

ИНДУЦИРОВАННЫЙ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМОЙ МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ НЕЙТРИНО

Р. А. Аникин, Н. В. Михеев, Е. Н. Нарынская*

*Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
150000, Ярославль, Россия*

Поступила в редакцию 17 ноября 2009 г.

Исследовано влияние замагниченной плазмы на дисперсионные свойства нейтрино. Вычислен вклад в магнитный момент нейтрино, обусловленный присутствием замагниченной плазмы. Показано, что в отличие от ранее представленных в литературе результатов плазменный вклад в магнитный момент нейтрино, так же как и в вакууме, подавлен его массой.

1. ВВЕДЕНИЕ

Разрешение загадки солнечных нейтрино в эксперименте на тяжеловодном детекторе нейтринной обсерватории в Садбери [1], а также эксперименты с атмосферными [2] и реакторными [3] нейтрино доказывают наличие массы покоя нейтрино и смешивания в лептонном секторе. В связи с этим становится актуальным вопрос о возможном влиянии на дисперсионные свойства нейтрино внешней активной среды, которая может быть представлена как плотной горячей плазмой, так и магнитным полем.

Исследование влияния активной среды на дисперсию нейтрино основано на вычислении собственно-энергетического оператора нейтрино $\Sigma(p)$, вычисление которого проводилось ранее в целом ряде работ. В частности, вклад внешнего магнитного поля в собственно-энергетический оператор нейтрино был исследован в работах [4–9].

Поскольку в реальных астрофизических условиях наряду с сильным магнитным полем также существует и плотная горячая плазма, представляет интерес исследование дисперсионных свойств нейтрино во внешней активной среде, в качестве которой выступают одновременно и плазма, и поле.

Собственно-энергетический оператор нейтрино в замагниченной плазме также активно исследовался ранее, см., например, [10–14].

Следует отметить, что ценность вычисления собственно-энергетического оператора состоит еще в том, что из него можно извлечь также аномальный

магнитный момент нейтрино. Однако имеющиеся в настоящее время результаты для магнитного момента нейтрино в замагниченной плазме вызывают сомнения, поскольку в них магнитный момент нейтрино либо имеет гигантское усиление фактором $1/m_\nu$, либо совсем не зависит от массы нейтрино [15]. Такие результаты, как справедливо было отмечено в работе [13], скорее запутывают ситуацию с магнитным моментом нейтрино, чем проясняют ее.

В общем случае собственно-энергетический оператор нейтрино в замагниченной плазме может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} \Sigma(p) = & [A_L(p\gamma) + B_L(u\gamma) + C_L(p\tilde{F}\gamma)]\gamma_L + \\ & + [A_R(p\gamma) + B_R(u\gamma) + C_R(p\tilde{F}\gamma)]\gamma_R + \\ & + m_\nu[K_1 + iK_2(\gamma F\gamma)], \end{aligned} \quad (1)$$

где u^μ — 4-вектор скорости среды, p^μ — 4-импульс нейтрино, $\gamma_L = (1 + \gamma_5)/2$ и $\gamma_R = (1 - \gamma_5)/2$ — проекционные операторы, $A_R, B_R, C_R, A_L, B_L, C_L, K_1, K_2$ — численные коэффициенты, $F^{\mu\nu}$ и $\tilde{F}^{\mu\nu}$ — тензор и дуальный тензор электромагнитного поля. Здесь и далее у 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например: $(p\tilde{F}\gamma) = (p_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} \gamma_\nu)$.

Изменение энергии нейтрино, обусловленное его рассеянием вперед в среде, может быть выражено через собственно-энергетический оператор нейтрино

$$\Delta E = \frac{1}{4E} \text{Sp} \{((p\gamma) + m_\nu)(1 + (s\gamma)\gamma_5)\Sigma(p)\}, \quad (2)$$

откуда с учетом выражения (1) имеем

*E-mail: mikheev@uniyar.ac.ru

$$\Delta E = \frac{m_\nu^2}{2E}(A_L + A_R + 2K_1) + B_L \frac{1 - \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{v}}{2} + B_R \frac{1 + \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{v}}{2} - \frac{m_\nu}{2}(C_L - C_R + 4K_2) \times \left[\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{V}_t + \frac{m_\nu}{E} \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{V}_l \right]. \quad (3)$$

Здесь m_ν — масса нейтрино, E — энергия нейтрино в вакууме, $\boldsymbol{\xi}$ — удвоенный вектор среднего спина нейтрино, \mathbf{V}_l и \mathbf{V}_t — соответственно продольный и поперечный относительно направления движения нейтрино векторы напряженности магнитного поля, \mathbf{v} — вектор скорости нейтрино.

Следует отметить, что в выражении (3), вообще говоря, все коэффициенты $A_R, B_R, C_R, A_L, B_L, C_L, K_1, K_2$ зависят от магнитного поля, но только последнее слагаемое, содержащее коэффициенты C_R, C_L, K_2 , определяет магнитный момент нейтрино.

Действительно, найдем изменение энергии нейтрино из-за наличия у него магнитного момента μ_ν . Эта поправка к энергии может быть найдена из лагранжиана

$$\Delta L_{int}^{(\mu)} = \frac{i\mu_\nu}{2} (\bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \Psi) F^{\mu\nu}, \quad (4)$$

где Ψ — поле фермиона, $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)/2$.

Подставляя этот лагранжиан в определение дополнительной энергии

$$\Delta E^{(\mu)} = - \int dV \langle \Delta L_{int}^{(\mu)} \rangle, \quad (5)$$

получаем

$$\Delta E^{(\mu)} = -\mu_\nu [\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{V}_t + \frac{m_\nu}{E} \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{V}_l]. \quad (6)$$

Таким образом, в выражении для дополнительной энергии нейтрино в замагниченной плазме (3) магнитному моменту соответствует только одно слагаемое, пропорциональное сумме

$$\boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{V}_t + \frac{m_\nu}{E} \boldsymbol{\xi} \cdot \mathbf{V}_l.$$

Некорректность определения магнитного момента нейтрино в работе [15] по нашему мнению состояла в том, что авторы предполагали, что вся дополнительная энергия нейтрино в замагниченной плазме, связанная с зависимостью от спина и магнитного поля, определяет магнитный момент нейтрино. Однако реально, как мы видим, только одна структура в выражении для дополнительной энергии нейтрино соответствует магнитному моменту.

Сравнение выражения для дополнительной энергии (3) с формулой (6) показывает, что для определения магнитного момента нейтрино в замагниченной

плазме достаточно найти коэффициенты C_L, C_R и K_2 , через которые магнитный момент выражается следующим образом:

$$\mu_\nu = \frac{m_\nu}{2} (C_L - C_R + 4K_2). \quad (7)$$

2. МАГНИТНЫЙ МОМЕНТ НЕЙТРИНО В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

В этом разделе мы вычисляем интересующие нас слагаемые собственно-энергетического оператора нейтрино $\Sigma(p)$, которые дают вклад в магнитный момент нейтрино. В замагниченной плазме магнитный момент нейтрино содержит два вклада: чисто полевой вклад и вклад плазмы.

Полевой вклад в магнитный момент нейтрино вычислялся ранее во многих работах, см., например, [5, 8, 9]. Выражение для магнитного момента нейтрино в широком диапазоне энергий нейтрино и напряженности магнитного поля¹⁾,

$$m_l^2/m_W^2 \ll (eB)^2 p_\perp^2/m_W^6 \ll 1,$$

может быть извлечено из работы [8]:

$$\mu_{\nu l} \approx \mu_{\nu l}^0 \left\{ 1 + \frac{4\chi^2}{3} \left(\ln \frac{1}{\chi} - \frac{17}{3} + \ln 3 + 2\gamma_E + i\pi \right) \right\}. \quad (8)$$

Здесь $\mu_{\nu l}^0$ — магнитный момент нейтрино в вакууме [16, 17],

$$\mu_{\nu l}^0 = \frac{3eG_F m_{\nu l}}{8\sqrt{2}\pi^2}, \quad (9)$$

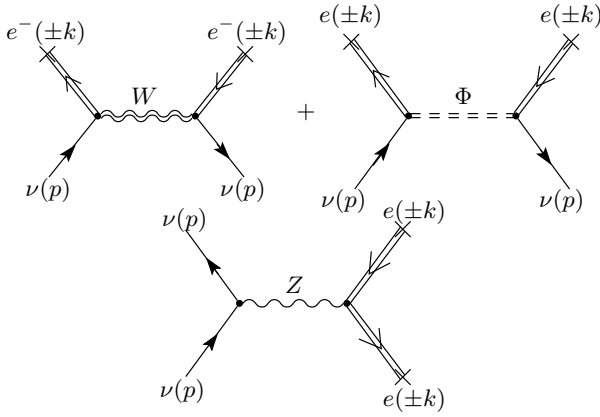
$m_{\nu l}$ — масса нейтрино, p_\perp — поперечный по отношению к магнитному полю импульс нейтрино, $\chi^2 = (eB)^2 p_\perp^2/m_W^6$, $\lambda = m_l^2/m_W^2$, $\gamma_E = 0.577\dots$ — постоянная Эйлера.

Для того чтобы вычислить плазменный вклад в собственно-энергетический оператор $\Sigma(p)$, достаточно найти амплитуду процесса рассеяния нейтрино вперед в замагниченной плазме:

$$M_{(\nu \rightarrow \nu)} = -\bar{U}(p)\Sigma(p)U(p). \quad (10)$$

В реальных астрофизических условиях основной вклад в ту часть амплитуды, которая обуславливает магнитный момент нейтрино, дает рассеяние нейтрино на плазменных электронах и позитронах. Амплитуда процесса рассеяния $\nu \rightarrow \nu$ в замагниченной

¹⁾ Используется естественная система единиц, в которой $c = \hbar = 1$, $e > 0$ — элементарный заряд.



Диаграммы Фейнмана, обуславливающие вклад замагниченной плазмы в амплитуду процесса рассеяния нейтрино вперед. Двойные линии соответствуют заряженным частицам

плазме, а значит и собственно-энергетический оператор нейтрино, может быть представлена в виде суммы трех слагаемых, соответствующих трем диаграммам на рисунке:

$$\Sigma(p) = \Sigma^W(p) + \Sigma^\Phi(p) + \Sigma^Z(p). \quad (11)$$

Опуская детали несложных, хотя и несколько громоздких вычислений, для вклада в $\Sigma(p)$, обусловленного процессом обмена W -бозоном, получаем

$$\begin{aligned} \Sigma^W(p) = & \frac{ig^2}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{e^{-z}}{\omega_n} \times \\ & \times \left(f(\omega_n) G_{\beta\alpha}^W(p-k) - \tilde{f}(\omega_n) G_{\beta\alpha}^W(p+k) \right) \times \\ & \times \gamma_\alpha [\hat{k}_\parallel (L_n(2z)\Pi_- - L_{n-1}(2z)\Pi_+) + \\ & + 2\hat{k}_\perp L_{n-1}^1(2z)] \gamma_\beta \gamma_L. \quad (12) \end{aligned}$$

Здесь g — константа электрослабого взаимодействия в стандартной модели, $z = k_\perp^2/\beta$, $\beta = eB$, $\hat{k}_\parallel = (k\hat{\varphi}\hat{\varphi}\gamma) = \omega_n\gamma_0 - k_3\gamma_3$, $\hat{k}_\perp = (k\hat{\varphi}\varphi\gamma) = k_1\gamma_1 + k_2\gamma_2$, $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$ и $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}\varphi^{\rho\sigma}/2$ — приведенные к безразмерному виду тензор и дуальный тензор внешнего магнитного поля соответственно²⁾, $\Pi_\pm = (1 \pm i\gamma_1\gamma_2)/2$ — проекционные операторы, $G_{\beta\alpha}^W(q)$ — фурье-образ трансляционно инвариантной части пропагатора W -бозона, $f(\omega_n)$ и $\tilde{f}(\omega_n)$ — функции распределения электронов и позитронов. В системе покоя плазмы они имеют вид

$$f(\omega_n) = [e^{(\omega_n - \mu)/T} + 1]^{-1}, \quad \tilde{f}(\omega_n) = [e^{(\omega_n + \mu)/T} + 1]^{-1},$$

²⁾ Мы проводим вычисления в калибровке $A^\mu = (0, 0, Bx, 0)$, магнитное поле направлено вдоль третьей оси $\mathbf{B} = (0, 0, B)$.

где μ и T — соответственно химический потенциал и температура плазмы, ω_n — энергия электрона (позитрона) на n -м уровне Ландау.

Присоединенные полиномы Лагерра в выражении (12) определены следующим образом:

$$L_k^l(x) = \frac{e^x x^{-l}}{k!} \frac{d^k}{dx^k} (e^{-x} x^{k+l}).$$

Аналогично для вклада, обусловленного процессом рассеяния нейтрино с обменом заряженным скалярным Φ -бозоном, находим, что

$$\begin{aligned} \Sigma^\Phi(p) = & -\frac{ig^2}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{e^{-z}}{\omega_n} \times \\ & \times \left(f(\omega_n) G^\Phi(p-k) - \tilde{f}(\omega_n) G^\Phi(p+k) \right) \times \\ & \times \left\{ \frac{m_e^2 m_\nu}{m_W^2} (L_n(2z)\Pi_- - L_{n-1}(2z)\Pi_+) - \right. \\ & - [\hat{k}_\parallel (L_n(2z)\Pi_- - L_{n-1}(2z)\Pi_+) + \\ & \left. + 2\hat{k}_\perp L_{n-1}^1(2z)] \left(\frac{m_e^2}{m_W^2} \gamma_L - \frac{m_\nu^2}{m_W^2} \gamma_R \right) \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

Отметим, что выписанные вклады соответствуют только электронному типу нейтрино, для других типов нейтрино ν_μ, ν_τ вклад с обменами заряженными бозонами равен нулю, $\Sigma^W(p) = \Sigma^\Phi(p) = 0$.

В фейнмановской калибровке трансляционно инвариантные части пропагаторов W - и Φ -бозонов в формализме собственного времени могут быть представлены в виде однократного интеграла:

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^W(q) = & -\int_0^\infty \frac{ds}{\cos(\beta s)} \times \\ & \times e^{-i\Omega} (\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \Lambda_{\mu\nu} \cos(2\beta s) - \varphi_{\mu\nu} \sin(2\beta s)), \quad (14) \end{aligned}$$

$$G_{\mu\nu}^\Phi(q) = \int_0^\infty \frac{ds}{\cos(\beta s)} e^{-i\Omega}, \quad (15)$$

$$\Omega = (m_W^2 - q_\parallel^2) s + \frac{\text{tg}(\beta s)}{\beta} q_\perp^2,$$

где $\Lambda_{\mu\nu} = \varphi_{\mu\tau}\varphi_\nu^\tau$, $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = \tilde{\varphi}_{\mu\tau}\tilde{\varphi}_\nu^\tau$.

Далее будем рассматривать реалистичную физическую ситуацию, когда масса W -бозона является самым большим параметром задачи. Это означает, что параметры, характеризующие замагниченную плазму, удовлетворяют условию

$$m_e^2, \mu^2, T^2, eB \ll m_W^2. \quad (16)$$

Если плазма зарядово несимметрична, то в пропагаторах W - и Φ -бозона достаточно удержать лидирующий вклад в разложении по обратным степеням m_W^2 :

$$G_{\beta\alpha}^W \approx -\frac{i g_{\beta\alpha}}{m_W^2}, \quad G^\Phi \approx \frac{i}{m_W^2}.$$

После несложных вычислений для вкладов в собственно-энергетический оператор находим:

$$\Sigma^W(p) \approx \sqrt{2}G_F \left(\dots - \frac{n_e^0 - \tilde{n}_e^0}{EB} (p\tilde{F}\gamma) \right) \gamma_L, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \Sigma^\Phi(p) \approx \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \dots - \frac{n_e^0 - \tilde{n}_e^0}{EB} (p\tilde{F}\gamma) \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{m_e^2}{m_W^2} \gamma_L + \frac{m_\nu^2}{m_W^2} \gamma_R \right) + \right. \\ \left. + \frac{ie}{4\pi^2} m_\nu \frac{m_e^2}{m_W^2} \int_0^\infty \frac{dk}{\omega_0} (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)) (\gamma F \gamma) \right\}, \quad (18) \end{aligned}$$

где многоточие соответствует слагаемым, не дающим вклада в магнитный момент нейтрино, ω_0 — энергия электрона (позитрона) на основном ($n=0$) уровне Ландау, n_e^0, \tilde{n}_e^0 — соответственно плотности электронов и позитронов на основном уровне Ландау, причем их разность определяется следующим интегралом:

$$n_e^0 - \tilde{n}_e^0 = \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^\infty dk (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)). \quad (19)$$

Сравнивая результаты (17) и (18) с параметризацией (1), получаем искомые коэффициенты C_L, C_R и K_2 :

$$C_L^W = -\frac{eG_F}{\sqrt{2}\pi^2 E} \int_0^\infty dk (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)), \quad (20)$$

$$C_R^W = K_2^W = 0, \quad (21)$$

$$C_L^\Phi = \frac{m_e^2}{2m_W^2} C_L^W, \quad C_R^\Phi = \frac{m_\nu^2}{2m_W^2} C_L^W, \quad (22)$$

$$K_2^\Phi = -\frac{eG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{m_e^2}{m_W^2} \int_0^\infty \frac{dk}{\omega_0} (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)). \quad (23)$$

Как и следовало ожидать, вклады, обусловленные обменом заряженным скаляром, подавлены малыми факторами m_ν^2/m_W^2 и m_e^2/m_W^2 .

Интересующая нас часть Σ^Z , обусловленная вкладом от рассеяния нейтрино на заряженных фермионах плазмы с обменом Z -бозоном, легко вычисляется:

$$\Sigma_f^Z = \sqrt{2}G_F \left(\dots - \frac{T_3^f}{BE} (n_f^0 - \tilde{n}_f^0) (p\tilde{F}\gamma) \right) \gamma_L. \quad (24)$$

Здесь n_f^0, \tilde{n}_f^0 — соответственно плотности заряженных фермионов и антифермионов на основном уровне Ландау, T_3^f — третья компонента изоспина заряженного фермиона. Многоточие соответствует слагаемым, не дающим вклада в магнитный момент нейтрино. Учитывая, что наибольшая концентрация на основном уровне Ландау соответствует электронам и позитронам, из выражения (24) находим искомые коэффициенты C_L, C_R и K_2 :

$$C_L^Z = \frac{eG_F}{2\sqrt{2}\pi^2 E} \int_0^\infty dk (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)), \quad (25)$$

$$C_R^Z = K_2^Z = 0. \quad (26)$$

Таким образом, магнитный момент нейтрино, индуцированный зарядово несимметричной плазмой, определяется в основном коэффициентами C_L^Z и C_L^W , к которым следует добавить чисто полевой вклад (8). Окончательно для C_L получаем

$$\begin{aligned} C_L \approx C_L^W + C_L^Z \approx \\ \approx \frac{3eG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \left(1 \mp \frac{2}{3E} \int_0^\infty dk (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)) \right). \quad (27) \end{aligned}$$

Верхний знак в этом выражении соответствует электронному нейтрино ν_e , нижний — мюонному и тау-нейтрино, ν_μ, ν_τ . Здесь мы отбросили вклады, пропорциональные $1/m_W^4, 1/m_W^6$ и т.д.

Интеграл в выражении (27) легко вычисляется для ультрарелятивистской плазмы. В этом случае для магнитного момента получаем простое выражение:

$$\mu_{\nu_l} = \frac{C_L m_{\nu_l}}{2} \approx \frac{3eG_F m_{\nu_l}}{8\sqrt{2}\pi^2} \left(1 \mp \frac{2}{3} \frac{\mu}{E} \right). \quad (28)$$

Здесь μ — химический потенциал электронов ультрарелятивистской плазмы. Следует отметить, что в слабо замагниченной плазме он имеет вид

$$\mu \approx (3\pi^2 (n_e - \tilde{n}_e))^{1/3},$$

в то время как в сильно замагниченной плазме, когда из двух компонент активной среды доминирующей является магнитное поле и электроны плазмы оккупируют преимущественно основной уровень Ландау, химический потенциал равен

$$\mu \approx 2\pi^2 \frac{n_e - \tilde{n}_e}{eB},$$

где n_e и \tilde{n}_e — полные концентрации соответственно электронов и позитронов.

Еще одна ситуация, когда можно провести аналитические вычисления магнитного момента нейтрино — с учетом физических условий зарядово симметричной электрон-позитронной плазмы. В этом случае вклад от диаграмм с обменом Z -бозоном исчезает, следовательно нейтрино типов ν_μ и ν_τ не имеют дополнительного магнитного момента, индуцированного замагниченной плазмой.

Для электронного нейтрино в зарядово симметричной (e^-e^+) плазме магнитный момент определяется выражением

$$\mu_{\nu_e} \approx \frac{3e G_F m_\nu}{8\sqrt{2} \pi^2} \left(1 + \frac{4\pi^2}{9} \frac{T^2}{m_W^2} \right). \quad (29)$$

Как можно видеть, в реальных астрофизических условиях, когда $T \ll m_W$, плазменный вклад в магнитный момент нейтрино оказывается подавленным.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано влияние внешней активной среды на собственно-энергетический оператор нейтрино во внешней активной среде. В качестве активной среды рассмотрена плотная плазма и внешнее магнитное поле. Вычислен плазменный вклад в собственно-энергетический оператор нейтрино, определяющий его магнитный момент. В отличие от методик вычисления магнитного момента в плазме, представленных в литературе ранее, показано, что только часть дополнительной энергии нейтрино обусловлена наличием у него магнитного момента.

Вычисления проводились в физических условиях, когда масса W -бозона является самым большим физическим параметром задачи, $m_e^2, \mu^2, T^2, eB \ll m_W^2$, что является характерным условием для астрофизической плазмы. Получено выражение для плазменного вклада в магнитный момент нейтрино, которое существенно упрощается в случае ультрарелятивистской и зарядово симметричной плазмы. Показано, что присутствие плазмы не приводит к усилению магнитного момента, как утверждалось ранее [15]. Более того, магнитный момент оказывается подавленным массой нейтрино m_ν , а в зарядово симметричной плазме — еще и дополнительным фактором $T/m_W^2 \ll 1$.

Исследование проведено в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры ин-

новационной России» на 2009–2013 гг. (Госконтракт № П 2323), при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ (проект № НШ-497.2008.2), Министерства образования и науки РФ по программе «Развитие научного потенциала высшей школы» (проект № 2.1.1/510) и РФФИ (грант № 07-02-00285-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Q. R. Ahmad, R. C. Allen, T. C. Andersen et al. (SNO Collaboration), Phys. Rev. Lett. **87**, 071301 (2001); **89**, 011301, 011302 (2002).
2. Y. Fukuda, T. Hayakawa, E. Ichihara et al. (Super-Kamiokande Collaboration), Phys. Lett. B **433**, 9 (1998); **436**, 33 (1998); Phys. Rev. Lett. **82**, 2644 (1999).
3. K. Eguchi, S. Emonoto, K. Furuno et al. (Kami-LAND Collaboration), Phys. Rev. Lett. **90**, 021802 (2003).
4. G. McKeon, Phys. Rev. D **24**, 2744 (1981).
5. А. В. Борисов, В. Ч. Жуковский, А. В. Курилин, А. И. Тернов, ЯФ **41**, 743 (1985).
6. A. Erdas and G. Feldman, Nucl. Phys. B **343**, 579 (1990).
7. A. V. Kuznetsov, N. V. Mikheev, G. G. Raffelt, and L. A. Vassilevskaya, Phys. Rev. D **73**, 023001 (2006).
8. А. В. Кузнецов, Н. В. Михеев, ЯФ **70**, 1299 (2007).
9. A. Erdas, arXiv:hep-ph 0908.4297v1.
10. J. C. D'Olivo, J. F. Nieves, and P. B. Pal, Phys. Rev. D **40**, 3679 (1989).
11. V. B. Semikoz and J. W. F. Valle, Nucl. Phys. B **425**, 651 (1994); **485**, 545 (Erratum) (1997).
12. G. G. Raffelt, Phys. Rep. **198**, 1 (1990).
13. P. Elmfors, D. Grasso, and G. Raffelt, Nucl. Phys. B **479**, 3 (1996).
14. E. Elizalde, E. J. Ferrer, and V. de la Incera, Phys. Rev. D **70**, 043012 (2004).
15. В. Ч. Жуковский, Т. Л. Шония, П. А. Аминов, ЖЭТФ **104**, 3269 (1993).
16. B. W. Lee and R. E. Shrok, Phys. Rev. D **16**, 1444 (1977).
17. K. Fujikawa and R. E. Shrok, Phys. Rev. Lett. **45**, 963 (1980).