c}_j | \psi(t) \rangle, \tag{31}$$

где Δt — шаг по времени, через который регистрируется состояние поля излучения.

Одномодовое сжатое когерентное состояние может быть получено действием оператора смещения и оператора сжатия на вакуумное состояние $|0\rangle$ [1, 2]:

$$|\beta, \xi\rangle = \exp(\beta \hat{a}^\dagger + \beta^* \hat{a}) \exp \frac{\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{+2}}{2} |0\rangle, \tag{32}$$

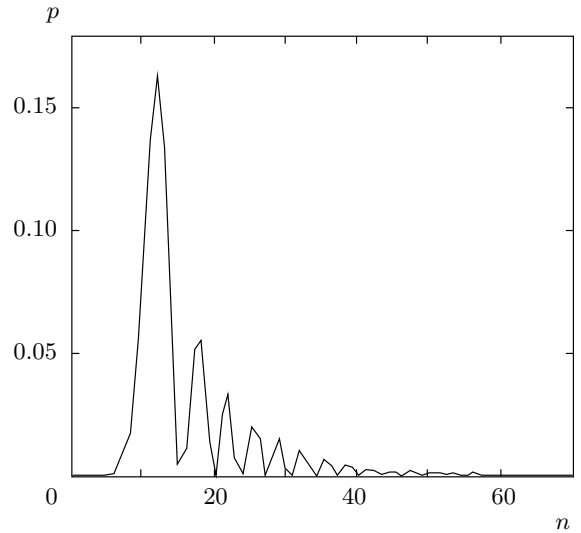


Рис. 4. Функция распределения фотонов $p(n)$ для сжатого когерентного состояния

где $\xi = r e^{i\varphi}$ характеризует сжатие, β — когерентное состояние. Состояние $|\beta, \xi\rangle$ может быть разложено по фоковским состояниям с определенным числом фотонов $|n\rangle$,

$$\begin{aligned} |\beta, \xi\rangle &= \sum_n \frac{(e^{i\varphi} \text{th } r)^{n/2}}{2^{n/2} (n! \text{ch } r)^{1/2}} \times \\ &\times \exp \left(-\frac{1}{2} (|\beta|^2 - e^{-i\varphi} \beta^2 \text{th } r) \right) \times \\ &\times H_n \left(\frac{\beta e^{-i\varphi/2}}{\sqrt{2 \text{ch } r \text{sh } r}} \right) |n\rangle, \end{aligned} \tag{33}$$

где H_n — полиномы Эрмита [2].

При достаточно сильном сжатии распределение числа фотонов $p(n)$ является узким и быстро спадающим (рис. 4), поэтому оказывается достаточно использовать конечное число членов разложения (33) для получения требуемой точности. Волновую функцию системы «атом + поле» разложим по базису:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{i,n} c_{i,n}(t) |i, n\rangle, \tag{34}$$

где $i = a, b, c$ — обозначение атомного уровня, $n = 0, 1, 2, \dots$ — число фотонов в моде поля. В результате получаем систему уравнений для амплитуд вероятности $c_{i,n}(t)$, описывающую динамику атома при отсутствии скачков. Вероятности квантовых скачков определяются в соответствии с формулой (31).

Мы исследуем среднее значение и дисперсию операторов атомных переходов $\hat{\sigma}_{ij}$, характеризую-

щих параметры атома в данной задаче, в стационарном состоянии, которые также были посчитаны в предыдущем разделе методом Гейзенберга–Ланжевена аналитически. С использованием метода Монте-Карло они могут быть просто вычислены и, например, для $\hat{\sigma}_3$ имеют вид

$$\begin{aligned} \langle \hat{\sigma}_3 \rangle &= \langle \psi(t) | \hat{\sigma}_3 | \psi(t) \rangle = \frac{1}{2} \sum_{n,i,j} c_{n,i} c_{n,j}^* \langle i | \hat{\sigma}_{bc} + \hat{\sigma}_{cb} | j \rangle = \\ &= \frac{1}{2} \sum_n c_{n,b} c_{n,c}^* + c_{n,c} c_{n,b}^*, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \langle \hat{\sigma}_3^2 \rangle &= \langle \psi(t) | \hat{\sigma}_3^2 | \psi(t) \rangle = \\ &= \sum_{n,i,j} c_{n,i} c_{n,j}^* \left\langle i \left| \frac{\hat{\sigma}_{bb} + \hat{\sigma}_{bb}}{4} \right| j \right\rangle = \\ &= \frac{1}{4} \sum_n |c_{n,b}|^2 + |c_{n,c}|^2, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\langle \delta \hat{\sigma}_3^2 \rangle = \langle \hat{\sigma}_3^2 \rangle - \langle \hat{\sigma}_3 \rangle^2.$$

Для проверки теоретических результатов мы рассмотрели поле в сжатом когерентном состоянии со средним числом фотонов $\langle n \rangle = 16$ и степенью сжатия $r = 1.5$. Такие степени сжатия легко получают в эксперименте. Как показали наши численные исследования, в данном случае достаточно ограничиться числом фотонов $n = 100$ в разложении (33). В результате мы получаем размерность системы $N = 100 \times 3 = 300$. Для соблюдения точности расчетов, дающей статистическую ошибку расчета среднего и среднеквадратического отклонения $\langle \delta \hat{\sigma}_{(n')} \rangle \leq 0.01$, число реализаций метода выбрано $n' = 100$. Время $t = 10\gamma^{-1}$ — время, при котором система переходит в стационарное состояние, шаг по времени равен $0.05\gamma^{-1}$.

Сравнение результатов, полученных методами Монте-Карло и Гейзенберга–Ланжевена, представлено на рис. 5 для наиболее интересного перехода $|b\rangle \rightarrow |c\rangle$ и степеней сжатия $r = 0.5$ и $r = 1.5$. Видно, что результаты прямого численного расчета и аналитического решения находятся в очень хорошем соответствии. Необходимо заметить, что преимуществом численного решения является возможность учесть статистику фотонов квантованного света при взаимодействии со средой, что дает возможность исследовать поля произвольной статистики, что практически невозможно сделать методом Гейзенберга–Ланжевена аналитически и требует большого времени при численном расчете элементов матрицы плотности. Важно отметить, что использование метода Монте-Карло позволило нам учесть кван-

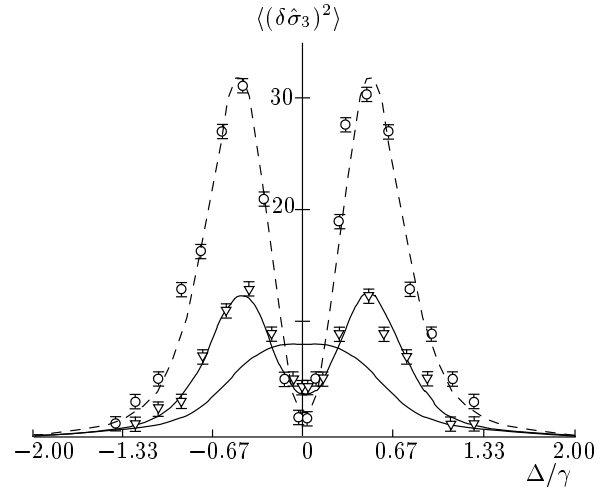


Рис. 5. Дисперсия оператора σ_3 в зависимости от нормированной расстройки Δ/γ . То же, что на рис. 2а в сопоставлении с результатами численного моделирования. Пробное поле в сжатом состоянии с $r = 0.5$ (∇), 1.5 (\circ). Параметры $\Gamma = 10^{-3}\gamma$, $\Omega = 2/3\gamma$, $C = 50$

товый шум, возникающий при диссипативном взаимодействии системы с резервуаром, что принципиально для правильного решения задачи. Кроме того, этим методом удобно было бы исследовать изменение статистики фотонов при распространении поля в среде, либо в стационарном режиме при взаимодействии со средой в резонаторе.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено взаимодействие квантованного электромагнитного поля в сжатом состоянии со средой атомов, в режиме ЭИП. Нами исследованы воздействие поля на среду и возможность передачи квантовых параметров поля, таких как сжатие, атому. Учитывая, что квантовые параметры атома, отвечающие за взаимодействие с квантованным светом, измерить напрямую невозможно, мы использовали метод Монте-Карло прямого численного моделирования, позволяющий определить необходимые характеристики, учесть квантовый шум произвольной статистики и перспективный для дальнейших исследований. Дополнительно мы использовали аналитический метод Гейзенберга–Ланжевена. В отличие от известных нам работ, где используется поле в сжатом вакуумном состоянии, мы рассматриваем свет в более общем, сжатом когерентном состоянии. Использование данного состояния позволяет получить решение аналитически и подтвердить резуль-

таты численного моделирования. Нами впервые получены аналитические зависимости дисперсии операторов атомных переходов, характеризующих параметры атома, от статистических параметров света при взаимодействии (21), (22). Показано, что квантовые свойства света, такие как сжатие, могут передаваться атому в таком режиме. Исследован коэффициент сжатия, характеризующий изменение уровня шума в атоме, и показано, что подавление шума может быть значительным в зависимости от параметра задачи C и уровня сжатия поля r на входе (до 17 дБ в характерных условиях экспериментов).

Использование метода Монте-Карло позволило нам исследовать временную динамику системы «атом + поле» и влияние процессов релаксации на динамику системы. Результаты численного моделирования (рис. 5) находятся в хорошем соответствии с аналитическим решением, полученным нами. Поля произвольной статистики не допускают простого решения аналитически, и при исследовании их воздействия на среду потребуются методы прямого счета типа Монте-Карло. Одним из дополнительных результатов нашей работы является реализация метода Монте-Карло в приложении к исследованию диссипативной динамики многоуровневых систем в квантованном поле — актуальной задаче в настоящее время. Подобных исследований данным методом до настоящего времени не проводилось. Нами написан и протестирован численный код, реализующий метод Монте-Карло для широкого класса задач.

В последних экспериментальных работах показана возможность хранения квантовой информации в среде, а рассчитанные нами характеристики играют определяющую роль [45–48]. В этих работах исследуется изменение статистических свойств сжатого света на выходе из среды относительно начального состояния, так как данное изменение можно измерить экспериментально методом балансного гомодинного детектирования. Поскольку изменение состояния света на выходе связано именно с взаимодействием со средой и обратным воздействием среды на поле, знания о поведении среды при прохождении квантованного поля, полученные в нашей работе, являются принципиальными и могут быть использованы для таких приложений как квантовая память, квантовые вычисления. Кроме того, формализм метода Монте-Карло допускает прямое численное моделирование гомодинного детектирования света [8, 27], позволяя численно моделировать современные эксперименты квантовой оптики [47, 48].

Авторы работы выражают благодарность А. М. Сатанину и М. В. Федорову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 09-02-97059).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Расчет параметров шума с помощью флуктуационно-диссипационной теоремы

Уравнения Гейзенберга–Ланжевена (4) имеют следующую структуру:

$$\dot{\hat{x}}(t) = \hat{A}_x(t) + \hat{F}_x(t), \quad (\text{A.1})$$

где $\hat{A}_x(t)$ — регулярная (определенная) часть, а $\hat{F}_x(t)$ — оператор шума:

$$\langle \hat{F}_x(t) \hat{F}_y(t') \rangle = D_{xy} \delta(t - t'), \quad \langle \hat{F}_y(t) \rangle = 0. \quad (\text{A.2})$$

Соответствующие коэффициенты диффузии D_{xy} могут быть вычислены на основе флуктуационно-диссипационной теоремы [1, 2]:

$$D_{xy} = -\langle \dot{\hat{x}} \hat{A}_y \rangle - \langle \hat{A}_x \dot{\hat{y}} \rangle + \frac{d}{dy} \langle \hat{x} \dot{\hat{y}} \rangle. \quad (\text{A.3})$$

Обращаясь к уравнениям (7), видим, что $(\hat{x}, \hat{y}, \dots) = (\hat{\sigma}_{ij})$. Из формул (A.3) получаем

$$\begin{aligned} D_{\sigma_{ba} \sigma_{ba}^+} &= -\langle \dot{\hat{\sigma}}_{ba} (-\gamma_{ba} \hat{\sigma}_{ba}^+ - \\ &\quad - ig \hat{a}^+ - i\Omega \hat{\sigma}_{bc}^+) \rangle - \langle (-\gamma_{ba} \hat{\sigma}_{ba} + ig \hat{a} + \\ &\quad + i\Omega \hat{\sigma}_{bc}) \dot{\sigma}_{ba}^+ \rangle + \frac{d}{dt} \langle \hat{\sigma}_{ba} \hat{\sigma}_{ba}^+ \rangle = 2\gamma_{ba} \langle \hat{\sigma}_{bb} \rangle + \frac{d}{dt} \langle \hat{\sigma}_{bb} \rangle = \\ &= 2\gamma_{ba} \langle \hat{\sigma}_{bb} \rangle + \langle \gamma_b \hat{\sigma}_{aa} + ig(\hat{a}^+ \hat{\sigma}_{ba} - \text{c.c.}) + \hat{F}_{bb} \rangle \approx \\ &\approx 2\gamma_{ba} \langle \hat{\sigma}_{bb} \rangle, \quad (\text{A.4}) \end{aligned}$$

учитывая, что в нашем рассмотрении

$$\langle \sigma_{aa} \rangle \ll \langle \sigma_{bb} \rangle \approx 1, \quad \langle \sigma_{cc} \rangle \ll \langle \sigma_{bb} \rangle \approx 1. \quad (\text{A.5})$$

Аналогично можно найти остальные коэффициенты. Еще один ненулевой коэффициент диффузии в приближениях (A.5) имеет вид $D_{\sigma_{bc} \sigma_{bc}^+} = 2\Gamma$.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. W. Gardiner and P. Zoller, *Quantum Noise*, Springer, Berlin (2000).
2. М. О. Скалли, М. С. Зубайри, *Квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2003).

3. H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The Theory of Open Quantum Systems*, Oxford Univ. Press, Cambridge (2002).
4. К. А. Валиев, УФН **175**, 12 (2005).
5. Д. Бауместер, А. Экерт, А. Цайлингер, *Физика квантовой информации*, Постмаркет, Москва (2002).
6. М. Нильсен, И. Чанг, *Квантовые вычисления и квантовая информация*, Мир, Москва (2006).
7. D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe et al., *Rev. Mod. Phys.* **75**, 281 (2003).
8. H. Carmichael, *An Open System Approach to Quantum Optics*, Springer, Berlin (1993).
9. J. Dalibard, Y. Castin, and K. Mølmer, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 580 (1992).
10. K. Mølmer, Y. Castin, and J. Dalibard, *J. Opt. Soc. Amer. B* **10**, 524 (1993).
11. N. Gisin and I. C. Percival, *J. Phys. A* **25**, 5677 (1992).
12. R. Dum, C. Gardiner, A. Parkins et al., *Phys. Rev. A* **46**, 4382 (1992).
13. H. M. Wiseman and G. J. Milburn, *Phys. Rev. A* **47**, 1652 (1993).
14. M. B. Plenio and P. L. Knight, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 101 (1998).
15. G. Lindblad, *Comm. Math. Phys.* **48**, 119 (1976).
16. W. T. Strunz, *Phys. Lett. A* **224**, 25 (1996).
17. W. T. Strunz, L. Diósi, and N. Gisin, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1801 (1999).
18. H. Breuer, B. Kappler, and F. Petruccione, *Phys. Rev. A* **59**, 1633 (1999).
19. W. Strunz, L. Diósi, N. Gisin et al., *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4909 (1999).
20. A. Bassi, *Phys. Rev. A* **67**, 062101 (2003).
21. W. T. Strunz, L. Diósi, and N. Gisin, *Phys. Rev. A* **61**, 022108 (2000).
22. W. T. Strunz and T. Yu, *Phys. Rev. A* **69**, 052115 (2004).
23. T. Yu, *Phys. Rev. A* **69**, 062107 (2004).
24. T. Yu and J. H. Eberly, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 140403 (2006).
25. H.-P. Breuer, *Phys. Rev. A* **75**, 022103 (2007).
26. J. Piilo, S. Maniscalco, K. Harkonen et al., *Phys. Rev. Lett.* **100**, 180402 (2008).
27. H. J. Carmichael, S. Singh, R. Vyas et al., *Phys. Rev. A* **39**, 1200 (1989).
28. M. Nakano, K. Ryohei, N. Tomoshige et al., *Phys. Rev. A* **70**, 033407 (2004).
29. J. Jun, *Phys. Rev. A* **73**, 064301 (2006).
30. H. Goto and K. Ichimura, *Phys. Rev. A* **72**, 054301 (2005).
31. G. Carlo, G. Benenti, and G. Casati, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 257903, (2003).
32. D. Witthaut, F. Trimborn, and S. Wimberger, *Phys. Rev. A* **79**, 033621 (2009).
33. J. Gambetta, A. Blais, M. Boissonneault et al., *Phys. Rev. A* **77**, 012112 (2008).
34. D. Møller, L. Madsen, and K. Mølmer, *Phys. Rev. A* **77**, 022306 (2008).
35. I. B. Mekhov and H. Ritsch, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 020403 (2009).
36. C. Di Fidio and W. Vogel, *Phys. Rev. A* **77**, 043822 (2008).
37. A. Chia and A. S. Parkins, *Phys. Rev. A* **77**, 033810 (2008).
38. A. Dantan and M. Pinar, *Phys. Rev. A* **69**, 043810 (2004).
39. A. Dantan, A. Bramati, and M. Pinar, *Phys. Rev. A* **71**, 043801 (2005).
40. P. Barberis-Blostein and M. Bienert, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 033602 (2007).
41. I. E. Mazets, ЖЭТФ **130**, 421 (2006).
42. S. E. Harris, *Phys. Today*. **50**, 36 (1997).
43. M. D. Lukin, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 457 (2003).
44. Л. Мандель, Э. Вольф, *Оптическая когерентность и квантовая оптика*, Физматлит, Москва (2000).
45. D. Akamatsu, K. Akiba, and M. Kozuma, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 203602 (2004).
46. D. Akamatsu, Y. Yokoi, M. Arikawa et al., *Phys. Rev. Lett.* **99**, 153602 (2007).
47. K. Honda, D. Akamatsu, M. Arikawa et al., *Phys. Rev. Lett.* **100**, 093601 (2008).
48. J. Appel, E. Figueroa, D. Korystov et al., *Phys. Rev. Lett.* **100**, 093602 (2008).
49. M. Kitagawa and M. Ueda, *Phys. Rev. A* **47**, 5138 (1993).